

DOI: 10.20174/j.juse.2026.02.09

# 粒组缺失砂质黏性紫色土双曲线本构模型研究

覃永富, 梅立奎, 田如梦, 李贤, 汪时机

(西南大学 工程技术学院, 重庆 400715)

**摘要:** 砂质黏性紫色土极易在降雨、库水涨落等水力侵蚀作用下出现颗粒级配变化, 致使其强度改变。为揭示砂质黏性紫色土在不同粒组缺失效应下的强度特性规律, 开展5种不同粒组的饱和砂质黏性紫色土固结排水三轴剪切试验, 并引入分形维数量化不同粒径物性, 得到不同粒组紫色土的强度特性与分形维数的联系。结果表明: (1) 不同粒组缺失效应下土抗剪强度指标中的内摩擦角无明显变化, 但黏聚力与分形维数呈双曲线关系; (2) 不同粒组初始切线模量受围压和分形维数共同影响, 其中参数  $n$  与分形维数存在二次函数关系; (3) 低围压下, 不同粒组的应力-应变关系差异较为明显, 随着围压的增加, 其应力-应变特征趋于一致; (4) 拟合黏聚力-分形维数双曲线方程, 基于邓肯-张  $E-v$  模型建立不同粒组缺失效应下的饱和砂质黏性紫色土非线性弹性双曲线本构模型, 并对模型的有效性进行了验证。

**关键词:** 紫色土; 粒组缺失; 分形维数; 双曲线本构模型

中图分类号: TU41

文献标识码: A

文章编号: 1673-0836(2026)02-0471-10

## Study on the Hyperbolic Constitutive Model of Sandy Clay Purple Soil with Missing Grain Group

Qin Yongfu, Mei Likui, Tian Rumeng, Li Xian, Wang Shiji

(College of Engineering Technology, Southwest University, Chongqing 400715, P. R. China)

**Abstract:** The sandy clayey purple soil is susceptible to alterations in particle size distribution due to hydraulic erosion, such as rainfall and fluctuations in reservoir water levels. These changes can affect the soil's strength. To elucidate the strength characteristics of sandy clayey purple soil in the influence of the absence of different particle groups, consolidated drained triaxial shear tests of saturated sandy clayey purple soil with five distinct particle groups were conducted. The fractal dimension was employed to quantify the physical properties of varying particle sizes. The relationship between the strength characteristics of purple soil with different particle groups and the fractal dimension was obtained. The results show that: (1) There is no significant change in the internal friction angle of the soil shear strength index under the missing effect of different grain groups, but the cohesion and fractal dimension show a hyperbolic relationship; the initial tangent modulus of different grain groups is affected by confining pressure and fractal dimension, and there is a quadratic function relationship between parameter  $n$  and fractal dimension. Under low confining pressure, the stress-strain relationship of different grain groups is obviously different. With the increase of confining pressure, the stress-strain characteristics tend to be consistent. (2) Based on the Duncan-Chang  $E-v$  model, the nonlinear elastic hyperbolic constitutive model of saturated sandy clayey purple soil under the effect of different particle groups is established by fitting the cohesion-

收稿日期: 2025-06-18 (修改稿)

作者简介: 覃永富 (1996—), 男, 重庆人, 硕士, 主要从事水土力学与岩土工程方面的研究。

E-mail: qin212418@126.com

通讯作者: 汪时机 (1977—), 男, 安徽安庆人, 博士, 教授, 博士生导师, 主要从事岩土力学方面的教学科研工作。

E-mail: shjwang@swu.edu.cn

基金项目: 国家自然科学基金 (11972311); 重庆英才计划“包干制”项目 (cstc2024ycjh-bgzxm0054); 重庆市自然科学基金 (CSTB2022NSCQ-MSX0317); 西南大学创新研究 2035 先导计划 (SWU-XDPY22003)

fractal dimension hyperbolic equation, and the validity of the model is verified.

**Keywords:** purple soil; absence of grain composition; fractal dimension; hyperbolic constitutive model

## 0 引言

紫色土是由紫色沉积岩发育而成的一类高生产力岩性土,集中分布于长江中上游地区,是中国西南山区主要的土壤资源之一<sup>[1]</sup>。紫色土具有物理风化强烈、结构松散、抗侵蚀性差等特点<sup>[2]</sup>。同时,三峡库区地处降雨丰富的亚热带地区,季节性降雨频繁,干湿交替作用剧烈,致使紫色土孔隙结构发生改变、团聚体分散、部分颗粒径流迁移、土体结构完整性丧失<sup>[3]</sup>,引发大量土壤侵蚀、水土流失和滑坡等地质灾害,给人民生产生活和经济发展造成极大损失<sup>[4]</sup>。因此,开展粒组缺失效应下紫色土的强度研究及其相关理论模型研究,在工程实践中具有重要意义。

李达等<sup>[5]</sup>模拟不同降雨条件下非饱和紫色土的渗透特性和持水特性,发现土体体积含水率与渗透系数的对数存在线性关系。蒋倩等<sup>[6]</sup>通过开展不同流量条件下多坡度的室内放水冲刷试验,发现各坡面侵蚀泥沙中粉粒占比最高,土体颗粒级配改变主要是由于降雨形成的径流以及土壤中胶结物质的冲刷流失造成。汪时机等<sup>[7]</sup>开展广义吸力范围内粒组缺失的土-水特征曲线试验,发现粒组缺失对土体持水特性的降低效应在边界效应区和过渡区最为明显,残余区影响较小。张亮亮等<sup>[8]</sup>研究了细颗粒含量和相对密度对不连续级配无黏性土渗蚀行为的影响,并根据渗流沿程局部水力梯度的时空演变揭示了土体渗蚀发展的演变特征,发现不连续级配无黏性土启动和破坏水力梯度随细颗粒含量的增大而增大且相对密度越大侵蚀程度越小。薛乐等<sup>[9]</sup>开展不同粒组缺失条件下的三轴试验,发现颗粒级配不同的土体抗侵蚀能力大小为骨架-密实结构>悬浮-密实结构>骨架-孔隙结构。

土壤物理性质研究中,常用不均匀系数、曲率系数反映级配关系,并作为进一步土类划分的依据;对于土壤粒组缺失而言,分形维数是表征土体级配,分选程度的良好参数<sup>[10]</sup>。张季如等<sup>[11]</sup>利用计算机图像分析技术,对 6 种典型土样的颗粒等效直径和分布规律进行测定,发现土壤颗粒的粒径分布具有一定的统计分形特征,分形维数的数值反映了粒径大小和分布的均匀程度。徐永福等<sup>[12-14]</sup>用分形模型表示土体的结构表面特征、孔隙分布特征,从非饱和土孔隙分布的分形模型推导的水分特征曲线、渗透系数、扩散系数和剪切强度。王淑云

等<sup>[15]</sup>开展原状、重塑和配制土样的静三轴试验,结果表明颗粒级配和结构性是影响粉砂应力-应变关系和强度特性的两个主要因素。Xia 等<sup>[16]</sup>通过对坡面花岗岩区崩落沟不同风化剖面的粒径分布、分形维数及其与土壤理化性质关系的分析,得出分形维数与砂石含量呈显著负相关,与黏土含量呈显著正相关;二次多项式方程可有效描述土壤分形维数与土壤粒径分布之间的关系。

岩土介质的本构模型为数众多,如 Mohr-Coulomb 理想弹塑性模型、Drucker-Prager 模型、Cam-clay 模型、Duncan-Chang 模型、Lade-Duncan 模型,其中邓肯-张  $E-\nu$  模型参数少、物理意义明确且参数易通过试验获取,应用广泛。面对复杂的土体变形特性,针对邓肯-张模型存在的不足,国内外许多学者对不同情况提出了修正邓肯-张模型。毛国成等<sup>[17]</sup>考虑低应力状态下粗颗粒土体变特,建立基于非线性泊松比修正的邓肯-张  $E-\nu$  模型。Wang 等<sup>[18]</sup>考虑初始物理状态,对邓肯-张模型进行修正。许萍等<sup>[19]</sup>考虑中主应力影响,修正的邓肯-张  $E-B$  模型。朱剑锋等<sup>[20]</sup>考虑扰动影响的修正邓肯-张模型。Wang 等<sup>[21]</sup>考虑干湿循环,对邓肯-张模型修正。伍文龙等<sup>[22]</sup>将统计损伤理论引入邓肯-张双曲线模型。

目前,国内外学者的研究局限于试验分析的状态,主要围绕土壤水蚀机理、抗剪强度与抗侵蚀能力相关性等方面进行研究;关于定量分析侵蚀引起土体表层颗粒级配的改变对抗剪强度及抗侵蚀能力的影响少有报道。因此,本文以三峡库区砂质黏性紫色土为研究对象,基于分形理论得出紫色土颗粒级配与分形维数之间的关系,通过分形维数定量表征不同粒组缺失下的土体物理特性指标,进行饱和固结排水试验,研究了不同粒组的抗剪强度与分形维数之间的规律,建立不同粒组缺失效应下紫色土双曲线模型,并对模型的有效性进行了验证。为紫色土地区土壤侵蚀、浅层滑坡和水土流失致灾机理的研究提供科学依据和理论指导。

## 1 试验材料与方法

### 1.1 试验材料与试样制备

试验用土取自重庆市北碚区水土保持基地。主要矿物成分为:石英、钠长石、白云母、方解石、蛭石、伊利石、蒙脱石等<sup>[23]</sup>。紫色土基本物理性质为:比重 2.69,湿密度 1.68 g/cm<sup>3</sup>,天然含水率

20.78%, 孔隙率 48.23%, 液限 34.32%, 塑限 19.51%, 塑性指数 14.81, 其土壤粒径参数如表 1, 土壤级配曲线如图 1。

将试验用土自然风干, 放在橡皮板上充分碾散, 同时剔除杂质。将碾散的紫色土过 2 mm 筛后

放入 105℃ 烘箱中烘干至恒重, 套袋密封, 室温冷却。试验共设置 5 种级配, 每组级配参数如表 2。随后按照试验设置级配采用两头压实法制备试样<sup>[24]</sup>。土样高度为 100 mm、直径为 50 mm, 控制干密度为 1.50 g/cm<sup>3</sup>, 含水率 18%。

表 1 天然紫色土各粒径颗粒质量百分比

Table 1 Particle size distribution of natural purple soil by mass percentage

粒径/mm	2~1	1~0.5	0.5~0.25	0.25~0.075	0.075~0.0.05	0.005~0.01	0.01~0.005	<0.005
质量占比/%	8.65	18.85	15.22	36.82	4.06	12.50	2.60	1.30

表 2 试验处理试样颗粒粒径参数

Table 2 Particle size parameters of the experimental treated specimen

编号	缺失粒组	限定粒径 $d_{60}$	中值粒径 $d_{30}$	有效粒径 $d_{10}$	不均匀系数 $C_u$	曲率系数 $C_c$	级配情况
S0	无缺失	0.282	0.103	0.022	12.818	1.710	良好
S1	2~0.5	0.159	0.078	0.015	10.600	2.551	良好
S2	0.5~0.25	0.203	0.088	0.018	11.278	2.119	良好
S3	0.25~0.075	0.408	0.065	0.014	38.714	0.557	不良
S4	<0.075	0.412	0.164	0.097	4.247	0.673	不良

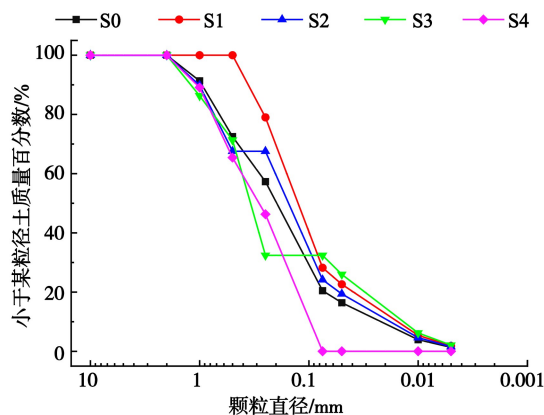


图 1 天然紫色土级配曲线

Fig. 1 Purple soil sample gradation curve

## 1.2 饱和和三轴固结排水剪切试验

本实验采用标准应力路径三轴试验系统 (STDITS), 整个系统是基于经典的 Bishop & Wesley 应力路径三轴压力室和 GDS 压力/体积控制器构成, 3 个压力控制器连接电脑和试验压力室。对试样进行抽真空饱和, 将装有试样的饱和器放入真空缸内, 真空缸和盖之间涂一薄层凡士林盖紧。将真空缸与抽气机接通, 启动抽气机, 当真空压力表读数接近当地一个大气压力值时, 计时抽气时间 2 h, 然后微开管夹, 使清水徐徐注入真空缸, 在注水过程中, 真空压力表读数宜保持不变。待水淹没饱和器后停止抽气。打开管夹使空气进入真空缸, 静止 10 h, 使试样充分饱和<sup>[25]</sup>。打开真空

缸, 从饱和器内取出带饱和器的试样, 在 GDS 三轴仪器上装样, 然后进行 B 值检测, 当饱和度大于 95% 时, 即表示饱和和完成。随后开展固结试验, 试验条件为净围压 100 kPa、200 kPa 和 300 kPa; 当超静孔隙水压力消散到等于反压且每分钟排水量小于 1 mm<sup>3</sup> 时, 土样固结完成。之后以每分钟应变 0.012% 的剪切速率加载, 当轴向应变大于 20% 或偏应力不再增加时停止试验<sup>[26]</sup>。

## 1.3 分形维数分析方法

研究粒径组成对岩石的强度等物理力学特性影响时, 在分析不均匀系数, 曲率系数等常规土工工程分类主要指标与试样强度的联系基础上, 引入分形维数作为粒度分布的进一步划分依据; 定量分析分形维数与强度两者的关系。

分形维数立足于自相似性, 其表达式为:

$$D = -\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\ln N(\varepsilon)}{\ln \varepsilon} \text{ 或 } N(\varepsilon) \propto \varepsilon^{-D} \quad (1)$$

式中:  $\varepsilon$  为标度;  $N(\varepsilon)$  为在该标度下所得到的量度值;  $D$  为研究对象的分形维数。式 (1) 提供了测定分形维数的方法, 即只要测出一系列的  $\varepsilon$  与相应的  $N(\varepsilon)$  在双对数坐标下  $N(\varepsilon)$  与  $\varepsilon$  直线部分的斜率就是所研究对象的分形维数  $D$ <sup>[26]</sup>。

对于土的颗粒组成, 设颗粒的直径为  $r$ , 直径大于  $r$  的颗粒数目为  $N(\varepsilon)$ , 则:

$$N(\geq r) = \int_r^{\infty} P(r') dr' \propto r^{-D} \quad (2)$$

式中： $P(r)$ 为直径 $r$ 的分布密度函数；设 $M(r)$ 为直径小于 $r$ 的颗粒累积质量， $M$ 为总质量， $M(r)/M \propto r^b$  则  $dM \propto r^{b-1} dr$ ，对式(2)求导得  $dN \propto r^{-D-1} dr$ ，考虑到  $dM \propto r^3 dN$  则  $r^{b-1} dr \propto r^3 \cdot r^{-D-1} dr^{[27-29]}$ ，所以分形维数  $D=3-b$ 。

## 2 试验结果分析

### 2.1 不同粒组缺失下分形维数结果

运用分形维数分析方法，对不同缺失粒组的试样进行分析计算，采用最小二乘法求得相应分形维数值  $D$  于表 3，紫色土粒度分布典型图如图 2。由表 3 可知，不同粒组缺失紫色土试样的分形维数集中在 2.137~2.622，其中 S4 粒组颗粒在单一粒径分布较集中，单一粒径含量高且粒径较小，其分形

维数最大，这与张季如等<sup>[11]</sup>的研究结果相一致。

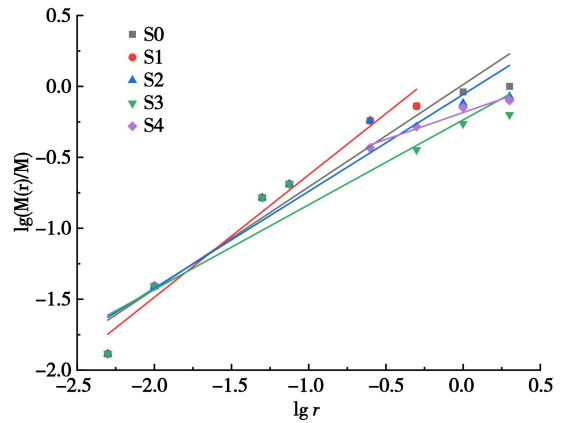


图 2 不同粒组缺失紫色土试样粒度典型分布

Fig. 2 Typical distribution of particle size of purple soil samples

表 3 不同粒组缺失紫色土试样分形维数

Table 3 Fractal dimension of purple soil specimens

编号	截距	斜率	分形数维 $D$	残差平	Pearson	$R^2$	调整后 $R^2$
S0	0.012	0.721	2.279	0.181	0.973	0.946	0.937
S1	0.379	0.863	2.137	0.053	0.988	0.977	0.971
S2	0.014	0.683	2.317	0.214	0.962	0.925	0.910
S3	-0.037	0.598	2.402	0.199	0.957	0.915	0.898
S4	-0.085	0.378	2.622	0.003	0.979	0.959	0.939

### 2.2 各粒组应力-应变结果

不同粒组缺失下饱和砂质黏性紫色土试样的应力-应变曲线如图 3、表 4。围压 100 kPa 时，试样剪切破坏时的偏应力集中在 178.52 ~ 221.67 kPa，其中 S0 组试样破坏时偏应力最小，S4 组试样最大；围压 200 kPa 时，试样破坏时的偏应力集中在 346.56 ~ 435.30 kPa，其中 S2 破坏时偏应力最小、S3 组试样最大；S0~S4 试样的偏应力分别提高了 103.6%、107.2%、85.1%、128.4%、66.7%；围压 300 kPa 时，试样破坏时的偏应力集中在 545.19 ~ 578.75 kPa，其中 S3 和 S0 组试样破坏时偏应力最小、最大；S0~S4 试样的偏应力分别提高了 218.9%、197.4%、201.6%、185.3%、153.9%。

不同粒组应力-应变曲线呈硬化型，无明显峰值，随着轴向应力的增大，切线模量逐渐减小，缺失

不同粒组的试样其硬化程度不同；这是由于随着轴向应力的增加，紫色土的结构强度进一步受到破坏。土体的进一步压实增加了颗粒间的正压力，导致颗粒间移动所需克服的摩擦力增加，同时也增加了颗粒间的填充。土壤中颗粒团聚会以不同形式排列成不同的土壤结构，颗粒表面摩擦力的差异以及颗粒间的嵌入和连锁作用所产生的咬合力影响了土壤抵抗外力破坏的能力，这一研究结果与陈安强<sup>[30]</sup>研究结果相似。不同粒组抗剪强度的差异低围压下较为明显，不同粒组粗颗粒占比不同，随着粗颗粒的增加，颗粒的平均配位数减小造成接触力增加，同时颗粒间的咬合作用造成摩擦系数的增加，从而导致土颗粒间内摩擦力增加，抗剪强度增大<sup>[31-32]</sup>。随着围压的增加，不同粒组的应力-应变力学特征趋于一致；主要是由于围压的增加，固结

表 4 不同粒组缺失紫色土试样抗剪强度

Table 4 Shear strength of purple soil specimens

围压	S0 组抗剪强度	S1 组抗剪强度	S2 组抗剪强度	S3 组抗剪强度	S4 组抗剪强度
100	180.05	192.45	185.81	193.10	223.06
200	366.76	387.13	349.81	435.51	367.55
300	580.77	565.50	556.75	546.03	570.79

阶段土体试样变形较大,土体中的孔隙压缩较为明显,从而减小试样中孔隙不均匀分布对土样强度的影响。

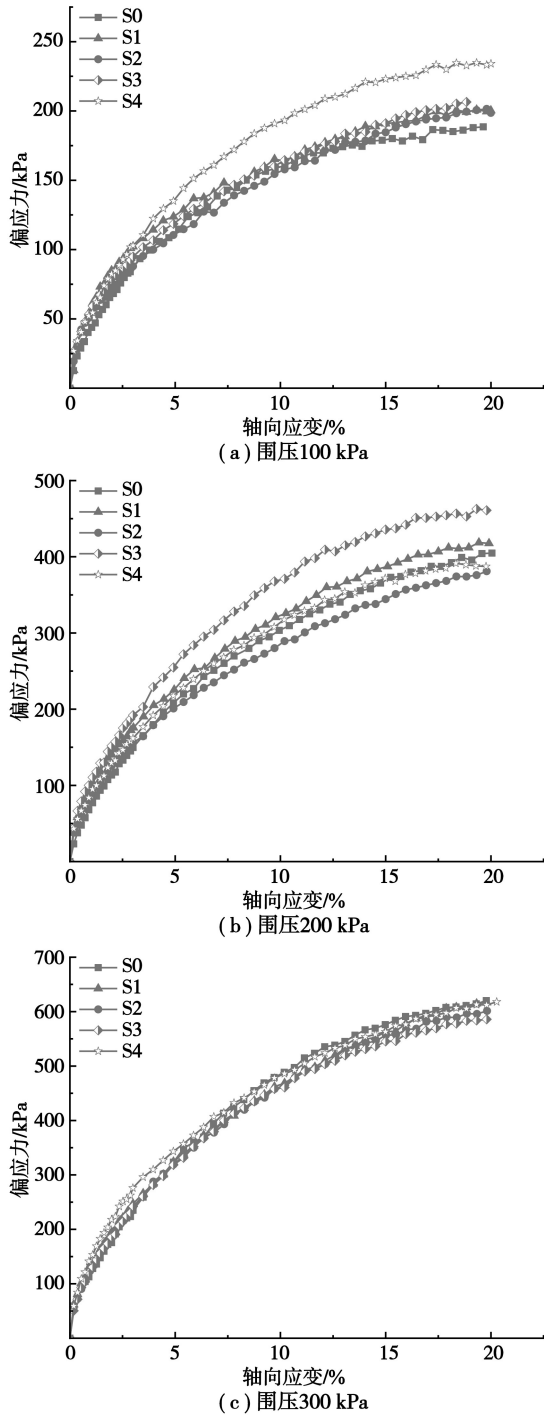


图 3 各粒组偏应力-应变曲线

Fig. 3 Deviator stress-strain curves of each grain group

### 2.3 各粒组抗剪强度结果

不同粒组缺失紫色土试样的抗剪强度指标中黏聚力和内摩擦角如图 4,其中黏聚力集中在 5.435~14.379 kPa,内摩擦角集中在 26.094°~28.480°。S4 组缺失 0.075 mm 以下的黏性颗粒,

黏聚力较低,为 5.435 kPa,由于细小颗粒的缺失导致大颗粒占比提升,颗粒的平均配位数减小、接触力增加,同时颗粒间的咬合作用造成摩擦系数的增加,两者强化颗粒之间的咬合、摩擦作用,致使内摩擦角较大,为 28.480°;S1 组缺失 2~0.5 mm 的颗粒,细小黏性颗粒占比增大,颗粒的黏聚力增加为 14.379 kPa。

### 2.4 黏聚力和内摩擦角与分形维数的联系

不同粒组抗剪强度的差异在低围压下较为明显,随着围压的增加,不同粒组的应力-应变力学特征趋于一致。其中,黏聚力与分形维数关系如图 5,内摩擦角与分形维数关系如图 6。S0~S4 试样黏聚力分别为 9.741 kPa、14.379 kPa、8.61 kPa、7.266 kPa、5.435 kPa,且分形维数越大的粒组,其黏聚力越小,两者近似呈双曲线关系;不同粒组的内摩擦角无明显变化,在其均值在 27.27° 附近微小波动。结果表明,不同粒组缺失紫色土抗剪强度和分形维数存在一定相关性,随着分形维数的增加,内摩擦角略有增加,整体波动很小;而黏聚力随分形维数的增加呈衰减趋势,近似双曲线函数关系,这一结论与吴锐等<sup>[33]</sup>的研究结果相似,表明可以进一步量化分形维数和黏聚力的关系,用于紫色土粒度统计分析抗剪强度参数的预测。

### 3 双曲线模型及其参数确定

由图 5 和图 6 可知,不同粒组的内摩擦角变化幅度较小,视为常数,黏聚力与分形维数呈双曲线关系,具体表达式为:

$$c = \frac{1.5024D}{D - 1.91472} \quad (3)$$

由图 3 所示,不同粒组在固结排水三轴剪切下,实测应力-应变关系近似为双曲线,故采用非线性弹性模型进行修正<sup>[34-37]</sup>。应力-应变关系的双曲线模式可表示为:

$$q = \sigma_1 - \sigma_3 = \frac{\varepsilon_1}{a + b\varepsilon_1} \quad (4)$$

其中:

$$a = \frac{1}{E_i}, b = \frac{1}{q_u} = \frac{1}{(\sigma_1 - \sigma_3)_u} \quad (5)$$

式中: $E_i$  为初始模量; $q_u$  为破坏剪应力。

#### 3.1 破坏比的确定

$q_u = (\sigma_1 - \sigma_3)_u$  表示  $\varepsilon_1 \rightarrow \infty$  所对应的偏应力;试验中不易测取,而土的强度可以确定,因此为了确定极限偏应力,通常定义破坏比为:

$$R_f = \frac{q_f}{q_u} = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)_f}{(\sigma_1 - \sigma_3)_u} \quad (6)$$

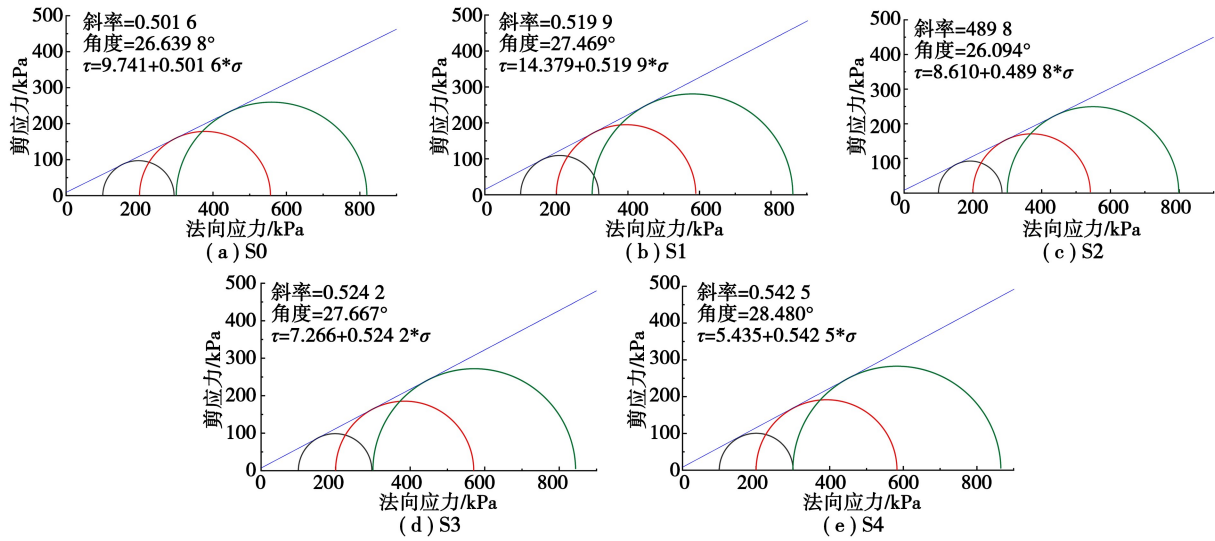


图 4 各粒组剪应力-法向应力曲线

Fig. 4 Shear stress-normal stress curves of each particle group

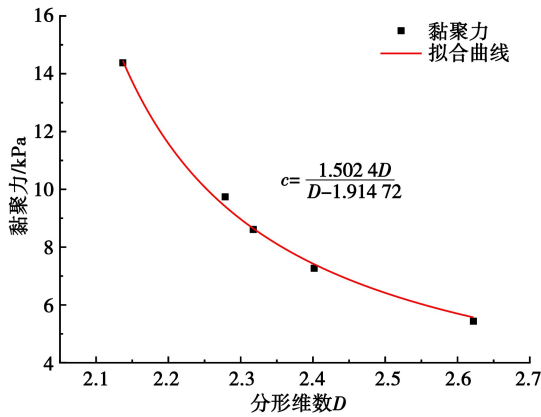


图 5 黏聚力-分形维数曲线

Fig. 5 Cohesion-fractal dimension curve

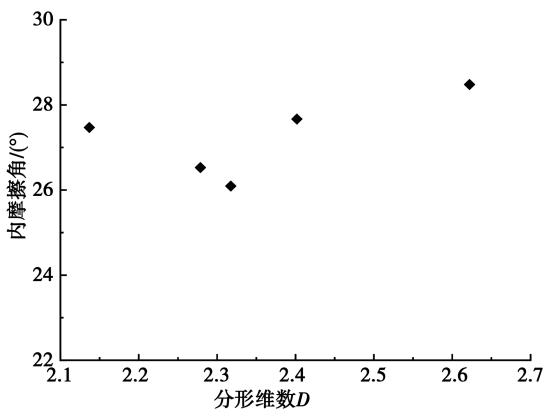


图 6 内摩擦角-分形维数关系

Fig. 6 Relation between internal friction angle and fractal dimension

实际偏应力与破坏时偏应力之比定义为应力水平,可由式(7)计算:

$$S = \frac{q}{q_f} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{(\sigma_1 - \sigma_3)_f} \quad (7)$$

式中: $q_f$  为试样破坏时的偏应力。对于式(4)所表达的双曲线,经过坐标变换,可以得到:

$$\varepsilon_1/q = a + b\varepsilon_1 \quad (8)$$

为了从实测的双曲线型应力-应变关系确定两个待定参数  $a$  与  $b$ ,可以用式(8)方式拟合试验数据,得到参数  $a$  与  $b$  的值,再由式(5)反算初始模量  $E_i$  和破坏剪应力  $q_u$ 。

### 3.2 初始切线模量与泊松比的确定

试验表明, $E_i$  随  $\sigma_3$  变化,在双对数坐标上  $\lg(E_i/P_a)$  和  $\lg(\sigma_3/P_a)$  呈线性关系,具体表达式为:

$$E_i = kP_a \left( \frac{\sigma_3}{P_a} \right)^n \quad (9)$$

其中,式(9)中参数  $n$  与分形维数  $D$  呈二次函数关系表 4,如图 7 所示,具体表达式为:

$$n = -9.63927 + 7.87146D - 1.46836D^2 \quad (10)$$

$\varepsilon_1$  和  $\varepsilon_r$  近似双曲线关系,通过坐标转换得:

$$\frac{-\varepsilon_r}{\varepsilon_1} = f + H(-\varepsilon_r) \quad (11)$$

其中  $f = (-\varepsilon_r/\varepsilon_1)_{\varepsilon_1 \rightarrow 0} = \nu_i$ ,  $H$  为  $1/\varepsilon_1$  的渐近值, $\varepsilon_r$  为径向应变。 $\nu_i$  为初始切线泊松比,即各向等压状态下的泊松比。对于不同的  $\sigma_3$ ,有不同的  $\nu_i$  值,在半对数坐标中  $\nu_i$  与  $\lg(\sigma_3/P_a)$  呈线性关系,近似为一直线,具体表达式为:

$$\nu_i = G - F \lg \left( \frac{\sigma_3}{P_a} \right) \quad (12)$$

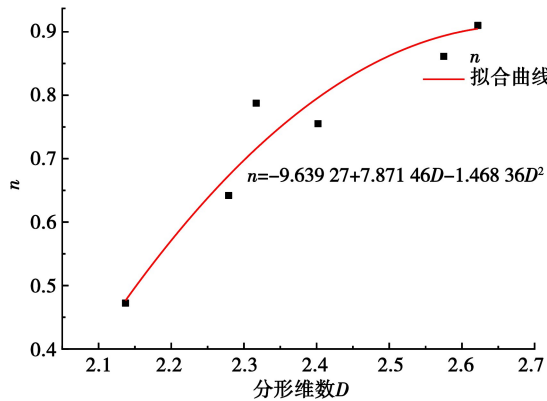


图 7 n-分形维数曲线

Fig. 7 n-fractal dimension curve

### 3.3 双曲线应力-应变模型

为用双曲线模型反映不同粒组固结排水剪切条件下应力-应变关系的非线性性质,对于三轴剪切试验,按照轴对称问题考虑,基于弹性理论,应力-应变关系的增量形式可表示为:

$$\{d\varepsilon\} = [C] \{d\sigma\} \quad (13)$$

式中:[C]为柔度矩阵,其中切线模量随应力水平而改变,根据式(9)中的双曲线关系,可以得到切线模量为:

$$E_t = (1 - R_t S)^2 E_i \quad (14)$$

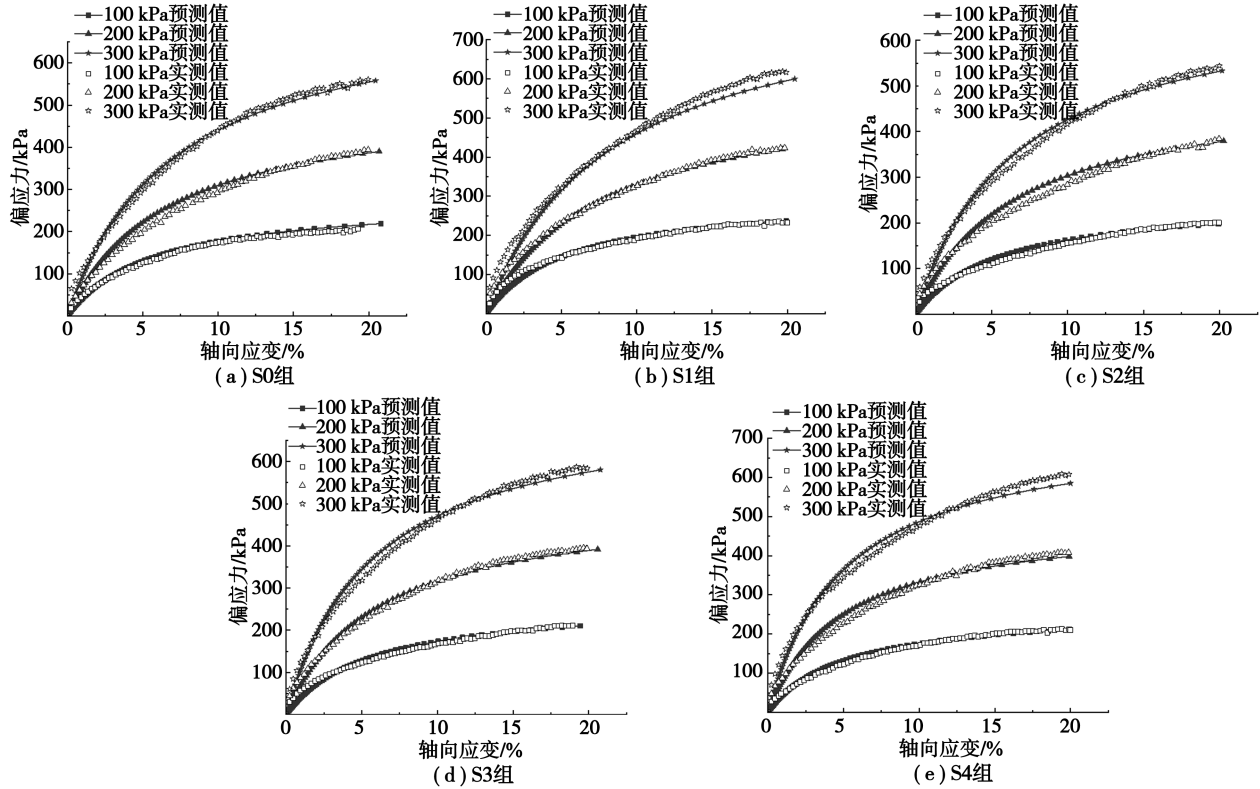


图 8 实测值与理论模型对比分析

Fig. 8 Comparative analysis of measured values and theoretical models

由图 8 可知,不同粒组应力-应变曲线预测值与实测值在低围压下基本一致;由于模型假设紫色

$$\nu_t = \frac{f}{(1 - A)^2} \quad (15)$$

其中:

$$A = \frac{H(\sigma_1 - \sigma_3)}{kP_a \left(\frac{\sigma_3}{P_a}\right)^n \left[1 - \frac{R_t(1 - \sin\varphi)(\sigma_1 - \sigma_3)}{2c\cos\varphi + 2\sigma_3\sin\varphi}\right]}$$

将式(3)、(10)代入式(14)和式(15)可得到不同粒组双曲线本构方程。

### 3.4 非线性本构模型的试验验证

不同粒组缺失紫色土饱和固结排水三轴剪切试验测定相关参数于表 5 和表 6;试验结果与模型计算结果如图 8。

表 5 双曲线模型参数值

Table 5 Hyperbolic model parameter values

参数	S0	S1	S2	S3	S4
分形维数	2.279	2.137	2.317	2.402	2.622
n	0.641	0.472	0.787	0.755	0.910

表 6 各试样颗粒粒径参数

Table 6 Particle size parameters of each sample

$R_t$	k	G	F	H
0.717 80	53.731 98	0.212 18	0.132 58	0.027 92

土为非线性弹性材料且不同粒组土体的内摩擦角为定值,模型前提简化假设与紫色土实际性质存在一定差异,导致不同粒组试样初始切线模量的预测值低于实测值,随着偏应力的增加,各粒组试样的切线模量预测值与实测值趋于一致;围压较高时,应力-应变关系曲线预测值与实测值较为接近。整体而言,不同粒组应力-应变曲线预测值与实测值吻合度较高,因此基于邓肯-张模型,引入分形维数理论建立的双曲线模型可有效描述不同粒组缺失效应下的饱和和砂质黏性紫色土的力学特征。

## 4 结论

(1)不同粒组的黏聚力与分形维数呈双曲线关系,内摩擦角无明显变化,且不同粒组初始切线模量受围压和分形维数共同影响,其中参数 $n$ 与分形维数存在二次函数关系。低围压下,不同粒组的应力-应变关系差异较为明显,随着围压的增加,不同粒组的应力-应变力学特征趋于一致。

(2)考虑不同粒组缺失紫色土应力-应变曲线的特点及黏聚力与分形维数的相关性,建立了不同粒组缺失饱和和砂质黏性紫色土非线性弹性本构模型,并对模型进行了验证。

### 参考文献(References)

- [1] 鲍玉海,丛佩娟,冯伟,等.西南紫色土区水土流失综合治理技术体系[J].水土保持通报,2018,38(3):143-150.(Bao Yuhai, Cong Peijuan, Feng Wei, et al. Comprehensive management system of soil and water loss in purple soil area of southwestern China [J]. Bulletin of Soil and Water Conservation, 2018, 38(03):143-150. (in Chinese))
- [2] 肖海,王光辉,张伦,等.棕榈纤维强化EICP加固三峡库区黏性紫色土抗剪性能试验研究[J].材料导报,2025,39,(11):110-115.(Xiao Hai, Wang Guanghui, Zhang Lun, et al. Experimental research on the improvement effect of palm fiber on the shear resistance of cohesive purple soil reinforced by EICP in Three Gorges Reservoir Area [J]. Materials Reports, 2025, 39, (11):110-115. (in Chinese))
- [3] Li A J, Wang S J, Cao J J, et al. Morphological evolution of desiccation cracking in purple soil under the influence of aggregate size distribution [J]. Catena, 2023, 231: 107287.
- [4] 程果,汪时机,李贤,等.微生物固化纤维加筋砂质黏性紫色土试验研究[J].地下空间与工程学报,2021,17(6):1829-1838.(Cheng Guo, Wang Shiji, Li Xian, et al. Experimental Study on Bio-cemented Solidification Fiber-reinforced Sandy Clayey Purple Soil [J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2021, 17(6):1829-1838. (in Chinese))
- [5] 李达,汪时机,李贤,等.非饱和和砂质黏性紫色土一维渗透特性试验研究[J].地下空间与工程学报,2020,16(2):373-380.(Li Da, Wang Shiji, Li Xian, et al. Experimental study on one-dimensional permeability of sandy clayey purple soil at unsaturated condition [J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2020, 16(2):373-380. (in Chinese))
- [6] 蒋倩,郑子成,王永东,等.紫色土坡面细沟侵蚀过程中泥沙颗粒特性[J].农业工程学报,2022,38(增1):114-121.(Jiang Qian, Zheng Zicheng, Wang Yongdong, et al. Characteristics of sediment particles during rill erosion on purple soil slope [J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering, 2022, 38 (Supp. 1): 114-121. (in Chinese))
- [7] 汪时机,程明书,李贤,等.非饱和土双应力变量广义土水特征曲线理论模型构建[J].农业工程学报,2017,33(6):1-7.(Wang Chingshi, Cheng Mingshu, Li Xian, et al. Establishment of generalized soil-water characteristic curve theoretical model considering two stress state variables for unsaturated soils [J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering, 2017, 33(6):1-7. (in Chinese))
- [8] 张亮亮,邓刚,陈锐,等.不连续级配无黏性土渗蚀演变特征研究[J].岩土工程学报,2023,45(7):1412-1420.(Zhang Liangliang, Deng Gang, Chen Rui, et al. Experimental investigation on evolution process of suffusion in gap-graded cohesionless soil [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2023, 45(7):1412-1420. (in Chinese))
- [9] 薛乐,汪时机,李贤,等.重庆紫色土抗侵蚀能力的粒组效应研究[J].土壤学报,2019,56(3):582-591.(Xue Le, Wang Ching, Li Xian, et al. Impact of soil particle deletion on erosion resistance of purple soil in Chongqing based on strength index [J]. Acta Pedologica Sinica, 2019, 56(3):582-591. (in Chinese))
- [10] 刘松玉,方磊,陈浩东.论我国特殊土粒度分布的分形结构[J].岩土工程学报,1993(1):23-30.(Liu Songyu, Fang Lei, Chen Haodong, et al. Fractal structure of granularity distribution of regional soils in China [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1993(1):23-30. (in Chinese))
- [11] 张季如,朱瑞庚,祝文化.用粒径的数量分布表征的土壤分形特征[J].水利学报,2004(4):67-71,79.(Zhang jiru, Zhu Ruiheng, Zhu Wenhua. Fractal features of soils characterized by grain size distribution [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2004(4):67-

- 71, 79. (in Chinese))
- [12] 徐永福. 分形理论在非饱和土力学研究中的应用 [A]//同济大学地下建筑与工程系,孙钧学术讲座基金会. 盛世岁月——祝贺孙钧院士八秩华诞论文选集 [C]. 同济大学出版社, 2006: 594-608. (Xu Yongfu. Fractal mechanics of unsaturated soil [A]// Department of Underground Architecture and Engineering, Tongji University, Sun Jun Academic Lecture Foundation. Congratulations on the Birthday of Academician Sun Jun [C]. Tongji University Press, 2006: 594-608. (in Chinese))
- [13] Xu Y F. The fractal evolution of particle fragmentation under different fracture energy [J]. Powder Technology, 2018, 323: 337-345.
- [14] Xu Y, Feng X, Zhu H, et al. Fractal model for rockfill shear strength based on particle fragmentation [J]. Granular Matter, 2015, 17(6): 753-761.
- [15] 王淑云, 鲁晓兵, 时忠民. 颗粒级配和结构对粉砂力学性质的影响 [J]. 岩土力学, 2005(7): 1029-1032. (Wang Shuyun, Lu Xiaobing, Shi Zhongmin. Effects of grain size distribution and structure on mechanical behavior of silty sands [J]. Rock and Soil Mechanics, 2005(7): 1029-1032. (in Chinese))
- [16] Xia D, Deng Y S, Wang S L, et al. Fractal features of soil particle-size distribution of different weathering profiles of the collapsing gullies in the hilly granitic region, south China [J]. Natural Hazards, 2015, 79(1): 455-478.
- [17] 毛国成, 陈晓斌, 王暄, 等. 基于非线性泊松比修正的邓肯-张 E- $\nu$  模型及应用研究 [J]. 铁道科学与工程学报, 2019, 16(1): 71-78. (Mao Guocheng, Chen Xiaobin, Wang Xuan, et al. Modified Duncan-Chang E- $\nu$  constitutive model using non-linear Poisson's ratio and its application analysis [J]. Journal of Railway Science and Engineering, 2019, 16(1): 71-78. (in Chinese))
- [18] Wang X C, Xu R Q, Qian J L. Modified Duncan-Chang Model Considering Physical Properties of Saturated Clays [J]. Applied Mechanics & Materials, 2013, (416-417): 1746-1752.
- [19] 许萍, 邵生俊, 张喆, 等. 真三轴应力条件下修正邓肯-张模型的试验研究 [J]. 岩土力学, 2013, 34(12): 3359-3364. Xu Ping, Shao Shengjun, Zhang Zhe, et al. Experimental study of modified Duncan-Chang model under true triaxial stresses [J]. Rock and Soil Mechanics, 2013, 34(12): 3359-3364.
- [20] 朱剑锋, 徐日庆. 考虑扰动影响修正 Duncan-Chang 模型的二次开发 [J]. 岩土工程学报, 2015, 37(增1): 84-88. Zhu Jianfeng, Xu Riqing. Secondary development of modified Duncan-Chang model considering disturbance [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2015, 34(Suppl 1): 84-88.
- [21] Wang Z, Liu X, Yang X, et al. An improved Duncan-Chang constitutive model for sandstone subjected to drying-wetting cycles and secondary development of the model in FLAC3D [J]. Arabian Journal for Science and Engineering, 2017, 42(3): 1265-1282.
- [22] 伍文龙, 袁林娟, 张锐, 等. 基于统计损伤理论的邓肯-张修正模型研究 [J]. 水利水电技术, 2017, 48(4): 131-135. Wu Wenlong, Yuan Linjuan, Zhang Rui, et al. Study on statistical damage theory-based modified Duncan-Chang model [J]. Water Resources and Hydropower Engineering, 2017, 48(4): 131-135.
- [23] 黎桢君, 许冲, 李贤, 等. 非饱和砂质黏性紫色土崩解特性及 MICP 加固试验 [J]. 农业工程学报, 2021, 37(22): 127-135. (Li Anjun, Xu Chong, Li Xian, et al. Experimental investigation on disintegration characteristics and MICP reinforcement of unsaturated sandy clayey purple soil [J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering, 2021, 37(22): 127-135. (in Chinese))
- [24] 郑剑锋, 马巍, 赵淑萍, 等. 重塑土室内制样技术对比研究 [J]. 冰川冻土, 2008(3): 494-500. (Zheng Jianfeng, Ma Wei, Zhao Shuping, et al. Development of the specimen-preparing technique for remoulded soil samples [J]. Journal of Glaciology and Geocryology, 2008(3): 494-500. (in Chinese))
- [25] 中华人民共和国水利部. 土工试验方法标准 (GB/T50123-2019) [S]. 北京: 中国计划出版社, 2019. (Ministry of Water Resources of the People's Republic of China. Standard for geotechnical testing method (GB/T50123-2019) [S]. Beijing China Planning Publishing House, 2019. (in Chinese))
- [26] 陆勇, 冯海华, 朱文轩, 等. 胶结土力学特性的状态相关性试验及模型预测 [J]. 地下空间与工程学报, 2024, 20(5): 1541-1554. (Lu Yong, Feng Haihua, Zhu Wenxuan, et al. Experiment and model prediction of state-dependent mechanical characteristics of cemented soil [J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2024, 20(5): 1541-1554. (in Chinese))
- [27] 苏永华, 赵明华, 刘晓明. 软岩膨胀崩解试验及分形机理 [J]. 岩土力学, 2005(5): 728-732. (Su Yonghua, Zhao Minghua, Liu Xiaoming. Research of fractal mechanism for swelling & collapse of soft rock [J]. Rock and Soil Mechanics, 2005(5): 728-732. (in Chinese))
- [28] Mandelbrot B B. Stochastic models for the earth's relief, the shape and the fractal dimension of the coastlines, and the number-area rule for islands [J]. Proc. Natl. Acad. Sci. U. S. A, 1975, 72(10): 3825-3828.

- [29] Turcotte D L. Fractals and fragmentation [J]. Journal of Geophysical Research, 1986, 91(B2):1921-1926.
- [30] 陈安强,张丹,熊东红,等. 元谋干热河谷坡面表层土壤力学特性对其抗冲性的影响[J]. 农业工程学报, 2012, 28(5): 108-113. (Chen Anqiang, Zhang Dan, Xiong Donghong, et al. Effects of mechanical properties of surface soil on soil anti-scourability in Yuanmou dry-hot valley [J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering (Transactions of the CSAE), 2012, 28(5):108-113. (in Chinese))
- [31] Li Y. Effects of particle shape and size distribution on the shear strength behavior of composite soils [J]. Bulletin of Engineering Geology and the Environment, 2013(72):371-381.
- [32] 徐肖峰,魏厚振,孟庆山,等. 粗粒含量对砾类土直剪过程中强度与变形特性影响的离散元模拟研究[J]. 工程地质学报, 2013, 21(2):311-316. (Xu Xiaofeng, Wei Houzhen, Meng Qingshan, et al. Dem simulation on effect of coarse gravel content to direct shear strength and deformation characteristics of coarse-grained soil [J]. Journal of Engineering Geology, 2013, 21(2): 311-316. (in Chinese))
- [33] 吴锐,邓清禄,付敏,等. 碎石尺寸对碎石土强度影响的大型直剪试验研究[J]. 长江科学院院报, 2016, 33(8): 80-85. (Wu Rui, Deng Qinglu, Fu Min, et al. Large direct shear test on the influence of stone size on the strength of gravel soil [J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering, 2016, 33(8):80-85. (in Chinese))
- [34] 齐剑峰,栾茂田,王忠涛,等. 饱和黏土不排水剪切特性及双曲线模型[J]. 岩土力学, 2008(8): 2277-2282. (Qi Jianfeng, Luan Maotian, Wang Zhongtao et al. Study on undrained shear behavior and hyperbolic stress-strain relationship of saturated clays [J]. Rock and Soil Mechanics, 2008(8): 2277-2282. (in Chinese))
- [35] Tang B, Liu T L, Zhou B H. Duncan-Chang  $E-v$  model considering the thixotropy of clay in the Zhanjiang formation [J]. Sustainability, 2022, 14(19): 12258.
- [36] Wang Z J, Liu X R, Yang X. An improved Duncan-Chang constitutive model for sandstone subjected to drying-wetting cycle sand secondary development of the model in FLAC<sup>3D</sup> [J]. Arabian Journal for Science and Engineering, 2017, 42(3): 1265-1282.
- [37] 廖军,朱桥川,王治军,等. 高等与常用本构模型对黄土变形影响的模拟对比[J]. 地下空间与工程学报, 2023, 19(3): 784-792. (Liao Jun, Zhu Qiaochuan, Wang Zhijun, et al. Comparison of simulating loess deformation by two advanced and conventional constitutive models [J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2023, 19(3): 784-792. (in Chinese))

~~~~~

(上接第470页)

- [21] Cheng C, Jia P J, Zhao W, et al. Experimental and analytical study of shield tunnel face in dense sand strata considering different longitudinal inclination [J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2021, 113: 103950.
- [22] 许敬叔,刘俊,路德春,等. 基于多对数螺旋曲线破坏机构的富水软岩隧道开挖面支护应力分析[J]. 北京工业大学学报, 2024, 50(5): 571-582. (Xu Jingshu, Liu Jun, Lu Dechun, et al. Supporting pressure for tunnel face in water-rich weathered rock masses based on a multi-log spiral failure mechanism [J]. Journal of Beijing University of Technology, 2024, 50(5): 571-582. (in Chinese))
- [23] 刘新荣,刘东双,陈强,等. 泥水盾构开挖面稳定影响因素及参数优化研究[J]. 地下空间与工程学报, 2022, 18(6): 1954-1961. (Liu Xinrong, Liu Dongshuang, Chen Qiang, et al. Research on the sensitivity of factors affecting the stability of slurry shield excavation face and control parameter optimization [J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2022, 18(6): 1954-1961. (in Chinese))
- [24] Zhang C P, Han K H, Zhang D L. Face stability analysis of shallow circular tunnels in cohesive-frictional soils [J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2015, 50: 345-357.
- [25] 王洪新. 土压平衡盾构刀盘开口率对土舱压力的影响[J]. 地下空间与工程学报, 2012, 8(1): 89-93+104. (Wang Hongxin. Influence of aperture ratio of cutterhead of epb shield on earth pressure in the chamber [J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2012, 8(1): 89-93, 104. (in Chinese))
- [26] 赵文,程诚,李慎刚,等. 盾构开挖面楔形体支护压力模型分析及改进[J]. 中国公路学报, 2017, 30(8): 74-81, 90. (Zhao Wen, Cheng Cheng, Li Shengang, et al. Analysis and improvement of wedge supporting pressure model of shield tunnel excavation face [J]. China Journal of Highway and Transport, 2017, 30(8): 74-81, 90. (in Chinese))