doi: 10.3969/j.issn.1672-6073.2025.05.004

城市轨道交通列车开行方案编制优化研究综述

陶思宇[1,2,3]，李治德[1,2,3]，张永祥[1,2,3]

（1. 西南交通大学交通运输与物流学院，成都 611756；2. 西南交通大学综合交通运输智能化国家地方联合工程实验室，成都 611756；3. 西南交通大学综合交通大数据应用技术国家工程实验室，成都 611756）

摘　要：列车开行方案优化作为城市轨道交通运输组织中的核心研究问题，是提升轨道交通运营效率和服务质量的关键。为全面梳理该领域的研究进展，并促进其进一步发展，本文对国内外相关文献进行系统论述。首先，从数学建模角度出发，分别从线路层面和网络层面总结列车开行方案优化的目标函数和约束条件等核心内容；在此基础上总结求解算法的研究，详细回顾启发式算法和精确算法的最新进展。最后，指出现有研究中的不足，并提出未来研究的方向，包括加强动态客流和乘客行为特征的建模，深化网络互联互通情境下的运营优化，探索多策略组合的运营组织模式，以及结合智能化优化算法进行综合分析，以推动城市轨道交通列车开行方案优化研究的创新与发展。

关键词：城市轨道交通；列车开行方案；研究综述；数学模型；优化算法

中图分类号：U292.8　　**文献标志码：**A　　**文章编号：**1672-6073(2025)05-0023-12

A Review of Research on the Optimization of Train Operation Planning in Urban Rail Transit

TAO Siyu[1,2,3], LI Zhide[1,2,3], ZHANG Yongxiang[1,2,3]

(1. School of Transportation and Logistics, Southwest Jiaotong University, Chengdu 611756; 2. National United Engineering Laboratory of Integrated and Intelligent Transportation, Southwest Jiaotong University, Chengdu 611756; 3. National Engineering Laboratory of Integrated Transportation Big Data Application Technology, Southwest Jiaotong University, Chengdu 611756)

Abstract: Train scheduling optimization, as a core issue in urban rail transit transportation organization, is crucial for enhancing the operational efficiency and service quality of rail transit systems. To systematically review the research progress in this field and promote its further development, this study conducts a comprehensive survey of relevant literature from both domestic and international sources. From the perspective of mathematical modeling, the paper summarizes the core elements of train scheduling optimization, including objective functions and constraints, from both the line-level and network-level perspectives. Furthermore, a detailed review of solution methods is presented, categorizing the approaches into heuristic algorithms and exact algorithms. Finally, the paper identifies existing research gaps and proposes future directions, including the need for improved modeling of dynamic passenger flow and behavior patterns, optimization of operations under network interconnection scenarios, exploration of multi-strategy operational models, and the integration of intelligent optimization algorithms, to further advance research on train scheduling optimization in urban rail transit.

收稿日期：2025-02-24　修回日期：2025-07-15

第一作者：陶思宇，男，博士，副教授，从事轨道交通运输组织优化研究，taosiyu@swjtu.edu.cn

基金项目：国家重点研发计划项目(2022YFB4300500)；国家自然科学基金青年基金项目(72201218)；四川省科技计划资助(2023NSFSC0901)

引用格式：陶思宇，李治德，张永祥. 城市轨道交通列车开行方案编制优化研究综述[J]. 都市快轨交通，2025，38(5)：23–34.
TAO Siyu, LI Zhide, ZHANG Yongxiang. A review of research on the optimization of train operation planning in urban rail transit[J]. Urban rapid rail transit, 2025, 38(5): 23–34.

Keywords: urban rail transit; train scheduling plan; literature review; mathematical model; optimization algorithm

目前我国城市轨道交通行业正处于从“高速建设”、“建设与运营并重”转向“以运营为主”的关键转型阶段。但客流时空分布不均引发的不利影响逐渐显现：高峰时期部分线路区段运力紧张、平低峰时期大量线路与车辆资源利用率低等问题频出，且随着网络规模的增长有进一步扩大的趋势。

列车开行方案是城市轨道交通列车运输组织计划的核心内容，制定良好的列车开行方案是提升城市轨道交通吸引力的关键所在。合理的城市轨道交通列车开行方案对于提高车底利用效率、减少能源消耗、保证乘客服务水平具有重要意义。城市轨道交通列车开行方案决定了其服务能力和服务水平，其优化问题复杂性高。早期学者们运用运筹学优化理论展开研究，随着城市轨道交通行业和人工智能技术的快速发展，学者们在模型构建时考虑因素逐渐全面，逐渐由理想状态下的静态形式转为更贴近运输场景的动态过程。然而，先前的研究未有专门针对城市轨道交通列车开行方案编制优化的研究总结，针对该问题的研究方法、当前的研究成果、技术难点和未来的研究方向都需要进一步的梳理分析。

GOOSSENS 等[1]将轨道交通运营问题划分为列车开行方案问题、列车时刻表问题和车底运用问题。FENG 等[2]采用分层决策的方式将城市轨道交通运输组织计划流程划分为战术层、战略层和运营层，如图 1 所示。

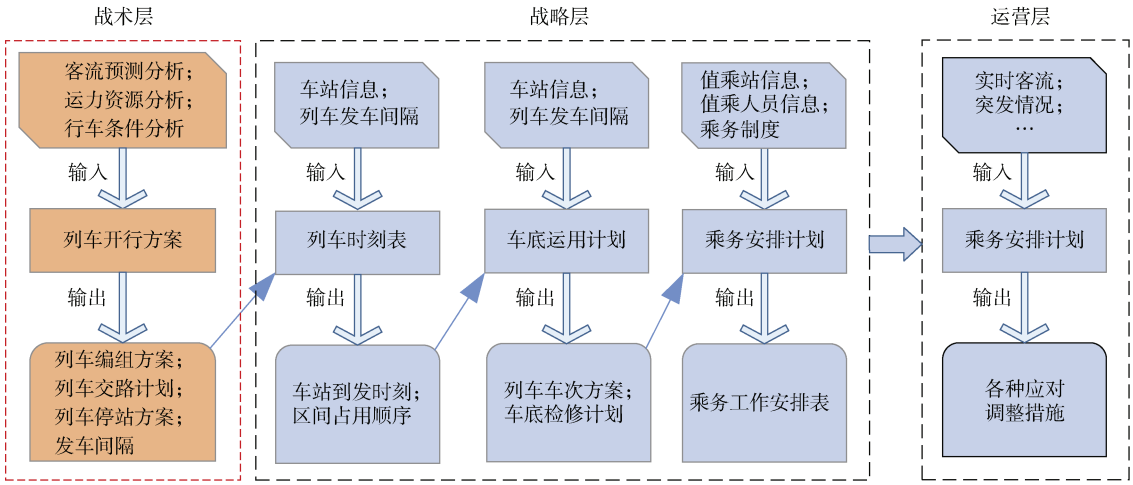


图 1　城市轨道交通运输组织计划流程

Figure 1　Urban rail transit transport organization planning process

本文聚焦于战术层面的列车开行方案编制优化问题，也可将其看作运行规划。列车开行方案的优化编制旨在确保系统高效运转，尤其在面对客流量波动或线路状态变化时，这要求方案应具备较高鲁棒性。具体来说，编制优化过程涉及多个关键因素，如确定列车的开行频率、编组方案、交路的起讫点以及停站方案等。

1　城轨列车开行方案优化概述

城市轨道列车开行方案优化是提高运营效率、保证运能供给的核心方法，其实质是资源的合理配置和服务质量的提高，可以分为计划编制与实际运营两个维度。在计划编制层面，根据选取研究对象的不同，进一步细分为线路级和网络级两个层面。线路层面的列车开行方案优化，指关注单一线路的运力资源配置、运行效率和服务水平的提升；网络层面的列车开行方案优化，指通过合理安排各条线路的运力，考虑多线路间的换乘衔接、客流分配以及整体运输能力的协同，实现城市轨道交通网络效益最大化。

在实际运营层面，列车开行方案的优化不仅依赖于客流实时数据的反馈，还需要考虑不同时间段、季节性波动等因素对列车开行频率、编组方案及停站方案的影响。尽管实际运营过程中存在突发事件与干扰，但在列车开行方案的编制阶段，应更关注如何合理预测和调整不同时间点的开行计划，以应对客流波动，确保列车服务的稳定性和效率。现有的研究主要集中在如何优化列车开行频率与交路安排，以应对动态变化的客流需求，确保城市轨道交通系统的高效运营。

城市轨道交通列车开行方案优化问题关键在于构建模型并设计合适的求解算法。模型构建可将实际问题抽象为数学问题，而合理的求解算法是解决实际问题的关键。基于此，本文详细梳理国内外研究现状，从线路和网络层面出发，对数学模型和求解算法两方面进行总结归纳，探讨现有研究存在的问题，并对未来研究方向进行展望。

2 数学模型

城市轨道交通网络是乘客、列车和拓扑网络共同组成的复杂网络系统，其列车开行方案优化问题常被认为是运输领域中的典型 NP-hard 问题[3]。在早期运筹学优化理论的推动下，逐渐形成多种复杂的模型与理论(如车辆路径问题、多商品流问题等)。车辆路径问题为优化列车的交路方案和编组方案提供了理论支持，类似的方法也常用于校车径路优化等领域[4]。

列车开行方案优化问题常见的建模方法有整数规划模型(混合整数规划模型)、双层规划模型、时空网络客流分配模型和综合评价模型。在城市轨道交通列车开行方案中，很多决策变量如列车的开行数量、编组数等都是整数。通过建立整数规划模型，可以确保决策结果符合实际运营的要求。双层规划模型将列车开行方案看作双层决策问题，上层模型通常以运营企业成本最小为目标，下层规划用来描述乘客利益或进行客流分配。时空网络客流分配模型通过经典的点-弧模型，构建时空网络和广义费用模型，研究时序变化。综合评价模型常用层次分析法或模糊评价法对多个开行方案进行评估和排序。

城市轨道交通的列车控制方式和运营组织模式与铁路运输相似，但城市轨道交通高密度发车和客流特征相较于铁路运输有很大区别。两者在模型内容和建模思路侧重点方面也有不同，比如铁路运输将停站方案作为优化重点，且编组方案一般较为固定，城市轨道交通对客流匹配性要求极高，通常会将编组方案、交路计划、停站方案等综合考虑，且更注重乘客等待时间、乘客换乘等方面。

随着研究的不断推进，乘客对服务质量的要求日益提高。城市轨道交通列车开行方案的数学模型也从最初简单的单目标整数规划模型，逐步发展为多目标双层规划、多目标线性规划等模型。这一转变旨在更全面地考虑列车运营中的复杂状况，使模型能更精准地反映实际需求。

列车开行方案由运营企业编排，服务于不同出行需求的乘客。基于此，城轨列车开行方案多以乘客出行费用和企业运营成本综合最小化为优化目标。随着乘客对运输服务需求的持续增长，成本收益理论被引入该研究领域。乘客期望更快、更便捷地到达目的地；而运营企业对列车开行方案优化编制的根本目的为实现成本集约与效率提升。依据实际需求合理选择和构建目标函数，成为城市轨道交通列车开行方案优化的关键所在。城市轨道交通列车开行方案编制优化主要目标函数框架如图 2 所示。

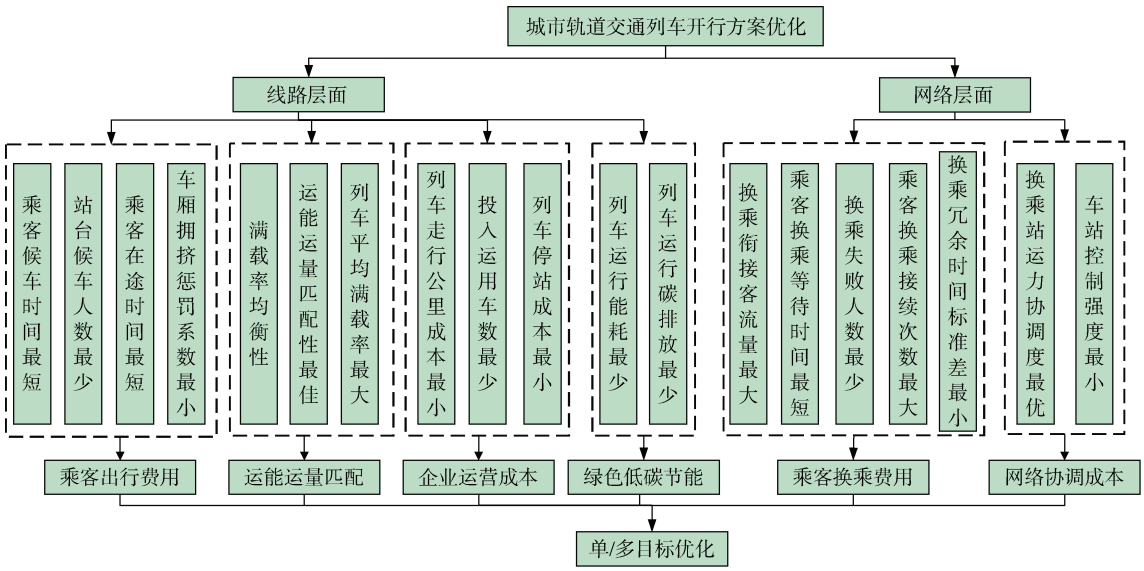


图 2　城市轨道交通列车开行方案优化目标框架

Figure 2　Optimization objective framework for urban rail transit train scheduling plans

2.1 线路层面

线路层面城市轨道交通列车开行方案优化主要从编组方案、交路计划、停站计划和发车间隔等几方面选取一个或多部分组合优化，纵观既有文献的目标函数，最常见的两类分别是以乘客和运营企业为主导。下文将对相关内容进行详述。

2.1.1 编组方案优化

城市轨道交通列车编组方案规定了列车的车型种类、编组数和动拖比等，研究发展主要历经固定编组、可变编组、灵活编组、虚拟编组几个阶段。最早，部分学者对各种编组方案进行分类。Nold 等[5]通过 3 种编组过程(手动、自动和动态)和两种编组状态(机械和虚拟)定义 4 种可能的编组形式；毛保华等[6]论述了城市轨道交通中常见的列车编组形式及适用条件；田媛媛等[7]分析了列车灵活编组技术 3 种运行方案。

多数学者认为灵活编组方案可以应对客流出行时空需求愈发多样及不均衡带来的能力浪费的问题。李伟等[8]以企业运营成本最小为优化目标，提出一种在线编解模式下灵活编组列车开行方案优化方法，结果表明，与大小交路和多编组混跑模式相比，该方法下运营成本可分别减少 15.4%和 6.0%，车辆运用数分别减少 15.3%和 4.7%。ZHOU 等[9]提出一种基于虚拟编组模式的优化方法，其中上层模型的优化目标是最小化企业运营成本和乘客等待时间，下层模型则以小交路列车负荷率最小为目标。实验结果表明，虚拟编组和大小交路组合运营模式可以实现复合率均衡。表 1 对列车编组方案部分文献进行总结。

当前研究表明，列车编组方案优化已经不仅仅局限于单一线路的优化问题，而是向着多目标、跨线协同和灵活编组的方向发展，旨在提升整体运营效率并兼顾乘客的出行体验。

表 1 列车编组方案相关研究总结

Table 1 Summary of research on train formation plan

文献	研究内容	目标函数	模型算法
LI 等[10]	考虑多编组的开行方案优化	乘客等待时间最小；企业运营成本最小；列车负荷均衡	两阶段算法
LI 等[11]	考虑多编组多交路的开行方案优化	企业运营成本和乘客出行成本最小	两阶段启发式算法
ZHOU 等[12]	基于虚拟编组的时刻表与车底运用计划双层协同优化	乘客等待时间与车底费用成本最小	VNS 算法
曾庆文等[13]	考虑多编组的跨线运营开行方案优化	乘客出行时间节省量和企业运营收益最大；跨线列车与非跨线列车间满载率均衡	内罚函数、枚举法
蒋伟等[14]	考虑多编组的开行方案优化	企业运营成本和乘客出行成本最小；列车运力与客流量的方差和最小	嵌套遗传算法
付兵等[15]	基于虚拟编组的时刻表和编组策略的协同优化	列车停站时间和乘客候车时间最小	Gurobi

2.1.2 交路方案优化

列车交路方案规定了列车在线路上往返开行的方式。学者普遍认为开行大小交路方案可以更好地匹配客流需求，提高运输效率。现阶段我国城市轨道交通大小交路组织模式运用最为广泛，相关研究也集中于大小交路等复杂交路模式。

多交路概念最早出现在公交领域。YANG 等[16]将短转弯和空驶策略结合，研究公交大小区间运营模式。国内学者针对城轨多交路优化问题研究较为深入。谭彬彬等[17]从折返进路占用角度考虑折返约束，以线路通过能力最大为优化目标，结果表明计划编制阶段考虑折返列车的进路占用可提高折返效率，提高线路整体通过能力。李思杰等[18]将大小交路与多站联合限流相结合，以乘客站外延误时间和站台滞留时间之和最小为优化目标，旨在提高乘客出行公平性的同时缓解大客流车站压力。

立足于绿色交通“提效降碳”的核心内涵，部分学者对不同交路模式下列车能耗展开研究。戴延泽等[19]提出面向乘客、企业和环境 3 方面交路计划优化方案，结果表明，优化后的大小交路方案相比单一交路方案碳排放量、企业运营成本分别下降了 13.4%、16.5%。杨雯雯等[20]以列车运输资源利用率最大、碳排放量最小、企业运营成本和乘客出行时间成本最低为目标对开行方案进行优化，运用改进的麻雀搜索算法能够在较短时间内获得全局最优解。表 2 为列车交路计划部分文献总结。

2.1.3 停站方案优化

列车停站方案主要包括停站的位置、是否考虑越行以及越行站的位置等。现有研究主要从跨站停车、快慢车等方面展开。采用跨站停车模式可以快速减少滞留乘客的数量，有效减少乘客的总等待时间。

NIU 等[26]考虑时间需求和跳停模式，以乘客等待时间最小为优化目标，以列车跳停决策和发车间隔作为决策变量进行优化。ZHANG 等[27]制定列车跳站停车方案，以乘客舒适度、效率和成本为优化目标。JIANG 等[28]以全线滞留乘客的惩罚值最小为目标，构建了

表 2　列车交路计划相关研究总结

Table 2　Summary of research on train routing plan

文献	研究内容	目标函数	模型算法
CANCA 等[21]	针对车辆超载问题，对小交路列车开行方案优化	小交路最大化分担客流量	模拟退火算法
李正洋等[22]	考虑多交路多编组的交路计划优化	乘客等待时间和企业运营成本最小	服务网络简化方法
姚恩建等[23]	提出面向列车运能利用与乘客延误均衡的城轨大小交路开行方案优化方法	列车输送能力利用率最大，乘客出行延误均衡度最优	枚举法、遗传算法
FENG 等[24]	构建列车交路和客流分配双层规划模型	企业运营成本和乘客出行成本最小，乘客可达性最大	ADMM 法
陈垚等[25]	针对跨线条件下城市轨道交通列车交路计划的优化	列车走行公里与乘客出行时间成本最小	定制搜索算法

一个协同考虑限流方案与列车跳停策略的城市轨道交通线路协调优化模型。杨安安等[29]提出 A/B/C 跨站停运营模式下乘客无需换乘，总出行时间和在车时间可分别减少 2.15%和 6.79%。游婷等[30]对虚拟编组列车停站方案进行优化，结果表明，不同停站方案下的虚拟编组列车，乘客平均旅行时间减少 6.69%。

针对突发延误情况下停站方案的优化问题，黄静仪等[31]验证基于虚拟编组技术的跳停调整方案相较于传统跳停调整方案能减少 15.64%的乘客总旅行时间。YUAN 等[32]考虑突发事件情况下的客流密度控制，以最小化列车富余运力和乘客等待总数为目标，建立跨站停模式下的优化模型。

2.1.4　发车间隔优化

城市轨道交通系统的列车发车间隔直接影响系统的运力、效率和服务水平。为使客流需求与运能运力匹配程度更高，学者针对非固定行车间隔开展大量的研究。

YIN 等[33]以最小化列车运行能耗和乘客候车时间为目标提出一种双向线路列车行车间隔优化方法。针对动态客流的随机性，GONG 等[34]对列车编组、列车发车间隔和列车开行速度曲线进行同步优化。代存杰等[35]采用 4 参数 Logistic 函数对累计客流曲线分段拟合，重点考虑动态客流需求下，大小交路模式列车发车时间间隔的优化问题。

列车发车间隔与车底运用计划密切相关。WANG 等[36]同步考虑优化列车行车间隔和车底运用计划，并考虑列车运行能耗最小，提出一种列车节能运行图和车底运用方案综合优化策略。

对于部分开通运营时间长，承担客流需求大的既有城市轨道线路，考虑实际线路条件，灵活编组、多交路或快慢车策略无法具体实施，需要运营企业采取更为灵活、切实可行的方式对列车开行方案进行调整。例如，李宪等[37]提出夜间正线停车可以有效减少列车空载里程，节省运营成本。田佩宁等[38]以早高峰向午平峰过段阶段和午平峰向晚高峰过渡时段为研究对象，利用线路既有停车线存车的不成对开行方法，有效提升了运营效率。

2.2　网络层面

网络层面列车开行方案优化研究面向成网的城轨系统，使其各线路间相互协作，为不同出行需求的客流提供服务。ZHU 等[39]对交通网络内运能供给与客流需求之间的动态耦合关系进行分析。针对乘客的不同出行行为和网络列车开行方案的协同性研究成为国内外学者研究的重点。现有研究主要聚焦于两个方面。一是正常场景下的网络列车开行方案。在此场景中，系统正常运行，无重大干扰因素，研究重点在于如何在既定条件下优化列车开行方案，进而提高运营效率和服务质量。二是提高网络鲁棒性的优化研究。其重点为针对可能出现的突发事件或系统故障，研究如何增强网络的鲁棒性，确保在非正常运营条件下，列车开行方案仍能有效满足客流需求，维持系统稳定运行。

2.2.1　正常场景网络列车开行方案优化

车次调整是学者们对网络列车开行方案优化的主要手段。根据网络客流分布的特征和优化目标的不同，学者们对正常场景下网络列车开行方案优化问题通常从乘客的换乘接续优化与网络可达性展开，目标函数通常从减少乘客换乘失败人数和降低乘客等待时间两方面选取。

地铁网络的乘客换乘接续优化方面，大多研究从时刻衔接角度出发，通过对不同线路列车的衔接优化，减小换乘等待时间。YIN 等[40]运用 0–1 变量分别刻画了乘客上下车和换乘行为，从全过程链角度构建衔接优化模型。WANG 等[41]提出采用同步质量指数(SQI)来定性评估乘客的换乘便利性，对 SQI 和乘客的平均等待时间进行协同优化。陈磊等[42]以备选跨线交路和本线交路的发车频率为决策变量，以乘客换乘次数最少和出行时间最短为原则，对各 OD 乘客组进行客流分配，建立线网层面的跨线列车开行方案优化模型，并运用模拟退火算法进行求解。

也有学者考虑不同线路首末班车可能存在乘客换乘失败的情形。杨冀琴[43]等以搭乘首班车时段乘客为

研究对象，研究如何减少乘客换乘等待时间。YANG 等[44]考虑乘客路径选择行为，使用时空框架对乘客行为进行表征，对网络末班车运行方案进行优化。表 3 对网络列车开行方案优化部分文献进行总结。

表 3　网络列车开行方案列车交路计划相关研究总结

Table 3　Summary of research on train routing plan

文献	研究内容	决策变量	网络规模	算法
李思杰等[45]	构建动态运力协调模型，平衡网络运力供给与客流需求，使换乘站整体运力协调度最优	首班车发车时刻、列车运行间隔	4 条放射状线路，覆盖 50 座车站	商业求解器
ZHOU 等[46]	协调跨线列车到发时间，提高末班车乘客目的地可达性	末班车发车时刻	16 条线路	列生成
WANG 等[47]	考虑时间依赖需求的时刻表同步优化方法，使乘客等待时间最小、换乘失败人数最少	列车在换乘站到发时刻	3 条环状交织线路，共 72 座车站	拉格朗日松弛
黄俊生等[48]	线网互联互通条件下，最大化跨线直达乘客比例和最小化列车空驶里程	交路起讫点，跨线和非跨线列车发车频率比	5 条互联线路	模拟退火算法
袁也等[49]	优化末班车衔接方案，最小化失败换乘乘客数量	末班车到发时间	4 条线路，25 座车站	量子退火算法

2.2.2　非正常场景网络列车开行方案优化

在地铁实际运营中，列车运行处于可能受到随机扰动的环境中，这些扰动主要包括客流突增、区间中断、列车延误等情况。为了确保系统的正常运营和乘客的服务质量，必须在现有资源的基础上对运营计划进行实时动态调整。学者们对提升地铁网络鲁棒性和稳定性展开相关研究，旨在通过有效的调度策略和资源配置，提高系统在突发情况下的应变能力。

非正常场景下网络列车开行方案优化主要从发车间隔和停站方案进行调整。GAO 等[50]提出在线路中断的情况下，为了缓解乘客积压问题，列车可在中断区间不停站，以加速乘客的转运。黄柒光等[51]提出基于实时客流信息和列车早、晚点信息，调整列车区间运行时分和站台停站时间，以提高运营效率。BEŠINOVIĆ 等[52]提出突发情况下，高峰时段更容易造成客流堆积，结合列车运行调整和客流控制优化策略，尽快将列车运行恢复到初始时刻表，并尽量减少乘客在站外的等待时间。彭其渊等[53]提出为应对多干扰条件的影响，可使用小交路折返和取消列车等调整策略，结果表明相比固定车底周转计划，该方法平均减小了 74.9% 的列车延误。

2.3　约束条件

因城轨列车开行方案的约束条件和影响因素众多，为优化不同需求下列车开行方案的优化，在数学建模过程中需要对其进行综合考虑，本文将常见的约束条件划分为以下 4 类。

2.3.1　折返站、线路及区间能力约束

现阶段多交路在我国应用最为广泛，由于单条线路上只有少数车站具备折返设置，且受到可办理折返方向、配线形式等多方面影响，在面对多交路问题优化时，需要关注折返能力约束，即单位时间内折返站折返车数小于等于折返站能力。此外，文献[16]从折返进路占用的交路考虑约束条件，包括接续唯一性约束、折返时间约束、轨道占用相容性约束与占用开始和结束时间约束等简化求解复杂大小交路模式下线路通过能力提升问题。

线路最大通过能力(最小发车间隔)受限于列车解编作业占用时间、车站折返能力等。常见的基本约束有折返能力计算及约束见式(1)，列车发车频率 f 约束见式(2)，对于多交路组合优化问题，线路最大通过能力见式(3)。

$$n_{\mathrm{zf}}=\frac{3600}{h_{\mathrm{zf}}}\leqslant n_{\max} \tag{1}$$

$$f_{\min}\leqslant f\leqslant f_{\max} \tag{2}$$

$$\sum f_n\leqslant f_{\max} \tag{3}$$

式中，n_{zf}，h_{zf}，$n_{\max}$ 分别为单位小时列车折返数，折返出发间隔时间和最大折返能力；f_n 表示不同类型列车的发车频率；$f_{\min}$ 和 $f_{\max}$ 分别表示最小发车频率和最小发车频率。

2.3.2　服务水平约束

该约束首要保证在优化过程中，线路上所设置的列车交路需要覆盖该线路的每个车站和每个区间。不同断面区间客流需求不同，对于任意一个区间，需要保证所有覆盖该区间列车交路的运力之和大于等于该区间上下行方向中最大的区间断面客流需求[22]。

对于乘客在途中的服务体验，学者们提出列车满载率约束。戴延泽等[19]提出车辆满载率达到 90%时，乘客的乘车舒适度急剧下降，满载率约束式为

$$\gamma=\frac{\max\{p_i\mid 1,\cdots,n\}}{C\times f} \tag{4}$$

式中，γ 为最大满载率；p_i 为第 i 个区间的断面客流量；C 为列车定员；f 为列车开行频率。

为了保证换乘乘客的出行体验，在建立模型时文

献[43]对乘客换乘成功等车时间、首班车的发车时间也进行约束。

2.3.3 行车资源约束

列车开行方案所需要的运营成本，主要体现在车底运用车数和列车走行公里数。由于线路所属的车底数量有限，投入运用车数不能超过最大运用车数，需要对其进行约束。列车公里数约束指所有运营交路的列车总走行公里不得超过某个上限。

2.3.4 其他约束

此外，还有一些其他的基本约束。为方便运行图铺画，需要对大小交路发车比例进行约束，以及列车编组需小于站台长度约束、列车停站约束、区间运行时间约束、改编车站选取约束等等。由于列车开行方案和列车时刻表、车底运用计划密切相关，需要设置不同的约束条件以保证列车运行安全和不同因素间的耦合。例如，ZHOU 等[12]将周转时间和车底的衔接关系作为重要约束条件。

3 求解算法

从线路或网络层面对城市轨道交通列车开行方案进行优化，本质上都属于复杂优化问题，在算法设计上类似。城市轨道交通列车开行方案优化问题建模环境基于单条线路或是整个线网，根据不同的研究对象和需求设计适合的求解算法会大大提升求解效率。

为了方便描述和求解模型，学者通常需要设定一些假设，如乘客乘车选择行为、列车属性及能力限制等。此外，复杂的行车环境和要求使列车开行方案优化问题涉及多个约束条件，诸多约束条件使列车开行方案优化问题呈现高维、大规模、非线性等特性。对既有文献梳理，城市轨道交通列车开行方案优化问题的求解算法的发展过程与运筹学和计算机技术发展密切相关。现有研究中的求解算法主要包括启发式算法、精确算法等。表 4 对常见的求解算法进行汇总。

3.1 启发式算法

随着线网规模的增大，城市轨道交通列车开行方案优化问题的复杂程度呈指数增长。对于复杂线网问题精确算法在计算大规模问题的短板逐渐彰显。启发式算法具有计算效率高、适用性强和实时性好等特点，如模拟退火算法、遗传算法、禁忌搜索算法、粒子群算法、蚁群算法等。

表 4 常见求解算法总结

Table 4 Summary of common solution algorithms

求解算法	优点	缺点	适用环境
启发式算法	计算效率高、适用性强	解的质量依赖于参数设置和初始条件，可能只得到局部最优解，且解的稳定性较差	规模较大、结构复杂的 NP-hard 问题，可以接受局部最优解且求解速度较为重要
精确算法	理论成熟，提供严格的数学框架，已有大量成熟的求解工具(GUROBI，CPLEX)用于求解实际问题。	不适用于动态变化问题，处理大规模问题时计算时间和内存消耗非常大	问题有清晰的约束和目标函数且规模较小
智能优化算法[28, 54]	预测能力强大、能够灵活应对动态变化和不确定性	数据依赖性强，训练高效的模型需要大量的历史数据，训练过程可能非常耗时	大规模、高维度的优化问题，且可通过历史数据进行学习和优化

对城市轨道交通列车开行方案进行优化时，首先得到初始方案，通过交叉、变异等生物学进化方法在当前解的领域探索寻找最优解，通过不断评估解的质量与迭代，使目标函数逐步优化，最终收敛于最优解，得到最优方案。启发式算法可以在一定时间内找到可行解，但收敛到最优解可能需要较长的时间，且容易陷入局部最优解，不同的迭代次数和选取算法可能得到不同的最优解，数值实验表明，启发式算法在求解扰动因素较少的大规模优化问题中效率更高。

遗传算法是求解城轨开行方案优化问题最为常见的一种启发式算法[10, 27, 35, 55]。LI 等[10]建立考虑大小交路策略的非线性混合整数规划模型，以减小乘客等待时间和平衡列车满载率为目标，提出一种基于整数编码的两阶段遗传算法进行求解。ZHANG 等[27]利用自适应大领域搜索算法与 NSGA-Ⅱ相结合，极大加快了求解速度。代存杰等[35]根据大小交路模式特征设计特殊结构的编码方式。茧敏等[55]建立基于跨线方案备选方法和最小化乘客换乘次数的跨线列车开行方案优化模型，通过改进的遗传算法求解，结果表明相较于单线独立运营，跨线长交路的列车开行方案可降低换乘站换乘客流量 9.17%～32.21%，减少全网换乘乘客总换乘次数 2.02%～5.97%。

也有学者将模拟退火算法[41-42]、禁忌搜索算法[56]、粒子群算法[57]和人工蜂群算法[58]用于地铁列车开行方案优化求解。模拟退火算法的应用方面，WANG 等[41]发现在迭代初期局部搜索算法明显优于模拟退火算法和遗传算法，迭代次数超过 100 次后，SA 和 GA 算法

优于局部搜索算法，且 SA 算法求解效果最好，在迭代 5 100 次后，SA 算法得到高质量解。邓连波等[56]针对乘务交路编制问题，对禁忌搜索算法进行改进，迭代 250 次后收敛。谭丽等[57]采用分类学习混合粒子群算法，相较于混沌粒子群和遗传粒子群算法，该算法收敛速度更快，且求解结果综合成本分别减少约 16.9%和 31.6%。陈维亚等[58]建立大小交路与多站限流组织策略，相比于单一交路不限流策略，乘客出行成本与企业运营成本分别下降了 1.95%和 35.72%。

3.2 精确算法

精确算法提供了严格的数学框架，能够在精确地满足约束条件的情况下，求得全局最优解或是接近最优的解。构建的数学模型，运用分支定界、列生成等规划方法，并使用 CPLEX、LINGO 等求解器辅助求解。但对于大规模、具有复杂约束的问题，其计算复杂、计算量大，仅适用于中小规模列车开行方案优化与调整问题。

YANG 等[44]用时空网络框架，引入拉格朗日松弛算法对网络末班车方案进行优化。DI 等[59]考虑地铁线路中乘客出行和货物运输的联合优化问题，设计了一种改进的 Benders 分解算法对列车时刻表进行优化。

综上所述，在选择城市轨道交通列车开行方案优化问题的算法时，应根据问题的规模、特点进行综合判断，且应根据具体问题的特性和求解目标，灵活应用不同类型的算法并加以改进。

3.3 智能优化算法

智能优化算法在面对大规模，高维度的复杂线网优化问题时，具有求解速度快，预测能力等特点，在列车开行方案优化问题领域具备很大的潜力。JIANG 等[28]以实时客流量和列车位置为环境状态空间，将限流和列车跳停方案作为智能体决策，以全线乘客滞留惩罚值最小化为奖励函数，实验证明 Q-learning 算法在收敛速度明显快于启发式算法，更适用于实时调度。WEN 等[54]将乘客和列车动态行为建模为马尔可夫决策过程，利用深度学习算法求解。实验证明，在 10 条线路的大规模城轨网络模型中，SAC 算法在求解速度和效果上表现出显著优势，验证了自适应实时控制的高效性。对部分列车开行方案优化代表文献总结如表 5 所示。

表 5 部分城轨列车开行方案文献总结

Table 5 Summary of selected literature on urban rail train scheduling plan literature

文献	研究问题	求解算法		求解规模	求解速度
		启发式算法	精确算法		
LI 等[10]	多编组多交路策略下不均衡发车间隔问题	√	—	26 个车站	平均 510 s
WANG 等[36]	列车节能运行图和车底运用计划协同优化	—	√	14 个车站，122 个车次	—
WEN 等[54]	将乘客出行和立车运行建模为马尔可夫模型，利用强化学习(SAC)求解	—	—	10 条线路，159 个车站	平均 125.51 s，比常见启发式算法平均快 40.41 s
陈维亚等[58]	大小交路与多占联合限流策略协同优化	√	—	10 个车站	迭代 140 次左右收敛
SHI 等[60]	考虑跳停策略，以乘客聚集风险和车票收入损失为优化目标，对高峰期列车开行方案优化	√	√	4 个车站，180 个时间隔	利用商业求解器 4 h 仍找不到最优解，通过迭代搜索算法 13330 s 找到最优解
彭其渊等[61]	贯通运营下市域铁路和城轨列车开行方案协同优化	√	—	22 个车站	平均 234 s

4 评述与展望

4.1 研究现状评述

在城市轨道交通运输组织工作中，不同的列车开行方案会对运营成本、乘客满意度以及出行效率产生不同的影响。国内外学者对城轨列车开行方案优化问题展开了大量研究，为城市轨道交通运营企业运营效率的提升和乘客服务水平的保障提供了有力支撑，也为今后的相关研究提供了前瞻性的指导。本文对城市轨道交通列车开行方案编制内容、问题特点进行分析，选取国内外代表性的文献进行梳理，对列车开行方案优化过程涉及的目标函数、约束条件、求解算法进行综述。本文发现对城市轨道交通列车开行方案优化问题的解决思路已成明确清晰的体系，为提高城市轨道交通运营效率提供了支持。然而，模型在实际应用中仍存在一些不足与挑战。

1) 当前在线路层面的列车开行方案优化研究中大多关注于单一调整策略。这些方法通常以固定的客流分布预测为基础，将单一变量作为优化目标，试图通过局部调整来提高列车运行效率。然而，由于客流需求在时空维度上的不均衡性较强，尤其是在长距离

线路或跨区域线路中，单一策略的优化往往难以全面应对复杂的客流变化，导致运能供需匹配度不足，乘客服务水平下降。此外为了简化求解规模，一般只考虑存在两种不同的交路，实际情况是选择不同的列车交路组合和数量可能会提升运能匹配度。

2) 现有研究大多将客流需求视为单向的静态输入，仅基于历史客流或客流预测结果进行列车开行方案编制优化，而未能全面考虑列车开行方案对客流特征的动态反馈作用。实际上，列车的开行方案会直接影响乘客的出行选择行为，包括出行路径、出行时间等，从而对网络整体客流分布产生影响。然而，目前尚缺乏系统化的模型和方法来刻画这种双向作用机理，导致列车开行方案优化的科学性和适应性不足，无法全面匹配复杂的实际运营场景。

3) 既有研究大多从两条线路共线或接线展开，从网络整体层面优化多组多交路跨线列车的系统研究很少。对于研究线段，现有研究大多关注于固定时段，对两个相邻时段的开行方案衔接优化较少。

4.2 研究趋势展望

1) 采用更稳定的数据采集平台，利用实时客流监测技术捕捉动态客流特征，从而适应节假日、突发事件等异常场景下的客流波动。尤其是在快速调整列车开行方案的研究中，可以基于动态数据的实时优化方法与决策支持工具，提高列车运行调整的效率和优化精度。增加与新兴技术融合，如在分布式优化中采用GPU并行计算、人工智能、强化学习等智能化方法，加快大规模路网下列车开行方案求解速度，从历史数据中获取最佳的列车开行方案，并根据动态需求和实时客流对计划进行优化调整，对现有算法与智能优化算法进行结合也是未来新的研究思路。

2) 虚拟编组技术作为灵活编组的一种，被认为可以根据客流需求随时匹配运能资源以提升运营效率，有望缓解高峰时期运能不足，减少低峰时期运能浪费等问题。因此，需要研究虚拟编组与多种优化策略组合的线路列车开行方案优化方法，并且考虑多种优化策略之间可能存在相互作用和约束关系。针对虚拟编组技术的列车开行方案优化问题是今后研究的重点。

3) 需要对不同时空下的网络-列车-乘客交互关系综合考虑，从网络系统角度出发，综合考虑不同线路间列车、乘客协同过程、提升网络化运营效率和运能协调程度。因此，后续研究可对网络互联互通模型下多线路列车开行方案协同优化进一步探索研究。

4) 城市轨道交通的低碳绿色发展是未来研究的重要方向。既有研究中，大多数考虑低碳的研究多将碳排放广义成本最小作为目标函数。在未来的研究中可以将列车运行中碳排放量作为约束条件限制在一定范围内，优化城市轨道交通系统运行碳排放计算方法，促进城市轨道交通绿色节能化发展。

参考文献

[1] GOOSSENS J W, VAN HOESEL S, KROON L. A branch-and-cut approach for solving railway line-planning problems[J]. Transportation science, 2004, 38(3): 379-393.

[2] FENG Tao, LUSBY R M, ZHANG Yongxiang, et al. An ADMM-based dual decomposition mechanism for integrating crew scheduling and rostering in an urban rail transit line[J]. Transportation research part C: emerging technologies, 2023, 149: 104081.

[3] PARK B H, SEO Y I, HONG S P, et al. Column generation approach to line planning with various halting patterns: application to the Korean high-speed railway[J]. Asia-Pacific journal of operational research, 2013, 30(4): 1350006.

[4] ELLEGOOD W A, CAMPBELL J F, NORTH J. Continuous approximation models for mixed load school bus routing[J]. Transportation research part B: methodological, 2015, 77: 182-198.

[5] NOLD M, CORMAN F. Dynamic train unit coupling and decoupling at cruising speed: Systematic classification, operational potentials, and research agenda[J]. Journal of rail transport planning & management, 2021, 18: 100241.

[6] 毛保华, 刘明君, 黄荣, 等. 轨道交通网络化运营组织理论与关键技术[M]. 北京: 科学出版社, 2011.

[7] 田媛媛, 彭磊. 双碳背景下城市轨道交通列车灵活编组技术研究[J]. 城市轨道交通研究, 2024, 27(9): 288-292.
TIAN Yuanyuan, PENG Lei. Research on flexible train marshalling technology for urban rail transit under the dual-carbon background[J]. Urban mass transit, 2024, 27(9): 288-292.

[8] 李伟, 陈思倩, 周珺, 等. 在线编解模式下城市轨道交通列车灵活编组开行方案优化方法[J]. 中国铁道科学, 2024, 45(1): 203-214.
LI Wei, CHEN Siqian, ZHOU Jun, et al. Optimization method of flexible train composition scheduling in urban rail transit under online coupling/decoupling mode[J]. China railway science, 2024, 45(1): 203-214.

[9] ZHOU Xu, LU Fang, WANG Liyu. Optimization of train operation planning with full-length and short-turn routes of virtual coupling trains[J]. Applied sciences, 2022, 12(15): 7935.

[10] LI Sijie, XU Ruihua, HAN Ke. Demand-oriented train services optimization for a congested urban rail line: inte-

grating short turning and heterogeneous headways[J]. Transportmetrica A: transport science, 2019, 15(2): 1459-1486.

[11] LI Zhengyang, ZHAO Jun, PENG Qiyuan. Train service design in an urban rail transit line incorporating multiple service routes and multiple train compositions[J]. Transportation research part C: emerging technologies, 2021, 123: 102959.

[12] ZHOU Housheng, QI Jianguo, YANG Lixing, et al. Joint optimization of train timetabling and rolling stock circulation planning: a novel flexible train composition mode[J]. Transportation research part B: methodological, 2022, 162: 352-385.

[13] 曾庆文, 彭其渊. 考虑多编组的城轨列车跨线运营开行方案研究[J]. 铁道科学与工程学报, 2023, 20(3): 878-889.
ZENG Qingwen, PENG Qiyuan. Cross-line train plan in urban rail transit considering the multi-group train[J]. Journal of railway science and engineering, 2023, 20(3): 878-889.

[14] 蒋伟, 叶茂, 郭孝洁, 等. 面向运力精准投放的城轨列车多编组开行方案优化研究[J]. 江苏科技信息, 2024, 41(5): 125-131.
JIANG Wei, YE Mao, GUO Xiaojie, et al. Research on the optimization of multi-formation operation of urban rail trains for precise transport capacity[J]. Jiangsu science and technology information, 2024, 41(5): 125-131.

[15] 付兵, 马新源, 田婉琪, 等. 面向虚拟编组的城市轨道交通运行优化调度方法[J]. 铁道运输与经济, 2024, 46(1): 124-132.
FU Bing, MA Xinyuan, TIAN Wanqi, et al. Urban rail transit scheduling optimization method for virtual coupling trains[J]. Railway transport and economy, 2024, 46(1): 124-132.

[16] YANG Xiyu, JI Yuxiong, DU Yuchuan, et al. Bi-level model for design of transit short-turning service considering bus crowding[J]. Transportation research record: journal of the transportation research board, 2017, 2649(1): 52-60.

[17] 谭彬彬, 金华, 刘爽, 等. 考虑城市轨道交通折返进路占用的大小交路列车运行组织优化[J]. 铁道科学与工程学报, 2022, 19(8): 2161-2168.
TAN Binbin, JIN Hua, LIU Shuang, et al. Optimization on train operation organization of full-length and short-turn routing mode considering the occupation of turn-back route[J]. Journal of railway science and engineering, 2022, 19(8): 2161-2168.

[18] 李思杰, 王磊, 潘寒川, 等. 大小交路条件下的城市轨道交通线路多站协同限流优化[J]. 铁道科学与工程学报, 2022, 19(12): 3536-3545.
LI Sijie, WANG Lei, PAN Hanchuan, et al. Optimization of multi-station collaborative passenger flow control for an urban rail transit line with full-length and short-turn routings[J]. Journal of railway science and engineering, 2022, 19(12): 3536-3545.

[19] 戴延泽, 占曙光. 考虑碳排放的城轨开行大小交路方案分析[J]. 铁道科学与工程学报, 2022, 19(12): 3546-3556.
DAI Yanze, ZHAN Shuguang. Analysis of full-length and short-turn routing of urban rail transit considering carbon emission[J]. Journal of railway science and engineering, 2022, 19(12): 3546-3556.

[20] 杨雯雯, 孟学雷, 高如虎, 等. 考虑运能利用和碳排放的绿色城轨开行方案研究[J]. 交通运输系统工程与信息, 2025, 25(1): 122-132.
YANG Wenwen, MENG Xuelei, GAO Ruhu, et al. Train operation plan of green urban rail transit considering transportation capacity utilization and carbon emissions[J]. Journal of transportation systems engineering and information technology, 2025, 25(1): 122-132.

[21] CANCA D, BARRENA E, LAPORTE G, et al. A short-turning policy for the management of demand disruptions in rapid transit systems[J]. Annals of operations research, 2016, 246(1): 145-166.

[22] 李正洋, 赵军, 彭其渊. 考虑多交路多编组的城市轨道线路列车交路计划优化[J]. 铁道学报, 2020, 42(6): 1-11.
LI Zhengyang, ZHAO Jun, PENG Qiyuan. Optimizing the train service route plan in an urban rail transit line with multiple service routes and multiple train sizes[J]. Journal of the China railway society, 2020, 42(6): 1-11.

[23] 姚恩建, 张金萌, 邰宁. 效率与公平导向下城轨大小交路开行方案优化[J]. 华南理工大学学报(自然科学版), 2020, 48(5): 41-48.
YAO Enjian, ZHANG Jinmeng, HUAN Ning. Equality-efficiency balance-oriented optimization of long-short route strategy in urban rail transit[J]. Journal of South China University of Technology (Natural Science Edition), 2020, 48(5): 41-48.

[24] FENG Tao, LUSBY R M, ZHANG Yongxiang, et al. Integrating train service route design with passenger flow allocation for an urban rail transit line[J]. European journal of operational research, 2024, 313(1): 146-170.

[25] 陈垚, 柏赟, 毛保华, 等. 跨线条件下城市轨道交通列车交路计划优化方法[J]. 铁道学报, 2024, 46(8): 21-29.
CHEN Yao, BAI Yun, MAO Baohua, et al. Optimization of train routing plan for interconnected lines in urban rail transit[J]. Journal of the China railway society, 2024, 46(8): 21-29.

[26] NIU Huimin, ZHOU Xuesong, GAO Ruhu. Train scheduling for minimizing passenger waiting time with time-dependent demand and skip-stop patterns: Nonlinear integer programming models with linear constraints[J]. Transportation research part B: methodological, 2015, 76: 117-135.

[27] ZHANG Tong, LI Dawei, SONG Yuchen. Urban rail transit congestion management: coordinated optimization of passenger guidance and train scheduling with skip-stop

patterns[J]. Journal of transportation engineering, part A: systems, 2025, 151(2): 04024101.

[28] JIANG Zhibin, GU Jinjing, FAN Wei, et al. Q-learning approach to coordinated optimization of passenger inflow control with train skip-stopping on a urban rail transit line[J]. Computers & industrial engineering, 2019, 127: 1131-1142.

[29] 杨安安, 汪波, 陈绍宽, 等. 基于客流直达的城市轨道交通跨站停开行方案优化研究[J]. 都市快轨交通, 2022, 35(2): 91-98.
YANG An'an, WANG Bo, CHEN Shaokuan, et al. Train planning optimization for skip stop operation without transfers in urban rail transit[J]. Urban rapid rail transit, 2022, 35(2): 91-98.

[30] 游婷, 马法运, 苗峰, 等. 城市轨道交通虚拟编组列车优化运行方案研究[J]. 都市快轨交通, 2023, 36(1): 36-42.
YOU Ting, MA Fayun, MIAO Feng, et al. Optimal operation plan design for virtually coupled trains in urban rail transit[J]. Urban rapid rail transit, 2023, 36(1): 36-42.

[31] 黄静仪, 张琦. 基于虚拟编组技术的城市轨道交通列车延误跳停调整研究[J]. 铁道运输与经济, 2024, 46(2): 151-158.
HUANG Jingyi, ZHANG Qi. Research on train delay skip-stop adjustment in urban rail transit based on virtual coupling technology[J]. Railway transport and economy, 2024, 46(2): 151-158.

[32] YUAN Fuya, SUN Huijun, KANG Liujiang, et al. An integrated optimization approach for passenger flow control strategy and metro train scheduling considering skip-stop patterns in special situations[J]. Applied mathematical modelling, 2023, 118: 412-436.

[33] YIN Jiateng, YANG Lixing, TANG Tao, et al. Dynamic passenger demand oriented metro train scheduling with energy-efficiency and waiting time minimization: Mixed-integer linear programming approaches[J]. Transportation research part B: methodological, 2017, 97: 182-213.

[34] Gong C, Shi J, Wang, Y, et al. Train timetabling with dynamic and random passenger demand: A stochastic optimization method[J]. Transportation research part C: emerging technologies, 123.

[35] 代存杰, 李引珍, 展宗思, 等. 考虑动态客流需求和大小交路模式的城市轨道交通列车开行方案优化[J]. 中国铁道科学, 2018, 39(2): 128-136.
DAI Cunjie, LI Yinzhen, ZHAN Zongsi, et al. Optimization of train operation scheme for urban rail transit considering dynamic passenger demand and full-length & short-turn routing modes[J]. China railway science, 2018, 39(2): 128-136.

[36] WANG Yihui, ZHU Songwei, D'ARIANO A, et al. Energy-efficient timetabling and rolling stock circulation planning based on automatic train operation levels for metro lines[J]. Transportation research part C: emerging technologies, 2021, 129: 103209.

[37] 李宪, 王伟鹏, 王巍, 等. 城市轨道交通夜间正线停车运营组织方案研究[J]. 现代城市轨道交通, 2025(1): 110-113.
LI Xian, WANG Weipeng, WANG Wei, et al. Research on the operation organization scheme for main line parking at night of urban rail transit[J]. Modern urban transit, 2025(1): 110-113.

[38] 田佩宁, 毛保华, 周琪, 等. 城市轨道交通不成对开行方案研究[J]. 深圳大学学报(理工版), 2023, 40(5): 521-528.
TIAN Peining, MAO Baohua, ZHOU Qi, et al. The unpaired operation of urban rail transit[J]. Journal of Shenzhen University (Science and Engineering), 2023, 40(5): 521-528.

[39] ZHU Yuting, MAO Baohua, BAI Yun, et al. A bi-level model for single-line rail timetable design with consideration of demand and capacity[J]. Transportation research part C: emerging technologies, 2017, 85: 211-233.

[40] YIN Jiateng, D'ARIANO A, WANG Yihui, et al. Timetable coordination in a rail transit network with time-dependent passenger demand[J]. European journal of operational research, 2021, 295(1): 183-202.

[41] WANG Miao, CHEN Xing, YIN Jiateng, et al. A bi-objective optimization model for coordinated train timetabling in rail transit networks[C]//2021 IEEE International Intelligent Transportation Systems Conference (ITSC). Indianapolis, IN, USA. IEEE, 2021: 2350-2355.

[42] 陈磊, 段晓宇, 柏赟. 城市轨道交通跨线列车开行方案优化研究[J]. 都市快轨交通, 2023, 36(3): 59-64.
CHEN Lei, DUAN Xiaoyu, BAI Yun. Optimizing cross-line train service planning in urban rail transit network[J]. Urban rapid rail transit, 2023, 36(3): 59-64.

[43] 杨冀琴, 田秦, 徐占东, 等. 城市轨道交通网络首班车时段时刻表优化研究[J]. 重庆交通大学学报(自然科学版), 2021, 40(8): 50-56.
YANG Jiqin, TIAN Qin, XU Zhandong, et al. Optimizing timetable for urban rail transit network during the first train time period[J]. Journal of Chongqing Jiaotong University (Natural Science), 2021, 40(8): 50-56.

[44] YANG Lixing, DI Zhen, DESSOUKY M M, et al. Collaborative optimization of last-train timetables with accessibility: a space-time network design based approach[J]. Transportation research part C: emerging technologies, 2020, 114: 572-597.

[45] 李思杰, 徐瑞华, 杨儒冬. 基于运力协调的城市轨道交通网络列车运行计划优化[J]. 东南大学学报(自然科学版), 2017, 47(5): 1048-1054.
LI Sijie, XU Ruihua, YANG Rudong. Optimizing urban rail transit network operation plans based on transport capacity coordination[J]. Journal of Southeast University (Natural Science Edition), 2017, 47(5): 1048-1054.

[46] ZHOU Yu, WANG Yun, YANG Hai, et al. Last train scheduling for maximizing passenger destination reachability in urban rail transit networks[J]. Transportation research part B: methodological, 2019, 129: 79-95.

[47] WANG Yizhen, LI Dewei, CAO Zhichao. Integrated timetable synchronization optimization with capacity constraint under time-dependent demand for a rail transit network[J]. Computers & industrial engineering, 2020, 142: 106374.

[48] 黄俊生, 陈垚, 张安英, 等. 考虑互联互通的城市轨道交通网络列车开行方案优化[J]. 铁道科学与工程学报, 2023, 20(5): 1587-1597.
HUANG Junsheng, CHEN Yao, ZHANG Anying, et al. Optimization of urban rail network operation scheme considering interconnection[J]. Journal of railway science and engineering, 2023, 20(5): 1587-1597.

[49] 袁也, 徐皓, 王悉, 等. 基于量子计算的城市轨道交通网络末班车衔接优化[J]. 都市快轨交通, 2024, 37(2): 139-145.
YUAN Ye, XU Hao, WANG Xi, et al. Quantum computing-based optimization for the last-train connection planning problem in urban rail transit networks[J]. Urban rapid rail transit, 2024, 37(2): 139-145.

[50] GAO Yuan, KROON L, SCHMIDT M, et al. Rescheduling a metro line in an over-crowded situation after disruptions[J]. Transportation research part B: methodological, 2016, 93: 425-449.

[51] 黄柒光, 李建全. 基于实时客流的城市轨道交通列车自动调整方法[J]. 铁道运输与经济, 2021, 43(5): 130-134.
HUANG Qiguang, LI Jianquan. Design and implementation of automatic train adjustment based on real-time passenger flow in urban rail transit[J]. Railway transport and economy, 2021, 43(5): 130-134.

[52] BEŠINOVIĆ N, WANG Yihui, ZHU Songwei, et al. A matheuristic for the integrated disruption management of traffic, passengers and stations in urban railway lines[J]. IEEE transactions on intelligent transportation systems, 2022, 23(8): 10380-10394.

[53] 彭其渊, 江山, 刘思源, 等. 多干扰下地铁列车运行与车底周转一体化调整优化[J]. 交通运输系统工程与信息, 2024, 24(6): 113-125.
PENG Qiyuan, JIANG Shan, LIU Siyuan, et al. Integrated metro train timetabling and rolling stock rescheduling under multi-disturbances[J]. Journal of transportation systems engineering and information technology, 2024, 24(6): 113-125.

[54] WEN Longhui, HU Liyang, ZHOU Wei, et al. Soft actor-critic deep reinforcement learning for train timetable collaborative optimization of large-scale urban rail transit network under dynamic demand[J]. IEEE transactions on intelligent transportation systems, 2025, 26(5): 7021-7035.

[55] 茧敏, 陈绍宽, 王卓, 等. 城市轨道交通网络跨线列车开行方案优化模型研究[J]. 交通运输系统工程与信息, 2024, 24(5): 116-127.
JIAN Min, CHEN Shaokuan, WANG Zhuo, et al. Cross-line train service plan optimization in urban rail transit network[J]. Journal of transportation systems engineering and information technology, 2024, 24(5): 116-127.

[56] 邓连波, 谢子若, 甘书怀, 等. 城市轨道交通乘务交路方案编制的禁忌搜索优化方法[J]. 北京交通大学学报, 2024, 48(4): 164-171.
DENG Lianbo, XIE Ziruo, GAN Shuhuai, et al. Optimization method of Tabu Search algorithm for urban rail transit crew scheduling scheme[J]. Journal of Beijing Jiaotong University, 2024, 48(4): 164-171.

[57] 谭丽, 韦子文. 基于 CCLPSO 算法的 Y 型交路列车开行方案优化研究[J]. 铁道科学与工程学报, 2019, 16(8): 2122-2129.
TAN Li, WEI Ziwen. Optimization research of train schedule of Y-type train routing mode based on CCLPSO algorithm[J]. Journal of railway science and engineering, 2019, 16(8): 2122-2129.

[58] 陈维亚, 章雍, 陈鑫, 等. 城市轨道交通大小交路开行方案与多站联合限流协同优化研究[J]. 交通运输系统工程与信息, 2019, 19(5): 177-184.
CHEN Weiya, ZHANG Yong, CHEN Xin, et al. Collaborative full-length and short-turning plan and joint multi-station control of passenger flow in urban rail transit[J]. Journal of transportation systems engineering and information technology, 2019, 19(5): 177-184.

[59] DI Zhen, YANG Lixing, SHI Jungang, et al. Joint optimization of carriage arrangement and flow control in a metro-based underground logistics system[J]. Transportation research part B: methodological, 2022, 159: 1-23.

[60] SHI Jungang, YANG Jing, YANG Lixing, et al. Safety-oriented train timetabling and stop planning with time-varying and elastic demand on overcrowded commuter metro lines[J]. Transportation research part E: logistics and transportation review, 2023, 175: 103136.

[61] 彭其渊, 刘思源, 江山, 等. 贯通运营下市域铁路与地铁列车开行方案协同优化[J]. 交通运输系统工程与信息, 2025, 25(2): 36-47.
PENG Qiyuan, LIU Siyuan, JIANG Shan, et al. Collaborative optimization of suburban railway and metro train operation plans under interconnection operational mode[J]. Journal of transportation systems engineering and information technology, 2025, 25(2): 36-47.

（编辑：傅依萱）