

DOI:10.20079/j.issn.1001-893x.240429001

基于同步多普勒频率假设的低复杂度 GNSS 信号捕获方法*

吴 亿, 吴 超, 钱飞杰, 林秀苇

(杭州电子科技大学 通信工程学院, 杭州 310018)

摘要:为了减少在高动态、长积分时间环境下全球卫星导航系统(Global Navigation Satellite System, GNSS)信号检测方法在估计参数时的计算量,提出了适用于高动态环境的低复杂度 GNSS 捕获方法(Low-computation GNSS Acquisition Method, LGAM),将同步多普勒频率假设检验方法(Synthesized Doppler Frequency Hypothesis Testing, SDHT)应用于具有多普勒变化率和比特翻转的高动态 GNSS 信号捕获中。首先,通过多普勒粗搜索来实现稀疏多普勒(Sparse Doppler Frequency, SDF)过程,并且基于 SDF 信号结构,推导了后相关信号模型。然后,为了提高多普勒和多普勒变化率检测效率,提出了基于后相关信号模型的双快速傅里叶变换(Fast Fourier Transform, FFT)参数估计方法。实验结果表明,在高动态环境下,信噪比(Signal-to-Noise Ratio, SNR)高于-43 dB 时,基于 FFT 方法的计算量是 LGAM1 的 15 倍,是 LGAM2 的 780 倍。

关键词:GNSS;高动态环境;压缩捕获;频率参数估计

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



中图分类号:TN967.1 文献标志码:A 文章编号:1001-893X(2025)11-1903-09

A Low-computation GNSS Acquisition Method Based on Synthesized Doppler Frequency Hypotheses

WU Yi, WU Chao, QIAN Feijie, LIN Xiuwei

(School of Communication Engineering, Hangzhou Dianzi University, Hangzhou 310018, China)

Abstract: To reduce the computations of parameters estimation in high-dynamic and long integration global navigation satellite system(GNSS) signal detection applications, the authors propose a low-computation GNSS acquisition method (LGAM) suitable for high-dynamic environment. The goal of LGAM is to apply the synthetic Doppler frequency hypothesis testing (SDHT) method to the acquisition of high dynamic GNSS signals with Doppler rate and bit flipping. Firstly, sparse Doppler frequency(SDF) process is implemented by coarse Doppler estimation, and post-correlation signal model is derived based on SDF structure. Then, in order to improve the detection efficiency of Doppler and Doppler rate, double-FFT based detection is proposed based on the post-correlation signal model for parameters estimation. The results demonstrate that in high dynamic environments, when the signal-to-noise ratio (SNR) is higher than -43 dB, the computational complexity based on FFT method is 15 times that of LGAM1 and 780 times that of LGAM2.

Key words: GNSS; high-dynamic environment; compressed acquisition; frequency parameters estimation

0 引言

全球卫星导航系统(Global Navigation Satellite System, GNSS)信号捕获技术在软件接收机

(Software Defined Receiver, SDR)中起着至关重要的作用。在 GNSS 定位具有挑战性的应用环境中^[1-5], 需要快速低复杂度捕获方法。随着积分时间的增

* 收稿日期:2024-04-29;修回日期:2024-09-24
通信作者:吴超 Email:wuchao@hdu.edu.cn

加,卫星信号捕获需要估计比特翻转、多普勒、多普勒变化率和码相位四维参数,因此需要捕获检测算法降低复杂度,进一步提升检测效率。

与基于快速傅里叶变换(Fast Fourier Transform, FFT)快速捕获方法相比^[6-7],文献[8-9]已经实现了压缩扩频码快速捕获方法。为了进一步降低复杂度,文献[10]提出了多普勒频率和码相位二维压缩搜索方法,文献[11]提出一种基于三次分数阶傅里叶变换(Fractional Fourier Transform, FRFT)的捕获算法。然而,这些方法没有考虑数据比特对积分峰值的影响。为了解决此问题,文献[12]提出用于快速 PN 码采集的二维压缩相关器。为了减小计算量,文献[13]提出了同步多普勒频率假设检验方法(Synthesized Doppler Frequency Hypothesis Testing, SDHT)方法。这种方法减少了多普勒频率搜索数量,然而,SDHT 并没有考虑多普勒变化率对积分峰值影响,而且 SDHT 计算量有待进一步减少。

在多普勒变化率不等于 0 Hz/s 的情况下,需要估计多普勒频率、多普勒变化率、码相位和数据比特翻转四维参数估计^[11]。由于频率估计参数间相互影响,需要进行差分过程^[14-16]。文献[11]提出了基于块积累半相干积分相关方法(Block Accumulating Semi-coherent Integration of Correlations, BASIC)。在忽略数据比特翻转情况下,文献[17-19]提出了基于分数阶傅里叶变换(Fractional Fourier Transform, FRFT)后相关参数估计方法。文献[20-21]将离散 chirp 傅里叶变换(Discrete Chirp-Fourier Transform, DCFT)应用到 GPS L1 信号参数估计中,在高动态弱信号环境下提出了基于 DCFT 块补零参数估计方法^[22],可以实现相干积分的同时剥离数据比特对积分峰值的影响。

由于 SDHT 方法未考虑有多普勒变化率对积分峰值影响且对频率精细搜索计算量有待进一步降低,本文基于 SDHT 多普勒稀疏假设理论提出了在多普勒变化率、比特翻转情况下一种新的快速捕获方法(Low-computation GNSS Acquisition Method, LGAM)。首先,为了实现在有多普勒变化率下 SDHT 的 SDF 搜索,设定大步长多普勒搜索。这样,压缩了串行多普勒搜索次数,推导了基于 SDF 搜索的后相关信号模型。然后,为了提升频率精确搜索效率,本文基于后相关信号模型提出了双 FFT 检测算法。最后,LGAM 结合 SDF 过程和双 FFT 检测,而且基于后相关模型推导了多普勒变化率的分辨

率。在算法性能分析中,分析了 LGAM 平均捕获计算量(Mean Acquisition Computation, MAC)和检测概率。本文方法讨论的是不考虑惯导辅助下频率检测,但惯导下多普勒辅助缩小多普勒搜索范围依然可用。仿真实验表明,由于 LGAM 采用了 SDF 结构和双 FFT 检测方法,在信噪比较好的环境下其计算量要小于对比方法。

1 信号模型

在本文中,二进制相移键控(Binary Phase Shift Keying, BPSK)调制的 L1 频点 GPS 粗捕获(Coarse/Acquisition, C/A)码信号作为分析信号。但是,所提方法可以用于其他 GNSS 类如二进制偏移载波(Binary-Offset-Carrier, BOC)调制信号。

在没有噪声条件下,接收中频(Intermediate Frequency, IF)数字信号可以建模为

$$r_1(n_1) = A_1 C_\tau(n_1) B(n_1) \exp[j2\pi((f_1 + f_d)n_1 T_1 + \alpha_0 n_1^2 T_1^2)] \quad (1)$$

式中: $n_1 = 0, 1, \dots, \frac{T}{1000T_1} - 1$, T_1 表示 IF 信号采样间隔, T 表示以毫秒为单位的积分时间; A_1 表示 IF 信号的幅度; $C_\tau(\cdot)$ 表示初始相位为 τ 的伪随机码; $B(\cdot)$ 表示数据比特; f_1 表示中频; f_d 表示多普勒频率; α_0 表示多普勒变换率。本地码可以表示为

$$L_1(n_1) = C(n_1) \exp[-j2\pi(f_1 + f_k D_f)n_1 T_1] \quad (2)$$

式中: $\Delta_f = 500/T$ 表示最终算法要达到的多普勒估计分辨率^[13]; f_k 表示搜索下标。再进行码相位相关多普勒搜索后的后相关信号可以表示如下:

$$R(n) = \frac{1}{N_t} \sum_{n_1=nN_t}^{(n+1)N_t-1} r_1(n_1) L_1(n_1) \quad (3)$$

式中: $n = 0, 1, \dots, T-1$ 。

2 提出的方法

2.1 SDF 过程

当多普勒搜索下标 $f_k = k_f M_f$, 其中, $k_f = -K_f, -K_f+1, \dots, 0, \dots, K_f, K_f$ 表示最大的 k_f ; M_f 表示多普勒频率搜索时压缩因子。后相关信号可以进一步推导:

$$R(n) \approx \frac{A_1}{N_t^2} B(n) \sum_{n_r=nN_t}^{(n+1)N_t-1} C(n_1) C_\tau(n_1) \frac{n!}{r! (n-r)!} \sum_{n_1=nN_t}^{(n+1)N_t-1} \exp[j2\pi((f_d - k_f M_f \Delta_f)n_1 T_1 + \alpha_0 n_1^2 T_1^2)] \approx$$

$$\frac{A_1}{N_t} B(n) \sum_{n_1=nN_t}^{(n+1)N_t-1} C(n_1) C_\tau(n_1) \sum_{n_1=nN_t}^{(n+1)N_t-1} \exp[j2\pi\bar{f}n_1T_1] =$$

$$\frac{A_1}{N_t^2} B(n) A_\tau \sum_{n_1=nN_t}^{(n+1)N_t-1} \exp[j2\pi\bar{f}n_1T_1] \quad (4)$$

式中: $A_\tau = \sum_{n_1=nN_t}^{(n+1)N_t-1} C(n_1) C_\tau(n_1)$; \bar{f} 表示时间从 nN_tT_1 到 $((n+1)N_t-1)T_1$ 平均频率; \bar{f} 等于 $f_0 + \alpha_0 nN_tT_1 + \alpha_0 \frac{N_t-1}{2}T_1$, 其中 $f_0 = f_d - k_f M_f \Delta_f$ 表示剩余的多普勒频率。当本地码信号与接收信号同步时, 公式(4)可以简化为

$$R(n) \approx \frac{A_1}{N_t} B(n) A_\tau \frac{1 - \exp(j2\pi\bar{f}T_s)}{1 - \exp(j2\pi\bar{f}T_1)} \exp[j2\pi\bar{f}nT_s] =$$

$$B(n) \frac{A_1}{N_t} A_\tau \frac{\sin(\pi\bar{f}T_s)}{\sin(\pi\bar{f}T_1)} \cdot$$

$$\exp[j\pi\bar{f}(2n+1)T_s - j\pi\bar{f}T_1] \quad (5)$$

当 $\pi\bar{f}T_1$ 很小时,

$$R(n) \approx A_n B(n) \exp[j\pi\bar{f}(2n+1)T_s] \quad (6)$$

式中: $A_n = \frac{A_1}{N_t} N_c A_\tau \text{sinc}(\pi\bar{f}T_s)$, $T_s = N_t T_1$ 且 N_t 表示每个码周期采样点数。这里当本地信号与接收信号同步时, $A_\tau = \left(1 - \frac{|i_c T_1 - \tau|}{T_c}\right)$, 其中 T_c 表示一个码片的持续时间, 且在高动态环境下长时间积分 i_c 每次本地信号相关后位置不一定相同, 但是可以通过码多普勒补偿方式^[22]进行补偿, 所以 i_c 在长积分时间被认为是一样的值。当本地信号与接收信号码相位未对齐, 则 $A_\tau \approx 0$ 。当 $|f_d - k_f M_f \Delta_f| \leq M_f \Delta_f / 2$ 时,

$$|\bar{f}|T_s = \left| f_0 + \alpha_0 nN_t T_1 + \alpha_0 \frac{N_t-1}{2} T_1 \right| T_s \leq$$

$$\left(M_f \frac{250}{T} + \alpha_M T T_s + \alpha_M \frac{T_s}{2} \right) T_s \quad (7)$$

式中: $|\alpha_0| \leq \alpha_M$ 。对于 GPS L1 C/A 码信号, 假设 $20 \text{ ms} \leq T \leq 500 \text{ ms}$ 。当 $\alpha_M = 500 \text{ Hz/s}$, $T = 500 \text{ ms}$ 和 $M_f = T$, 公式(7)可以简化为

$$|\bar{f}|T_s \leq (250 + 250 + 0.25) T_s = 0.50025 \quad (8)$$

相关峰最大值衰减可以通过 A_n 的 $\text{sinc}(\cdot)$ 估算得到大概是 $20 \lg(\text{sinc}(\pi\bar{f}T_s)) \approx -3.9 \text{ dB}$, 根据文献[11, 14], 这个衰减的变化很小, 为简单起见, 假设最大衰减值恒定。

综上, A_n 不会随着时间而变化, 所以下面分析中, 用 A 表示 A_n 。

2.2 在有数据比特符号下双 FFT 检测方法

由于多普勒变化率 α_0 、剩余多普勒频率、数据比特 $B(n)$ 和码相位 τ 共同作用检测峰值, 需要大计算量四维参数搜索。对于提出的双 FFT 检测方法中 $B(n)$ 、 α_0 和 τ 可以通过差分信号的 FFT 估算得到, f_0 可以通过 FFT 估算得到。

经过差分处理后, 差分信号 $d_{b_0}(n_d)$ 可以表示如下:

$$d_{b_0}(n_d) = R^*(n_d) R(n_d + N_B) =$$

$$A^2 B(n_d) B(n_d + N_B) \exp[j4\pi n_d N_B \alpha_0 T_s^2 + j\varphi_0] \quad (9)$$

式中: $n_d = b_0, b_0 + 1, \dots, b_0 + T - 1 - N_B$, 其中 $b_0 = 0, \dots, N_{B-1}$ 和 N_B 表示每一个数据比特周期采样点数; $\varphi_0 = j\pi T [2f_0 + \alpha_0 (N_t - 1) T_1 + \alpha_0 (N_B + 1) T_s]$ 。然后, 基于 FFT, 一个数据比特周期积分结果如下:

$$\varphi_{b_0}(n_1, k_\alpha) = \sum_{n_d=(n_1-1)N_B+1}^{n_1 N_B} d_{b_0}(n_d) \exp\left[-j \frac{2\pi k_\alpha}{N_{B0}} n_d\right] \approx$$

$$\frac{A^2}{N_B} \exp(j\varphi_0) \sum_{n_d=(n_1-1)N_B+1}^{n_1 N_B} B(n_d) B(n_d + N_B)$$

$$\sum_{n_d=(n_1-1)N_B+1}^{n_1 N_B} \exp\left[j2\pi \left(2N_B \alpha_0 T_s^2 - 2N_B \frac{k_\alpha}{N_{B0}} T_s\right) n_d\right] =$$

$$\frac{A^2}{N_B} \exp(j\varphi_0) B_{b_0}(n_1) \frac{1 - \exp(j2\pi\alpha_k N_B)}{1 - \exp(j2\pi\alpha_k)}$$

$$\exp[j2\pi\alpha_k ((n_1 - 1)N_B + 1)] \quad (10)$$

式中: $n_1 = 1, 2, \dots, N_{SB}$, $N_{SB} = T/N_B - 1$; N_{B0} 表示 FFT 点数; $\alpha_k = 2N_B \alpha_0 T_s^2 - 2N_B \frac{k_\alpha}{N_{B0}} T_s$; $\Delta_\alpha = \frac{1}{N_{B0} T_s}$ 表示多普勒变化率分辨率。当 b_0 是正确的数据比特翻转位置时, $B_{b_0}(n_1) = \pm N_B$; 否则 $|B_{b_0}(n_1)| < N_B$ 。为了搜索正确比特翻转位置, 最终积分变量 $\varphi(B_L, b_0, k_\alpha)$ 可以表示为

$$\varphi(B_L, b_0, k_\alpha) = \sum_{n_1=1}^{N_{SB}} \varphi_{b_0}(n_1, k_\alpha) B_L(n_1) \approx$$

$$\frac{A^2}{N_B N_{SB}} \exp(j\varphi_0) \frac{1 - \exp(j2\pi\alpha_k N_B)}{1 - \exp(j2\pi\alpha_k)}$$

$$\sum_{n_1=1}^{N_{SB}} B_{b_0}(n_1) B_L(n_1) \cdot$$

$$\sum_{n_1=1}^{N_{SB}} \exp[j2\pi\alpha_k ((n_1 - 1)N_B + 1)] =$$

$$\frac{A^2}{N_B N_{SB}} \exp(j\varphi_0) \frac{1 - \exp(j2\pi\alpha_k N_B)}{1 - \exp(j2\pi\alpha_k)}$$

$$\frac{1 - \exp[j2\pi\alpha_k N_B N_{SB}]}{1 - \exp[j2\pi\alpha_k N_B]}$$

$$\sum_{n_1=1}^{N_{SB}} B_{b_0}(n_1) B_L(n_1) \exp[j2\pi\alpha_k] \quad (11)$$

式中: $B_L(n_1) \in \{1, -1\}$ 。当 b_0 时 α 正确的数据翻转位置时, $B_L(n_1)$ 和 $B_{b_0}(n_1)$ 有相同的数据比特符号, 且 $\varphi(B_L, b_0, k_\alpha)$ 到达最大值。此时, 检测统计量 J_α 对于不同多普勒变化率检测单元可以表示为

$$J_\alpha(k_\alpha) = \max_{\tau, B_L, b_0} |\varphi(B_L, b_0, k_\alpha)|^2 \approx A^2 \left| \frac{1 - \exp(j2\pi\alpha_k N_B) 1 - \exp[j2\pi\alpha_k N_B N_{SB}]}{1 - \exp(j2\pi\alpha_k) 1 - \exp[j2\pi\alpha_k N_B]} \right| \approx A^2 N_B N_{SB} |\text{sinc}(\pi\alpha_k N_B) \text{sinc}(\pi\alpha_k N_B N_{SB})| \quad (12)$$

假设 T_α 为多普勒变化率估计的检测阈值, 这个阈值可以通过虚警概率 (False Alarm Probability, FAP) 求得。当 $J_\alpha(k_\alpha) \geq T_\alpha$, 就可以得到估计多普勒变化率; 如果 $J_\alpha(k_\alpha) \leq T_\alpha$, 则说明积累峰值过小, 需要考虑其他压缩多普勒频率单元。综上, 参数 τ, α_0 和数据比特可以通过上述过程估计得到。然后后相关信号 R_n 可以简化为 $\varphi_2(n, k_f)$, 如公式 (13) 所示:

$$\varphi_2(n, k_f) = A \exp[j\pi f_0(2n+1)T_s] \quad (13)$$

基于 FFT, 剩余多普勒频率 f_0 可以通过如下公式得到:

$$J_f(k_f) = \sum_{n=0}^{N_f-1} \varphi_2(n, k_f) \exp\left[-j2\pi \frac{k_f}{N_f} n\right] \quad (14)$$

式中: N_f 表示 FFT 的点数; $\Delta_f = \frac{1}{N_f T_s}$ 表示多普勒分辨率。假设 N_f 表示 k_f 取值数量, T_f 通过 FAP 设定在剩余多普勒频率估计中表示检测阈值, 当 $J_f(k_f) \geq T_f$, 可以得到估计的 f_0 。

2.3 提出的方法 LGAM

LGAM 流程如图 1 所示, 结合了 SDF 过程和双 FFT 检测过程。

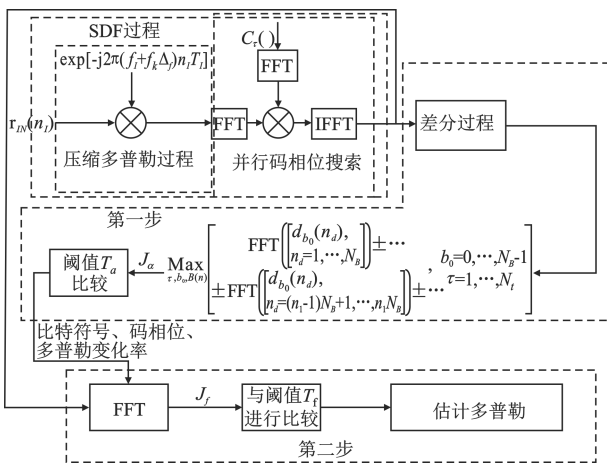


图 1 LGAM 流程

基于双 FFT 检测过程可以通过两步参数估计得到。在有噪声条件下, 中频信号 $r_1(n)$ 可以表示为

$$r_{IN}(n) = r_1(n) + w(n) \quad (15)$$

式中: $w(n)$ 的实部和虚部都是服从均值为零方差为 σ^2 的正态分布。

LGAM 可以详细描述如下:

第一步, 码相位、数据比特和多普勒变化率估计。

经过 SDF 过程, 可以获得有噪声的后相关信号 $R(n)$ 。由于剩余多普勒频率和多普勒变化率对积分峰值的影响, 需要进行频率参数估计。差分信号可以通过公式 (9) 得出。由于数据比特符号影响, 积分过程可以通过公式 (10) 和 (11) 进行。检测变量 $J_\alpha(k_\alpha)$ 的最大峰值对应位置是码相位和比特符号估计值。根据设定的阈值 T_α , 可以得到对应正确多普勒变化率的估计值单元 k_α 。而后, 可以估计出峰值对应码相位、多普勒变化率和比特符号。如果 $J_\alpha(k_\alpha) < T_\alpha$, 进不用进行第二步对多普勒精细搜索估计, 这样可以节省搜索计算量。

第二步, 剩余多普勒频率估计。

基于上一步估计的数据比特反转位置、多普勒变化率和数据比特符号, 第二步信号估计模型 $\varphi_{2n}(n, k_f)$ 可以写为

$$\varphi_{2n}(n, k_f) = \varphi_2(n, k_f) + w(n) \quad (16)$$

压缩多普勒搜索估计的多普频率误差较大 (比如 $M_f = T$, 剩余多普勒频率变化范围为 $-250 \sim 250$ Hz), 需要进行剩余多普勒频率估计。根据公式 (14), 可以得到多普勒频率检测的统计量 $J_f(k_f)$ 。如果此统计量大于设定阈值 T_f , 可以得到估计的多普勒频率; 如果不是, 则证明此卫星信号不存在或者捕获失败。

3 算法的理论性能分析

在高动态环境中, 可能多普勒变化率很小 (这里认为是 0 Hz/s), 此时选用 SDHT^[23] 作为对比方法, 此时本文提出方法叫做 LGAM1。由于已知多普勒变化率信息, 在公式 (10) 中就不用 FFT 操作。如果多普勒变化率不为 0 Hz/s, 此时本文方法叫做 LGAM2。以上命名是为了对比说明检测方法的计算复杂度^[24]。下边为了说明计算复杂度, 推导了基于搜索状态流图的全 MAC, 并且分析了提出方法的检测概率。

3.1 复杂度分析法

图 2 表示 LGAM 循环搜索状态流图。

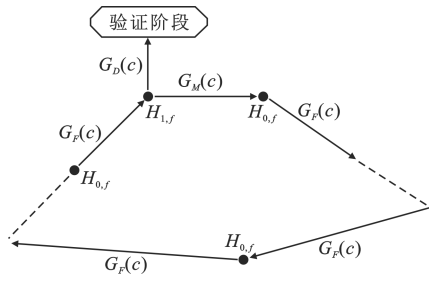


图 2 提出方法的搜索状态图

由于此搜索状态图是针对搜索压缩搜索多普勒频率过程建立的, 所以适用于 LGAM1 和 LGAM2 (即 LGAM)。其中, 箭头表示伪随机码并行搜索过程, 每一个节点表示压缩多普勒搜索的一个频点检测过程 (即一次多普勒频率假设)。根据文献 [13] 对流图转移函数分析, 本文提出压缩多普勒转移状态函数可以表示为

$$G(c) = \frac{G_D(c) [1 - G_F^D(c)]}{D_f [1 - G_F(c)] [1 - G_M(G_{\alpha,F}(c))]^{D_f - 1}} \quad (17)$$

$$G_D(c) = P_D c^{N_c} \quad (18)$$

$$G_M(c) = P_M c^{N_c} + P_f \quad (19)$$

$$G_F(c) = c^{N_c} \quad (20)$$

对于流图中任意一个多普勒假设, P_f 表示不正确的多普勒频率单元 $H_{0,f}$ 下的 FAP, P_D 表示检测概率, P_M 表示漏检概率, D_f 表示压缩搜索的多普勒频点数量, c 表示一次复乘计算的复杂度, N_c 表示一次多普勒频率假设搜索的平均消耗复乘次数。当多普勒变化率 α_0 为 0 Hz/s 时 [23], 公式 (10) 中的 FFT 操作就被移除, 所以移除公式 (10) 中的

$\exp\left[-j \frac{2\pi k_\alpha}{N_{B0}} n_d\right]$ 因子, 则 N_c 可以表示为

$$N_c = \frac{2K_f + 1}{D_f} \left(TN_i \text{lb } N_i + 2TN_i + N_i N_B^2 (N_{SB} - 1) + N_f + 2N_f \text{lb } N_f \right) \quad (21)$$

式中: $K_f M_f \Delta_f = f_{dm} \text{ } f_{dm}$ 表示多普勒频率 f_d 的最大值; $D_f = 2K_f M_f + 1$; $TN_i \text{lb } N_i + 2TN_i$ 为伪随机码并行搜索的复乘量。根据公式 (10), $N_i N_B^2 (N_{SB} - 1)$ 表示提出方法第一步复乘量, N_f 表示公式 (13) 的复乘量, $N_f \text{lb } N_f$ 表示公式 (14) 的复乘计算量。然而, 剩余多普勒频率可正可负, 所以对对应提出方法的第二步需要消耗 $2N_f \text{lb } N_f$ [25]。当多普勒变化率不为零时, N_c 可以表示如下:

$$N_c = \frac{2K_f + 1}{D_f} \left(TN_i \text{lb } N_i + 2TN_i + N_i N_B^2 (N_{SB} - 1) + 2N_i N_B (N_{SB} - 1) N_{B0} \text{lb } N_{B0} + N_f + 2N_f \text{lb } N_f \right) \quad (22)$$

式中: $N_i N_B (N_{SB} - 1) N_{B0} \text{lb } N_{B0}$ 表示公式 (10) 的复乘次数。同样, 多普勒变化率有可能正也有可能是负, 所以公式 (10) 消耗 $2N_i N_B (N_{SB} - 1) N_{B0} \text{lb } N_{B0}$ 次复乘。

MAC [13] 是衡量捕获检测过程中平均复乘计算量的参数, 它反映了算法消耗计算量的大小。算法总的 MAC 可以表示为

$$\text{MAC} = \mu_p + \mu_f \quad (23)$$

式中: μ_p 表示准备阶段消耗的复乘计算量; μ_f 表示在多普勒搜索阶段消耗的复乘计算量。

在提出方法的准备阶段中, 基于 FFT 码相位并行搜索方式消耗 $TN_i \text{lb } N_i$ 次复乘 [26]。在多普勒搜索阶段, 提出方法 μ_f 可以表示为

$$\mu_f = \frac{dG(c)}{dc} \Big|_{c=1} = \frac{N_c}{P_D} + N_c (D_f - 1) \left(\frac{1}{P_D} - \frac{1}{2} \right) \quad (24)$$

当检测概率很高时 ($P_{i,D} \approx 1$), 则可以得到 μ_f 下界为

$$\mu_{fL} = 0.5 (D_f + 1) N_c \quad (25)$$

为了对比提出方法 LGAM1 和 LGAM2, 本文选用了两种基于 FFT 方法做对比, 分别是 SDHT [13] 和 DCFT [22], 总的 MAC 如表 1 所示。

表 1 算法的总 MAC 下界比较

α_0	算法	μ_p	μ_{fL}
0	LGAM1	$TN_i \text{lb } N_i$	$0.5 (D_f + 1) N_{c1}$
	SDHT	$TN_i \text{lb } N_i$	$0.5 (D_f + 1) N_{cs}$
不等于 0	LGAM2	$TN_i \text{lb } N_i$	$0.5 (D_f + 1) N_{c2}$
	DCFT	$TN_i \text{lb } N_i$	$0.5 (D_f + 1) N_{cd}$

在表 1 中, 可以通过文献 [13] 得到对比方法 SDHT 的 $N_{cs} = \frac{2K_f + 1}{D_f} T(N_i \text{lb } N_i + 2N_i) + \frac{D_f - 2K_f - 1}{D_f} \left(\frac{TN_i}{2} \right)$ 。本文提出方法的 N_{c1} 和 N_{c2} 可以从公式 (21) 和 (22) 中得出。

对于 DCFT 方法, 并行码相位搜索过程消耗 $T(N_i \text{lb } N_i + 2N_i)$ 次复乘, 多普勒变化率过程消耗 $N_i N_B (2N_{B0} - 1) (N_{SB} \times 2N_f \text{lb } N_f)$ 次复乘, 并且搜索剩余多普勒频率需要消耗 $N_i N_B (2N_{B0} - 1) (N_{SB} \times 2N_f \text{lb } N_f)$

次复乘。综上, $N_{cd} = \frac{2K_f + 1}{D_f} (T(N_i \text{lb } N_i + 2N_i) + N_i (2N_{B0} - 1) (T + N_B) + N_i N_B (2N_{B0} - 1) (N_{SB} \times 2N_f \text{lb } N_f))$ 。当 $T = [20, 500]$ ms 时, 基于公式 (10), $\Delta_\alpha = \frac{1}{N_{B0} T_s}$ 表示多普勒变化率分辨率。当公式 (12) 的 $|\alpha_k| \leq \Delta_\beta / 2$ 时, 对应正

确多普勒频率变化率单元可以被检测出来。为了对检测峰值不过多削减需满足

$$20\lg \left| \operatorname{sinc} \left(\pi \frac{N_B T_s}{N_{B0}} N_B \right) \operatorname{sinc} \left(\pi \frac{N_B T_s}{N_{B0}} N_B N_{SB} \right) \right| \geq -6 \text{ dB} \quad (26)$$

所以

$$\left| \operatorname{sinc} \left(\pi \frac{N_B T_s}{N_{B0}} N_B \right) \operatorname{sinc} \left(\pi \frac{N_B T_s}{N_{B0}} N_B N_{SB} \right) \right| \geq 0.5 \quad (27)$$

因此

$$\left| \operatorname{sinc} \left(\pi \frac{N_B T_s}{N_{B0}} N_B \right) \right| \geq \left| \operatorname{sinc} \left(\pi \frac{N_B T_s}{N_{B0}} N_B N_{SB} \right) \right| \quad (28)$$

能被进一步简化为

$$\left| \operatorname{sinc} \left(\pi \frac{N_B T_s}{N_{B0}} N_B N_{SB} \right) \right| \geq \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (29)$$

根据泰勒公式展开原理,公式(29)可以进一步简化为

$$\sin \left(\pi \frac{N_B^2 N_{SB} T_s}{N_{B0}} \right) \approx \left(\pi \frac{N_B^2 N_{SB} T_s}{N_{B0}} \right) - \frac{\left(\pi \frac{N_B^2 N_{SB} T_s}{N_{B0}} \right)^3}{6} \geq \frac{1}{\sqrt{2}} \pi \frac{N_B^2 N_{SB} T_s}{N_{B0}} \quad (30)$$

当 $N_B = 20$ 时,

$$N_{B0} \geq \frac{\pi N_B^2 N_{SB} T_s}{\sqrt{6 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}} \right)}} \approx N_{SB} \quad (31)$$

$D_f = \frac{[-10, 10] \text{ kHz}}{\Delta_f}$ 且 $D_f = \frac{[0, 250] \text{ kHz}}{\Delta_f}$, 则总的

MAC 下界进行对比如图 3 所示。

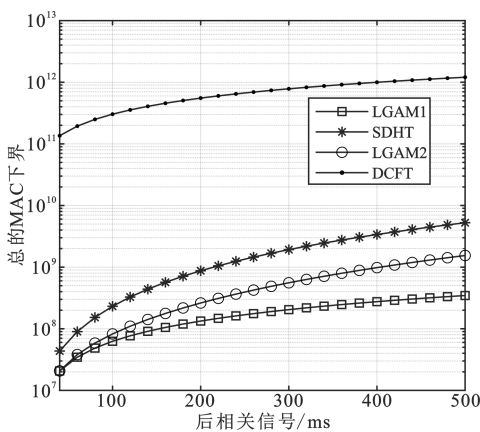


图3 算法的总的 MAC 下界对比

从图 3 可以看出当后相关信号长度变长时,总的计算量是变大的。而且由于本文提出方法采用公式(9)和(10),在同样后相关长度下 LGAM 计算量对比方法 SDHT 和 DCFT 方法小。当后相关信号长度为 500 ms 且多普勒变化率为 0 Hz/s 时,对比方法 SDHT 计算量是 LGAM1 的 15 倍。而且,当多普勒变化率不为零且后相关信号长度为 500 ms 时,对比方法 DCFT 的计算量是 LGAM2 的 780 倍。

3.2 检测概率分析

本文假设仅有一个码相位、多普勒频率和多普勒变化率单元包含全部有用信号能量,则 LGAM 的检测变量可以表示为

$$J_{i,\Gamma,k} = \left| \sum_{n=1}^{N_\Gamma} (x_n + jy_n) \right|^2 = \left(\sum_{n=1}^{N_\Gamma} x_n \right)^2 + \left(\sum_{n=1}^{N_\Gamma} y_n \right)^2 \quad (32)$$

式中: $i = 1, 2$ 表示 LGAM1 或者 LGAM2; $\Gamma = \alpha$; F 表示第一步或者第二步参数估计过程; $k = 0, 1$ 表示不正确的检测单元或者正确的检测单元; x_n 和 y_n 表示实数。

根据中心极限定理,多个独立同分布的随机变量加和的极限分布为高斯分布。根据这样的理论, $\sum_{n=0}^{N-1} x_{i,n} \rightarrow N(\mu_x, \sigma_x^2)$, 且 $\sum_{n=0}^{N-1} y_n \rightarrow N(\mu_y, \sigma_y^2)$ 。其中, $E(\sum_{n=0}^{N-1} x_n) = \mu_x$, $E(\sum_{n=0}^{N-1} y_n) = \mu_y$, $D(\sum_{n=0}^{N-1} x_n) = \sigma_x^2$, 且 $D(\sum_{n=0}^{N-1} y_n) = \sigma_y^2$ 。当 $k = 0, \mu_{x,i} = \mu_{y,i} = 0$, $E(\cdot)$ 表示求期望, $D(\cdot)$ 表示求方差, $N(\cdot)$ 表示正态分布。

根据上述分析, $J_{i,\Gamma,k}$ 近似服从自由度为 2 的卡方分布^[24], 则 $J_{i,\Gamma,k}$ 的概率密度函数 (Probability Density Function, PDF) 可以表示为

$$p(J_{i,\Gamma,k}) = \frac{1}{2\sigma_{i,\Gamma,k}^2} \exp\left(-\frac{J_{i,\Gamma,k} + a_{i,\Gamma,k}^2}{2\sigma_{i,\Gamma,k}^2}\right) I_0\left(\sqrt{\frac{a_{i,\Gamma,k}^2 J_{i,\Gamma,k}}{\sigma_{i,\Gamma,k}^4}}\right) \quad (33)$$

式中: $I_0(\cdot)$ 表示第一类修正贝塞尔函数 $a_{i,\Gamma,k}^2 = (\mu_x)^2 + (\mu_y)^2$, $a_{i,\Gamma,k}^2 = \sigma_y^2 = \sigma_x^2$ 。在不正确多普勒频率假设单元 $H_{0,f}$ 下, $a_{i,\Gamma,0}^2 = 0$, 检测统计量 $J_{i,\Gamma,0}$ 的 FAP $P_{i,\Gamma,fa} = P\{J_{i,\Gamma,0} \geq T_{i,\Gamma} | H_{0,f}\}$ 可以表示如下:

$$P_{i,\Gamma,fa} = P\{J_{i,\Gamma,0} \geq T_{i,\Gamma} | H_{0,f}\} = 1 - \left(\int_0^{T_{i,\Gamma}} p(J_{i,\Gamma,0}) dJ_{i,\Gamma,0} \right)^{N_\Gamma N_{i,\Gamma}} \approx 1 - \left(1 - \exp\left(-\frac{T_{i,\Gamma}}{2\sigma_{i,\Gamma,0}^2}\right) \right)^{N_\Gamma N_{i,\Gamma}} \quad (34)$$

式中: $N_{i,\alpha} = N_i; N_{i,F} = 1; N_{i,F}$ 表示剩余多普勒搜索数量; $N_{i,\alpha}$ 表示搜索多普勒变化率的数量。在正确多普勒检测单元 $H_{1,f}$ 下, 检测概率 $P_{i,f,D} = P\{J_{i,f,1} \geq T_{i,f} | H_{1,f}\}$ 可以表示为

$$P_{i,f,D} = P\{J_{i,f,1} \geq T_{i,f} | H_{1,f}\} = \int_{T_{i,f}}^{+\infty} p(J_{i,f,1}) \left(\int_0^{J_{i,f,1}} p(J_{i,f,0}) dJ_{i,f,0} \right)^{N_{i,f} N_{i,\alpha} - 1} dJ_{i,f,0} \approx \sum_{n=0}^{N_{i,f} N_{i,\alpha} - 1} \left(\begin{matrix} \frac{(-1)^n (N_{i,f} N_{i,\alpha} - 1)}{n + 1} \binom{n}{n} \\ \exp\left(\frac{na_{i,f,1}^2}{2(n+1)\sigma_{i,f,0}^2}\right) \\ Q\left(\frac{a_{i,f,1}}{\sigma_{i,f,1} \sqrt{n+1}}, \frac{\sqrt{(n+1)T_{i,f}}}{\sigma_{i,f,1}}\right) \end{matrix} \right) \quad (35)$$

当 $P_{i,f,D} \ll 1$ 时, $\left(\int_0^{J_{i,f,1}} p(J_{i,f,0}) dJ_{i,f,0} \right)^{N_{i,f} N_{i,\alpha} - 1} \approx 1$, 且公式(35)可以化简为

$$P_{i,f,D} = P\{J_{i,f,1} \geq T_{i,f} | H_{1,f}\} = \int_{T_{i,f}}^{+\infty} p(J_{i,f,1}) \left(\int_0^{J_{i,f,1}} p(J_{i,f,0}) dJ_{i,f,0} \right)^{N_{i,f} N_{i,\alpha} - 1} dJ_{i,f,0} \approx Q\left(\frac{a_{i,f,1}}{\sigma_{i,f,1}}, \frac{\sqrt{T_{i,f}}}{\sigma_{i,f,1}}\right) \quad (36)$$

当检测到正确多普勒单元 $H_{1,f}$ 时, 漏检概率

$$P_{i,f,M} \text{ 可以表示为} \\ P_{i,f,M} = P\{J_{i,f,1} < T_{i,f} | H_{1,f}\} = \int_0^{T_{i,f}} p(J_{i,f,1}) dJ_{i,f,0} \left(\int_0^{J_{i,f,1}} p(J_{i,f,0}) dJ_{i,f,0} \right)^{N_{i,f} N_{i,\alpha} - 1} = \left(1 - Q\left(\frac{a_{i,f,1}}{\sigma_{i,f,1}}, \frac{\sqrt{T_{i,f}}}{\sigma_{i,f,1}}\right) \right) \cdot \left(1 - \exp\left(-\frac{T_{i,f}}{2\sigma_{i,f,0}^2}\right) \right)^{N_{i,f} N_{i,\alpha} - 1} \quad (37)$$

当遇到正确检测单元 $H_{1,f}$, FAP $P_{i,f,F} = 1 - P_{i,f,M} - P_{i,f,D}$ 。检测概率 $P_{i,D}$ 可以表示为如下:

$$P_{i,D} = P_{i,\alpha,D} P_{i,F,D} \quad (38)$$

下面仿真利用 GPS L1 CA 信号, 参数设置如下: $f_1 = 0, f_{dm} = 5 \text{ kHz}, \alpha_0 = 500 \text{ Hz/s}, T_1 = 1/2046000 \text{ s}$ ($N_t = 2046$), $N_{B0} = N_{SB}$ (多普勒变化率分辨率 $\Delta_\alpha = \frac{1}{N_{B0} T_s}$), 多普勒频率压缩因子 $M_f = T$, 根据 $P_{i,f,D} =$

0.000 2 设置检测阈值 $T_{i,f}$, 蒙特卡罗仿真次数为 10 000 次。基于上述设置, LGAM 对多普勒、多普勒变化率的检测概率如图 4 所示。

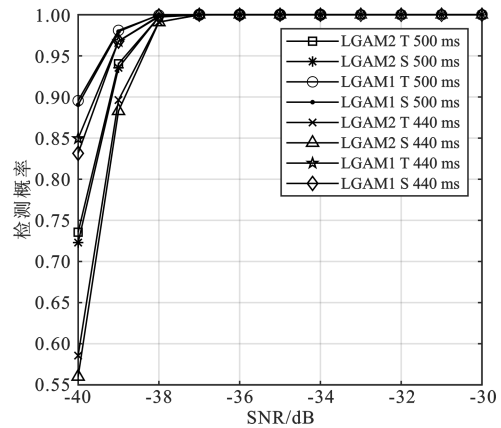


图 4 LGAM 在不同后相关信号长度下检测概率对比 (T 和 S 分别表示理论检测概率和仿真概率结果)

从图 4 可以看出, 积分时间越长, 在同一信噪比下检测概率越大。理论概率与仿真概率较好地重合, 说明理论概率分析的正确性。由于 LGAM2 需要进行多普勒变化率搜索, 所以同样后相关信号长度和 SNR 下, LGAM2 的检测概率要低于 LGAM1。

4 算法实际性能实验

根据文献[13], MAC 可以说明计算效率: 如果 MAC 低说明计算效率高, 算法复杂度低。为了证明提出方法 LGAM 与对比方法相比具有更低的计算复杂度, 这一节通过半实物模拟仿真 SDHT、DCFT、LGAM 方法的检测概率带入总 MAC 公式对比实际总 MAC 性能。图 5 是实际中频信号接收过程, 实验仿真及算法参数设置如表 2 所示。

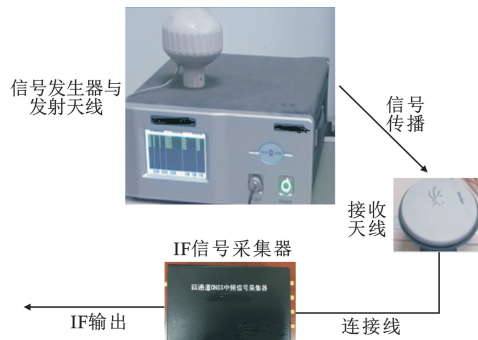


图 5 IF GPS L1 C/A 信号获取示意

表 2 仿真参数

参数	设置
数据比特周期 N_B	20
每个码周期采样点数 N_s	2 046
多普勒变化范围/kHz	$[-10, 10]$
剩余多普勒变化范围/Hz	$[-250, 250]$
多普勒变化率范围/(Hz/s)	$[-500, 500]$
FAP	0.000 2
采样时间 T_s /ms	1
最后估计的多普勒频率分辨率/Hz	$500/T$
估计的多普勒变化率分辨率	$1/N_B T_s$
信道	高斯白噪声信道
蒙特卡罗仿真次数	10 000

通过信号发生器(HWA-RNSS-7200)产生 GPS L1 C/A,并通过天线发射。然后通过 IF 采集器接收得到中频数字信号。最后,一些噪声加入采集的 IF 信号,作为下面方法对比的输入信号。

总的 MAC 可以通过公式(23)获得,其中 μ_p 可以通过表 1 获得, μ_f 可以通过公式(24)获得。公式(24)中的 P_D 可以通过仿真或者理论表达式(32)得到。仿真的总的 MAC 的 P_D 参数可以通过仿真获得,理论的总的 MAC 的 P_D 参数可以通过理论公式计算得到。所有方法总的 MAC 如图 6 所示。

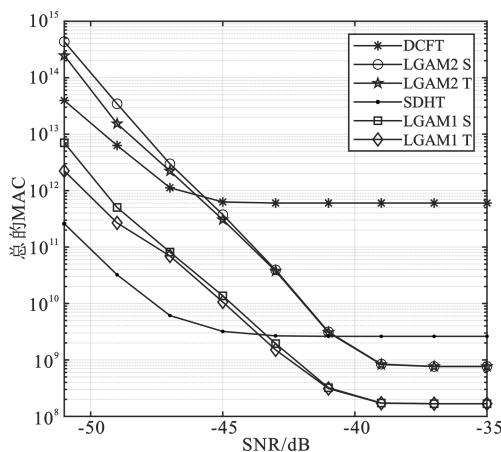


图 6 总 MAC 对比(S 表示仿真曲线,T 表示理论曲线)

由于 LGAM1 采用 FFT 并行搜索多普勒剩余频率,这样的方式比 SDHT 方法利用相邻频率关系精细估计频率消耗的计算量少,所有 LGAM1 比 SDHT 消耗的计算量少。这个结果可以从图中看出,当信噪比高于 -43 dB 时, LGAM1 的 MAC 小于 SDHT 的 MAC。但是,MAC 会受到检测概率 P_D 影响。由于 LGAM1 采用差分处理,这种方式跟 SDHT 相干积分相比,会影响低信噪比下的检测概率。所

以由于受到检测概率影响,在低于 -43 dB 下 LGAM1 的 MAC 大于 SDHT 的 MAC。

当多普勒变化率不等于 0 Hz/s 时,与 DCFT 二维 FFT 估计多普勒频率和多普勒变化率相比,由于 LGAM2 采用差分搜索频率参数,大大减小了频率估计复杂度,所以在信噪比高于 -46 dB 时, LGAM2 的 MAC 小于 DCFT 的 MAC。与上面分析相同,当信噪比低于 -46 dB 时,由于受到检测概率影响, LGAM2 的 MAC 要高于 DCFT 的 MAC。

5 结束语

为了进一步减少高动态环境下参数估计的计算量,本文提出了基于稀疏多普勒假设的 LGAM 方法,能够快速高效地实现精确多普勒检测。研究结果表明,利用这种方法,不用去搜索全部可能的多普勒频点,并且利用双 FFT 检测实现剩余多普勒估计,即提升了多普勒检测精度。相比较于 SDHT 和 DCFT,本文提出的方法在高信噪比的情况下降低了计算量,且保证了检测精度。

但是,本文提出的方法仅适用于高动态且较高信噪比环境下。对 GNSS 信号参数估计,在未来的工作中将结合深度卷积网络,使得提出的方法能够适应多种信号的复杂环境,进一步增加方法的检测能力。

参考文献:

- [1] KONG S H. High sensitivity and fast acquisition signal processing techniques for GNSS receivers: from fundamentals to state-of-the-art GNSS acquisition technologies [J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2017, 34(5): 59-71.
- [2] 熊竹林,刘策伦,安建平,等. 低复杂度高动态低信噪比环境下的 GPS 信号捕获算法[J]. 通信学报, 2015, 36(3): 179-184.
- [3] QAISAR S U, BENSON C R. Processing cost of doppler search in GNSS signal acquisition: measuring Doppler shift in navigation satellite signals [J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2017, 34(5): 53-58.
- [4] XIE F, SUN R, KANG G H, et al. A jamming tolerant BeiDou combined B1/B2 vector tracking algorithm for ultra-tightly coupled GNSS/INS systems [J]. Aerospace Science and Technology, 2017, 70: 265-276.
- [5] ZIDAN J, ADEGOKE E I, KAMPERT E, et al. GNSS vulnerabilities and existing solutions: a review of the literature [J]. IEEE Access, 2020, 9: 153960-153976.
- [6] GUO W F, NIU X J, GUO C, et al. A new FFT acquisition scheme based on partial matched filter in

- GNSS receivers for harsh environments [J]. *Aerospace Science and Technology*, 2017, 61:66–72.
- [7] LI X S, GUO W. Efficient differential coherent accumulation algorithm for weak GPS signal bit synchronization [J]. *IEEE Communications Letters*, 2013, 17(5):936–939.
- [8] ZENG Q X, GAO C, QIU W Q, et al. Parallel frequency acquisition algorithm for BeiDou software receiver based on coherent downsampling [J]. *Journal of Navigation*, 2020, 73(2):433–454.
- [9] NIE Z X, LIU F, GAO Y. Real-time precise point positioning with a low-cost dual-frequency GNSS device [J]. *GPS Solutions*, 2019, 24(1):1–9.
- [10] WU C, GAO Y. Low-computation GNSS signal acquisition method based on a complex signal phase in the presence of sign transitions [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2020, 56(6):4177–4191.
- [11] PAN Y, ZHANG S, WANG X, et al. A fine acquisition algorithm based on fast three-time FRFT for dynamic and weak GNSS signals [J]. *Journal of Systems Engineering and Electronics*, 2023, 34(2):259–269.
- [12] WEN W S, BAI X W, KAN Y C, et al. Tightly coupled GNSS/INS integration via factor graph and aided by fish-eye camera [J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2019, 68(11):10651–10662.
- [13] KONG S H. SDHT for fast detection of weak GNSS signals [J]. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2015, 33(11):2366–2378.
- [14] SUN R, FU L X, CHENG Q, et al. Resilient pseudorange error prediction and correction for GNSS positioning in urban areas [J]. *IEEE Internet of Things Journal*, 2023, 10(11):9979–9988.
- [15] LI X X, MA F J, LI X, et al. LEO constellation-augmented multi-GNSS for rapid PPP convergence [J]. *Journal of Geodesy*, 2019, 93(5):749–764.
- [16] ESTEVES P, SAHMOUDI M, BOUCHERET M L. Sensitivity characterization of differential detectors for acquisition of weak GNSS signals [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2016, 52(1):20–37.
- [17] WU C, XU L P, ZHANG H, et al. An improved acquisition method for GNSS in high dynamic environments: differential acquisition based on compressed sensing theory [J]. *Navigation*, 2017, 64(1):23–34.
- [18] LUO Y R, ZHANG L, RUAN H. An acquisition algorithm based on FRFT for weak GNSS signals in a dynamic environment [J]. *IEEE Communications Letters*, 2018, 22(6):1212–1215.
- [19] LUO Y R, YU C Y, CHEN S H, et al. A novel Doppler rate estimator based on fractional Fourier transform for high-dynamic GNSS signal [J]. *IEEE Access*, 2019, 7:29575–29596.
- [20] 方竹, 张天骐, 汪锐, 等. 高动态环境二进制偏移载波调制信号的捕获 [J]. *信号处理*, 2022, 38(10):2164–2172.
- [21] FOUCRAS M, JULIEN O, MACABIAU C, et al. Probability of detection for GNSS signals with sign transitions [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2016, 52(3):1296–1308.
- [22] HE G J, YUAN X D, ZHUANG Y, et al. An integrated GNSS/LiDAR-SLAM pose estimation framework for large-scale map building in partially GNSS-denied environments [J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2020, 70:1–9.
- [23] WU C, XU L P, ZHANG H, et al. A block zero-padding method based on DCFT for L1 parameter estimations in weak signal and high dynamic environments [J]. *Frontiers of Information Technology & Electronic Engineering*, 2015, 16(9):796–804.
- [24] LYU D Q, ZENG F L, OUYANG X F, et al. Real-time clock comparison and monitoring with multi-GNSS precise point positioning: GPS, GLONASS and Galileo [J]. *Advances in Space Research*, 2020, 65(1):560–571.
- [25] WANG Z Z, LIU F F, LV R H, et al. Data acquisition of GNSS-based InSAR: joint accuracy-efficiency optimization of 3-D deformation retrieval [J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, 2022, 15:7886–7898.
- [26] QIU H. Application and accuracy analysis of GNSS-RTK technology in data acquisition [J]. *Journal of Computing and Electronic Information Management*, 2023, 10(2):21–23.

作者简介:

吴 亿 男, 1999 年生于安徽芜湖, 2021 年获学士学位, 现为硕士研究生, 主要研究方向为高动态导航信号参数估计。

吴 超 男, 1988 年生于河北邢台, 2016 年获博士学位, 现为副教授, 主要研究方向为导航信号处理, 主要涉及导航软件接收机捕获、跟踪算法。

钱飞杰 男, 1999 年生于浙江绍兴, 2022 年获学士学位, 现为硕士研究生, 主要研究方向为高动态导航信号参数估计。

林秀苇 男, 2001 年生于浙江温州, 2022 年获学士学位, 现为硕士研究生, 主要研究方向为高动态导航信号参数估计。