

城轨跨线运输组织列车运行图 全局优化研究

董秋含¹, 唐金金¹, 李超¹, 邵欣昀¹, 李鉴², 梁蒙垚衡³, 刘思东⁴

(1. 北京交通大学交通运输学院, 北京 100044; 2. 北京市地铁运营有限公司, 北京 100032;
3. 北京交通大学机械与电子工程控制学院, 北京 100044; 4. 北京城市快轨建设管理有限公司, 北京 100020)

摘要: 基于轨道交通企业经营视角, 针对跨线运营中车辆周转效率、列车满载率与运营经济性协同平衡的问题, 构建以最小化运营车公里为目标的多维度跨线运行图协同优化模型。研究聚焦运输资源时空配置的经济性优化, 通过集成时刻表编排、折返作业、场段计划与跨线接续等核心要素, 建立最大行车间隔与列车满载率的关约束机制, 实现运营成本与服务可靠性的协同管控。为提高求解效率, 提出 FSAE-CLO(fast solution algorithm for engineering-cross line operation)快速求解算法, 将跨线运行图优化转化为跨线决策组合搜索问题, 按照可跨线列车顺序逐步筛选可行方案, 并基于迭代概率更新机制调整跨线决策, 压缩解空间的同时减少无效搜索。以北京地铁房山线与9号线早高峰为例, 实证表明: 相较于单线运营模式, 该方案降低6.83%车公里; 较遗传算法减少4%运营里程, 并缩短24%求解时间。本研究为运输企业在采用跨线运输组织方法决策中, 从降本增效视角提供一种新的理论与方法与实践支持, 其资源耦合优化机制对提升网络化运营效益具有一定参考价值。

关键词: 城市轨道交通; 列车运行图; 跨线运营; 列车接续; FSAE-CLO 算法

中图分类号: U231

文献标志码: A

文章编号: 1672-6073(2026)04-0178-10

Research on Global Optimization of Train Operation Timetable for Cross-line Transportation Organization of Urban Rail Transit

Dong Qiuhan¹, Tang Jinjin¹, Li Chao¹, Shao Xinyun¹, Li Jian², Liang Mengyaoheng³, Liu Sidong⁴

(1. School of Transportation, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044; 2. Beijing Subway Operation Corporation, Beijing 100032; 3. School of Mechanical and Electronic Control Engineering, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044;
4. Beijing Urban Rapid Rail Transit Construction Management Corp, Beijing 100020)

Abstract: From the perspective of rail transit enterprise management, this study addresses the problem of coordinating and balancing rolling stock circulation efficiency, train load factor, and operational economics in cross-line operation, and constructs a multi-dimensional collaborative optimization model for cross-line train timetables with the objective of minimizing operational train-kilometers. The study focuses on the economic optimization of the spatiotemporal allocation of transport resources. By integrating core elements such as timetable scheduling, turnaround operations, depot operation plans, and cross-line connections, a linkage constraint mechanism between maximum headway and train load factor is established, enabling coordinated control of operating costs and service reliability. To improve solution efficiency, the FSAE-CLO (fast solution algorithm for engineering-cross line operation) algorithm is proposed, which transforms cross-line timetable optimization into a combinatorial search problem for cross-line decisions, gradually screens feasible schemes according to the sequence of trains available for cross-line operation, and adjusts cross-line decisions based on an iterative probability update mechanism, thereby compressing the solution

收稿日期: 2025-04-08 修回日期: 2026-02-06

第一作者: 董秋含, 男, 博士研究生, 主要从事交通运输规划与管理, 21114075@bjtu.edu.cn

通信作者: 唐金金, 男, 博士, 教授, 主要从事交通运输规划与管理, jjtang@bjtu.edu.cn

基金项目: 国家自然科学基金(72371019)

引用格式: 董秋含, 唐金金, 李超, 等. 城轨跨线运输组织列车运行图全局优化研究[J]. 都市轨道交通, 2026, 39(4): 178-187.

space while reducing ineffective searches. Taking the morning peak hours of Beijing Metro Fangshan Line and Line 9 as an example, the empirical results show that, compared with the single-line operation mode, the proposed scheme reduces train-kilometers by 6.83%; compared with the genetic algorithm, it reduces operational mileage by 4% and shortens solution time by 24%. This study provides a new theoretical method and practical support from the perspective of cost reduction and efficiency improvement for transport enterprises in making decisions on adopting cross-line transportation organization methods, and its resource coupling optimization mechanism has reference value for improving the benefits of networked operation.

Keywords: urban rail transit; timetabling; cross-line operation; train connection; FSAE-CLO

随着城市化进程加速推进,城市轨道交通网络化运营已成为现代都市公共交通发展的必然趋势。然而,跨线运营仍面临系统性挑战,如客流方向分布不均衡导致的运力冗余问题,以及多维复杂约束下的协同优化需求。

既有研究根据研究对象可分为线路运行图优化与线网运行图优化两类。在线路运行图优化中,Shi^[1]针对早高峰客流超饱和问题,优化乘客进站量与时刻表。Mo^[2]研究客流不对称场景,提出综合优化模型并设计动态规划算法。Zhou^[3]进一步优化列车时刻表、编组计划及限流措施。Tang^[4]通过有序聚类划分时间域,实现多时段运行图优化。Li^[5]面向多交路场景,构建整数非线性规划模型并设计确定性搜索算法。Wang^[6]针对灵活编组方式,提出混合整数线性规划模型并开发两阶段启发式算法。Li^[7]考虑客流需求与列车运行约束,实现车底出段时空路径与列车时刻表一体化优化。Dong^[8]将DQN(Deep Q-Network)和确定性搜索方法结合,在保证解存在条件下自适应地确定最佳列车发车间隔。刘飞^[9]提出深度强化学习算法,在列车牵引节能率和车公里能耗方面对运行图进行优化。

随着轨道交通网络化运营的发展,学者们逐步从单一线路优化转向线网协同优化研究,以降低换乘客流出行时间并提升跨线服务效能。Shang^[10]针对高峰客流过饱和场景,提出多商品流模型并设计拉格朗日松弛求解框架。Shang^[11]进一步融合乘客时空轨迹与列车满载率预测,提升模型精度。Yang^[12]以跨线特快列车与本线列车协同调度为对象,构建混合整数非线性规划模型优化发车频率与停站模式。Zhou^[13]提出基于客流路径分配的混合整数规划模型,通过近似线性化方法降低求解复杂度。Yin^[14]以缓解车站拥挤为目标,开发自适应大邻域搜索算法,实现线网分解优化与资源约束联动。Sun^[15]提出乘客有效与非有效旅行时间概念,构建跨线列车运行数学表征。Yin^[16]通过双目标混合整数线性规划模型,协同优化车底使用成本与服务质量,并基于Benders分解实现问题分层求解。

然而,既有研究仍存在局限性:其一,多数模型依赖OD客流数据,而实际工程中运行图优化需基于分时统计客流,导致理论模型与实际工程需求之间存在适配性缺口;其二,现有方法多从节省换乘客流出行时间的视角优化跨线运行图,而运输企业需在保证列车满载率不超过最大值的基础上兼顾运营经济性与乘客服务质量,既有研究难以实现协同优化需求^[17]。

针对上述问题,以轨道交通网络化运营中的跨线列车运行图优化为研究对象,构建协同优化模型。该模型以2条可换乘线路的运行图为基础输入,以最小化总列车运营车公里为目标,通过集成列车时刻表、折返计划、场段作业计划与跨线接续关系规则,实现城市轨道交通跨线列车运行图的多维度协同优化。为提升模型求解效率,进一步提出一种面向工程应用的快速求解算法。

1 问题描述

针对局部线路独立优化易陷入局部最优的局限性,本研究立足全局视角设计列车运行图优化方案。模型设置多线路服务交路和换乘车站,在保证运营服务水平的前提下,通过跨线列车协同调度压缩列车运行车公里。通用框架可表征轨道交通跨线运营核心特征,时空轨迹的分析精准量化不同接续方案对车公里消耗的影响,通过输入参数与决策变量的协同优化,构建兼顾运输效率与服务质量的全局优化模型。

图1为由线路 ln_1 与 ln_2 构成的轨道交通双线网络系统。其中,线路 ln_1 包含车站 $\{s_{1,1}, s_{1,2}, s_{1,3}, s_{1,4}\}$ 及车辆段 $d_{1,1}$,其折返作业特征为:下行列车可在 $\{s_{1,1}, s_{1,2}\}$ 执行下行到上行折返,上行列车可在 $s_{1,4}$ 执行上行至下行折返。线路 ln_2 包含车站 $\{s_{2,1}, s_{2,2}, s_{2,3}\}$ 及车辆段 $d_{2,1}$,其折返作业特征为:下行列车可在 $s_{2,1}$ 执行下行至上行折返,上行列车可在 $s_{2,3}$ 执行上行至下行折返。列车运行始发特征为: ln_1 列车由 $d_{1,1}$ 经 $s_{1,1}$ 上行发车, ln_2 列车由 $d_{2,1}$ 经 $s_{2,1}$ 上行发车。 ln_1 的 $s_{1,3}$ 与 ln_2 的 $s_{2,1}$ 共站设置,采用独立站台布局。

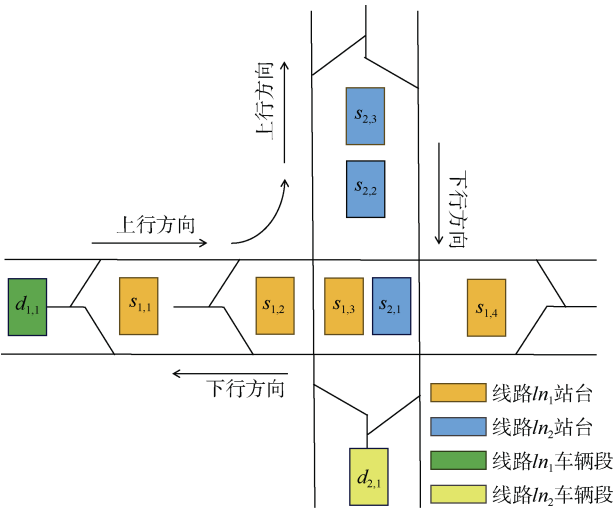


图 1 城市轨道交通双线布局

Figure 1 Double-line layout of Urban Rail Transit Lines

构建广义线路结构模型，其设计具有泛化性：在折返配置方面，支持任意数量车站实现双向折返，兼容站前折返与站后折返方式，并允许车站设置任意数量折返渡线；在车辆段布局方面，配置数量不超过车站总数且可位于线路任意位置；在换乘站设置方面，换乘车站可分布于双线路网络任意位置，实例中 ln_2 尽头换乘站仅为特例；在跨线运行方面，全面覆盖 ln_1 上行跨线至 ln_2 上行、 ln_2 下行跨线至 ln_1 下行、 ln_1 下行跨线至 ln_2 上行、 ln_2 下行跨线至 ln_1 上行 4 种跨线模式，确保研究的泛化性。

基于双线路可行运行图及客流数据输入，针对轨道交通潮汐客流非均衡性导致的运力配置困境，构建跨线接续优化模型。模型输入集成列车时刻表、折返接续方案及出入段计划，以列车间跨线接续关系为决策变量。在给定双线路运行图基础上，确定最优跨线接续策略，实现双线路总车公里最小化，同时通过利用跨线运营特性优化运力配置消除冗余供给，确保优化方案满足客流需求匹配性与列车运行约束双重条件。

将乘客出行时间节省转化为服务可靠性约束，该框架设计基于以下工程实际需求：一方面，换乘客流路径优化与乘客出行时间缩减需依赖 OD 客流数据的动态演化^[18]，而工程实践中实时获取全网完整 OD 矩阵并基于该 OD 矩阵完成客流的分配将极大延长跨线运行图优化工作的周期，难以在实际工程应用中使用；另一方面，最大行车间隔与满载率阈值的双重边界约束已构成服务可靠性的充分保障条件。这种成本优先导向的服务可靠性保障框架，契合国内轨道交通企业的现实决策机制，本模型在确保基础服务可靠性

的前提下优先实现企业运营成本控制目标。

本文提出的跨线运行图优化方法适用于多类城市轨道交通场景。在跨线模式上，通过构建支持上行跨上行、下行跨下行、下行跨上行、上行跨下行 4 类跨线方向的通用参数体系，可覆盖北京地铁房山线—9 号线单向跨线、重庆环线多向跨线等国内典型运营场景。在客流适应性方面，基于时段最大行车间隔的约束机制能有效响应潮汐客流、共线段客流、枢纽换乘客流等差异化需求。其核心优势在于通过时空资源耦合优化框架，为不同跨线拓扑与客流分布特征的轨道交通系统提供统一解决方案。

综上，本研究以运营企业经济性为核心优化目标，通过确定跨线接续关系，采用两线列车接续作为跨线运行组织的核心切入点，通过跨线列车取代高峰时段运行图中特定时空段的非跨线列车，从而实现运输资源的优化配置，在满足运行图可行性与客流需求匹配性双重约束下，优化总列车运行里程。

2 模型构建

针对跨线列车运行图优化问题构建数学模型，首先定义模型符号体系，包括集合与索引、参数及决策变量；其次基于实际运营场景，建立模型约束条件；最后以最小化总列车运行车公里为目标，集成优化模型。

2.1 符号及参数定义

模型使用的集合与索引、参数及决策变量见表 1。

表 1 符号、参数及定义

Table 1 Symbols, parameters and definitions

符号与参数	定义/单位
S_o	线路 ln_o 的车站集合
D_o	线路 ln_o 的车辆段集合
o	线路索引
i, i'	车站索引
l	车辆段索引
ε	搜索可行解次数索引
k, k'	列车索引
n	时间索引
t	时间/s
N	研究时间范围内的时段数量
t_{span}	统计粒度/s
ln_1	列车跨线跨出的线路
ln_2	列车跨线跨入的线路
τ_p	为满足行车安全下一列车到达时间与前一列车出发的最小间隔时间/s
$\tau_{\text{out}, o, l}$	线路 ln_o 的车辆段 d_l 的最小出段间隔/s

续表

符号与参数	定义/单位
$\tau_{in,o,l}$	线路 ln_o 的车辆段 d_l 的最小入段间隔/s
$\delta_{out,o,l}$	线路 ln_o 的车辆段 d_l 的出车方向是否为上行, 上行时 $\delta_{out,o,l}=1$, 否则 $\delta_{out,o,l}=0$
$\delta_{in,o,l}$	线路 ln_o 的车辆段 d_l 的收车方向是否为上行, 上行时 $\delta_{in,o,l}=1$, 否则为 $\delta_{in,o,l}=0$
$h_{max,o}^{down}$	线路 ln_o 的下行最大行车间隔/s
$h_{max,o}^{up}$	线路 ln_o 的上行最大行车间隔/s
ϕ_{min}	列车在车站的最小停留时间/s
c	每列车可提供的运输能力/人
z_0	列车跨线运行距离/m
$z_{o,j,i+1}^{up}$	线路 ln_o 的车站 $s_{o,i}$ 与车站 $s_{o,i+1}$ 成的上行区间的距离/m
$z_{o,j,i+1}^{down}$	线路 ln_o 的车站 $s_{o,i}$ 与车站 $s_{o,i+1}$ 成的下行区间的距离/m
$\gamma_x(o,i,l)$	线路 ln_o 的车站 $s_{o,i}$ 与车辆段 $d_{o,l}$ 是否连接, 若相连 $\gamma_x(o,i,l)=1$, 反之 $\gamma_x(o,i,l)=0$
$\gamma_y(o,i)$	线路 ln_o 的车站 $s_{o,i}$ 是否为线路 ln_1 与线路 ln_2 的跨线车站, 若是 $\gamma_y(o,i)=1$, 反之 $\gamma_y(o,i)=0$
q_1	线路 ln_1 跨出列车的运行方向, 当跨出列车为上行时 $q_1=1$, 反之 $q_1=0$
q_2	线路 ln_2 跨入列车的运行方向, 当跨入列车为上行时 $q_2=1$, 反之 $q_2=0$
$G_{o,i}^{up}(t)$	在 t 时刻所属的统计时段, 线路 ln_o 中车站 s_i 与车站 s_{i+1} 形成的上行区间客流需求量/人
$G_{o,i}^{down}(t)$	在 t 时刻所属的统计时段, 线路 ln_o 中车站 s_i 与车站 s_{i+1} 形成的下行区间客流需求量/人
t_0	研究时段开始时刻
t_1	研究时段结束时刻
η_{max}	最大的客流区间满载率
M	足够大的正数
$A_{o,i}$	经过线路 ln_o 的车站 $s_{o,i}$ 的上行列车
$B_{o,i}$	经过线路 ln_o 的车站 $s_{o,i}$ 的下行列车
Z_o	线路 ln_o 的全部列车集合
$\epsilon_{o,k}$	线路 ln_o 的列车 $\zeta_{o,k}$ 的方向, 当 $\zeta_{o,k}$ 是上行时 $\epsilon_{o,k}=1$, 当 $\zeta_{o,k}$ 为下行时 $\epsilon_{o,k}=0$
$t_{o,k,i}^{arr}$	列车 $\zeta_{o,k}$ 在线路 ln_o 的车站 $s_{o,i}$ 的到达时刻
$t_{o,k,i}^{dep}$	列车 $\zeta_{o,k}$ 在线路 ln_o 的车站 $s_{o,i}$ 的离开时刻
$\alpha_{in}(o,k,l)$	列车 $\zeta_{o,k}$ 在线路 ln_o 是否向车辆段 $d_{o,l}$ 入段
$\alpha_{out}(o,k,l)$	列车 $\zeta_{o,k}$ 在线路 ln_o 是否从车辆段 $d_{o,l}$ 出段
$\beta_x(\zeta_{o,k}, \zeta_{o,k'})$	线路 ln_o 的列车 $\zeta_{o,k}$ 与线路 ln_o 的列车 $\zeta_{o,k'}$ 是否折返接续, 若接续 $\beta_x(\zeta_{o,k}, \zeta_{o,k'})=1$, 反之 $\beta_x(\zeta_{o,k}, \zeta_{o,k'})=0$
$\beta_y(\zeta_{o,k}, \zeta_{o,k'})$	线路 ln_o 的列车 $\zeta_{o,k}$ 与线路 $ln_{o'}$ 的列车 $\zeta_{o',k'}$ 是否跨线接续, 若接续 $\beta_y(\zeta_{o,k}, \zeta_{o',k'})=1$, 反之 $\beta_y(\zeta_{o,k}, \zeta_{o',k'})=0$

2.2 目标函数

列车总运行车公里可按式(1)计算:

$$f = \sum_{i=1}^{I-1} (|A_{o,i}| \cdot z_{o,i,i+1}^{up}) + \sum_{i=2}^I (|B_{o,i}| \cdot z_{o,i,i+1}^{down}) + \sum_{\zeta_{o,k} \in Z_1, \zeta_{o',k'} \in Z_1} \beta_y(\zeta_{o,k}, \zeta_{o',k'}) \cdot z_0 \quad (1)$$

该式包含上下行列车的总运营里程与列车在跨线区间运行的里程。由于列车在各车站办理折返作业及出入车辆段的运营里程相对较短, 而列车在区间运营的里程占比较大, 因此目标函数以列车在区间运营的里程作为列车总运营车公里的计算依据。

2.3 约束条件

2.3.1 列车到发作业约束

跨出的列车与跨入的列车在跨线接续时, 列车在车站的停站时间不得小于最小停站时间, 可得约束:

$$t_{o,k,i}^{dep} - t_{o',k',i'}^{arr} \geq \phi_{min} \quad (2)$$

$$\gamma_y(o,i)=1, \beta_y(\zeta_{o',k'}, \zeta_{o,k})=1$$

式中, $t_{o,k,i}^{dep}$ 为跨线后列车 $\zeta_{o,k}$ 离开换乘车站时间; $t_{o',k',i'}^{arr}$ 为列车 $\zeta_{o',k'}$ 到达车站时间; ϕ_{min} 为车站的最小停站时间; $\zeta_{o,k}$ 为跨线后的列车; $\zeta_{o',k'}$ 为跨线前的列车; $\beta_y(\zeta_{o,k}, \zeta_{o',k'})$ 为线路 ln_o 的列车 $\zeta_{o,k}$ 与线路 $ln_{o'}$ 的列车 $\zeta_{o',k'}$ 是否跨线接续, 若接续 $\beta_y(\zeta_{o,k}, \zeta_{o',k'})=1$, 反之 $\beta_y(\zeta_{o,k}, \zeta_{o',k'})=0$ 。

跨线列车与前一列车还应当满足发到间隔约束:

$$t_{o',k',i'}^{arr} - t_{o,k-1,i}^{dep} \geq \tau_p \quad (3)$$

$$\gamma_y(o,i)=1, \beta_y(\zeta_{o',k'}, \zeta_{o,k})=1$$

式中, τ_p 为最小到发间隔, 该约束用于保证列车行车安全。

在城轨交通高峰运营时段, 列车通常以接近线路极限能力的最小行车间隔密集运行, 此时大客流方向的服务频率已基本达到轨道与信号系统允许的物理上限。这种运行状态使得传统的插线调度方式变得不可行, 因为任何新增列车都会突破最小安全行车间隔, 危及行车安全并打乱既有时空资源分配格局。这种高度饱和的运行图暴露了客流方向不对称性带来的资源错配问题, 为满足大客流方向高频率服务而强制匹配的对向列车往往形成低效运力投放。跨线运营模式通过将部分列车从低需求方向动态调配至相邻线路的适配区段, 在不突破本线最小间隔安全红线的前提下, 有效削减了冗

余车底周转里程, 实现车公里消耗的精准优化。

2.3.2 列车场段作业约束

两列从线路 ln_o 的车辆段 $d_{o,l}$ 出段的列车运行间隔应当不小于车辆段 $d_{o,l}$ 的最小出段间隔 $\tau_{out,o,l}$, 并且出段列车的方向应与该车辆段允许出段的方向一致, 因此有如下约束:

$$\begin{aligned} t_{o,k,i}^{\text{dep}} - t_{o,k-1,i}^{\text{dep}} &\geq \tau_{out,o,l} \\ \forall \alpha_{out}(o,k,l) &= \alpha_{out}(o,k-1,l) = 1, \\ \epsilon_{o,k} &= \epsilon_{o,k+1} = \delta_{out,o,l}, \gamma_x(o,i,l) = 1 \end{aligned} \quad (4)$$

式中, 定义变量 $\alpha_{out}(o,k,l)$ 为列车 $\zeta_{o,k}$ 是否从线路 ln_o 的车辆段 $d_{o,l}$ 出段的二元变量(出段为 1, 否则为 0); $\epsilon_{o,k}$ 为列车 $\zeta_{o,k}$ 的运行方向(上行时为 1, 下行时为 0); $\delta_{out,o,l}$ 为车辆段 $d_{o,l}$ 的出段方向约束, 只有当列车运行方向 $\epsilon_{o,k}$ 与 $\delta_{out,o,l}$ 一致时, 列车方可出段; $\gamma_x(o,i,l)$ 为车站 $s_{o,i}$ 与车辆段 $d_{o,l}$ 的连接状态指示变量(连接为 1, 否则为 0)。

与列车出段约束相对应, 列车入段约束如下:

$$\begin{aligned} t_{o,k,i}^{\text{dep}} - t_{o,k-1,i}^{\text{dep}} &\geq \tau_{in,o,l} \\ \forall \alpha_{in}(o,k,l) &= \alpha_{in}(o,k-1,l) = 1, \\ \epsilon_{o,k} &= \epsilon_{o,k+1} = \delta_{in,o,l}, \gamma_x(o,i,l) = 1 \end{aligned} \quad (5)$$

2.3.3 列车接续约束

列车的后向接续方式仅可选择 1 种, 因此有以下约束:

$$\begin{aligned} \sum_{d_{o,l} \in D_o} \alpha_{in}(o,k,l) + \sum_{\zeta_{o,k'} \in Z_o} \beta_x(\zeta_{o,k}, \zeta_{o,k'}) \\ + \sum_{\zeta_{o',k'} \in Z_{o'}} \beta_y(\zeta_{o,k}, \zeta_{o',k'}) \leq 1 \\ \forall o \neq o', \zeta_{o,k} \in Z_o, d_{o,l} \in D_o \end{aligned} \quad (6)$$

基于实际运营场景, 建立列车接续方式约束机制: 当列车运行至车站时, 需从 3 种接续方式中选择 1 种, 此时接续决策变量应严格满足归一化约束。然而, 在跨线运行图优化过程中, 由于列车入段路径与折返路径可能存在未分配状态, 且优化过程视为全日运行时间域的局部优化, 本研究允许列车接续方式存在暂时性未分配状态, 以增强模型的灵活性与适应性。同理可得列车的前向接续方式约束:

$$\begin{aligned} \sum_{d_{o,l} \in D_o} \alpha_{out}(o,k,l) + \sum_{\zeta_{o,k'} \in Z_o} \beta_x(\zeta_{o,k'}, \zeta_{o,k}) \\ + \sum_{\zeta_{o',k'} \in Z_{o'}} \beta_y(\zeta_{o',k'}, \zeta_{o,k}) \leq 1 \\ \forall o \neq o', \zeta_{o,k} \in Z_o, d_{o,l} \in D_o \end{aligned} \quad (7)$$

为确保列车跨出线路的可行性, 列车的运行方向必须与线路允许跨出的方向一致, 因此建立以下约束条件:

$$\begin{aligned} \mathcal{Q}_1 + M \left[1 - \sum_{o \neq o'} \beta_y(\zeta_{o,k}, \zeta_{o',k'}) \right] &\geq \epsilon_{o,k} \\ &\geq \mathcal{Q}_1 - M \left[1 - \sum_{o \neq o'} \beta_y(\zeta_{o,k}, \zeta_{o',k'}) \right] \end{aligned} \quad (8)$$

式中, $\mathcal{Q}_1$ 为线路 ln_1 跨出列车的运行方向, 当跨出列车为上行时 $\mathcal{Q}_1 = 1$, 反之 $\mathcal{Q}_1 = 0$ 。与跨出列车相对应, 跨入列车应满足如下约束:

$$\begin{aligned} \mathcal{Q}_2 + M \left[1 - \sum_{o \neq o'} \beta_y(\zeta_{o',k'}, \zeta_{o,k}) \right] &\geq \epsilon_{o,k} \\ &\geq \mathcal{Q}_2 - M \left[1 - \sum_{o \neq o'} \beta_y(\zeta_{o',k'}, \zeta_{o,k}) \right] \end{aligned} \quad (9)$$

2.3.4 最大间隔约束

每个乘客出行均有始发地与目的地, 但由于选择地铁线路出行乘客数量较大, 在优化运行图时往往统计一定粒度下的区间客流需求。这是因为区间客流数据通过空间维度聚合与时间维度离散化, 显著降低了 OD 矩阵的高维计算复杂度, 避免因全路径选择行为模拟导致的组合爆炸问题, 满足运行图优化对工程时效性的刚性需求, 从而保障模型与求解算法的可应用性要求。由线路 ln_o 车站 s_i 与车站 s_{i+1} 形成区间的客流量如下:

$$G_{o,i}^{\text{up}}(t) = \begin{cases} g_{o,i,1}^{\text{up}}, & t \in [t_0, t_0 + t_{\text{span}}) \\ g_{o,i,2}^{\text{up}}, & t \in [t_0 + t_{\text{span}}, t_0 + 2 \cdot t_{\text{span}}) \\ \dots \\ g_{o,i,n}^{\text{up}}, & t \in [t_0 + (n-1) \cdot t_{\text{span}}, t_0 + n \cdot t_{\text{span}}) \\ \dots \\ g_{o,i,N}^{\text{up}}, & t \in [t_0 + (N-1) \cdot t_{\text{span}}, t_1) \end{cases} \quad (10)$$

$s_i \in S, s_{i+1} \in S$

式中, $G_{o,i}^{\text{up}}(t)$ 为在 t 时刻所属的统计时段, 线路 ln_o 车站 s_i 与车站 s_{i+1} 形成的上行区间的客流需求量。 $G_{o,i}^{\text{up}}(t)$ 为与 t 相关的离散函数; $g_{o,i,n}^{\text{up}}$ 为在 $[t_0 + (n-1) \cdot t_{\text{span}}, t_0 + n \cdot t_{\text{span}})$ 所形成时段内的客流量; t_0 为研究的开始时刻; t_1 为研究的结束时刻。

基于 $G_{o,i}^{\text{up}}(t)$ 可以计算研究时段内车站 s_i 与车站 s_{i+1} 累积区间的客流量 $G_{o,i}^{\text{up}}$:

$$G_{o,i}^{\text{up}} = \int_{t_0}^{t_1} G_{o,i}^{\text{up}} dt, s_i \in S, s_{i+1} \in S \quad (11)$$

进一步,可计算上行累积的最大区间客流量 $G_{\max,o}^{\text{up}}$:

$$G_{\max,o}^{\text{up}} = \max \{G_{o,i}^{\text{up}}\} \quad (12)$$

同理,对于下行区间累积客流量可得到以下公式:

$$G_{o,i}^{\text{down}} = \int_{t_0}^{t_1} G_{o,i}^{\text{down}}(t) dt, s_{i-1} \in S, s_i \in S \quad (13)$$

$$G_{\max,o}^{\text{down}} = \max \{G_{o,i}^{\text{down}}\} \quad (14)$$

进一步可根据最大满载率 $\eta_{\max}$ 计算上行最大行车间隔 $h_{\max,o}^{\text{up}}$ 与下行最大行车间隔 $h_{\max,o}^{\text{down}}$:

$$h_{\max,o}^{\text{up}} = \text{int} \left[\frac{c \cdot (t_1 - t_0) \cdot \eta_{\max}}{G_{\max,o}^{\text{up}}} \right] \quad (15)$$

$$h_{\max,o}^{\text{down}} = \text{int} \left[\frac{c \cdot (t_1 - t_0) \cdot \eta_{\max}}{G_{\max,o}^{\text{down}}} \right] \quad (16)$$

式中, c 为每列车可以运输的乘客; $\eta_{\max}$ 为允许的最大列车满载率; $\text{int} \left[\frac{c \cdot (t_1 - t_0) \cdot \eta_{\max}}{G_{\max,o}^{\text{up}}} \right]$ 、 $\text{int} \left[\frac{c \cdot (t_1 - t_0) \cdot \eta_{\max}}{G_{\max,o}^{\text{down}}} \right]$ 为对结果向下取整。

当列车跨线运营时,由于减少了一部分列车的时空运行路径,因此会导致一部分车站服务频率降低。为保证服务频率,各列车应当满足最大行车间隔以保证列车满载率不超过最大满载率,故有如下约束:

$$t_{o,k+1,i}^{\text{dep}} - t_{o,k,i}^{\text{dep}} \leq h_{\max,o}^{\text{up}} \quad (17)$$

$$\forall s_{o,i} \in S_o, \zeta_{o,k} \in A_{o,i}, \zeta_{o,k+1} \in A_{o,i}$$

$$t_{o,k+1,i}^{\text{dep}} - t_{o,k,i}^{\text{dep}} \leq h_{\max,o}^{\text{down}} \quad (18)$$

$$\forall s_{o,i} \in S_o, \zeta_{o,k} \in B_{o,i}, \zeta_{o,k+1} \in B_{o,i}$$

本研究选择最大行车间隔作为跨线决策约束条件,旨在解决跨线调度中的一个核心矛盾:当部分列车跨线运行后,原线路列车开行间隔会自然增大,此时必须设置服务质量阈值防止服务水平过度恶化,其本质是在确保安全运行的前提下,实现运营经济性与服务可靠性的最优平衡。在保障行车安全基本要求的同时,解决跨线运营中资源调配与服务质量平衡难题。

2.3.5 优化目标

综上,城市轨道交通跨线列车运行图的多维度协同优化问题可构建为以下模型:

$$\begin{aligned} & \min Z \\ & s.t. \text{式(2)~式(18)} \end{aligned} \quad (19)$$

该模型的可行解规模由可跨线列车数量与车辆段数量共同决定。由于列车跨入后需安排原机车车辆返回车辆段,车辆段数量的增加会进一步扩大解空间的规模。针对这一超大规模的解空间,提出一种基于迭代的快速求解算法,以实现模型的高效求解。

3 模型求解

城市轨道交通运行图优化问题的求解方法主要包括以下3类:一是对模型进行线性化处理后求解^[10],二是通过分析原问题的对偶问题进行求解^[7],三是直接采用启发式算法求解^[9]。但传统线性化方法、对偶问题转化及通用启发式算法均难以直接应用于本模型。首先,模型的核心决策变量为跨线接续关系二元变量,其与时空路径的耦合关系导致目标函数与约束条件呈现高度非线性特征,特别是最大行车间隔约束与列车满载率的动态关联机制,使得模型无法通过常规线性化方法实现有效转化。其次,由于模型包含大量整数变量且约束条件构成非凸可行域,对偶问题转化法会产生显著的对偶间隙,无法保证解的最优性。最后,虽然通用启发式算法具备直接求解能力,但其缺乏对跨线运营特有的时空网络拓扑结构的识别,在搜索过程中难以有效利用列车接续的逻辑约束,导致求解效率低下且易陷入局部最优。基于上述数理特性,最终选择设计面向问题的定制化启发式算法 FSAE-CLO,以实现模型的高效求解。

3.1 跨线列车决策

第2章节详细阐述了跨线列车运行需满足的约束条件及优化目标。然而,以时刻表作为决策变量会显著扩大解空间的规模,增加求解复杂度。考虑到本文研究以2条线路的运行图作为输入,该输入本身即可作为初始可行解。因此,本节采用跨线决策替代时刻表与接续关系决策变量,在初始可行解的基础上,通过优化跨线决策来实现跨线运行图的高效求解。

算法首先需要根据输入的2条线路运行图及其特性,确定可跨线驶出的列车集合 Z_1 和可跨线驶入的列车集合 Z_2 。理论上,集合 Z_1 中的列车可以与集合 Z_2 中的任意列车接续,但由于列车到发间隔和停站时间的限制,若 Z_1 中的列车未与 Z_2 中到发时刻最近的列车接续,则可能违反列车运行约束。因此,必须为 Z_1 中的每列车确定唯一的跨线接续关系。在全部可行的

跨线决策组合中,部分组合可能因不满足运行约束而被排除,从而进一步缩小可行解空间。

3.2 FSAE-CLO 算法

在建立列车的可跨线接续的决策集合后,理论上可通过穷举所有解来筛选最优可行解。然而,由于模型可行解的数量极为庞大,需通过优化求解效率以显著节省计算时间。算法在每次决策时,按照可跨线列车次序筛选可行时空路径,而非在所有列车完成时空路径决策后再进行验证,从而降低总迭代次数;算法引入一定概率的随机决策机制,以平衡全局搜索与局部优化的能力。

本算法的核心机制采用迭代式概率优化框架,其执行流程如下:进行 σ_1 次全局探索,在第 ε 次探索中,基于跨线列车 $\zeta_{1,k}$ 的顺序,依概率分布 $\pi_{\varepsilon,k}$ 决策是否执行跨线操作,并通过目标函数值最小化准则判定跨出列车出段补足与跨入列车回段补足的可行性。当第 ε 次探索获得可行解时,将 $\pi_{\varepsilon,k}$ 更新为 $\pi_{\varepsilon,k}+\sigma_2$;反之,则更新为 $\pi_{\varepsilon,k}-\sigma_2$ 。在整个优化过程中,始终维持概率值 $\pi_{\varepsilon,k}\in[0,1]$ 的边界约束,直至完成全部探索迭代。FSAE-CLO 算法的流程如图2所示。

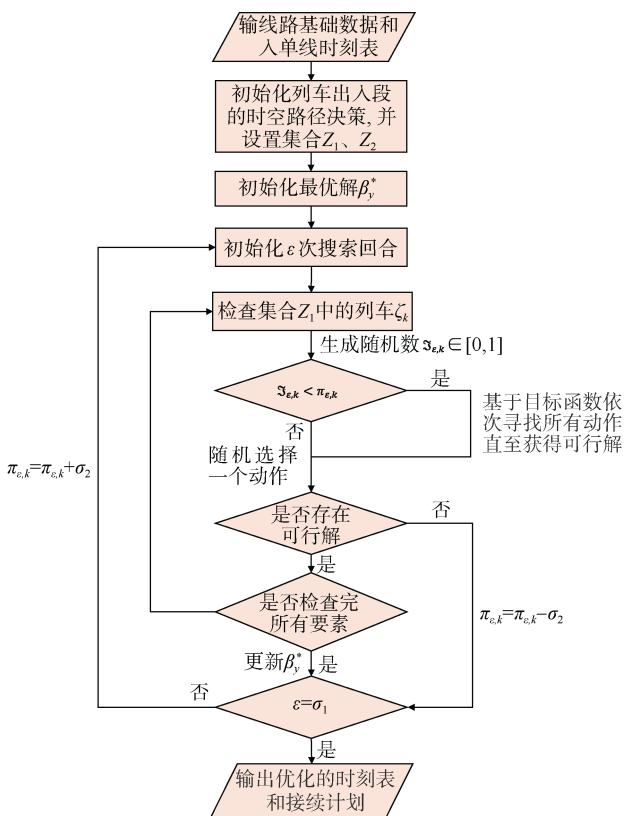


图2 FSAE-CLO 算法流程

Figure 2 Flow chart of the FSAE-CLO algorithm

4 实证研究

以北京地铁房山线与9号线工作日早高峰跨线运行图为例,验证所提出的跨线运行图优化模型及FSAE-CLO 算法的有效性和计算效率。选择房山线与9号线为案例做数值分析是因为房山线与9号线具备典型的跨线运营特征,房山线可以开行大小交路并且二者可以在中间换乘站办理跨线运行作业。实验环境为配备 Intel 酷睿 i7-8550 1.8 GHz CPU 和 16 GB 内存的个人计算机,算法通过 C# 编程实现。本章首先介绍北京地铁房山线与9号线的基础参数及单线运行图数据,随后将 FSAE-CLO 算法的优化结果与以下两种场景进行对比:一是未采用跨线运营方式的基准结果,二是基于遗传算法的优化结果,以全面评估所提方法的性能优势。

4.1 案例描述

截至2024年底,北京地铁房山线由东管头南运营至阎村东,线路配备阎村东车辆段连接苏庄,可开行服务交路阎村东—东管头南与篱笆房—东管头南。北京地铁9号线由国家图书馆运行至郭公庄,线路配备郭公庄车辆段连接郭公庄,可开行唯一交路国家图书馆—郭公庄。房山线与9号线可在郭公庄车站换乘,线路有房山线上行跨线至9号线上行与9号线下行跨线至房山线下行2种跨线方式。

本研究选择某工作日的早高峰作为研究对象,早高峰的开始时间为7:00,结束时间为9:00。在该工作日房山线的最大客流区间为上行区间稻田—大葆台,9号线最大客流为上行区间七里庄—六里桥,从房山线上行方向换乘至9号线上行方向的客流量远大于由9号线下行方向换乘至房山线下行方向的客流。2条线路的最小停站时间 $\phi_{\min}=30$ s,最小到发间隔时间 $\tau_p=88$ s,房山线为跨线换出线路,9号线为跨线换入线路。经计算房山线上行最大行车间隔为150 s,下行最大行车间隔为374 s。2条线路在早高峰时期均按最小行车间隔开行列车,房山线开行阎村东—东管头南与篱笆房—东管头南2个服务交路,交路比例为1:1,9号线开行国家图书馆—郭公庄服务交路。以上数据来源于北京地铁运营公司,输入运行图如图3所示。

研究域内,9号线与房山线上行与下行均有48个运营列次。9号线上行48个列次均开行郭公庄—国家图书馆服务交路,下行48个列车均开行国家图书馆—郭公庄服务交路。房山线上行48个列次中,24个列次开行篱笆房—东管头南服务交路,24个列次开行

阎村东—东管头南服务交路。房山线下行 48 个列次中, 24 个列次开行东管头南—篱笆房服务交路, 24 个列次

开行东管头南—阎村东服务交路。9 号线运用了 28 个车底, 房山线运用了 32 个车底。

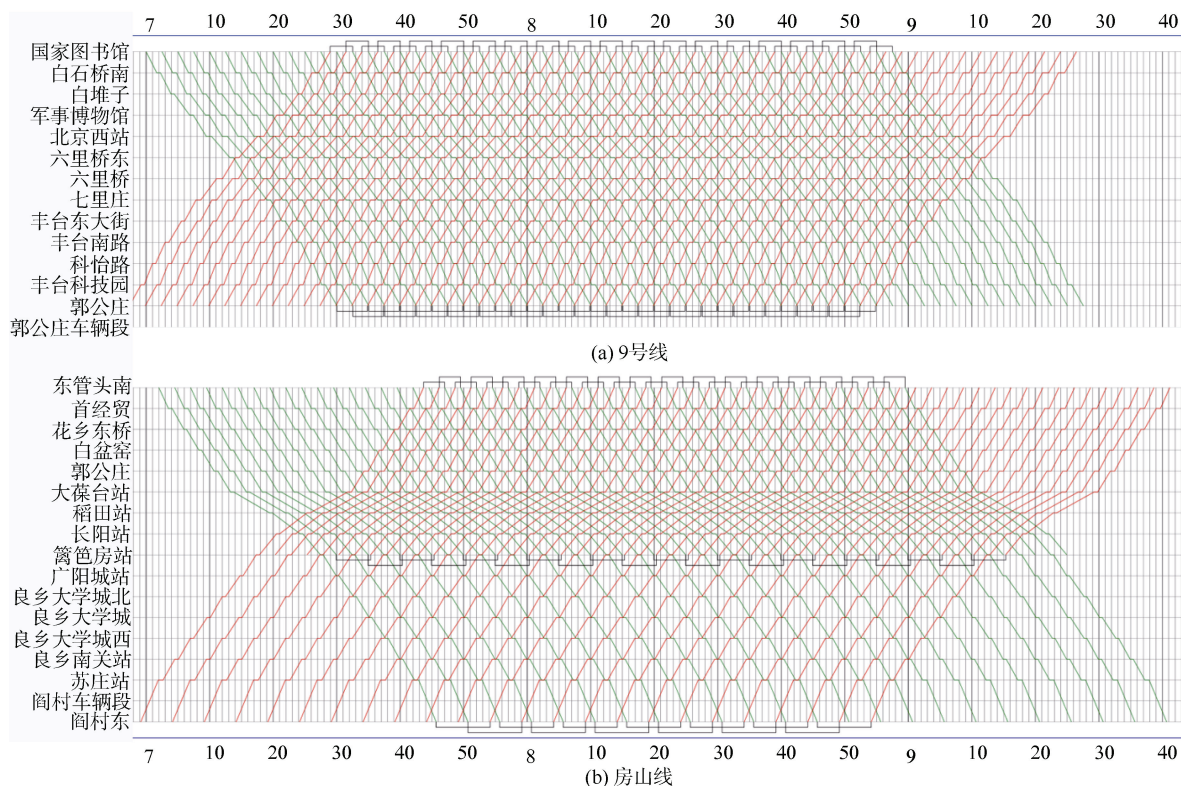


图3 未跨线的9号线与房山线运行图

Figure 3 Operation diagram of Line 9 and Fangshan Line without cross-line operation

4.2 对比实验设置

在确定对比算法时, 本研究选择遗传算法(GA)作为基准参照主要基于其在组合优化领域的经典代表性和方法论的普适性特征。如前文所述, 线性化方法因模型高度非线性及整数变量导致对偶间隙过大而失效, 对偶问题法亦难以处理时空耦合约束, 这使得精确算法体系无法直接应用。遗传算法作为一种基于种群迭代的元启发式算法, 其通过选择、交叉、变异等机制进行全局搜索的策略, 本质上涵盖了多数现代启发式算法的共同逻辑内核, 即通过构造性规则与局部搜索的混合策略探索解空间。尽管 ALNS 侧重于邻域自适应调整、VNS 依赖于系统性的邻域结构变换, 但它们均共享了遗传算法所体现的迭代优化框架与基于规则的概率搜索范式。因此, 遗传算法的性能表现能够有效反映一类通用启发式方法在本问题中的求解潜力, 其对比结果不仅具有算法层面的代表性, 也能凸显 FSAE-CLO 算法通过嵌入领域知识所实现的性能提升, 从而在更广泛方法论维度上验证定制化算法的必

要性。

4.3 结果分析

为验证 FSAE-CLO 算法的有效性, 本节对比 FSAE-CLO 算法优化的结果、未采用跨线运营方式的结果、使用遗传算法优化的结果。FSAE-CLO 算法的参数设置为 $\sigma_1=150$, $\sigma_2=0.1$ 。图 4 展示了 FSAE-CLO 算法优化后的跨线列车运行图, 其中采用跨线运营的列车使用蓝色标记。

本案例中遗传算法的染色体由列车是否跨线的 0-1 变量构成, 通过初始化、选择、交叉、变异及生成新一代的迭代过程求解, 且完全基于本文提出的模型与框架。由于案例中 9 号线作为被跨入线路仅有 1 个车辆段(郭公庄车辆段), 入段决策变量未纳入染色体; 但在更一般的模型中, 染色体应同时包含跨线决策变量与入段决策变量。遗传算法的终止条件设定为: 在获得可行解后, 若连续迭代 50 次仍未找到更优解, 则停止计算。算法参数设置为交叉率 0.8, 突变率 0.08, 算法优化结果对比如表 2 所示。

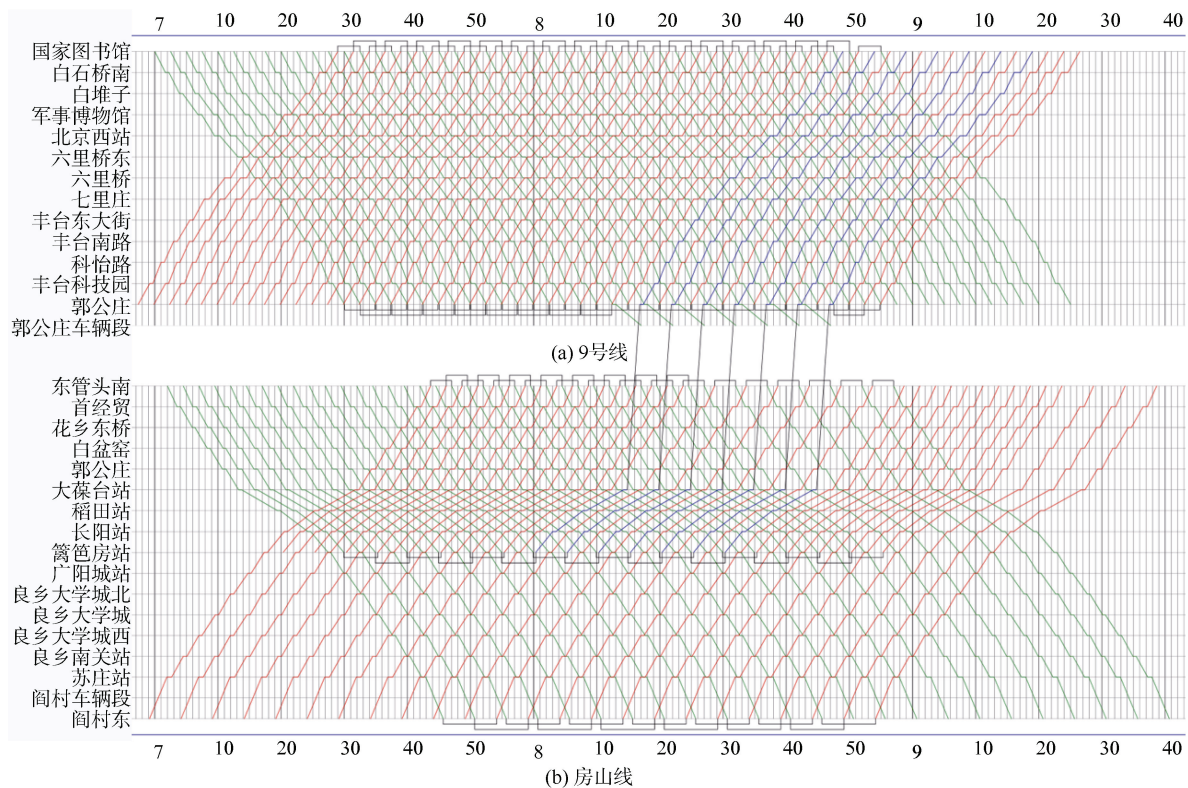


图 4 FSAE-CLO 算法优化的跨线列运行图

Figure 4 Cross-line train operation diagram optimized by the FSAE-CLO algorithm

表 2 优化结果对比

Table 2 Comparison of the optimization results

运营方案	跨线列车 数量/列	列车运行车 公里/km	求解 时间/s
非跨线模式	0	3 984.624	0
遗传算法	3	3 867.975	652
FSAE-CLO 算法	7	3 712.443	495

实验结果表明, FSAE-CLO 算法在优化跨线运营方面显著优于对比方法: 与不跨线运营相比, 其降低了 6.83% 的车公里; 与遗传算法相比, 其降低了 4% 的车公里, 并减少了 24% 的计算时间。通过对比两种算法的优化结果发现, 遗传算法推荐的跨线列车仅为 FSAE-CLO 算法推荐集合的子集, 这表明遗传算法因优化时间限制未能收敛到最优解。这一结果验证了 FSAE-CLO 算法通过确定性迭代方向的有效性, 大幅减少了验证解可行性和迭代搜索的时间。

由跨线运行图可知, 9 号线选择跨线运行的列车均为交路篱笆房—东管头南。这是因为区段阎村东—篱笆房乘客数量较少, 因此运营策划人员选择按照 1 : 1 的比例开行交路篱笆房—东管头南与阎村东—东管头南, 阎村东列车的到达间隔与出发间隔为 300 s, 若阎村

东—篱笆房列车跨线运行则到达间隔将变为 600 s, 不满足最大服务间隔的约束。针对跨线方案可能引发的局部服务水平变化, 房山线下行方向因低客流特性, 优化后最大行车间隔为 300 s, 仍不超过最大服务间隔要求。这表明在满足企业车公里节约目标的同时, 乘客候车时间增长与车厢拥挤度均被严格限制在可接受范围内, 符合预设服务可靠性约束。

本文以早高峰时段的列车跨线案例为例展示本方法, 该方法同样适用于晚高峰及过渡时段, 因篇幅所限未予展开。

5 结论

本研究针对城市轨道交通跨线运行图优化问题, 提出一种基于确定性迭代的快速求解算法 FSAE-CLO。其核心创新在于: 通过将复杂的跨线运行图优化问题转化为列车跨线决策问题, 显著降低了求解复杂度; 构建以跨线决策变量为核心的优化模型, 避免了传统时刻表决策导致的解空间爆炸问题, 并结合车辆段接续约束, 确保了模型的可行性与实用性; FSAE-CLO 算法通过确定性迭代方向大幅减少了验证解可行性和迭代搜索的时间。基于北京房山线与 9 号线工作日早

高峰运行图的实例验证, 研究得出以下结论。

1) FSAE-CLO 算法在优化效果和计算效率上均表现出色。相比不跨线运营方案, 其显著节省了 6.83% 的车公里; 相较于遗传算法, 其降低了 4% 的车公里, 并减少了 24% 的计算时间。

2) FSAE-CLO 算法能够在保证高质量解的同时, 满足实际工程应用对计算效率的高要求, 具备工程实用性。

3) 提出的优化模型具有显著的泛化特性, 通过标准化时空网络建模实现多线路参数兼容, 设计可扩展的模型结构, 使方法具备跨线网规模与线路布局的移植能力, 确保了模型在实际工程中的广泛适用性, 为轨道交通网络化运营提供了可扩展的理论基础与方法论支撑。

参考文献

- [1] Shi Jungang, Yang Lixing, Yang Jing, et al. Service-oriented train timetabling with collaborative passenger flow control on an oversaturated metro line: an integer linear optimization approach[J]. *Transportation Research Part B: Methodological*, 2018, 110: 26-59.
- [2] Mo Pengli, D'Ariano A, Yang Lixing, et al. An exact method for the integrated optimization of subway lines operation strategies with asymmetric passenger demand and operating costs[J]. *Transportation Research Part B: Methodological*, 2021, 149: 283-321.
- [3] Zhou Housheng, Qi Jianguo, Yang Lixing, et al. Joint optimization of train scheduling and rolling stock circulation planning with passenger flow control on tidal overcrowded metro lines[J]. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 2022, 140: 103708.
- [4] Tang Jinjin, Li Chao, Liu Yuran, et al. Time domain optimize in an urban rail transit line based on passenger flow spatial and temporal distribution[J]. *Journal of Circuits, Systems and Computers*, 2022, 31(18): 2250308.
- [5] Li Chao, Tang Jinjin, Zhang Jun, et al. Integrated optimization of urban rail transit line planning, timetabling and rolling stock scheduling[J]. *PLoS One*, 2023, 18(5): e0285932.
- [6] Wang Pengling, Xiao Xiaofang, Nießen N. Flexible rolling stock composition strategy in urban rail transit lines: The influences of various train units and station capacities[J]. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 2024, 162: 104609.
- [7] 李超, 唐金金, 白紫熙, 等. 城轨车底出段时空路径与列车时刻表一体化优化研究[J]. *铁道学报*, 2025, 47(2): 24-34. Li Chao, Tang Jinjin, Bai Zixi, et al. Research on integrated optimization of rolling stock time-space routing and time-tabling for urban rail transit line[J]. *Journal of the China Railway Society*, 2025, 47(2): 24-34.
- [8] Dong Qiuhuan, Tang Jinjin, Shang Wenlong, et al. Intelligent scheduling of urban rail transit loop line trains: a study on coordinated optimization of timetables and rolling stock circulation plans based on DQN deep reinforcement learning[J]. *Computers & Industrial Engineering*, 2025, 207: 111297.
- [9] 刘飞, 唐方慧, 刘琳婷, 等. 基于 Dueling DQN 算法的列车运行图节能优化研究[J]. *都市快轨交通*, 2024, 37(2): 39-46. Liu Fei, Tang Fanghui, Liu Linting, et al. Energy saving optimization of train operation timetable based on a dueling DQN algorithm[J]. *Urban Rapid Rail Transit*, 2024, 37(2): 39-46.
- [10] Shang Pan, Li Ruimin, Liu Zhiyong, et al. Equity-oriented skip-stopping schedule optimization in an oversaturated urban rail transit network[J]. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 2018, 89: 321-343.
- [11] Shang Pan, Li Ruimin, Guo Jifu, et al. Integrating Lagrangian and Eulerian observations for passenger flow state estimation in an urban rail transit network: a space-time-state hyper network-based assignment approach[J]. *Transportation Research Part B: Methodological*, 2019, 121: 135-167.
- [12] Yang Anan, Wang Bo, Huang Jianling, et al. Service replanning in urban rail transit networks: Cross-line express trains for reducing the number of passenger transfers and travel time[J]. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 2020, 115: 102629.
- [13] Zhou Yu, Yang Hai, Wang Yun, et al. Integrated line configuration and frequency determination with passenger path assignment in urban rail transit networks[J]. *Transportation Research Part B: Methodological*, 2021, 145: 134-151.
- [14] Yin Jiateng, D'Ariano A, Wang Yihui, et al. Timetable coordination in a rail transit network with time-dependent passenger demand[J]. *European Journal of Operational Research*, 2021, 295(1): 183-202.
- [15] Sun Lishan, Lu Huabo, Xu Yan, et al. Fairness-oriented train service design for urban rail transit cross-line operation[J]. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 2022, 606: 128124.
- [16] Yin Jiateng, Pu Fan, Yang Lixing, et al. Integrated optimization of rolling stock allocation and train timetables for urban rail transit networks: a benders decomposition approach[J]. *Transportation Research Part B: Methodological*, 2023, 176: 102815.
- [17] 董秋含, 唐金金, 刘晓宇, 等. 城市轨道交通列车运行计划编制与优化研究综述[J]. *铁道运输与经济*, 2025, 47(4): 48-61. Dong Qiuhuan, Tang Jinjin, Liu Xiaoyu, et al. Review of research on train operation planning and optimization for urban rail transit[J]. *Railway Transport and Economy*, 2025, 47(4): 48-61.
- [18] Zhao Qingqing, Tang Jinjin, Li Chao, et al. Optimization of passenger flow control and customized bus bridging in urban rail transit network[J]. *Computers & Operations Research*, 2025, 178: 106997.

(编辑: 傅依萱)