

doi: 10.3969/j.issn.1672-6073.2026.04.006

城市轨道交通线网优化模型与方法研究进展综述

刘 亚¹, 王子甲², 侯若愚¹

(1. 中咨海外咨询有限公司, 北京 100068; 2. 北京交通大学土木建筑工程学院, 北京 100044)

摘要: 针对目前轨道交通线网优化模型存在理想化假设、现实约束刻画不足的问题, 且精确算法、智能启发算法、深度强化学习 3 类主流求解方法各有计算、稳定性、泛化等短板, 基于 2015 年至 2025 年相关文献数据, 系统论述城市轨道交通线网优化模型与方法的研究进展。首先构建线网规划问题的分类框架, 从规划场景、建模形式与求解方法 3 个维度对问题进行归纳。然后在优化模型方面, 梳理单目标向多目标优化的发展路径, 归纳效率、成本、公平性及韧性等多维目标体系的演化特征, 并进一步总结初始线网生成模型与既有网络扩展优化模型的主要研究进展与建模思路。在求解方法方面, 对比分析精确算法、元启发式算法以及深度强化学习方法的发展特点, 重点阐述基于马尔可夫决策过程(MDP)的线网序贯决策建模思路。结果表明: 当前各类优化模型普遍存在结构性缺陷, 落地应用价值受限, 脱离工程实际, 难以完整刻画换乘、运力、时变客流等现实约束, 并提出可通过构建大规模网络混合优化框架、供需协同统一模型、多制式协同优化理论、低碳可持续优化体系及数字孪生驱动的动态决策模型五大方向完善相关研究。

关键词: 城市轨道交通; 线网规划; 优化模型; 深度强化学习; 客流重分配; 双层规划

中图分类号: U239.5

文献标志码: A

文章编号: 1672-6073(2026)04-0053-06

Review of Research Progress in Urban Rail Transit Network Optimization Models and Methods

Liu Ya¹, Wang Zijia², Hou Ruoyu¹

(1. CIECC Overseas Consulting Co., Ltd., Beijing 100068;

2. School of Civil Engineering, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044)

Abstract: With the transition of urban rail transit toward networked operations, the scientific planning of transit networks is critical for ensuring operational efficiency and service quality. This systematically the research progress on optimization models and methodologies for urban rail transit networks, based on relevant studies published from 2015 to 2025. Current rail transit network optimization models suffer from idealized assumptions and insufficient characterization of practical constraints. Moreover, the three mainstream solution approaches—exact algorithms, intelligent heuristic algorithms, and deep reinforcement learning—each have respective drawbacks in computation efficiency, stability, generalization capacity and other aspects. The paper begins by establishing a taxonomy of transit network planning problems from three perspectives: planning scenarios, modeling formulations, and solution method. Then, in terms of optimization models, the evolution from single-objective to multi-objective formulations is reviewed, highlighting the development of multi-dimensional objective systems involving efficiency, cost, equity, and resilience. This paper further summarizes the main advances in initial network generation models and existing network expansion optimization models. On the algorithmic side, the paper covers exact methods, metaheuristic

收稿日期: 2026-05-18 修回日期: 2026-07-03

第一作者: 刘亚, 男, 硕士, 工程师, 从事轨道交通政策研究、线网规划、工程咨询等, 18201130515@163.com

基金项目: 国家自然科学基金(51978044)

引用格式: 刘亚, 王子甲, 侯若愚. 城市轨道交通线网优化模型与方法研究进展综述[J]. 都市轨道交通, 2026, 39(4): 53–58.

algorithms, surrogate-assisted optimization, and the emerging deep reinforcement learning (DRL) paradigm, with particular attention to studies that formulate network design as a Markov Decision Process (MDP). It is concluded that the existing optimization models generally have structural defects and deviate from engineering practice. They fail to fully characterize practical constraints such as transfer layouts, capacity limits and time-varying passenger flows, which greatly reduces their practical application value. Five research directions are therefore proposed to improve relevant research: constructing a hybrid optimization framework for large-scale networks, establishing an integrated supply-demand coordination model, developing collaborative optimization theories for multi-mode rail transit systems, forming a low-carbon sustainable optimization system, and building a digital twin-driven dynamic decision-making model.

Keywords: urban rail transit; network planning; optimization models; deep reinforcement learning; passenger reassignment; bilevel programming

近年来,我国城市轨道交通建设逐步由高速扩张进入网络化发展新阶段。截至2024年底,我国31个省份共有58座城市开通城市轨道交通运营线路361条,运营里程12 160.77 km,其中地铁运营线路9 306.09 km,占比76.53%^[1]。轨道交通已经成为现代城市公共交通体系中的骨干力量,在提升城市运行效率、缓解交通拥堵、带动城市空间结构优化及引导产业布局等方面发挥了重要作用。在此背景下,如何科学规划与优化轨道交通线网,实现运营效率、服务水平与建设成本等的综合最优,已成为学术界与工程界共同关注的核心问题。

城市轨道交通线网优化问题本质上是一类高维、多约束、强耦合的组合优化问题,其研究内容涵盖线路走向、站点布局、换乘结构、线路运营组织及客流分配等多个相互耦合的层面。与单线规划相比,线网层面的决策需要在更大时空尺度上协调多条线路之间的供需关系及网络整体运行效率,问题复杂度随网络规模呈指数级增长。

2015年以来,随着多源城市大数据、复杂网络理论、智能优化算法及深度学习技术的发展,城市轨道交通线网优化研究在应用场景、优化模型及求解方法等方面均取得显著进展。虽然现有研究已在不同方向取得丰富成果,但相关综述工作仍普遍存在问题分类不清、模型与算法交叉混杂等不足,尤其缺乏近年来针对“既有大规模网络约束下的新线生成问题”这一重要研究方向的系统梳理。为此,本文以2015年至2025年相关研究为基础,首先建立城市轨道交通线网规划问题的分类框架;随后从优化模型与求解方法两个层面系统综述近年来研究进展;最后总结研究结论与展望,为今后城市轨道交通线网优化模型与方法研究指明方向。

1 城市轨道交通线网规划的框架与分类

1.1 线网规划问题的基本组成

城市轨道交通线网规划问题通常由线网结构设计问题(network design problem, NDP)、线路规划问题(line planning problem, LPP)和客流分配问题(passenger assignment problem, PAP)3个相互关联的子问题构成。其中,NDP主要研究线路走向、站点布局及网络拓扑结构等问题,其目标是在城市空间结构与居民出行需求之间建立高效联系;LPP则在既定线网结构基础上进一步优化线路几何线形、线路服务模式、发车频率及运能配置;PAP则描述乘客在给定供给条件下的路径选择行为与客流分布状态,用于评估网络运行效果。三类问题之间存在明显的双向耦合关系:线网结构与运营组织决定乘客出行广义费用,从而影响客流路径选择;而客流分配结果又反过来影响线路负荷水平、换乘压力及线网整体服务能力。现代城市轨道交通线网优化研究已逐渐由传统分阶段规划转向规划—设计—运营一体化规划。

1.2 线网规划问题的分类

1) 从规划场景视角,线网规划问题可以分为初始线网生成、既有网络扩展及运营组织与协同优化3类。初始线网生成问题主要面向轨道交通发展初期或城市新区开发场景,其核心任务是从零开始构建满足城市空间发展与居民出行需求的轨道交通网络。随着城市轨道交通逐渐进入网络化运营阶段,新线规划已由传统“从零构建”模式转向“既有网络上的增量优化”模式。除网络结构设计之外,部分研究进一步关注运营层面的协同优化问题,包括线路服务模式设计、列车开行方案优化、时刻表协调及多线路运力协同等。

2) 从目标维度划分,线网规划问题可分为单目标优化和多目标优化,单目标优化模型通常仅关注建设

成本最小化、乘客总出行时间最小化等单一指标；多目标优化则同时考虑经济性、服务水平、公平性及环境影响等多个目标，近年来已成为主流研究方向。

3) 从需求维度划分，线网规划问题可分为确定性需求模型和不确定性需求模型，确定性优化模型通常假设出行需求与网络状态已知；不确定性优化模型则进一步考虑需求波动、突发事件及参数不确定性等问题，主要包括随机规划、鲁棒优化及分布鲁棒优化等模型。

4) 从求解方法角度划分，城市轨道交通线网优化研究可进一步划分为数学规划方法、元启发式算法及深度强化学习等类型。不同方法在求解规模、计算效率及工程适用性方面各具特点，其发展演进构成近年来线网优化研究的重要内容。

2 线网优化模型

2.1 优化目标演进

城市轨道交通线网优化问题的优化目标经历了由单一效率导向到多维综合性能导向的发展过程。在轨道交通建设初期，相关研究主要关注线网基本服务功能与运输效率，通常以最大化客流覆盖、提升服务可达性或最小化居民平均出行时间等作为单一优化目标^[2]。随着城市轨道交通网络规模扩大及建设投资增长，研究者逐渐将建设成本、运营成本及资源利用效率纳入优化目标体系，形成了以“效率—成本”协调优化为核心的研究框架。相关研究通常同时考虑乘客总出行时间最小化与线路建设运营成本最小化，以实现系统效率与经济性的平衡^[3]。

近年来，多目标优化逐渐成为线网优化研究的主流范式。除传统的效率与经济性目标外，研究进一步引入服务公平性、网络可靠性、环境影响及能源消耗等多维指标。典型目标组合包括乘客出行时间与运营成本、服务覆盖率与建设投资、乘客等待时间与区域公平性等。典型框架包括加权和法、 ϵ 约束法及 NSGA-II、MOEA/D 等多目标进化算法。近年来，部分研究开始引入交互式多目标优化方法，显式建模决策者偏好^[4]。

此外，随着城市轨道交通系统复杂性不断提升，研究者开始关注网络在突发事件、大客流冲击及局部设施失效等异常状态下的稳定运行能力。韧性及可靠性导向优化逐渐成为新兴研究方向，相关研究通过引入网络冗余性、恢复能力及抗扰性能等指标，提高线网在非常规运行条件下的服务稳定性与系统恢

复能力^[5]。

2.2 初始线网生成模型

2.2.1 需求导向模型

需求导向模型是城市轨道交通初始线网生成研究中最早、应用最广泛的方法之一。其核心思想是以起讫点(origin destination, OD)客流矩阵为基础，通过识别主要出行走廊确定线路走向，从而实现对高需求区域的有效覆盖。早期研究多采用“最大客流廊道优先”等启发式规则，通过连接主要客流集中区域构建骨干线路。随着城市大数据技术的发展，近年来研究逐渐引入手机信令、自动售检票(automatic fare collection, AFC)刷卡数据及全球定位系统(global positioning system, GPS)轨迹数据，以构建更高精度的动态 OD 矩阵，提高需求建模的时空分辨率^[6-7]。在此基础上，部分研究进一步由客流需求向规划线网自动生成问题深入转变。柴树山等^[8]建立了城市轨道交通规划线网定量化生成模型，以线网平均负荷强度最大化为目标，综合考虑线网拓扑关系、线路重复度、客流平衡、换乘条件及线网规模等约束，并采用模拟退火算法求解。需求导向模型具有较强工程可解释性，但其优化结果通常高度依赖需求预测精度，且难以充分刻画网络整体结构特征。

2.2.2 拓扑优化模型

拓扑优化模型主要从复杂网络理论与图论角度研究轨道交通线网结构问题。相关研究通常将轨道交通网络抽象为图结构，以节点表示站点、边表示线路连接关系，通过分析网络连通性、平均路径长度、聚类系数及介数中心性等指标评价线网结构质量。Derrible 等^[9]研究指出，大规模城市轨道交通网络通常具有“小世界”与“无标度”特征，这类结构有利于提升网络运行效率与鲁棒性。近年来，复杂网络理论进一步由网络评价拓展至线网生成与优化设计领域。梁青槐等^[10]基于复杂网络理论，以线网服务能力、结构性能、连通性能及安全性能为目标，建立了一种城市轨道交通拓扑线网生成数学模型，并采用 NSGA-III 算法进行求解，为轨道交通线网定量化规划提供新的技术路径。拓扑优化方法能够从全局角度评价网络结构质量，但其缺点在于难以直接纳入经济成本、乘客行为及动态客流反馈等现实约束。

2.2.3 覆盖与可达性模型

覆盖优化模型主要关注轨道交通服务范围与居民可达性问题，其核心目标是在有限建设资源条件下实

现对人口、就业或出行需求的最大覆盖。相关研究通常借鉴设施选址理论,将轨道交通站点与线路布局问题建模为最大覆盖模型、集合覆盖模型或 p -中值模型等,通过优化线路布局提高居民可达性与公共交通服务水平^[11]。近年来,覆盖优化研究逐渐由传统设施选址问题拓展至轨道交通与城市空间结构协同优化问题。研究者将以公共交通为导向的开发模式(transit-oriented development, TOD)开发强度、步行可达性、多模式接驳及城市空间结构特征纳入覆盖优化框架,以实现轨道交通规划与城市发展的协同优化^[12]。进一步地,有学者提出基于城市空间结构的轨道交通线网生成方法,通过 Infomap 算法识别城市组团结构,并按照“组团间线网生成—组团内线网生成—线网整合优化”的技术路线构建轨道交通线网^[13]。该类方法主要从空间覆盖和结构匹配角度优化线网布局,对客流动态演化及运营效率的考虑仍相对不足。

2.3 既有网络扩展优化模型

2.3.1 约束条件建模

当城市轨道交通网络发展至一定规模后,新线规划不再是“白纸作画”,而必须在既有网络基础上进行增量优化。此时,新线生成需同时满足物理、运营及客流等多方面约束^[14]。物理约束主要包括既有线路走廊限制、换乘站土建结构固化及线路间最小站距要求;运营约束则包括既有线路发车间隔、编组方式及运能上限等;此外,新线引入后还可能改变换乘站客流结构,从而引发换乘通道容量约束问题。近年来,部分研究开始采用空间聚类、图嵌入等方法,从大规模 AFC 数据中自动识别潜在新线走廊,以降低传统规划对专家经验的依赖^[15]。

2.3.2 双层规划框架

新增线路与客流重分布之间存在明显的双向耦合关系:新建线路通过改变网络供给结构影响乘客路径选择行为,而客流在既有与新增线路之间的重新分配又反过来影响新线的有效需求与既有线路的负荷变化。既有研究普遍基于用户均衡(user equilibrium, UE)的双层规划模型刻画该过程,上层以规划者为决策主体,通常以系统总成本、乘客广义费用或建设成本为优化目标;下层则基于 Wardrop 均衡原理模拟乘客路径选择行为,实现起讫点(origin-destination, OD)需求在网络中的分配^[16]。

然而,传统用户均衡模型通常假设总需求固定,但在轨道交通网络扩展场景中,新线路的引入往往通

过降低广义出行成本诱发新增出行需求,从而改变系统整体负荷结构。基于需求弹性的扩展模型通过引入“广义费用—需求函数”刻画该诱增效应,在理论上能够更真实反映交通—土地利用之间的反馈机制^[17]。然而,这类模型在实际应用中仍面临参数标定困难与行为响应函数不确定性较强的问题,尤其是在缺乏长期历史数据支持的新增线路预测场景中,需求弹性结构往往依赖经验设定,从而可能影响模型的可解释性与预测稳定性。

面向大规模轨道交通网络设计问题,每一次候选方案评估均需重新求解全网用户均衡分配,导致整体计算复杂度极高,成为此类模型在实际规划中应用的制约因素。因此,近年来研究提出多种加速策略。增量分配方法通过仅更新受新增线路影响的 OD 子集,在一定程度上降低计算规模,但在网络结构变化较大时精度可能下降^[18];代理模型方法(如基于图神经网络的近似分配模型)显著提升计算效率,但其泛化能力与跨网络迁移性能仍存在不确定性;此外,基于 AFC 数据的经验转移矩阵方法虽然具有较强工程实用性,但本质上依赖历史稳定性假设,对规划情景变化的适应能力有限^[19]。

3 求解方法

3.1 精确算法

在中小规模线网优化问题中,精确算法仍然是求解优化模型的重要方法,包括分支定界法、动态规划及混合整数规划等,可借助 Gurobi、CPLEX 等商业求解器精确求解^[20]。然而,这类方法对问题规模高度敏感,随着网络规模增长容易面临组合爆炸与计算不可行问题。为缓解维度灾难,研究进一步引入列生成与 Benders 分解等分解协调方法^[21]。其中,列生成通过动态生成候选线路以降低决策变量规模,但其收敛速度依赖于问题设计质量;Benders 分解则利用主从结构将规划问题解耦,但在双层网络设计问题中可能面临收敛效率较低的问题。

在既有网络扩展问题中,常通过敏感性分析或库恩-塔克条件转化将双层模型转化为单层混合整数规划进行求解,但该类方法通常依赖凸性或特定结构假设,在复杂非线性或大规模网络场景下适用性仍存在一定局限^[16]。

3.2 元启发式算法

为处理轨道交通网络设计问题中的高维耦合与非

线性组合特性,近年来的研究广泛引入启发式与元启发式算法,通过构造评价函数引导搜索过程,在可接受计算时间内获取高质量近似解。典型方法包括遗传算法、模拟退火、蚁群优化与粒子群优化等^[22],这类方法虽然能够在复杂搜索空间中提供可行的近似解,但其性能高度依赖于问题编码方式与搜索策略设计。尽管自适应大邻域搜索(ALNS)通过“破坏—修复”机制增强了局部搜索能力,但其性能仍依赖邻域算子设计与参数调节,具有较强的经验依赖性^[23]。

3.3 深度强化学习方法

深度强化学习(deep reinforcement learning, DRL)为大规模轨道交通优化问题提供了一种统一的序贯决策建模范式。其核心是将线网规划过程转化为马尔可夫决策过程(MDP),通过策略学习实现从状态到动作的逐步映射,该方法能够在高维组合空间中通过“试错—反馈”机制实现近似全局搜索,从而避免传统枚举式优化的组合爆炸问题。

在线路优化问题中,He等^[24]提出多目标深度确定性策略梯度算法用于铁路平面线路优化,验证了DRL在连续空间线路优化中的可行性。进一步地,Gao等^[25]将DRL扩展至城市公共交通线网设计问题,通过图注意力网络(graph attention network, GAN)对网络结构进行编码,引导智能体逐步生成候选线路集合,在Laval公交线网重构问题中取得优于传统启发式方法的效果。在既有网络扩展问题中,DRL进一步用于网络结构增量优化与韧性提升。Liu等^[26]通过“新增节点—新增连接”的序贯决策学习网络扩展策略,提升了网络连通性与整体服务能力。Alkilane等^[5]提出MetroZero框架,将DRL与蒙特卡洛树搜索相结合,在预算约束下联合优化站点布局与网络拓扑结构。Chen等^[27]则融合图神经网络与注意力机制,并通过策略学习优化新增站点序列,从而提升扩展后网络对OD需求的服务水平。

总体而言,DRL方法在轨道交通网络优化中体现出较强的结构学习能力与自适应性,但其性能高度依赖状态表示与奖励函数设计,其本质仍属于“结构化启发式搜索”。此外,在不同网络规模与拓扑复杂度下存在一定的泛化不稳定性,导致策略迁移能力仍受到限制,因此在大规模真实规划问题中的稳定性与可解释性仍有待进一步提升。

4 结论

1) 在近10年城市轨道交通线网优化模型的研究中,其方法体系呈现出明显的阶段性演进特征:建模

目标由单目标逐步扩展至多目标;需求建模由确定性逐步转为不确定性与弹性需求假设;研究对象也由单线路优化、网络生成优化逐步延伸至既有大规模网络约束下的新线增量优化;优化方法从精确数学算法向智能化算法扩展。

2) 尽管相关方法不断发展,但不同模型仍存在各自的结构局限性。首先,多数既有模型仍基于理想化假设,对复杂现实约束(如换乘结构、容量约束与时变需求)的刻画不足,限制了其工程适用性。其次,精确算法虽然能够保证最优性,但在大规模网络设计问题中面临组合爆炸与计算不可扩展问题;启发式与元启发式方法虽具备较强的搜索能力,但其性能高度依赖参数设定与问题编码方式,在复杂约束条件下稳定性不足;深度强化学习方法虽然提供了序贯决策建模的新范式,但在硬约束处理、奖励函数设计及跨网络结构泛化能力方面仍存在明显局限。

3) 针对上述不足,未来研究可从以下几个方向展开:一是发展面向超大规模网络的混合优化框架,将精确算法的结构约束能力与智能算法的全局搜索能力相结合,以提升计算效率与解质量之间的平衡;二是构建考虑新线生成与客流重分布双向反馈的统一建模框架,实现需求—供给协同演化机制的显式刻画;三是加强对多制式、多层级轨道交通系统的协同优化研究,建立跨系统网络结构一致性与功能互补的优化理论;四是面向绿色低碳目标,引入碳排放与能源消耗约束,完善可持续导向的线网优化模型体系;五是结合数字孪生与实时数据驱动技术,推动线网优化由离线静态规划向在线动态决策转型,以提升模型在复杂城市环境中的适应能力。

参考文献

- [1] 中国城市轨道交通协会. 城市轨道交通2024年度统计和分析报告[R]. 北京: 中国城市轨道交通协会, 2025.
- [2] Li L B, Ren H, Zhao S S, et al. Two dimensional accessibility analysis of metro stations in Xi'an, China[J]. Transportation Research Part A: Policy and Practice, 2017, 106: 414-426.
- [3] 卢皓月, 朱志国. 城市轨道交通线路合理长度的计算模型[J]. 交通运输工程与信息学报, 2015, 13(3): 88-93. Lu Haoyue, Zhu Zhiguo. Calculation model of reasonable length of urban rail transit line[J]. Journal of Transportation Engineering and Information, 2015, 13(3): 88-93.
- [4] Zhang Y X, Peng Q Y, Lu G Y, et al. Integrated line planning and train timetabling through price-based cross-resolution

- feedback mechanism[J]. *Transportation Research Part B: Methodological*, 2022, 155: 240-277.
- [5] Alkilane K, Lee D H. MetroZero: deep reinforcement learning and Monte Carlo tree search for optimized metro network expansion[J]. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2025, 26(1): 810-823.
- [6] Sun L J, Lu Y, Jin J G, et al. An integrated Bayesian approach for passenger flow assignment in metro networks[J]. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 2015, 52: 116-131.
- [7] 胡永恺, 宋璐, 张健, 等. 基于手机信令数据的交通 OD 提取方法改进[J]. *交通信息与安全*, 2015, 33(5): 84-90. Hu Yongkai, Song Lu, Zhang Jian, et al. An improved method of extracting OD information based on mobile phone data[J]. *Journal of Transport Information and Safety*, 2015, 33(5): 84-90.
- [8] 柴树山, 梁青槐, 周宇, 等. 城市轨道交通规划线网生成模型研究[J]. *土木工程学报*, 2019, 52(9): 121-128. Chai Shushan, Liang Qinghuai, Zhou Yu, et al. Research on generation model of urban rail transit planning network[J]. *China Civil Engineering Journal*, 2019, 52(9): 121-128.
- [9] Derrible S, Kennedy C. The complexity and robustness of metro networks[J]. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 2010, 389(17): 3678-3691.
- [10] 梁青槐, 黄磊, 赵家启. 城市轨道交通拓扑线网生成数学模型[J]. *铁道工程学报*, 2025, 42(11): 91-96. Liang Qinghuai, Huang Lei, Zhao Jiaqi. Mathematical model for the generation of topological network of urban rail transit[J]. *Journal of Railway Engineering Society*, 2025, 42(11): 91-96.
- [11] Van Nes R, Bovy P H L. Importance of objectives in urban transit-network design[J]. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, 2000, 1735(1): 25-34.
- [12] Wang L W, Pang Z S, Li L, et al. Enhancing urban rail network capacity through integrated route design and transit-oriented development[J]. *Mathematics*, 2025, 13(16): 2558.
- [13] 王子甲, 邹林沐, 李婧琪, 等. 基于城市空间结构的轨道交通线网生成方法[J]. *中国铁道科学*, 2023, 44(5): 58-68. Wang Zijia, Zou Linmu, Li Jingqi, et al. Generation method of rail transit network based on urban spatial structure[J]. *China Railway Science*, 2023, 44(5): 58-68.
- [14] Laporte G, Mesa J A, Ortega F A, et al. Maximizing trip coverage in the location of a single rapid transit alignment[J]. *Annals of Operations Research*, 2005, 136(1): 49-63.
- [15] Zhou Fangyi, Yao Jing, Yin Haodong. Identifying the passenger transport corridors in an urban rail transit network based on OD clustering[J]. *Sustainability*, 2025, 17(20): 9127.
- [16] Canca D, De-Los-Santos A, Laporte G, et al. An adaptive neighborhood search metaheuristic for the integrated railway rapid transit network design and line planning problem[J]. *Computers & Operations Research*, 2017, 78: 1-14.
- [17] Cats O, Vermeulen A, Warnier M, et al. Modelling growth principles of metropolitan public transport networks[J]. *Journal of Transport Geography*, 2020, 82: 102567.
- [18] Zhu Z J, Guo X C, Zeng J, et al. Route design model of feeder bus service for urban rail transit stations[J]. *Mathematical Problems in Engineering*, 2017, 2017: 1090457.
- [19] Du Z G, Pan J, Wang X Y, et al. Enhancing urban rail transit train routes planning using surrogate-assisted fish migration optimization[J]. *Journal of Bionic Engineering*, 2025, 22(4): 1702-1716.
- [20] Zhou Y, Yang H, Wang Y, et al. Integrated line configuration and frequency determination with passenger path assignment in urban rail transit networks[J]. *Transportation Research Part B: Methodological*, 2021, 145: 134-151.
- [21] Cancela H, Mauttone A, Urquhart M E. Mathematical programming formulations for transit network design[J]. *Transportation Research Part B: Methodological*, 2015, 77: 17-37.
- [22] Huang Zhaoguo, Ma Changxi. Symmetry-based urban rail transit network planning using two-stage robust optimization[J]. *Symmetry*, 2024, 16(9): 1149.
- [23] Arbex R O, da Cunha C B. Efficient transit network design and frequencies setting multi-objective optimization by alternating objective genetic algorithm[J]. *Transportation Research Part B: Methodological*, 2015, 81: 355-376.
- [24] He Q, Gao T C, Gao Y, et al. A bi-objective deep reinforcement learning approach for low-carbon-emission high-speed railway alignment design[J]. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 2023, 147: 104006.
- [25] Gao T, El-Geneidy A, Dudek G. Applications of deep reinforcement learning to urban transit network design[R]. Montreal, Québec, Canada, McGill University, 2025, arXiv: 2502.17758, 2025.
- [26] Liu Q, Zhang L M, Skibniewski M J. Network extension planning towards resilient urban critical infrastructures using deep reinforcement learning[J]. *Applied Soft Computing*, 2025, 176: 113163.
- [27] Chen F L, Wang D J, He J F, et al. Optimizing transit network expansion with gated attentive graph reinforcement learning[C]//*Proceedings of the 2025 SIAM International Conference on Data Mining (SDM)*. Philadelphia, PA: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2025: 347-355.

(编辑: 王艳菊)