

DOI: 10. 20174/j. JUSE. 2026. 02. 10

钢渣-矿粉改良黄土-红层泥岩的本构模型研究

余云燕¹, 田皓磊¹, 罗崇亮², 丁小刚¹

(1. 兰州交通大学 土木工程学院, 兰州 730070; 2. 天水师范学院 土木工程学院, 甘肃 天水 741001)

摘要: 针对甘肃地区红层泥岩上覆黄土的地质特点, 采用钢渣、矿粉两种工业固废, 通过击实、三轴 CU 试验, 开展关于改良黄土-红层泥岩混合填料的力学特性及本构模型的研究。结果表明: (1) 当黄土:红层泥岩质量比为1:3时, 混合填料最大干密度最大; (2) 钢渣的质量掺量为7.5%时, 其抗剪强度最大, 矿粉的质量掺量越大, 其抗剪强度越大; (3) 经验证, 钢渣改良前后土样的应变硬化过程, 可由邓肯-张模型准确拟合; (4) 针对沈珠江推广双曲线模型不能很好拟合应变强软化的问题, 本文提出采用正解、负解分阶段拟合方法可以准确拟合出矿粉改良土的应变强软化过程。

关键词: 黄土-红层泥岩; 工业固废; 应力-应变曲线; 邓肯-张模型; 沈珠江推广双曲线模型

中图分类号: TU411

文献标识码: A

文章编号: 1673-0836(2026)02-0481-14

Research on the Constitutive Model of Steel Slag-Mineral Powder Modified Loess-Red Bedded Mudstone

Yu Yunyan¹, Tian Haolei¹, Luo Chongliang², Ding Xiaogang¹

(1. School of Civil Engineering, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou 730070, P. R. China;

2. School of Civil Engineering, Tianshui Normal University, Tianshui, Gansu 741001, P. R. China)

Abstract: Aiming at the geological characteristics of loess overlying red-bedded mudstone in the Gansu area, two kinds of industrial solid wastes, namely steel slag and mineral powder are adopted to carry out the research on the mechanical properties and the constitutive model of the modified loess-red bedded mudstone mixed fill by compacting and triaxial CU test. The results show that: (1) The maximum dry density of the mixed fill is the largest when the mass ratio of loess: red mudstone is 1:3. (2) The shear strength of steel slag is maximum when the mass dosing of steel slag is 7.5%. The larger the mass dosing of mineral powder is, the larger the shear strength is. (3) It is verified that the strain hardening process of soil samples before and after steel slag improvement could be accurately fitted by the Duncan-Zhang model. (4) For the problem that the hyperbolic model promoted by Shen Zhujiang can not fit the strain hardening well, this paper proposes to use the staged fitting method with positive and negative solutions, and it is verified that this method can accurately fit the strain hardening process of the mineral powder amended soil.

Keywords: loess-red mudstone; industrial solid waste; stress-strain curve; Duncan-Chang model; Shen Zhujiang promotion hyperbolic model

0 引言

红层泥岩在我国广泛分布, 其中甘肃红层泥岩

面积约 $7.96 \times 10^4 \text{ km}^2$, 占全省面积的 19.2%^[1]。甘肃红层泥岩上部常覆盖有黄土, 是其区别于其他地区红层泥岩的显著特点^[2]。随着一带一路倡议、

收稿日期: 2025-06-11(修改稿)

作者简介: 余云燕(1968—), 女, 浙江江山人, 博士, 教授, 主要从事岩土力学、土与结构耦合动力学方面的研究。

E-mail: yuyunyan@mail.lzjtu.cn

基金项目: 甘肃省科技计划资助项目(21YF5GA050); 甘肃省教育厅产业支撑计划项目资助(2021CYZC-28)

西部大开发战略深入推进,这片红层泥岩地带新建了大规模的路基工程。路基在长期荷载作用下易发生不均匀变形,进而导致路面塌陷,鼓包、开裂、承载力不足等病害^[3-5]。由于红层泥岩具有遇水易软化、崩解、含有软弱夹层等特点^[6-7],黄土具有大孔隙、弱胶结结构,且大多具有湿陷性^[8],二者均为特殊土体,不适宜直接作为路基填料使用。目前的研究大多针对黄土或红层泥岩填料单一土体改良,在甘肃红层地带若使用其中一种土体作为路基填料使用,必然使得另一种土体被弃置,造成环境污染,因而最佳方案是对黄土-红层泥岩混合填料进行改良,使其满足路基使用要求。由于水泥在生产和使用过程会产生大量的碳排放,为确保我国 2030 年前实现“碳达峰”目标,寻找代替水泥的工业固废改良方案在工程领域亟待解决,因此,有必要使用工业固废对黄土-红层泥岩混合填料进行改良处理。

针对黄土或红层泥岩单一土体的固废改良,已取得部分研究成果。徐鹏等^[9]通过对 A-B 组填料、红层泥岩、6%石灰改良泥岩 3 种填料进行现场激振试验,研究发现用 6%石灰改良泥岩作路基填料时,路基表面的动应力与加速度分布更加均匀,路基的沉降变形更小且变形稳定速度更快。祝艳波等^[10]通过击实、承载比、无侧限抗压强度、崩解、土水特性测试试验对红层泥岩的改良效果进行研究,改良效果水泥最佳,石灰优于粉煤灰。余云燕等^[11]通过常规三轴 UU 试验证明了 10%粉煤灰掺量红层泥岩填料试样经 28 d 养护后较未改良未养护土黏聚力提高 37.9%。孙银磊等^[12]通过回顾钢渣粉改良膨胀性黏土的研究现状,指出钢渣粉可以显著改善膨胀性黏土的力学特性和胀缩性。朱彦鹏等^[13]通过室内试验研究发现红砂岩中采用 30%黄土进行改良后,改良效果最佳,其抗剪强度及压缩性能均得到了明显提升。Mozejko 等^[14]采用钢渣对黄土进行改良,研究发现钢渣可以提高土样的强度、变形模量。土样的强度、变形模量、孔隙结构与钢渣掺量、含水率、龄期密切相关。柴石玉等^[15]通过对碱激发粉煤灰-矿粉固化膨胀土进行干湿-冻融循环研究,发现改良土较未改良膨胀土无侧限抗压强度增幅 8~12 倍。

路基设计前需进行沉降计算,来确保路基工程

可以达到使用要求,沉降计算是否准确、快捷取决于模型适合与否以及模型参数是否简单易得^[16-17]。邓肯-张模型由于参数易得,公式简单,故在路基的沉降计算中被广泛使用。罗崇亮等^[18]通过对兰州地区的红层泥岩填料在不同含水率、围压下进行三轴 UU 试验,研究发现:其应力-应变关系曲线均符合双曲线模型,邓肯-张模型能较好地反映兰州地区红层泥岩的本构关系。陈筠等^[19]基于邓肯-张模型对碱处理前、后红黏土试样应力-应变关系进行了分析。余云燕等^[20]通过三轴 CU 试验发现:红层泥岩填料在低于最优含水率时出现应变软化现象,并采用沈珠江推广双曲线模型对应变曲线进行了拟合研究。王丽艳等^[21]通过对钢渣-橡胶颗粒的新型填料的三轴 CD 试验结果分析,结果表明邓肯-张模型适用于此新型填料,并对邓肯-张模型模拟新型填料本构模型的优劣进行了评价,指出邓肯-张模型适用于一般的黏性土和砂土,对于密砂和固结土则不适用。

目前,大多研究是针对红层泥岩或黄土等的单一土体改良,对于其混合填料进行的改良研究较少,另外,大多工业固废改良较传统水泥效果差,故探究高效、低廉的工业固废协同改良黄土-红层泥岩混合填料尤为重要。针对上述的工程应用和理论分析,本文通过击实、三轴试验来探究不同钢渣、矿粉掺量改良混合填料力学特性的效果、应力-应变关系曲线的特征,及适用的本构模型。可为甘肃地区黄土-红层泥岩混合填料路基的工程设计与路基变形和稳定性的预测提供理论依据。

1 试验

1.1 试验材料

试验用黄土、红层泥岩均取自兰州市永登县某路基工程。按照《公路土工试验规程》^[22],对该黄土、红层泥岩填料进行液塑限、击实、土粒比重等室内试验,得到基本物理指标见表 1。试验用钢渣、矿粉如图 1 所示。钢渣呈黑灰色小颗粒状,过 2 mm 筛。试验用矿粉为 S95 级矿粉,呈白色粉末状,400 目,比表面积为 550 m²/kg。试验材料主要化学成分如表 2 所示。由于化学成分的不同,矿粉和钢渣的性能也有所不同。由表 2 可知:矿粉

表 1 土样的基本物理指标

Table 1 Basic physical indicators of soil samples

类别	土粒比重	最大干密度/(g·cm ⁻³)	最优含水率/%	塑限/%	液限/%	塑性指数	土的定名
黄土	2.71	1.73	14.8	14.23	29.69	15.46	粉质黏土
红层泥岩填料	2.68	1.89	15.9	14.82	34.73	19.91	低液限黏土

表 2 试验用土和改良材料的化学成分占比/%
Table 2 Percentage of the chemical composition of materials used in the test/%

成分	SiO ₂	Al ₂ O ₃	Fe ₂ O ₃	CaO	K ₂ O	MgO	Other
红层泥岩	64.53	26.24	7.75	0.09	0.71	0.52	0.16
黄土	57.14	16.78	6.56	12.34	4.11	2.74	0.33
钢渣	20.32	5.35	8.78	51.41	1.62	11.19	1.33
矿粉	40.22	11.69	9.94	31.56	1.25	4.03	1.31

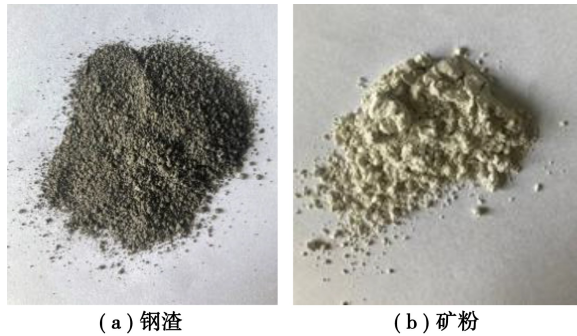


图 1 钢渣、矿粉照片

Fig. 1 Photos of steel slag and mineral powder

中含量从高到低依次为 SiO₂、CaO、Al₂O₃, 矿粉由于 SiO₂ 和 Al₂O₃ 的含量较高,其潜在活性较高。与矿粉不同,钢渣中含量最高的为 CaO,表明钢渣用于改良土易发生水化反应生成氢氧化钙、碳化反应生成碳酸钙等从而提高土体强度。

1.2 试验方案

本工作首先通过击实试验,确定黄土-红层泥岩混合填料的最优掺配比,然后设计钢渣及矿粉不同的外掺质量进行三轴 CU 试验,具体方案见表 3。

1.3 试验方法

具体试样制备过程:①试验材料:将取回的红层泥岩土样破碎,对黄土、红层泥岩填料、钢渣筛取粒径小于 2 mm 的颗粒。②烘干:称取一定质量的黄土、红层泥岩填料、钢渣和矿粉分别放入 105 °C 烘箱内烘干 24 h。③配土:将烘干后的黄土、红层泥岩填料、钢渣按表 3 试验方案比例拌合均匀后,用喷壶分多次均匀喷洒相应的水量后再次搅拌均匀;对于矿粉改良土,矿粉在制样前再加入。④将拌合均匀的土样装入密封袋,并放入密封桶中焖料 24 h,让水分浸润均匀。⑤击实:改良土根据《公路工程无机结合料稳定材料试验规程》^[23] 甲类击实法规定完成击实试验。⑥制样:根据击实试验结果,采用压样法制样,土样均按最优含水率制备,压实度为 96%。⑦养护:将制好的试样用保鲜膜包裹后放入标准养护室(温度 20±2 °C、湿度 95%以

上)养护至相应龄期。⑧开展相关试验。

表 3 试验方案
Table 3 Test program

土样	钢渣粉 掺入比/%	矿粉 掺入比/%	固化 时间/d
0% gz	0	0	7
5% gz	5	0	
7.5% gz	7.5	0	
10% gz	10	0	
12.5% gz	12.5	0	
15% gz	15	0	
7.5% gz-3% kf	7.5	3	
7.5% gz-4% kf	7.5	4	
7.5% gz-5% kf	7.5	5	
7.5% gz-7.5% kf	7.5	7.5	

注:gz 表示钢渣,kf 表示矿粉。

1.4 三轴 CU 试验

试验仪器采用全自动三轴仪,如图 2 所示,主要由围压反压控制器、三轴压力室、八通道数据采集仪、Geotechnical Smart Lab 软件、水下荷重传感器等组成。试验过程严格依据《公路土工试验规程》^[22] 进行。

(1) 试样规格:采用 100 mm(*h*)×50 mm(*d*) 的圆柱体试样。

(2) 试验方案:每组 4 个试样,试验前采用真空饱和法对试样进行饱和,围压设置为 40 kPa、80 kPa、120 kPa、160 kPa,剪切速率为 0.5 mm/min。

(3) 破坏偏差应力:对于呈应变硬化的土样,破坏应力取应变为 15% 时的应力。对于呈应变软化土样,破坏应力取峰值点的应力。

2 结果分析

2.1 粒径级配分析试验

粒径级配曲线通过试验测定和统计不同粒径



图 2 饱和三轴仪

Fig. 2 Saturated triaxial instrument

范围内颗粒的百分比累计曲线,可以直观地了解材料的粗细程度、粒径分布的均匀程度和分布连续性程度,进而判断其级配优劣。由于试验前红层泥岩的颗粒已被人为破碎,分析其粒径分布失去意义,故这里只对黄土、钢渣进行颗粒筛分试验。

将结果绘制为粒径级配累计曲线,如图 3 所示。由图可知:黄土以粉粒(0.002~0.075 mm)为主,占比 88.4%,黏粒(<0.002 mm)占比 7.4%,砂粒(0.075~0.5 mm)占比 4.2%,不均匀系数 $C_u = 10.54$,曲率系数 $C_c = 2.01$ 。试验用钢渣以砂粒(0.075~2 mm)为主,占比 94.3%, $C_u = 12.84$, $C_c = 1.39$ 。试验所用黄土、钢渣均级配良好。

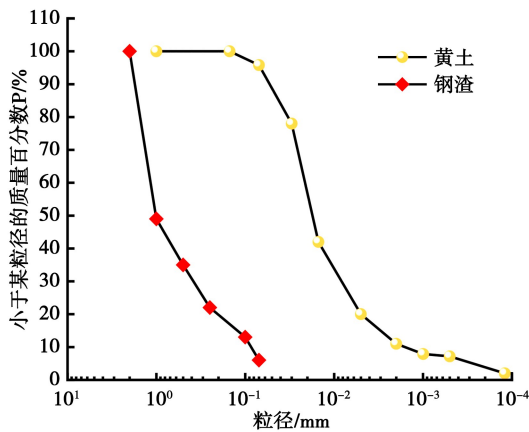


图 3 土的粒径级配累积曲线

Fig. 3 Grain size grading cumulative curves of soil

2.2 击实试验

击实试验是控制路基压实质量不可缺少的重要试验项目,击实可以获得土样压实的最优含水率和最大干密度,这些指标对于评价黄土-红层泥岩混合填料路基压实质量、指导路基填筑压实施工具有重要意义。依据规范进行击实试验,采用甲类击实方法,试样内径为 10 cm,高为 12.7 cm,体积为 997 cm³。黄土-红层泥岩混合填料击实曲线如图

4。由图 4 可知:不同配比的混合填料击实曲线均符合典型击实曲线,有明显的峰值。随着黄土掺量的增大,混合填料的干密度先增大后减小,且在黄土:红层泥岩为 1:3 时达到峰值。究其原因,黄土是粉粒土,在掺入黄土初期,黄土颗粒可以填充红层泥岩填料的孔隙,降低孔隙率,从而增大密度,而当黄土掺量过大时,由于黄土的密度小于红层泥岩填料,使得混合填料的干密度减小。图 5 为不同钢渣掺量改良混合填料的击实曲线。

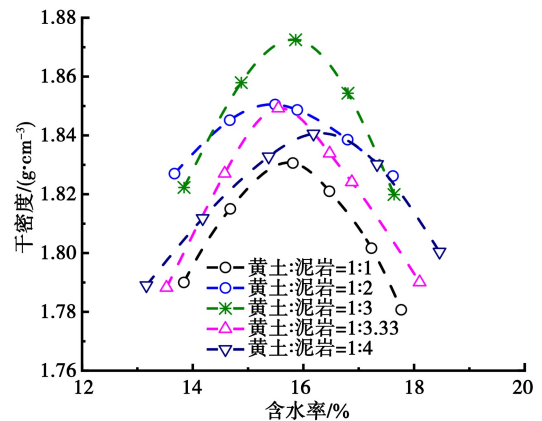


图 4 黄土-红层泥岩混合填料击实曲线

Fig. 4 Compaction curves of mixed fill of loess-red bedded mudstone

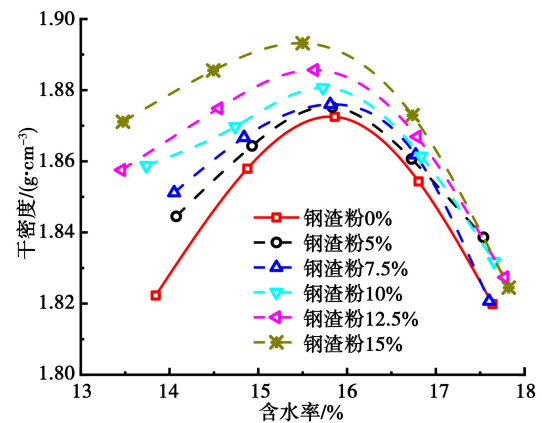


图 5 钢渣改良土击实曲线

Fig. 5 Steel slag amended soil compaction curves

图 6 为钢渣掺量与最优含水率、最大干密度之间的关系。由图 6 可知:随着钢渣掺量增加,改良土的最大干密度呈上升趋势,这是由于掺入的钢渣材料密度大于黄土-红层泥岩混合填料的密度,使得改良土的干密度逐渐增大,而随着钢渣掺量的增加,改良土的最优含水率呈下降趋势,这是由于钢渣吸水率远小于黄土-红层泥岩混合填料,使得土样达到最优含水率所需的含水率逐渐变小。

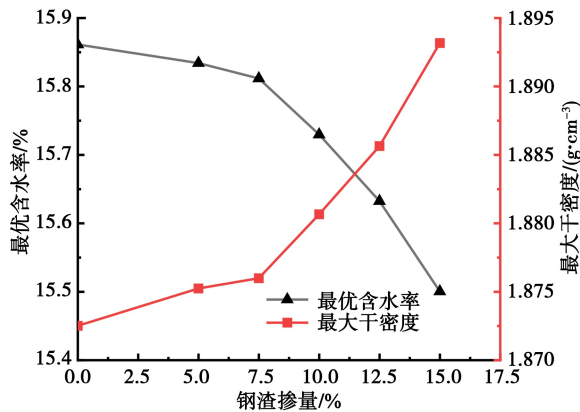


图 6 钢渣掺量与最优含水率、最大干密度关系

Fig. 6 Relationship between steel slag dosage, optimum moisture content and maximum dry density

2.3 三轴 CU 试验

2.2.1 改良土样的破坏形式

黄土-红层泥岩混合填料及 5%、10%、12.5%、15% 钢渣改良土试样破坏形式如图 7(a) 所示。可以看出试样中部鼓起,表面光滑,没有明显的剪切或裂缝,故为鼓状破坏。而 7.5% 钢渣改良土和 7.5% 钢渣-矿粉协同改良土试样破坏形式如图 7(b) 所示,可以看出,试样出现明显的剪切带,有明显的滑动痕迹,为剪切破坏。

2.2.2 应力-应变曲线的比较

钢渣、矿粉改良土的应力-应变关系曲线分别如图 8、图 9 所示。当轴向应变小于 1% 时,应力-应变关系为线性增长,试样处于弹性变形阶段;轴向应变大于 1% 后,应力-应变关系呈非线性增长,此时试样发生塑性变形^[18]。



(a) 鼓胀破坏 (b) 剪切破坏

图 7 试样的破坏形式

Fig. 7 Damage forms of the specimens

(1) 钢渣不同配比的应力-应变关系曲线

由图 8 可知,当钢渣掺量为 7.5% 且围压为 40 kPa、80 kPa 时,应力-应变曲线为应变软化型,随着围压的不断增大,应力-应变曲线逐渐变为应变稳定型和应变硬化型。当钢渣掺量为 5% 和 10%,围压为 40 kPa 时,应力-应变曲线为稳定型,

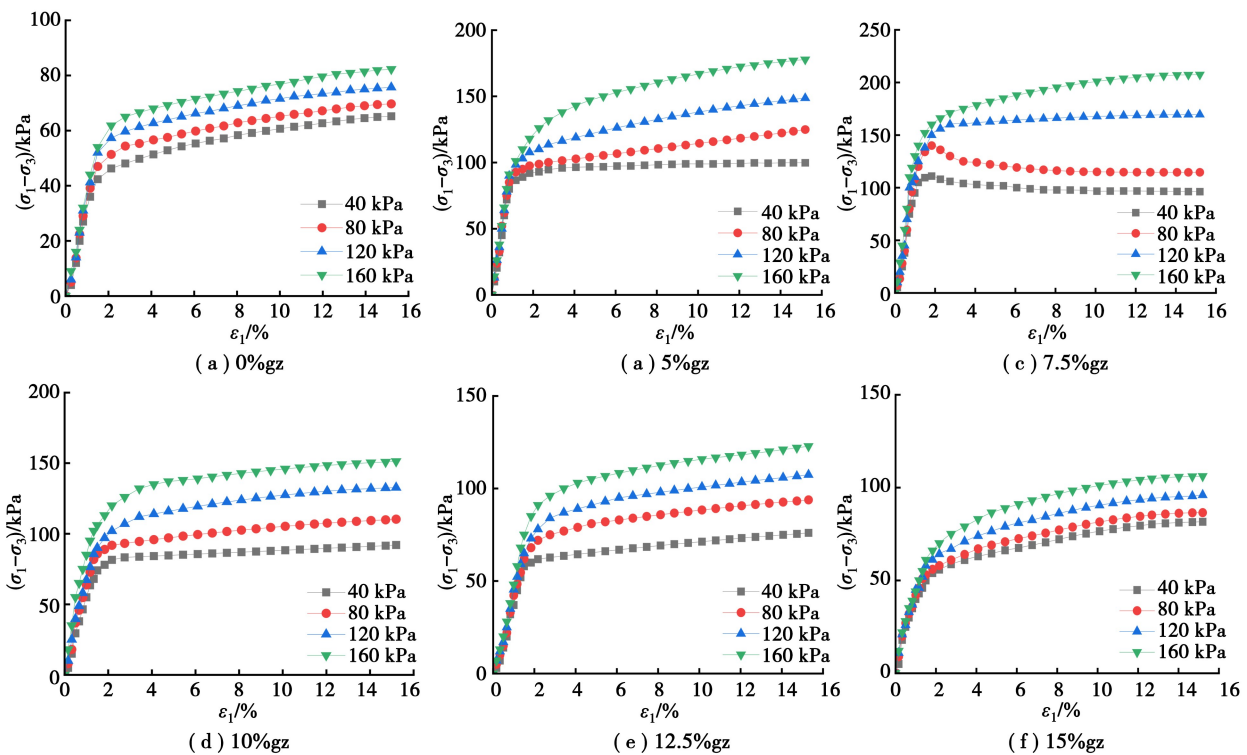


图 8 压实度 ($k=0.96$) 不变,不同钢渣掺量下的应力-应变曲线

Fig. 8 Stress-strain curves for different steel slag dosages with constant compaction ($k=0.96$)

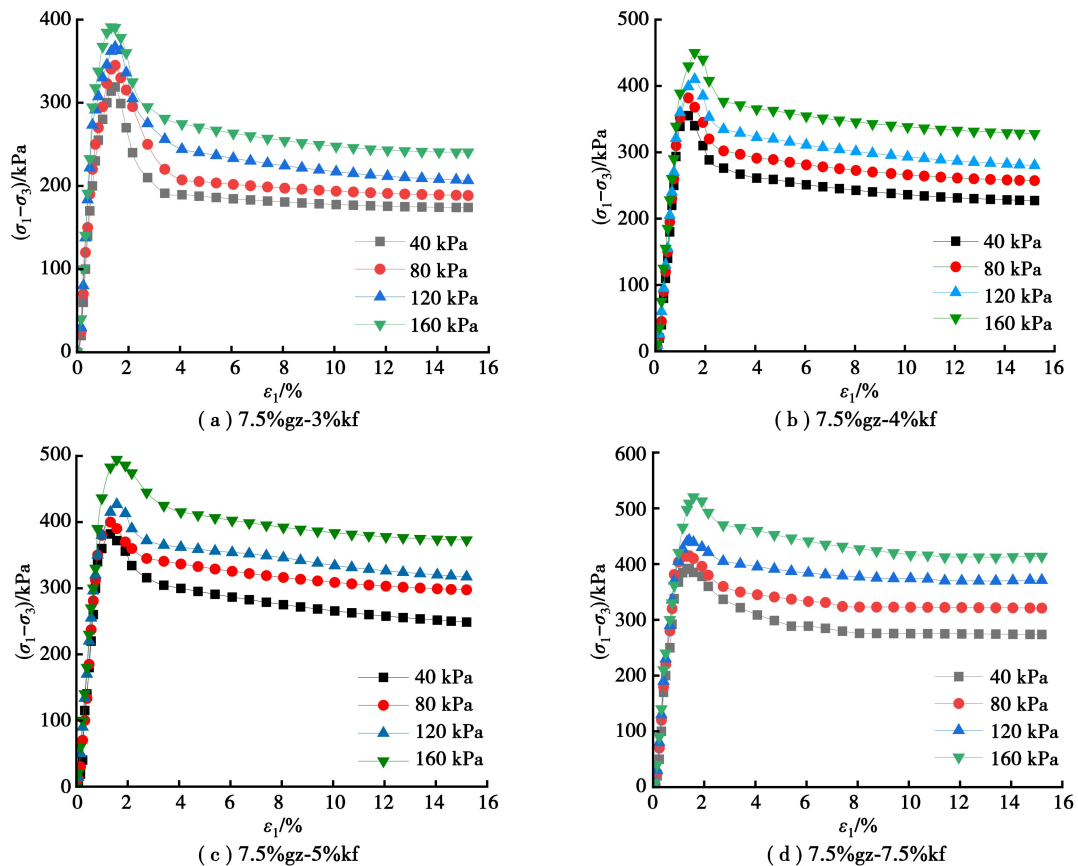


图 9 压实度 ($k=0.96$) 不变, 钢渣粉掺量为 7.5% 时, 不同矿粉掺量下的应力-应变曲线

Fig. 9 Stress-strain curves at different mineral powder dosages and 7.5% steel slag powder dosage with constant compaction ($k=0.96$)

其他情况均为应变硬化型。钢渣掺量、围压对应力-应变关系曲线具有显著影响。改良前后的三轴 CU 剪切试验结果显著不同, 改良后土样的抗剪强度更大, 且当钢渣掺量为 7.5% 时, 试样出现了应变软化现象, 这是由于钢渣中的氧化钙 (CaO) 与水反应生成氢氧化钙 ($\text{Ca}(\text{OH})_2$), 进一步与土壤中的硅酸盐和铝酸盐发生化学反应, 生成硅酸钙水合物和铝酸钙水合物等胶凝物质, 填充在土壤颗粒之间, 形成坚固的胶结网络结构, 极大地提高了土壤的抗剪强度^[24], 且在低围压时, 试样侧向约束较小, 易产生剪切破坏; 在高围压时, 试样侧向约束变大, 抵抗破坏的能力增强, 故呈应变硬化。同一围压下, 随着钢渣掺量的增大, 主应力差先增大后减小。这是由于钢渣掺入较多时, 钢渣分布比较集中, 造成水化反应不完全, 在土样中形成薄弱面, 从而使强度出现下滑^[25]。

同一钢渣掺量下, 随着围压的增大, 主应力差逐渐增大, 且越接近最优掺量, 主应力差随着围压增加的幅度越大。这是由于当钢渣掺量接近最优时, 所形成的土体骨架结构更为稳固, 摩擦角增大,

胶结作用显著, 整体强度提高。这些因素共同作用, 使得主应力差随着围压增加的幅度更大。

(2) 矿粉不同配比的应力-应变关系曲线

在钢渣最优掺量基础上, 分别采用 3%、4%、5%、7.5% 矿粉进行协同改良, 由图 9 可知, 经钢渣-矿粉协同改良后, 土样的应力-应变曲线均为应变软化型。同一矿粉掺量下, 随着围压的增大, 主应力差逐渐增大; 同一围压下, 随着矿粉掺量的增大, 主应力差逐渐增大, 矿粉掺量对主应力差影响很大, 究其原因是矿粉中的玻璃相 SiO_2 、 Al_2O_3 等在含水环境中会与钙离子 (Ca^{2+}) 发生火山灰反应, 生成更多的 C-S-H 凝胶^[26]。这些凝胶物质具有良好的胶结性, 能够进一步提高改良土的强度和稳定性, 同时矿粉的细小颗粒可以填充钢渣与土壤颗粒之间的孔隙, 减少土壤的孔隙率, 增加密实度, 从而使力学性能和强度提升。

2.2.3 不同钢渣、矿粉掺量下的抗剪强度指标

土体抗剪强度指标反映了土体抵抗剪切破坏的能力, 这一指标对于土木工程领域具有重要意义。摩尔-库伦破坏准则因能比较好地描述试验结

果而被岩土界广泛应用。其公式为:

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \sin\varphi + c \cos\varphi \quad (1)$$

式中: c 为黏聚力; φ 为内摩擦角。

大、小主应力可由三轴试验测得,通过式(1)来计算各土样的抗剪强度指标,此方法较为复杂。因此,陈祖煜^[27]对式(1)进行简化得到表达式为:

$$q = p \sin\varphi + c \cos\varphi \quad (2)$$

式中: $p = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}$; $q = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$ 。

使得 p 、 q 关系可由直线表达如图 10 所示。由公式(2)推导可得:

$$\varphi = \sin^{-1}(k) \quad (3)$$

$$c = \frac{b}{\cos\varphi} \quad (4)$$

式中: k 为斜率; b 为截距。

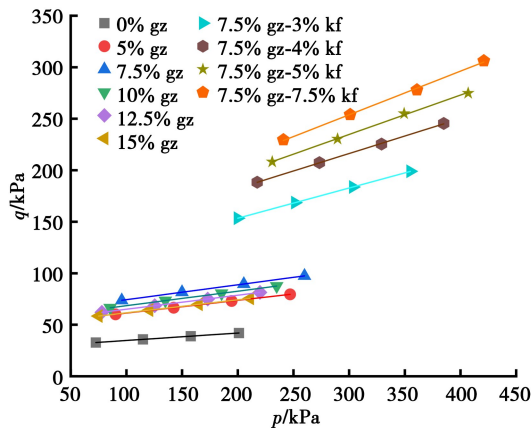


图 10 不同钢渣、矿粉掺量下的 p - q 曲线
Fig. 10 The p - q curves for different steel slag and mineral powder dosages

对不同钢渣、矿粉掺量下的土样三轴试验结果进行 p - q 关系曲线拟合,发现 p - q 关系曲线具有良好的线性关系。由图 10 可以看出,随着钢渣的加入,直线的斜率略微增大、而截距增加显著。随着矿粉的加入,直线的斜率和截距显著增大。通过式(3)(4)可得到黏聚力和内摩擦角值,具体见表 4。

由表 4 可知,钢渣或矿粉改良黄土-红层泥岩混合填料抗剪强度指标 c 、 φ 值相比原混合填料都有大幅提升。随着钢渣掺量的增加,内摩擦角、黏聚力先增大后减小。当钢渣掺量为 7.5% 时,土样的内摩擦角从 4.1° 增至 8.3°,增幅 102.44%。黏聚力从 27.51 kPa 增至 60.37 kPa,增幅为 119.45%。说明钢渣粉改良的最优配比为 7.5%,且黏聚力更敏感。随着矿粉掺量的增加,内摩擦角和黏聚力显著增大,当矿粉掺量从 0% 增加到

7.5% 时,土样的内摩擦角从 8.3° 增至 25.2°,增幅为 203.61%;黏聚力从 60.37 kPa 增至 140.19 kPa,增幅为 132.22%。说明从现有矿粉配比来看,矿粉-钢渣协同改良混合料时矿粉的最优配比为 7.5%,且内摩擦角更敏感。

表 4 不同掺量下土样的抗剪强度指标 ($k=0.96$)

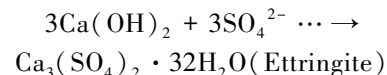
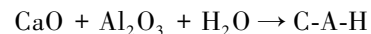
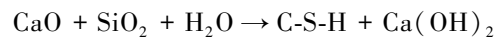
Table 4 Shear strength index of soil samples at different dosages ($k=0.96$)

土样	内摩擦角 $\varphi/(\circ)$	$p_c/$ %	黏聚力 c/kPa	$p_c/$ %
0% gz	4.1	—	27.51	—
5% gz	7.1	42.25	49.22	78.92
7.5% gz	8.3	50.60	60.37	119.45
10% gz	8.1	49.38	54.87	99.45
12.5% gz	7.8	47.44	51.91	88.70
15% gz	7.2	43.06	49.29	79.17
7.5% gz-3% kf	17.1	106.02	98.88	63.79
7.5% gz-4% kf	19.9	139.76	121.42	101.13
7.5% gz-5% kf	22.3	168.67	130.27	115.79
7.5% gz-7.5% kf	25.2	203.61	140.19	132.22

注:对于钢渣粉改良, $p_\varphi = \frac{\varphi - \varphi_{0\%gz}}{\varphi_{0\%gz}} \times 100\%$; 对于矿粉-钢渣协同改良, $p_\varphi = \frac{\varphi - \varphi_{7.5\%gz}}{\varphi_{7.5\%gz}}$ 。

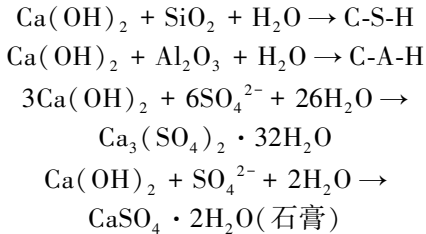
2.2.4 钢渣、矿粉的改良机理分析

钢渣呈颗粒状,具有较高的密度(约 2.5~3.0 g/cm³)和优良的耐久性。其化学活性相对较高,且含有一定的碱性物质,具有较好的水化性和胶结性。在黄土-红层泥岩混合填料中添加钢渣粉后,其与土壤中的水分、钙离子等发生反应,生成水化硅酸钙(C-S-H)、水化铝酸钙(C-A-H)、钙矾石(Ettringite)等水硬性的水化物。



同时使用钢渣与矿粉改良混合填料,可以显著提升填料的性能,主要表现在以下几个方面:①增强反应活性:矿粉中的 SiO₂ 和 Al₂O₃ 与钢渣中释放的 Ca(OH)₂ 共同反应,提高了胶结材料的生成效率和强度。②促进生成物的多样性:两者的组合产生了一系列具有良好性能的水化产物,如水化硅酸钙(C-S-H)和水化铝酸钙(C-A-H),进一步增强了土体的力学性能。③化学稳定性:矿粉中的成分

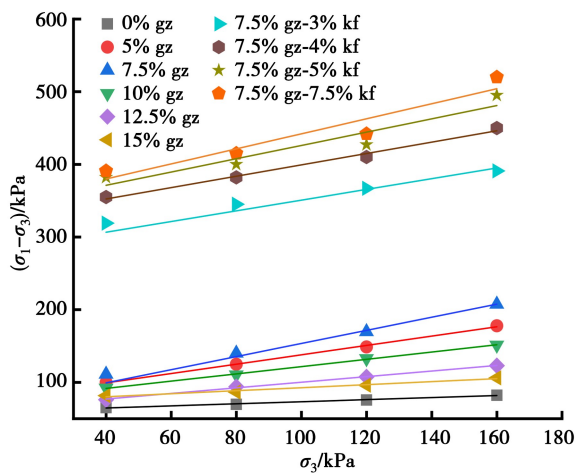
有助于降低土体的渗透性,增强土体的耐久性,并提供更好的抗压能力。另外,由于红层泥岩是硫酸盐渍土,富含 SO_4^{2-} ,因此会形成石膏 ($CaSO_4 \cdot 2H_2O$),进一步增强土体的抗压强度和耐久性。



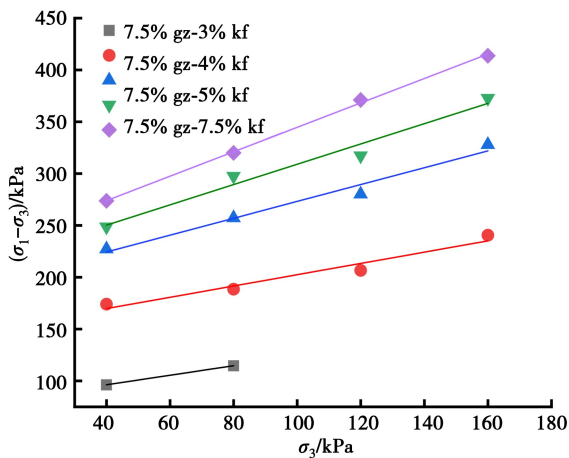
3 改良前后土样的本构模型研究

3.1 强度与围压的关系

通过进行不同钢渣、矿粉掺量土样在不同围压下的三轴 CU 试验,对应力-应变曲线进行分析,可以得到相应的峰值、残余强度以及峰值强度对应的应变。分别建立上述强度随围压变化的关系曲线,如图 11 所示,并进行线性拟合,拟合结果见表 5。



(a) 峰值强度与围压的关系



(b) 残余强度与围压的关系

图 11 强度与围压的关系

Fig. 11 Relationship between strength and perimeter pressure

由图 11 可知,土样的峰值强度、残余强度均与围压,钢渣、矿粉掺量密切相关。随着钢渣、矿粉的加入,其峰值强度、残余强度均得到明显提升,其中矿粉对两者强度提升的效果尤为显著。对于同一掺量的土样,峰值强度、残余强度随围压增大不断增大;对于同一围压的土样,钢渣在 7.5% 掺量时,峰值强度最大,而矿粉的峰值强度、残余强度随其掺量的增大而不断增大。

由表 5 可知:不同钢渣、矿粉掺量的土样,其土样峰值强度、残余强度与围压之间的关系均表现为线性正相关,拟合系数 R^2 均大于 0.9。钢渣掺量越接近 7.5%,拟合直线的斜率越大;矿粉掺量越大,拟合直线斜率越大。这说明:相同的围压增量下,其土样的峰值强度、残余强度增长幅度越大。

表 5 不同钢渣、矿粉掺量下的强度-围压关系

Table 5 Strength-perimeter pressure relationship for different steel slag and mineral powder dosages

强度	土样	斜率	截距	R^2
峰值 强度	0% gz	0.143	58.90	0.993
	5% gz	0.644	73.35	0.998
	7.5% gz	0.903	63.10	0.995
	10% gz	0.500	71.53	0.998
	12.5% gz	0.385	61.50	0.997
	15% gz	0.208	71.80	0.979
	7.5% gz-3% kf	0.738	277.00	0.969
	7.5% gz-4% kf	0.783	321.00	0.990
	7.5% gz-5% kf	0.915	334.50	0.908
	7.5% gz-7.5% kf	1.035	338.50	0.910
残余 强度	7.5% gz	0.460	77.80	1
	7.5% gz-3% kf	0.544	147.98	0.958
	7.5% gz-4% kf	0.813	191.85	0.976
	7.5% gz-5% kf	0.979	211.10	0.972
	7.5% gz-7.5% kf	1.178	226.85	0.999

3.2 基于邓肯-张模型的硬化曲线研究

邓肯-张模型是邓肯等人在 Kondner 提出的双曲线应力-应变关系基础上建立的本构模型:

$$\frac{\varepsilon}{\sigma_1 - \sigma_3} = a + b\varepsilon \quad (5)$$

式中: a 为截距; b 为斜率。

将图 8 的应力-应变关系曲线用双曲线模型拟合如图 12 所示,根据图 12 可以得到邓肯-张模

型参数 a 、 b 的值见表 6 所示。将表 6 的值代入邓肯-张模型可以得到其拟合曲线如图 13(a)~(f)。

可以看出钢渣改良混合填料的应力-应变关系曲线符合双曲线模型。

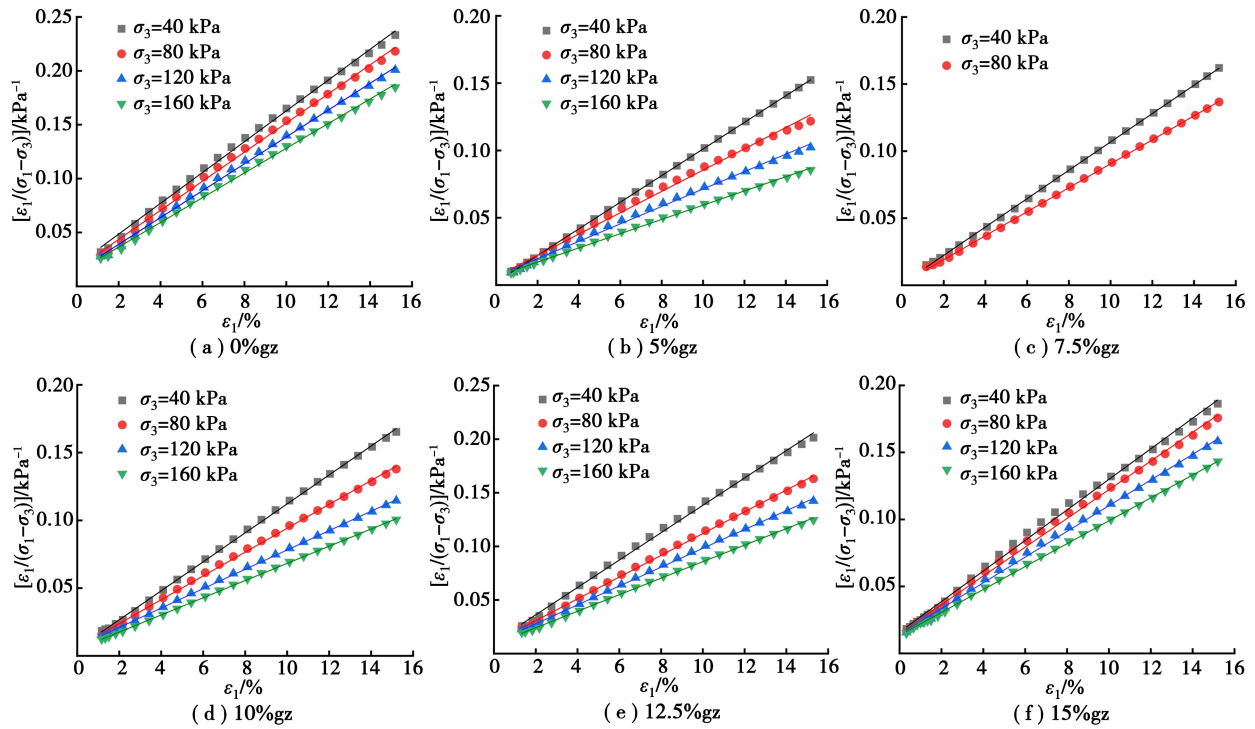


图 12 $\frac{\varepsilon}{(\sigma_1 - \sigma_3)} - \varepsilon$ 关系曲线

Fig. 12 The $\frac{\varepsilon}{(\sigma_1 - \sigma_3)} - \varepsilon$ relation curves

表 6 邓肯-张模型参数

Table 6 Parameters of the Duncan-Chang model			
土样	围压/kPa	a	b
0% gz	40	0.019 82	0.014 29
	80	0.016 49	0.013 5
	120	0.013 99	0.012 46
	160	0.013 47	0.011 46
	40	0.002 17	0.009 89
5% gz	80	0.006 22	0.007 91
	120	0.006 59	0.006 47
	160	0.006 39	0.005 29
	120	0.001 81	0.005 78
	160	0.003 73	0.004 59
7.5% gz	40	0.005 2	0.010 69
	80	0.006 11	0.008 8
	120	0.006 63	0.00715
10% gz	160	0.004 77	0.006 34

续表 6

土样	围压/kPa	a	b
12.5% gz	40	0.010 55	0.012 77
	80	0.010 31	0.010 16
	120	0.010 22	0.008 79
	160	0.008 62	0.007 71
15% gz	40	0.015 9	0.011 4
	80	0.014 89	0.010 72
	120	0.014 34	0.009 59
	160	0.013 5	0.008 54

3.3 基于沈珠江模型的软化曲线研究

由于邓肯-张模型只适用于应变硬化型曲线的研究,沈珠江提出了推广双曲线模型^[28],可以用来研究应变软化型曲线,即:

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \frac{\varepsilon_1(l + n\varepsilon_1)}{(l + m\varepsilon_1)^2} \quad (6)$$

模型参数 l 、 m 、 n 可由下列峰值强度 $(\sigma_1 - \sigma_3)_f$ 、残余强度 $(\sigma_1 - \sigma_3)_r$ 及峰值应变 ε_{1f} 公式

(7)–(9)求得:

$$(\sigma_1 - \sigma_3)_f = \frac{1}{4(m - n)} \quad (7)$$

$$(\sigma_1 - \sigma_3)_r = \frac{n}{m^2} \quad (8)$$

$$\varepsilon_{lf} = \frac{l}{m - 2n} \quad (9)$$

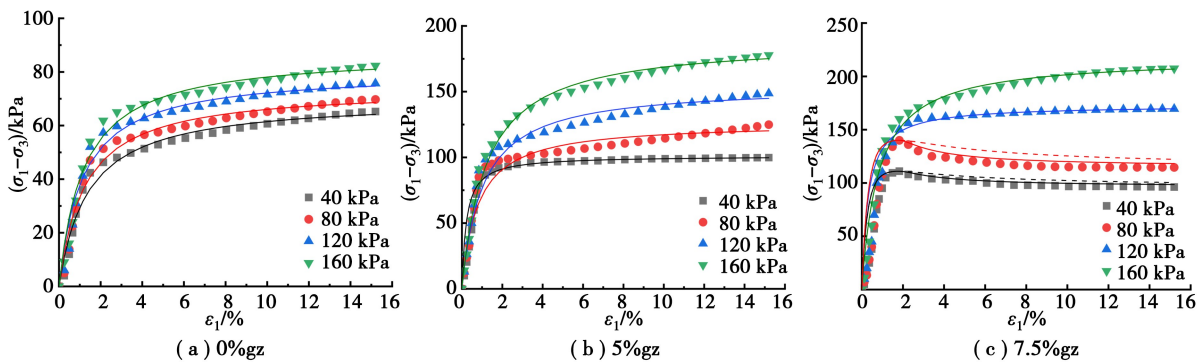
通过式(7)–(9)对应变软化结果进行求解,会求出两个解(l_1, m_1, n_1)、(l_2, m_2, n_2),具体见表 7。利用公式(6)即可求出应力-应变曲线。因为

通过负解(解 1)得到的偏差应力会在应变较小时呈负值,所以许多学者^[20,29]选择将负解舍去,直接用正解(解 2)求解。本文先通过正解直接求得应力-应变拟合曲线,如图 13 虚线所示。由图 13 可知,此时求得的拟合曲线与试验值相差甚远,特别是在应变软化阶段,无法准确拟合应力骤减的过程,且残余应力的拟合值远远大于试验值,故本文将结合负解与正解分阶段拟合,具体做法如下:应力上升阶段采用正解进行拟合,应力下降阶段采用负解进行拟合,由于在正负衔接处即($\varepsilon = \varepsilon_{lf}$),正

表 7 沈珠江模型拟合参数

Table 7 Shen Zhujiang model fitting parameters

土样	围压/kPa	解 1			解 2		
		l_1	m_1	n_1	l_2	m_2	n_2
7.5%gz	40	-0.004 73	0.007 095	0.004 843	0.002 2	0.003 3	0.001 047
	80	-0.004 84	0.006 222	0.004 436	0.001 948	0.002 505	0.000 719
7.5%gz-3%kf	40	-0.004 8	0.004 81	0.004 026	0.000 935	0.000 936	0.000 153
	80	-0.004 43	0.004 439	0.003 714	0.000 864	0.000 866	0.000 141
	120	-0.003 94	0.004 02	0.003 339	0.000 803	0.000 82	0.000 139
	160	-0.002 78	0.003 368	0.002 729	0.000 65	0.000 789	0.000 15
7.5%gz-4%kf	40	-0.002 79	0.003 522	0.002 818	0.000 698	0.000 88	0.000 176
	80	-0.002 31	0.003 055	0.002 401	0.000 629	0.000 833	0.000 178
	120	-0.002 46	0.002 788	0.002 179	0.000 69	0.000 78	0.000 171
	160	-0.001 9	0.002 319	0.001 764	0.000 598	0.000 731	0.000 175
7.5%gz-5%kf	40	-0.002 51	0.003 198	0.002 544	0.000 645	0.000 823	0.000 168
	80	-0.001 7	0.002 531	0.001 906	0.000 557	0.000 83	0.000 205
	120	-0.001 9	0.002 375	0.001 789	0.000 621	0.000 778	0.000 192
	160	-0.001 57	0.002 008	0.001 502	0.000 529	0.000 675	0.000 17
7.5%gz-7.5%kf	40	-0.002 19	0.002 83	0.002 193	0.000 638	0.000 823	0.000 185
	80	-0.001 54	0.0	0.001 697	0.000 548	0.000 816	0.000 214
	120	-0.001 07	0.001 89	0.001 326	0.000 457	0.000 805	0.000 24
	160	-0.001 25	0.001 756	0.001 275	0.000 473	0.000 662	0.000 181



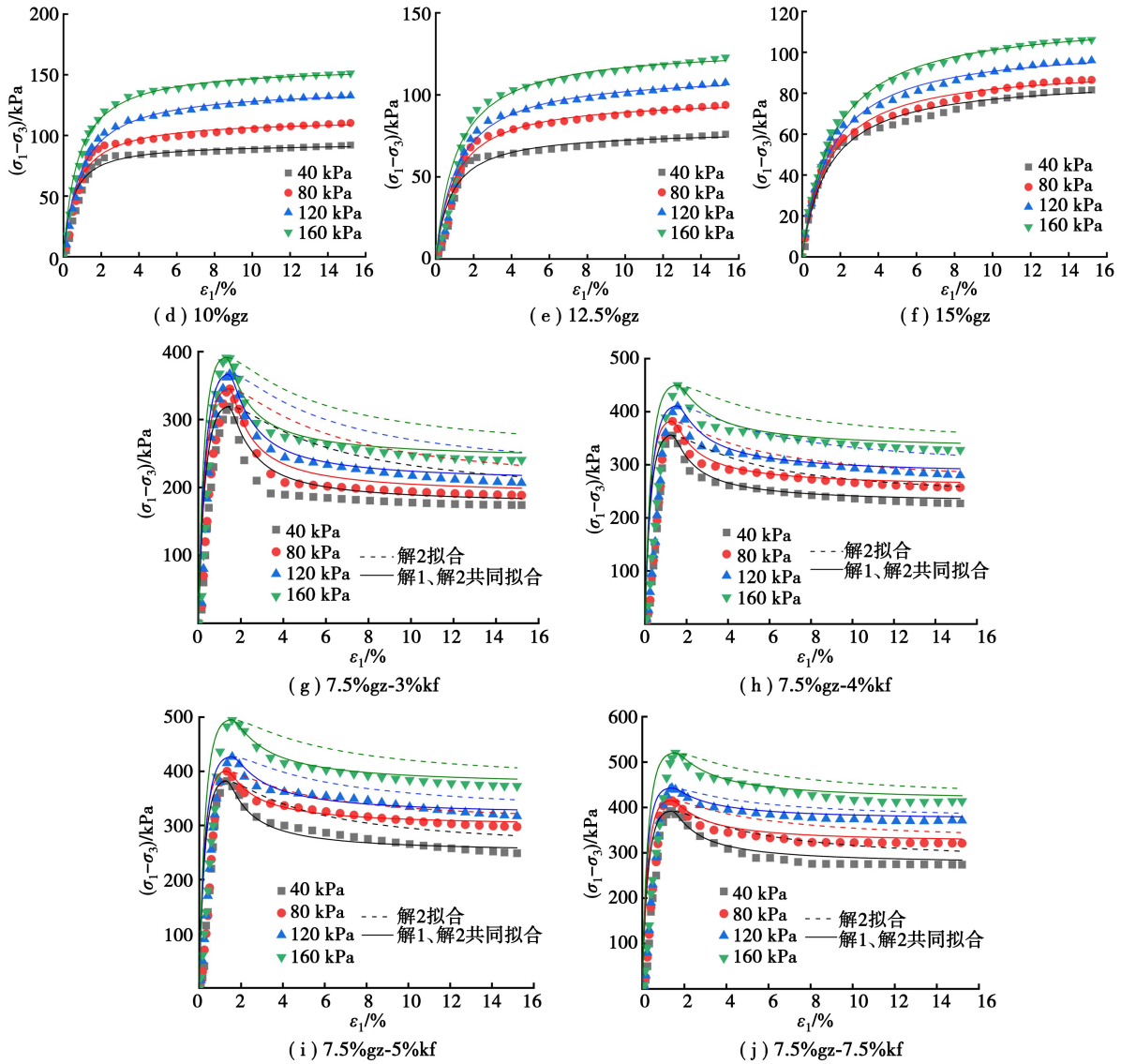


图 13 不同钢渣、矿粉掺量改良土拟合图

Fig. 13 Fitted plot of amended soil with different steel slag and mineral powder dosages

解、负解所得应力相等,再由 Origin 软件对所有数据采用样条曲线拟合,即可保障曲线光滑连续、曲率不突变,具体拟合结果如图 13 实线所示,由图 13 可知:分阶段拟合效果明显良好,且优于正解拟合效果。

综上所述:对于钢渣、矿粉改良土的应变软化曲线,沈珠江推广双曲线模型结合正解、负解分阶段拟合可以较为准确拟合其发展趋势。

4 邓肯-张模型参数研究

4.1 不同钢渣掺量下破坏比 R_f 值的确定

在常规三轴试验中,由于 $d\sigma_2 = d\sigma_3 = 0$,所以切线模量为

$$E_t = \frac{d(\sigma_1 - \sigma_3)}{d\varepsilon_1} = \frac{a}{(a + b\varepsilon_1)^2} \quad (10)$$

在试验的起始点, $\varepsilon_1 = 0, E_t = E_i$,则起始变形模量: $E_i = 1/a$ 。

由于图 12 中应力-应变关系曲线近似双曲线关系,故取定应变值为 $(\sigma_1 - \sigma_3)_f$,定义

$$R_f = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)_f}{(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}} = b \times (\sigma_1 - \sigma_3)_f \quad (11)$$

计算结果见表 8。由表 8 可以看出:破坏比 R_f 随钢渣掺量增加在 (0.895, 0.983) 内波动。

4.2 不同钢渣掺量下 n, K 值的确定

如果绘出 $\lg(E_t/P_a)$ 与 $\lg(\sigma_3/P_a)$ 的关系图,则可有发现二者近似呈直线关系,如图 14 所示,直线方程为:

$$\lg(E_t/P_a) = \lg K + n \lg(\sigma_3/P_a) \quad (12)$$

式中: $P_a = 101.4 \text{ kPa}$; K, n 为试验常数。由表 8 和图 14 关系曲线,可以看出 n 值随着钢渣掺量先减

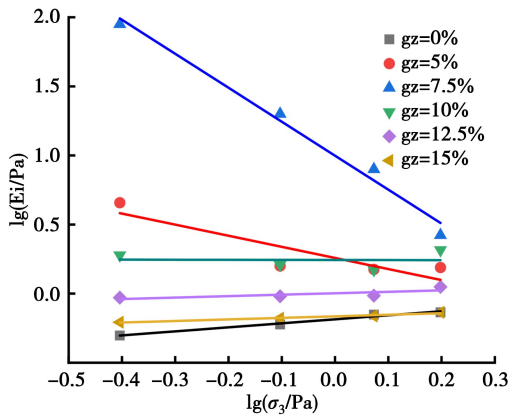


图 14 钢渣掺量 $\lg(E_i/P_a) - \lg(\sigma_3/P_a)$ 关系曲线

Fig. 14 Relationship curves of steel slag dosage $\lg(E_i/P_a) - \lg(\sigma_3/P_a)$

小后增大,在 7.5%掺量下达到最小。 K 值随着钢渣掺量先增大后减小,在 7.5%钢渣掺量下达到最大。

采用非线性方程对不同钢渣掺量下的 n 值进行拟合,如图 15 所示,发现 n 值与钢渣掺量呈 Gauss 曲线关系,相关系数为 0.996,拟合公式为:

$$n = 0.17 - 2.9e^{2 \times \left(\frac{x-6.922}{2.6}\right)^2} \quad (13)$$

用非线性方程对不同钢渣掺量下的 K 值进行拟合,如图 16 所示,发现 K 值与钢渣掺量呈 Gauss 曲线关系,相关系数为 0.981,拟合公式见式(14)。

$$K = 0.274 + 1.119e^{-2 \times \left(\frac{x-7.491}{3.424}\right)^2} \quad (14)$$

表 8 不同钢渣、矿粉掺量下邓肯-张模型参数

Table 8 Parameters of the Duncan-Chang model with different steel slag and mineral powder dosages

土样	R_f				n	K
	$\sigma_3 = 40$ kPa	$\sigma_3 = 80$ kPa	$\sigma_3 = 120$ kPa	$\sigma_3 = 160$ kPa		
0%gz	0.972	0.950	0.939	0.973	0.291	0.214
5%gz	0.895	0.932	0.976	0.946	-0.802	0.658
7.5%gz	-	-	0.983	0.934	-2.457 9	1.398
10%gz	0.927	0.904	0.958	0.914	-0.005 9	0.643
12.5%gz	0.910	0.912	0.954	0.933	0.104	0.402
15%gz	0.956	0.957	0.950	0.966	0.112	0.235

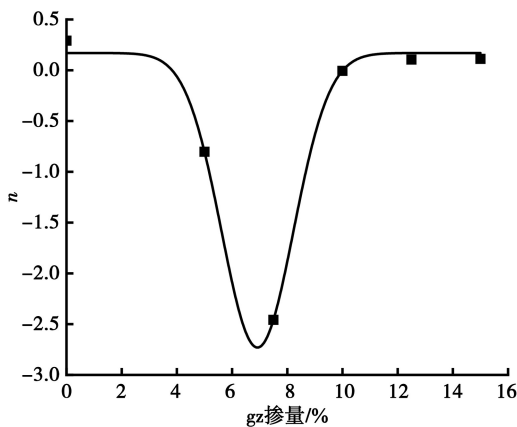


图 15 n -gz 掺量关系曲线

Fig. 15 The n -gz dosage relationship curve

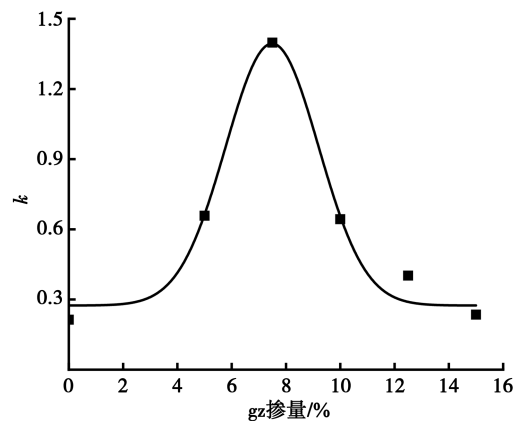


图 16 K -gz 掺量关系曲线

Fig. 16 The K -gz dosage relationship curve

5 结论

(1) 当混合填料中黄土:红层泥岩的质量比为 1:3 时最大干密度最大,最大干密度为 1.87 g/cm^3 。表明适量的黄土掺入,可以提高红层泥岩填料的密实度,有利于压实。钢渣、矿粉掺入量均为 7.5% 时,改良填料的抗剪强度达到最大值。

(2) 随着钢渣、矿粉的掺入,混合填料的应力-应变关系曲线由硬化型变为软化型。钢渣改良除最优掺量外,其应力-应变关系曲线均呈应变硬化,经验证,其符合邓肯-张模型发展规律;而矿粉改良试样应力-应变曲线呈应变强软化,沈珠江推广双曲线模型常用的拟合方法偏差过大,本文通过采用正解、负解分阶段对试验曲线进行拟合,使得沈珠江推广双曲线模型可以很好的拟合应变强软化

曲线。

(3)钢渣改良土的邓肯-张模型参数破坏比 R_f 在区间(0.895,0.983)内波动。随着钢渣的掺量的增加,改良土样的 n 值先减小后增大, K 值先增大后减小, n 值、 K 值变化规律均与 *Gauss* 曲线吻合,相关性良好。

参考文献(References)

- [1] 郭永春,谢强,文江泉.我国红层分布特征及主要工程地质问题[J].水文地质工程地质,2007(6):67-71. (Guo Yong Chun, Xie Qiang, Wen Jiangquan. Red beds distribution and engineering geological problem in China [J]. Hydrogeology and Engineering Geology, 2007(6): 67-71. (in Chinese))
- [2] 程强,寇小兵,黄绍槟,等.中国红层的分布及地质环境特征[J].工程地质学报,2004,12(1):34-40. (Cheng Qiang, Kou Xiaobing, Huang Shaobin, et al. The distributes and geologic environment characteristics of red beds in China [J]. Journal of Engineering Geology, 2004, 12(1): 34-40. (in Chinese))
- [3] 郭永春,赵峰先,闫圣龙,等.红层泥岩三轴膨胀力的试验研究[J].水文地质工程地质,2022,49(3):87-93. (Guo Yongchun, Zhao Fengxian, Yan Shenglong, et al. An experimental study of the triaxial expansion force of red bed mudstone [J]. Hydrogeology & Engineering Geology, 2022, 49(3): 87-93. (in Chinese))
- [4] 徐华,周廷宇,王歆宇,等.川藏铁路红层改良路基填料压缩试验与颗粒流模拟研究[J].岩土力学,2021,42(8):2259-2268. (Xu Hua, Zhou Tingyu, Wang Xinyu, et al. Compression test and numerical simulation research on improved red beds subgrade fillers in Sichuan-Tibet Railway [J]. Rock and Soil Mechanics, 2021, 42(8): 2259-2268. (in Chinese))
- [5] 蔺鹏杰,赵丽娜,范文晓.含水率对红层泥岩填料剪切强度与小应变刚度影响研究[J].铁道科学与工程学报,2024,21(12):5071-5079. (Lin Pengjie, Zhao Lina, Fan Wenxiao. Effect of water content on red mudstone's shear strength and small strain stiffness as subgrade fill material [J]. Journal of Railway Science and Engineering, 2024, 21(12): 5071-5079. (in Chinese))
- [6] 简文星,殷坤龙,马昌前,等.万州侏罗纪红层软弱夹层特征[J].岩土力学,2005(6):901-905,914. (Jian Wenxing, Yin Kunlong, Ma Changqian, et al. Characteristics of incompetent beds in Jurassic red clastic rocks in Wanzhou [J]. Rock and Soil Mechanics, 2005(6): 901-905, 914. (in Chinese))
- [7] 陈康,刘先峰,袁胜洋,等.含水率对红层泥岩填料刚度劣化特性及微观结构影响研究[J].岩土力学,2024(7):1-11. (Chen Kang, Liu Xianfeng, Yuan Shengyang, et al. Effect of water content on stiffness degradation and microstructure of red mudstone fill material [J]. Rock and Soil Mechanics, 2024(7): 1-11. (in Chinese))
- [8] 高中南,王谦,赵乘程,等.制样拌和方法对木质素纤维改良黄土强度的影响[J].地震工程学报,2021,43(4):930-934. (Gao Zhongnan, Wang Qian, Zhao Chengcheng et al. Effect of mixing method of sample preparation on the strength of loess improved by lignin fiber [J]. China Earthquake Engineering Journal, 2021, 43(4): 930-934. (in Chinese))
- [9] 徐鹏,蒋关鲁,任世杰,等.红层泥岩及其改良填料路基动力响应试验研究[J].岩土力学,2019,40(2):678-683,692. (Xu Peng, Jiang Guanlu, Ren Shijie, et al. Experimental study of the dynamic response of subgrade with red mudstone and improved red mudstone [J]. Rock and Soil Mechanics, 2019, 40(2): 678-683, 692. (in Chinese))
- [10] 祝艳波,余宏明,杨艳霞,等.红层泥岩改良土特性室内试验研究[J].岩石力学与工程学报,2013,32(2):425-432. (Zhu Yanbo, Yu Hongming, Yang Yanxia, et al. Indoor experimental research on characteristics of improved red mudstone [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2013, 32(2): 425-432. (in Chinese))
- [11] 余云燕,丁小刚,黄志勤.粉煤灰改良红层泥岩填料静三轴试验研究[J].地下空间与工程学报,2024,20(3):838-847. (Yu Yunyan, Ding Xiaogang, Huang Zhiqin. Experimental study on static triaxial test of fly ash modified red mudstone filler [J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2024, 20(3): 838-847. (in Chinese))
- [12] 孙银磊,余川,廖磊,等.钢渣粉固化改良膨胀性黏土机理研究[J].水文地质工程地质,2025,52(1):113-129. (Sun Yinlei, Yu Chuan, Liao Lei, et al. Research on the mechanism of steel slag powder curing and improving expansive clay soil [J]. Hydrogeology & Engineering Geology, 2025, 52(1): 113-129. (in Chinese))
- [13] 朱彦鹏,栗慧,杨校辉,等.黄土改良红砂岩的试验及路用性能研究[J].水利与建筑工程学报,2017,15(6):12-15. (Zhu Yanpeng, Li Huijun, Yang Xiaohui, et al. Experimental study on mixing red sandstone with loess and its performance [J]. Journal of Water Resources and Architectural Engineering, 2017, 15(6): 12-15. (in Chinese))
- [14] Mozejko C A, Francisca F M. Enhanced mechanical behavior of compacted clayey silts stabilized by reusing steel slag [J]. Construction and Building Materials, 2020, 239: 117901.

- [15] 柴石玉, 张凌凯. 干湿-冻融循环对碱激发粉煤灰-矿粉改性膨胀土力学特性的损伤机理研究[J]. 工程力学, 2024, (11): 157-167. (Chai Shiyu, Zhang Lingkai. Study on damage mechanism of alkali-activated fly ash mineral powder modified expansive soil under drying wetting freezing-thawing cycles [J]. Engineering Mechanics, 2024, (11): 157-167. (in Chinese))
- [16] 王智猛, 蒋关鲁, 魏永幸. 红层泥岩土邓肯-张模型参数试验研究[J]. 路基工程, 2009(6): 52-54. (Wang Zhimeng, Jiang Guanlu, Wei Yongxing. Experimental study on the parameters of Duncan-Zhang model for red bedded mudstone soils [J]. Roadbed Engineering, 2009(6): 52-54. (in Chinese))
- [17] 王金淑, 吴光, 潘岳, 等. 基于改进Mindlin解的自平衡试桩基底沉降计算[J]. 地下空间与工程学报, 2019, 15(增1): 92-99. (Wang Jinshu, Wu Guang, Pan Yue, et al. A Settlement Computation of the O-cell Pile Foundation Based on the Improved Mindlin Solution [J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2019, 15(Sup. 1): 92-99. (in Chinese))
- [18] 罗崇亮, 余云燕, 包得祥, 等. 基于三轴试验红层泥岩的邓肯-张模型参数研究[J]. 地震工程学报, 2019, 41(2): 436-444. (Luo Chongliang, Yu Yunyan, Bao Dexiang, et al. Duncan-Chang model parameters of red mudstone based on triaxial test [J]. China Earthquake Engineering Journal, 2019, 41(2): 436-444. (in Chinese))
- [19] 陈筠, 张瑶丹, 滑舸, 等. 碱处理红黏土应力应变关系研究[J]. 地下空间与工程学报, 2022, 18(1): 136-146. (Chen Jun, Zhang Yaodan, Hua Ge, et al. Study on stress-strain relationship of alkali-treated red clay [J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2022, 18(1): 136-146. (in Chinese))
- [20] 余云燕, 崔文豪, 罗崇亮, 等. 红层泥岩填料的力学特性及本构模型研究[J]. 地震工程学报, 2024, 46(1): 1-9. (Yu Yunyan, Cui Wenhao, Luo Chongliang, et al. Mechanical properties and intrinsic modeling of red bedded mudstone fill [J]. China Earthquake Engineering Journal, 2024, 46(1): 1-9. (in Chinese))
- [21] 王丽艳, 曹晓婷, 王炳辉, 等. 基于钢渣+橡胶颗粒的新型填料抗剪强度特性试验[J]. 中国公路学报, 2018, 31(5): 34-41, 73. (Wang Liyan, Cao Xiaoting, Wang Binghui, et al. Experiment on shear strength characteristics of new filler based on steel slag rubber particles [J]. China Journal of Highway, 2018, 31(5): 34-41, 73. (in Chinese))
- [22] 中华人民共和国交通运输部. 公路土工试验规程(JTG 3430-2020) [S]. 北京: 人民交通出版社, 2020 (Ministry of Transportation and Communications of the People's Republic of China. Geotechnical test specification for highway (JTG 3430-2020) [S]. Beijing: People's Transportation Press, 2020. (in Chinese))
- [23] 中华人民共和国交通运输部. 公路工程无机结合料稳定材料试验规程(JTG 3441-2024) [S]. 北京: 人民交通出版社, 2024. (Ministry of Transportation and Communications of the People's Republic of China. Test specification for inorganic binding material stabilizing material for highway engineering (JTG 3441-2024) [S]. Beijing: People's Transportation Press, 2024. (in Chinese))
- [24] 张浩, 刘秀玉, 刘影. XRD与SEM的钢渣尾渣物理激发机理研究[J]. 光谱学与光谱分析, 2019, 39(3): 937-941. (Zhang Hao, Liu Xiuyu, Liu Ying. Study on physical excitation mechanism of steel slag tailings by XRD and SEM [J]. Spectroscopy and Spectral Analysis, 2019, 39(3): 937-941. (in Chinese))
- [25] 柴石玉, 张凌凯. 碱激发粉煤灰-钢渣粉协同固化膨胀土力学特性与微观机理研究[J]. 材料导报, 2023, 37(增1): 269-276. (Chai Shiyu, Zhang Lingkai. Mechanical Properties and Mechanism Analysis of Expansive Soil Solidified by Alkali-activated Fly Ash and Steel Slag Powder [J]. Materials Reports, 2023, 37(Sup. 1): 269-276. (in Chinese))
- [26] 刘路明. 微膨胀超高性能混凝土的配制和性能及工程应用[D]. 长沙: 湖南大学, 2024. (Liu Luming. Investigation on preparation, properties, and application of expansive UHPC [D]. Changsha: Hunan University, 2024. (in Chinese))
- [27] 陈祖煜. 土质边坡稳定分析原理·方法·程序[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2003. (Chen Zuyu. Soil Slope Stability Analysis [M]. Beijing: China Water Resources and Hydropower Press, 2003. (in Chinese))
- [28] 沈珠江. 考虑剪胀性的土和石料的非线性应力应变模式[J]. 水利水运科学研究, 1986(4): 1-14. (Shen Zhujiang. A nonlinear dilatant stress-strain model for soils and rock materials [J]. Hydro-Science and Engineering, 1986(4): 1-14. (in Chinese))
- [29] 聂如松, 董俊利, 程龙虎, 等. 重载铁路基床填料低围压静三轴试验研究[J]. 铁道科学与工程学报, 2019, 16(11): 2707-2715. (Nie Rusong, Dong Junli, Cheng Longhu, et al. The study on a static triaxial test of heavy haul railway filler of subgrade roadbed under low confining pressure [J]. Journal of Railway Science and Engineering, 2019, 16(11): 2707-2715. (in Chinese))