doi: 10.3969/j.issn.1672-6073.2025.04.006

基于动态灵活编组的跨线城轨客货混运方案优化研究

尧　靖[1]，张兰芳[2]，尹浩东[1]
（1. 北京交通大学系统科学学院，北京 100044；
2. 南宁学院广西中国-东盟综合交通国际联合重点实验室，南宁 530000）

摘　要：针对城市轨道交通非高峰时段存在运力浪费及城市面临物流需求增加与交通拥堵加剧等问题，提出在线灵活编组的城市轨道交通客货混运优化模型。研究首先分析开展轨道交通货运服务的可行性及必要性；然后，构建基于动态灵活编组的跨线客货混运优化模型，并使用 GUROBI 求解器进行求解。结果表明，基于动态灵活编组的客货混运方案能够更合理匹配运力与需求，减少列车使用数量，实现运力的有效利用，并通过货运收益提升经济效益，为城市轨道交通可持续发展提供新思路。

关键词：城市轨道交通；客货混运；灵活编组；混合整数线性规划
中图分类号：U231　　**文献标志码：**A　　**文章编号：**1672-6073(2025)04-0043-10

Optimizing the Mixed Passenger and Freight Transport Scheme of Cross-line Urban Rail Transit with Dynamic and Flexible Marshalling

YAO Jing[1], ZHANG Lanfang[2], YIN Haodong[1]
(1. School of Systems Science, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044;
2. Key Laboratory of China-ASEAN Comprehensive Transportation, Nanning University, Nanning 530000)

Abstract: To address the issues of wasted capacity during off-peak hours in urban rail transit and the increasing urban logistics demand alongside worsening traffic congestion, this paper proposes an online flexible train formation optimization model for mixed passenger and freight transportation in urban rail transit. The research first analyzes the feasibility and necessity of implementing freight services in rail transit systems. Subsequently, a mixed passenger and freight transportation optimization model with online flexible train formation is constructed based on Y-shaped lines, and solved using the GUROBI solver. Results indicate that the flexible train formation scheme for mixed transportation can effectively match capacity with demand, reduce the number of trains required, achieve efficient capacity utilization, and enhance economic benefits through freight revenue, thus providing new perspectives for urban rail transit development.

Keywords: urban rail transit; mixed passenger and freight transportation; flexible train formation; mixed-integer linear programming

0　引言

城市轨道交通作为一种大运量、快捷、绿色和可靠的公共交通方式，在解决城市交通问题方面发挥着重要作用。然而，目前许多城市的轨道交通运营企业面临亏损，主要依赖财政补贴维持运营，导致其可持

收稿日期：2025-03-26　修回日期：2025-06-03
第一作者：尧靖，男，硕士，从事城市轨道交通运营组织优化研究，89798@bjtu.edu.cn
通信作者：张兰芳，女，高级工程师，从事交通运输规划设计和交通安全研究，zhanglanfang@unn.edu.cn
基金项目：北京市自然科学基金资助项目(L221006)
引用格式：尧靖，张兰芳，尹浩东. 基于动态灵活编组的跨线城轨客货混运方案优化研究[J]. 都市快轨交通，2025，38(4)：43-52.
YAO Jing, ZHANG Lanfang, YIN Haodong. Optimizing the mixed passenger and freight transport scheme of cross-line urban rail transit with dynamic and flexible marshalling[J]. Urban rapid rail transit, 2025, 38(4): 43-52.

续发展受到挑战。此外，城市轨道交通系统普遍存在供需不匹配问题，尤其是在平低峰时段，运能利用率低。如何有效利用运力、避免运能浪费，同时增加运营收入、提升可持续发展水平，成为我国城轨行业发展面临的一大难题。《第十四个五年规划和 2035 年远景目标纲要》提出要有序推进城市轨道交通发展，构建综合的运输系统，发展旅客联程运输与货物多式联运。中国城市轨道交通协会发布的《中国城市轨道交通十四五规划报告》明确指出，可在客运的同时开展货物运输，从而增强城市轨道交通的盈利模式。

现有研究和实践主要从降低运能与提升运能利用率两个方面着手解决低峰时间运能浪费问题。一方面，通过灵活编组实现运力与客流需求的精准匹配；另一方面，探索如何利用剩余运力开展货物运输[1]。因此，本研究同时兼顾以上两个方面，通过灵活编组技术和客货混运模式，共同实现运力运量的精准匹配，并提升城轨系统的综合收益。当前对灵活编组技术的研究主要集中在以下 3 个方向：其一，编组过程中客流变化对列车编组数量调整的影响；其二，动态编组的实时调整策略，以应对大流量与小流量之间的转换；其三，从乘客和企业角度评估相关技术的实施效果[2-4]。但在实际应用中，灵活编组与在线动态编组的结合尚未深入探讨，缺乏对在线动态编组过程的系统研究。关于城市轨道交通开展货运服务的相关研究相对较早提出[5-7]，主要探讨了客货混运的可行性[8]。针对城市轨道交通客货混合运输方案，部分研究关注于在客运列车运行间隙插入货运列车，以提高线路运能利用率[9-10]，构建了相应的优化模型。然而，这种方式在一定程度上影响了客运服务质量。因此，有学者针对客运列车挂载货运车厢开展货运服务[11-12]展开研究，并结合灵活编组技术针对客货车厢分配展开研究[13-15]。

综上所述，关于灵活编组技术与城市轨道交通客货混运的研究虽已取得一定进展，但对两者的深度融合探讨仍显不足。现有研究多集中在固定编组模式下的客货混运策略，而对在线动态灵活编组的运用关注不够，导致方案难以适应复杂的客货运输需求。

在此背景下，本文构建了基于在线动态灵活编组的跨线客货混运优化模型，考虑了列车运行图、灵活编组以及客货流分配等相关约束。以北京实际 Y 型线路设置算例，利用 GUROBI 求解器进行求解，验证模型的可行性。

1 模型构建

1.1 问题描述

以平峰时段开通跨线运营的城市轨道交通 Y 型线路为研究对象，如图 1 所示。线路两端均具有车辆段，可以对客运、货运列车车厢进行任意编组，形成初始的列车最小单元，列车最小单元之间可以根据客货流需求选择是否进行虚拟编组成列车发车运行。为了适应客货流需求的动态变化，列车可以在车站灵活选择在线解编或与其他列车重新虚拟编组为新的列车。

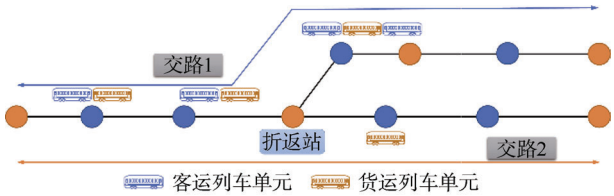


图 1 在线灵活编组的城市轨道交通跨线客货混运示意

Figure 1 Schematic illustration of online flexible train formation for cross-line mixed passenger and freight transportation in urban rail transit

针对列车最小单元解编决策，其再编组策略遵循以下规则：①非折返站场景：解编单元可脱离当前车次，在车站或避让线等待同向后续列车重组为新编组；②折返站场景：解编单元可选择折返并与对向车次进行虚拟编组，形成反向运行车组。如图 2 所示。

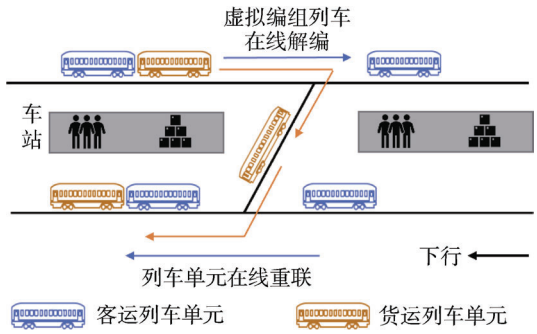


图 2 列车单元在折返站在线解编重联示意

Figure 2 Schematic diagram of online disassembly and reconnection of train units at turnback station in urban rail transit

1.2 模型假设及参数定义

为构建严格的数学优化模型，给出如下基本假设：

假设 1：线路两端均配置具备列车拆解与重联功能的车辆段，且列车在车站可进行虚拟编组。

假设 2：列车编组形式灵活，既可作为纯客运或纯货运列车运行，亦可混合编组客、货列车运行。

假设 3：所有货物均以标准化货运箱装载，且按

始发地与目的地精确配载，全线各车站均具备提供货运服务的能力。

假设 4：乘客已知乘坐的列车最小单元是否会在折返站折返，若折返，乘客在折返站下车，并乘坐下一列车继续前往目的地。

假设 5：为降低模型复杂度，本文不考虑列车拆解与重联的时间，以及由于列车虚拟编组导致乘客换乘不同列车的时间。

为便于描述，本文模型所涉及的参数和变量定义如表 1 所示。

表 1　参数和变量定义

Table 1　Symbols and definitions

分类	符号	说明
集合	R	交路集合，$r \in R$
	F	运行方向集合，$f \in F = \{0,1\}$
	K_r	交路 r 上站点 k 的集合，$k \in K_r = \{K_{r,1}, K_{r,2}, \cdots, K_{r,n}\}$
	S_r	交路 r 上折返站集合，$s \in S_r = \{S_{r,1}, S_{r,2}, \cdots, S_{r,n}\}$
	I_r^f	交路 r 的 f 方向运行的车次集合，$i \in I_r^f = \{I_{r,1}^f, I_{r,2}^f, \cdots, I_{r,n}^f\}$
	L	列车单元集合，$l \in L$
	G	列车单元的编组类型集合，$g \in G$
	N', N''	列车最小单元初始编组类型中客、货车编组数集合
参数	$N_{\max}$	站台能承载的最大编组数
	$C^{(P)}, C^{(F)}$	单一编组列车最大载客量、载货量
	$C_{\text{cost}}^{(P)}, C_{\text{cost}}^{(F)}$	开行单一编组客车、货车的成本
	h_{min}, h_{max}	列车的最小、最大发车间隔
	t_{min}, t_{max}	列车单元最小、最大编组时间
中间变量	$A_{i,k}$	车次 i 在车站 k 的到站时刻
	$d_{i,k}(t)$	列车离开车站时刻的 0–1 指示变量，t 时刻列车 i 离站，则为 1，反之为 0
	$z_{i,k}(t)$	列车离站与否的 0–1 指示变量
	$h_{i,k}$	车次 i 和车次 i+1 在车站 k 的发车间隔
	$t_{k,k+1}$	车站 k 和车站 k+1 之间的运行时间
	t_k	车站 k 的停站时间
	$\rho_{i,k,l}$	列车单元 l 在车站 k 是否从车次 i 解编
	$\tau_{i,j,k,l}$	列车单元 l 在车站 k 是否从车次 i 解编，并与车次 j 编组
	$\gamma'_{i,k}$，$\gamma''_{i,k}$	列车 i 在车站 k 的客、货车编组数
	$p_{i,k}^{(\text{on})}, q_{i,k}^{(\text{on})}$	列车 i 离开车站 k 时载客量和载货量
	$p_{i,k}^{(\text{bo})}, q_{i,k}^{(\text{bo})}$	列车 i 在车站 k 时的上客量和装货量
	$p_{i,k}^{(\text{al})}, q_{i,k}^{(\text{al})}$	列车 i 在车站 k 时的下客量和卸货量
	$p_{k,s}^{(w)}(t), q_{k,s}^{(w)}(t)$	时刻 t 在车站 k 等待前往车站 s 的客流、货流需求
中间变量	$p_{k,s}^{(P)}, p_{k,s}^{(F)}$	乘客、货物从车站 k 到车站 s 的票价
决策变量	$D_{i,k}$	车次 i 在车站 k 的离站时刻
	$y_{l,g}$	列车单元 l 是否选择 g 编组类型，0–1 变量
	$x_{i,k,l}$	列车单元 l 在车站 k 是否接续车次 i，0–1 变量
	$p_{i,k,s}^{(bo)}(t), q_{i,k,s}^{(bo)}(t)$	t 时刻列车 i 在车站 k 上车并且目的地为车站 s 的上客量和装货量

1.3　目标函数

本研究综合考虑乘客出行成本、列车运行成本与客货运输收益等因素，构建优化模型的目标函数。

1) 乘客出行成本。考虑乘客在站台的候车时间，通过对研究时段进行离散化处理，统计各离散时段内的候车乘客数量，即可得到乘客的候车时间，并构建乘客出行成本函数 F_1。

$$F_1 = \sum_{t\in T}\sum_{r\in R}\sum_{k\in K_r}\sum_{s>k\in K_r} p_{k,s}^{(w)}(t) \tag{1}$$

2) 列车运行成本。考虑开行客货列车数量与单列车的开行成本，作为列车运行成本，构建列车运行成本函数 F_2。

$$F_2 = \sum_{r\in R}\sum_{f\in F}\sum_{i\in I_r^f} \gamma'_{i,1}\cdot C_{cost}^{(P)} + \gamma''_{i,1}\cdot C_{cost}^{(F)} \tag{2}$$

3) 客货运输收益。考虑客货运输票价收入，作为客货运输收益，构建客货运输收益函数 F_3。

$$\begin{aligned} F_3 = &\sum_{t\in T}\sum_{r\in R}\sum_{f\in F}\sum_{i\in I}\sum_{k\in K_r}\sum_{k<s\in K_r} p_{i,k,s}^{(\text{bo})}(t)\cdot p_{k,s}^{(P)} \\ &+\sum_{t\in T}\sum_{r\in R}\sum_{f\in F}\sum_{i\in I}\sum_{k\in K_r}\sum_{k<s\in K_r} q_{i,k,s}^{(\text{bo})}(t)\cdot p_{k,s}^{(F)} \end{aligned} \tag{3}$$

4) 总目标函数。考虑到列车运行成本与客货运输收益是相同量纲，因此将其差值作为运营成本，本文模型为考虑乘客成本与运营成本的双目标优化问题，权重分别为 ω_1、ω_2。

$$\text{Min}F = \omega_1 F_1 + \omega_2\left(F_2 - F_3\right) \tag{4}$$

1.4　约束条件

模型约束从运行图、灵活编组以及客货流分配相关内容进行考虑。

1.4.1　运行图约束

为了刻画列车的运行图，需要定义每个车次的到发站时刻。

$$\begin{aligned} &A_{i,k+1} = D_{i,k} + t_{k,k+1}, \forall i \in I_r^f, \\ &k \in K_r / \{K_{r,n}\}, f \in F, r \in R \end{aligned} \tag{5}$$

$$D_{i,k}=A_{i,k}+t_k,\forall i\in I_r^f,k\in K_r,f\in F,r\in R \tag{6}$$

考虑列车运行安全，需要确保每相邻两列车的发车间隔需要介于列车的最小与最大发车间隔之间。本文基于 Y 型线路的研究对象特征，从以下两个维度进行考虑发车间隔约束。

1) 相同交路中车次的发车间隔约束。相同交路中同方向的车次，在车站的发车间隔需要满足最小最大发车间隔约束

$$\begin{aligned}&h_{i,k}=D_{i+1,k}-D_{i,k},\forall i\in I_r^f/\left\{I_{r,n}^f\right\},\\&k\in K_r,f\in F,r\in R\end{aligned} \tag{7}$$

$$\begin{aligned}&h_{min}\leqslant h_{i,k}\leqslant h_{max},\forall i\in I_r^f/\left\{I_{r,n}^f\right\},\\&k\in K_r,f\in F,r\in R\end{aligned} \tag{8}$$

2) 不同交路中车次的发车间隔约束。对于不同交路中的车次只在共线区段产生交集，因此，只需要考虑在共线区段的发车间隔约束。在共线区段，任意两个不同交路中同方向的车次在同一车站的离站时刻之差的绝对值需要大于最小的发车间隔

$$\begin{aligned}&\left|D_{i,k}-D_{j,k}\right|\geqslant h_{min},\forall i\in I_r^f,j\in I_{r'}^f,\\&k\in K_r\cap K_{r'},f\in F,r\neq r'\in R\end{aligned} \tag{9}$$

为了清晰地描绘出客流及货流的动态过程，引入两个 0–1 变量，分别是列车离站与否指示变量 $z_{i,k}(t)$、列车离站时刻指示变量 $d_{i,k}(t)$。

列车离站与否指示变量 $z_{i,k}(t)$ 存在非减特性，即列车在 t 时刻离站，那么在 t 后面的每一个时段列车都是处于离开当前车站的状态

$$\begin{aligned}&z_{i,k}(t)\geqslant z_{i,k}(t-1),\forall i\in I_r^f,\\&k\in K_r\setminus\left\{K_{r,n}\right\},f\in F,r\in R,t\in T\end{aligned} \tag{10}$$

列车离站与否指示变量 $z_{i,k}(t)$ 与列车离站时刻指示变量 $d_{i,k}(t)$ 之间存在关联约束

$$\begin{aligned}&d_{i,k}(t)=z_{i,k}(t)-z_{i,k}(t-1),\forall i\in I_r^f,\\&k\in K_r\setminus\left\{K_{r,n}\right\},f\in F,r\in R,t\in T\end{aligned} \tag{11}$$

列车离站时刻 $D_{i,k}$ 与列车离站时刻指示变量 $d_{i,k}(t)$ 之间同样存在关联约束

$$\begin{aligned}&D_{i,k}=\sum_{t\in T}d_{i,k}(t)\cdot t,\forall i\in I_r^f,\\&k\in K_r\setminus\left\{K_{r,n}\right\},f\in F,r\in R\end{aligned} \tag{12}$$

1.4.2 灵活编组约束

本文研究以固定编组数量的列车最小单元在始发站选择是否虚拟编组成一个车次进行发车，因此每一个列车最小单元都有且仅有一种编组类型。

$$\sum_{g\in G}y_{l,g}=1,\forall l\in L \tag{13}$$

一个车次可以具有多个列车最小单元，即一个车次可以由多个列车最小单元进行接续。

$$\sum_{l\in L}x_{i,k,l}\geqslant 1,\forall i\in I_r^f,k\in K_r,f\in F,r\in R \tag{14}$$

但是一列车最小单元从车站发车的时候只能服务于一个车次，直到与当前车次解编后，才能够选择是否接续另一个车次。

$$\sum_{r\in R}\sum_{f\in F}\sum_{i\in I_r^f}x_{i,k,l}\leqslant 1,\forall l\in L,k\in K_r \tag{15}$$

根据每个车次具有的列车最小单元以及该单元具有的初始编组类型，定义一个车次所具有的客、货车编组数。

$$\begin{aligned}&\gamma'_{i,k}=\sum_{l\in L}\sum_{g\in G}y_{l,g}\cdot N'_g\cdot x_{i,k,l},\forall i\in I_r^f,\\&k\in K_r,f\in F,r\in R\end{aligned} \tag{16}$$

$$\begin{aligned}&\gamma''_{i,k}=\sum_{l\in L}\sum_{g\in G}y_{l,g}\cdot N''_g\cdot x_{i,k,l},\forall i\in I_r^f,\\&k\in K_r,f\in F,r\in R\end{aligned} \tag{17}$$

上述两个公式中都具有两个 0–1 变量相乘，为非线性约束，引入一个 0–1 变量 $yx_{i,k,l,g}=y_{l,g}\cdot x_{i,k,l}$，对上述非线性约束进行线性化，引入的 0–1 变量 $yx_{i,k,l,g}$ 仅在 $y_{l,g}$ 和 $x_{i,k,l}$ 同时为 1 时，才能为 1，否则均为 0，因此 $yx_{i,k,l,g}$ 需要满足下述要求：

$$\begin{aligned}&\begin{cases}yx_{i,k,l,g}\leqslant y_{l,g}\\yx_{i,k,l,g}\leqslant x_{i,k,l}\\yx_{i,k,l,g}\geqslant y_{l,g}+x_{i,k,l}-1\end{cases},\forall i\in I_r^f,\\&k\in K_r,f\in F,r\in R,l\in L,g\in G\end{aligned} \tag{18}$$

线性化后的公式如下：

$$\begin{aligned}&\gamma'_{i,k}=\sum_{l\in L}\sum_{g\in G}yx_{i,k,l,g}\cdot N'_g,\forall i\in I_r^f,\\&k\in K_r,f\in F,r\in R\end{aligned} \tag{19}$$

$$\begin{aligned}&\gamma''_{i,k}=\sum_{l\in L}\sum_{g\in G}yx_{i,k,l,g}\cdot N''_g,\forall i\in I_r^f,\\&k\in K_r,f\in F,r\in R\end{aligned} \tag{20}$$

从列车运行安全以及乘客乘降安全考虑，每个车次具有的总编组数量不能超过车站站台所能承载的最大编组数

$$\gamma'_{i,k}+\gamma''_{i,k}\leqslant N_{max} \tag{21}$$

为了实现列车最小单元可以在线虚拟编组及解编，需要先定义列车最小单元解编 $\rho_{i,k,l}$ 以及重新虚拟编组 $\tau_{i,j,k,l}$ 相关的关联约束，以及解编并重新虚拟编组需要满足的条件。

首先，列车最小单元解编 $\rho_{i,k,l}$ 由列车最小单元是否接续车次变量 $x_{i,k,l}$ 决定。若列车最小单元 l 在 k 站接续了车次 i，并且在 $k+1$ 站仍然接续车次 i，则代表列车最小单元 l 在 k 站并没有进行解编，因此 $\rho_{i,k,l}=0$；反之，若列车最小单元 l 在 k 站接续了车次 i，并且在 $k+1$ 站没有再接续车次 i，则代表列车最小单元 l 在 k 站进行了解编，因此 $\rho_{i,k,l}=1$。

$$\begin{aligned}&\rho_{i,k,l}=\begin{cases}x_{i,k,l}-x_{i,k+1,l};k\in K_r/\{K_{r,n}\}\\ x_{i,k,l};k=\{K_{r,n}\}\end{cases}\\&\forall i\in I_r^f,f\in F,r\in R,l\in L\end{aligned} \tag{22}$$

其次，列车最小单元重新虚拟编组需要先从原接续车次解编，然后才能根据需求决定是否与适合的车次重新虚拟编组。因此只有当 $\rho_{i,k,l}=1$，并且列车最小单元 l 选择接续车次 j，即 $x_{j,k,l}=1$ 时，表示列车最小单元 l 进行了重新虚拟编组，即 $\tau_{i,j,k,l}=1$；否则，均表示列车最小单元 l 没有进行重新虚拟编组，即 $\tau_{i,j,k,l}=0$。

$$\begin{aligned}&\begin{cases}\tau_{i,j,k,l}\leqslant\rho_{i,k,l}\\ \tau_{i,j,k,l}\leqslant x_{j,k,l}\\ \tau_{i,j,k,l}\geqslant\rho_{i,k,l}+x_{j,k,l}-1\end{cases}\quad\forall i\in I_r^f,j\in I_{r'}^{f'},\\&k\in K_r\cap K_{r'},f,f'\in F,r,r'\in R,l\in L\end{aligned} \tag{23}$$

列车最小单元在线解编并重新编组需要满足一定的条件，列车最小单元只能从前序车次解编，然后在满足一定的接续时间约束下，选择是否与后序车次进行再编组。

若两车次运行方向相同，在满足接续时间约束条件下，两车次的列车最小单元可以在共线区段的每一个车站选择是否解编并重联。

$$\begin{aligned}&\begin{cases}\left(1-\tau_{i,j,k,l}\right)\cdot M+x_{j,k,l}\cdot D_{j,k}-x_{i,k,l}\cdot A_{i,k}\geqslant t_{min}\\ x_{j,k,l}\cdot D_{j,k}-x_{i,k,l}\cdot A_{i,k}\leqslant t_{max}+\left(1-\tau_{i,j,k,l}\right)\cdot M\end{cases}\\&\forall i\in I_r^f,j\in I_{r'}^f k\in K_r\cap K_{r'},f\in F,r,r'\in R\end{aligned} \tag{24}$$

若两车次运行方向不同，在满足接续时间约束条件下，两车次的列车最小单元可以在共线区段的折返站选择是否解编并重联。

$$\begin{aligned}&\begin{cases}\left(1-\tau_{i,j,s,l}\right)\cdot M+x_{j,s,l}\cdot D_{j,s}-x_{i,s,l}\cdot A_{i,s}\geqslant t_{min}\\ x_{j,s,l}\cdot D_{j,s}-x_{i,s,l}\cdot A_{i,s}\leqslant t_{max}+\left(1-\tau_{i,j,s,l}\right)\cdot M\end{cases}\\&\forall i\in I_r^f,j\in I_{r'}^{f'},s\in S_r\cap S_{r'},f,f'\in F,r,r'\in R\end{aligned} \tag{25}$$

1.4.3 客流分配约束

定义等待的乘客数量 $p_{k,s}^{(w)}(t)$ 的相关约束

$$\begin{aligned}&p_{k,s}^{(w)}(t)=\begin{cases}p_{k,s}^{(d)}(t),t=0\\ p_{k,s}^{(w)}(t-1)+p_{k,s}^{(d)}(t)-\sum\limits_{i\in I_r^f}p_{i,k,s}^{(bo)}(t-1),t\neq 0\end{cases}\\&\forall k<s\in K_r,f\in F,r\in R\end{aligned} \tag{26}$$

定义每一列车在各车站上车的乘客数量的相关约束，每列车在车站上车乘客数量 $p_{i,k}^{(\mathrm{bo})}$ 与决策变量 $p_{i,k,s}^{(\mathrm{bo})}(t)$ 相关

$$\begin{aligned}&p_{i,k}^{(\mathrm{bo})}=\sum_{t\in T}\sum_{k<s\in K_r}p_{i,k,s}^{(\mathrm{bo})}(t),\forall i\in I_r^f,\\&k\in K_r,f\in F,r\in R\end{aligned} \tag{27}$$

而决策变量 $p_{i,k,s}^{(\mathrm{bo})}(t)$ 不能超过在站台等待上车的乘客数量 $p_{k,s}^{(w)}(t)$ 以及到达乘客数量 $p_{k,s}^{(d)}(t)$。

$$\begin{aligned}&p_{i,k,s}^{(bo)}(t)\leqslant p_{k,s}^{(d)}(t)\cdot d_{i,k}(t)+p_{k,s}^{(w)}(t)\cdot d_{i,k}(t)\\&\forall i\in I_r^f,k<s\in K_r,f\in F,r\in R,t\in T\end{aligned} \tag{28}$$

然而上式中存在 0–1 变量 $d_{i,k}(t)$ 与连续变量 $p_{k,s}^{(w)}(t)$ 相乘，因此上式是非线性的约束，引入辅助变量 $n_{i,k,s}^{(\mathrm{pbo})}(t)=p_{k,s}^{(w)}(t)\cdot d_{i,k}(t)$ 和足够大的数 U，根据上述定理将非线性约束转化为线型约束

$$\begin{aligned}&\begin{cases}p_{i,k,s}^{(\mathrm{bo})}(t)\leqslant p_{k,s}^{(d)}(t)\cdot d_{i,k}(t)+n_{i,k,s}^{(\mathrm{pbo})}(t)\\ n_{i,k,s}^{(pbo)}(t)\leqslant p_{k,s}^{(w)}(t)\\ n_{i,k,s}^{(pbo)}(t)\leqslant U\cdot d_{i,k}(t)\\ n_{i,k,s}^{(\mathrm{pbo})}(t)\geqslant p_{k,s}^{(w)}(t)-\left[1-d_{i,k}(t)\right]\cdot U\\ n_{i,k,s}^{(\mathrm{pbo})}(t)\in\left[0,p_{k,s}^{(w)}(t)\right]\end{cases}\\&\forall i\in I_r^f,\forall k<s\in K_r,f\in F,r\in R,t\in T\end{aligned} \tag{29}$$

列车在车站上车乘客数量 $p_{i,k}^{(\mathrm{bo})}$ 不能超过列车的剩余容量

$$\begin{cases} p_{i,k}^{(\mathrm{bo})} \leqslant \gamma'_{i,k} \cdot C^{(P)}; k=0 \\ p_{i,k}^{(\mathrm{bo})} \leqslant \gamma'_{i,k} \cdot C^{(P)} - p_{i,k-1}^{(\mathrm{on})} + p_{i,k}^{(\mathrm{al})}; k \neq 0 \end{cases} \quad (30)$$
$$\forall i \in I_r^f, f \in F, r \in R$$

定义每一列车在各车站下车的乘客数量 $p_{i,k}^{(al)}$ 的相关约束

$$p_{i,k}^{(al)} = \begin{cases} 0; k=0 \\ \sum_{t \in T} \sum_{k>s \in K} p_{i,s,k}^{(bo)}(t); k \neq 0 \end{cases}; \quad (31)$$
$$\forall i \in I_r^f, f \in F, r \in R$$

定义列车离站时车上乘客数量 $p_{i,k}^{(on)}$ 的相关约束

$$p_{i,k}^{(on)} = \begin{cases} p_{i,k}^{(bo)}; k=0 \\ p_{i,k-1}^{(on)} + p_{i,k}^{(bo)} - p_{i,k}^{(al)}; k \neq 0 \end{cases}; \quad (32)$$
$$\forall i \in I_r^f, f \in F, r \in R$$

1.4.4 货流分配约束

定义等待的货物数量 $q_{k,s}^{(w)}(t)$ 的相关约束

$$q_{k,s}^{(w)}(t) = \begin{cases} q_{k,s}^{(d)}(t), t=0 \\ q_{k,s}^{(w)}(t-1) + q_{k,s}^{(d)}(t) - \sum_{i \in I_r^f} q_{i,k,s}^{(bo)}(t-1), t \neq 0 \end{cases}; \quad (33)$$
$$\forall k < s \in K_r, f \in F, r \in R$$

定义每一列车在各车站装载的货物数量的相关约束，每列车在车站装载的货物数量 $q_{i,k}^{(\mathrm{bo})}$ 与决策变量 $q_{i,k,s}^{(\mathrm{bo})}(t)$ 相关

$$q_{i,k}^{(\mathrm{bo})} = \sum_{t \in T} \sum_{k<s \in K_r} q_{i,k,s}^{(\mathrm{bo})}(t), \forall i \in I_r^f, \quad (34)$$
$$k \in K_r, f \in F, r \in R$$

而决策变量 $q_{i,k,s}^{(\mathrm{bo})}(t)$ 不能超过在站台等待装载的货物数量 $q_{k,s}^{(w)}(t)$ 以及到达货物数量

$$q_{i,k,s}^{(bo)}(t) \leqslant q_{k,s}^{(d)}(t) \cdot d_{i,k}(t) + q_{k,s}^{(w)}(t) \cdot d_{i,k}(t) \quad (35)$$
$$\forall i \in I_r^f, k < s \in K_r, f \in F, r \in R, t \in T$$

然而上式中存在 0–1 变量 $d_{i,k}(t)$ 与连续变量 $q_{k,s}^{(w)}(t)$ 相乘，因此上式是非线性的约束，引入辅助变量 $n_{i,k,s}^{(qbo)}(t) = q_{k,s}^{(w)}(t) \cdot d_{i,k}(t)$ 和足够大的数 U，根据上述定理将非线性约束转化为线型约束。

$$\begin{cases} q_{i,k,s}^{(\mathrm{bo})}(t) \leqslant q_{k,s}^{(d)}(t) \cdot d_{i,k}(t) + n_{i,k,s}^{(\mathrm{qbo})}(t) \\ n_{i,k,s}^{(\mathrm{qbo})}(t) \leqslant q_{k,s}^{(w)}(t) \\ n_{i,k,s}^{(\mathrm{qbo})}(t) \leqslant U \cdot d_{i,k}(t) \\ n_{i,k,s}^{(\mathrm{qbo})}(t) \geqslant q_{k,s}^{(w)}(t) - \left[1 - d_{i,k}(t)\right] \cdot U \\ n_{i,k,s}^{(\mathrm{qbo})}(t) \in \left[0, q_{k,s}^{(w)}(t)\right] \end{cases} \quad (36)$$
$$\forall i \in I_r^f, \forall k < s \in K_r, f \in F, r \in R, t \in T$$

列车在车站装载货物数量 $q_{i,k}^{(\mathrm{bo})}$ 不能超过列车的剩余容量

$$\begin{cases} q_{i,k}^{(bo)} \leqslant \gamma''_{i,k} \cdot C^{(F)}; k=0 \\ q_{i,k}^{(bo)} \leqslant \gamma''_{i,k} \cdot C^{(F)} - q_{i,k-1}^{(on)} + q_{i,k}^{(al)}; k \neq 0 \end{cases}; \quad (37)$$
$$\forall i \in I_r^f, f \in F, r \in R$$

定义每一列车在各车站卸载的货物数量的相关约束

$$q_{i,k}^{(\mathrm{al})} = \begin{cases} 0; k=0 \\ \sum_{t \in T} \sum_{k>s \in K} q_{i,s,k}^{(\mathrm{bo})}(t); k \neq 0 \end{cases} \quad (38)$$
$$\forall i \in I_r^f, f \in F, r \in R$$

定义列车离站时车上货物数量的相关约束

$$q_{i,k}^{(\mathrm{on})} = \begin{cases} q_{i,k}^{(\mathrm{bo})}; k=0 \\ q_{i,k-1}^{(\mathrm{on})} + q_{i,k}^{(\mathrm{bo})} - q_{i,k}^{(\mathrm{al})}; k \neq 0 \end{cases} \quad (39)$$
$$\forall i \in I_r^f, f \in F, r \in R$$

2 算例分析

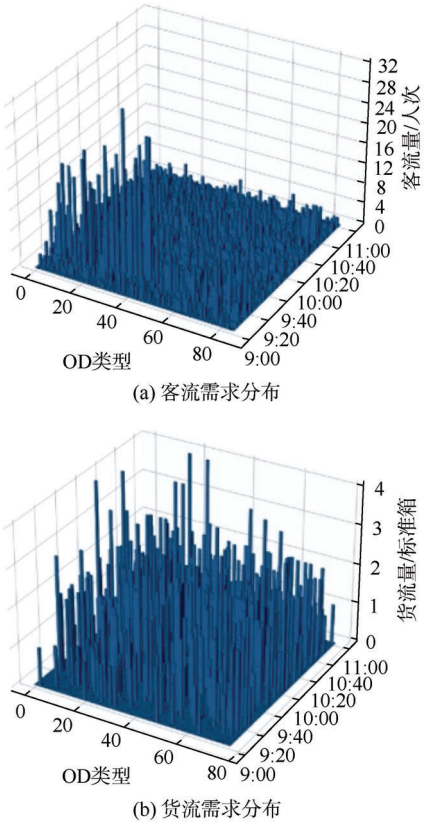
2.1 基础数据

本文以北京地铁 9 号-房山线作为研究对象，研究时段为工作日上午 9:00～11:00，设置离散时间长度为 1 min。本文数值实验所用数据，除了线路数据以及客流数据外，其他数据的取值均是结合规律，参考文献[14]，根据经验给出。具体参数取值如表 2 所示，客、货流需求分布如图 3 所示。

表 2 算例分析参数取值

Table 2 Parameter values of numerical case study analysis

参数	取值
开行一编组客运列车成本	1 000 元
一编组客运列车乘客容量	200 人
开行一编组货运列车成本	2 000 元
一编组货运列车货物容量	20 标准箱
列车停站时间	1 min
列车最小发车间隔	3 min
列车最大发车间隔	6 min
一标准箱的运费	67 元



(a) 客流需求分布

(b) 货流需求分布

图 3　客、货流需求分布

Figure 3　Comparison of train diagrams with and without freight service implementation

2.2　结果分析

2.2.1　目标函数权重分析

由于本文模型为多目标优化模型，存在最小化乘客成本和运营成本两个目标函数，因此首先需要对目标函数的权重进行分析，采用排序法确定合适的目标函数权重。由于城市轨道交通的主要功能是开展客运服务，因此需要将乘客的服务质量放在第一位，所以目标函数中乘客成本的重要度要高于运营成本。因此，将运营成本的权重定为 1，而乘客成本的权重是运营成本权重的整数倍。在列车最小单元为 2 编组的灵活编组条件下进行客货混运，选取不同取值的乘客成本的权重进行模型求解，通过比较分析不同取值下的目标函数值，确定乘客成本的权重取值。由于模型求解时间较长，选取研究时段为 30 min 进行求解分析，并设置终止条件为上下界 Gap 达到 5%或者求解时间达到 1 h。

不同乘客成本权重下的目标函数值如表 3 所示。表中经济效益表示客货运输收益与列车运行成本的差值。

表 3　不同乘客成本权重下的目标函数值

Table 3　Objective function values under different passenger cost weights

目标函数权重比(乘客成本:运营成本)	乘客成本/min	经济效益/元	计算时间/s	Gap/%
1:1	28 814	64 859	3 637	6.43
2:1	27 868	63 678	3 615	4.88
3:1	27 375	62 397	3 624	5.34
4:1	27 375	61 604	2 464	4.93
5:1	27 375	62 397	3 621	6.21
6:1	27 375	62 397	3 676	6.26
7:1	27 375	62 397	3 622	6.25
8:1	27 375	62 397	1 930	4.98
9:1	27 394	59 818	1 921	4.97
10:1	27 322	60 828	969	4.89

随着乘客成本权重的增大，目标函数中乘客成本随之减小，而运营成本则基本保持增长趋势。当权重为 10 时，乘客成本出现最小值，但是此刻的运营成本较高；当权重在 3～8 时乘客成本相比于权重为 10 时增加了约 0.19%，但是运营成本却减少了 2.58%。综合考虑乘客服务质量以及运营成本之后，选择将 3～8 作为权重的取值范围，再对比不同权重下的计算时间以及上下界 Gap，确定乘客等待时间权重为 8。因此下文结果分析中对模型求解时，目标函数权重均采用乘客成本权重为 8，运营成本权重为 1 进行求解。

2.2.2　开展货运服务影响分析

以目前 9 号-房山线 6 辆固定编组列车运行为例，研究 6 辆固定编组模式下是否开展货运服务对于城市轨道交通系统的影响。各方案结果如表 4 所示，当开展货运服务后，可以在保持乘客成本不增加的情况下，运输了 474 标准箱的货物进行营利，减少了 63.49%的运营成本。

表 4　是否开展货运服务的结果对比

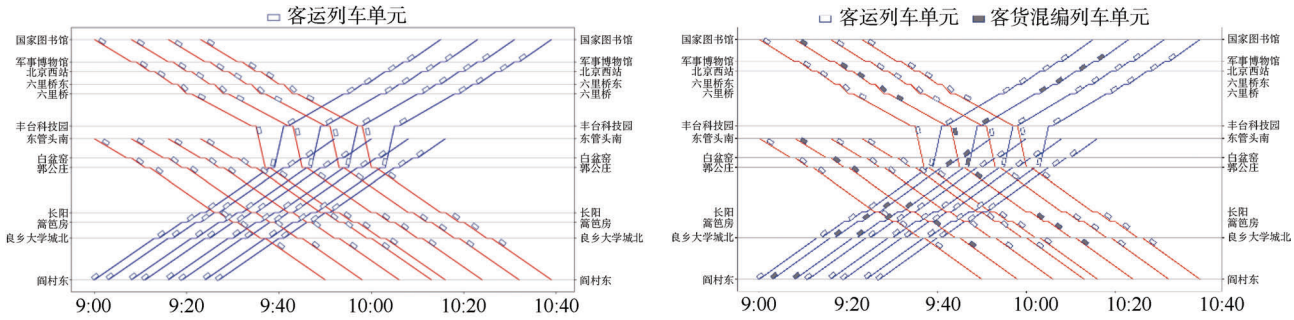
Table 4　Comparison of operational performance with and without freight service implementation

列车最小单元编组数	乘客成本/min	经济效益/元	客车编组数	货车编组数	运输货物数量/标准箱
否	201 881	–35 017	96	0	0
是	201 881	–12 785	90	6	474

是否开展货运服务的列车运行图对比如图 4 所示。开展货运服务后，除客运列车外，增加了 4 列客货混编列车，其中 2 列客货(4+2)编组列车、2 列客货(5+1)编组列车。图中白色矩形块表示客运列车单元，灰色

矩形块表示客货混编列车单元，黑色矩形块表示货运列车单元。

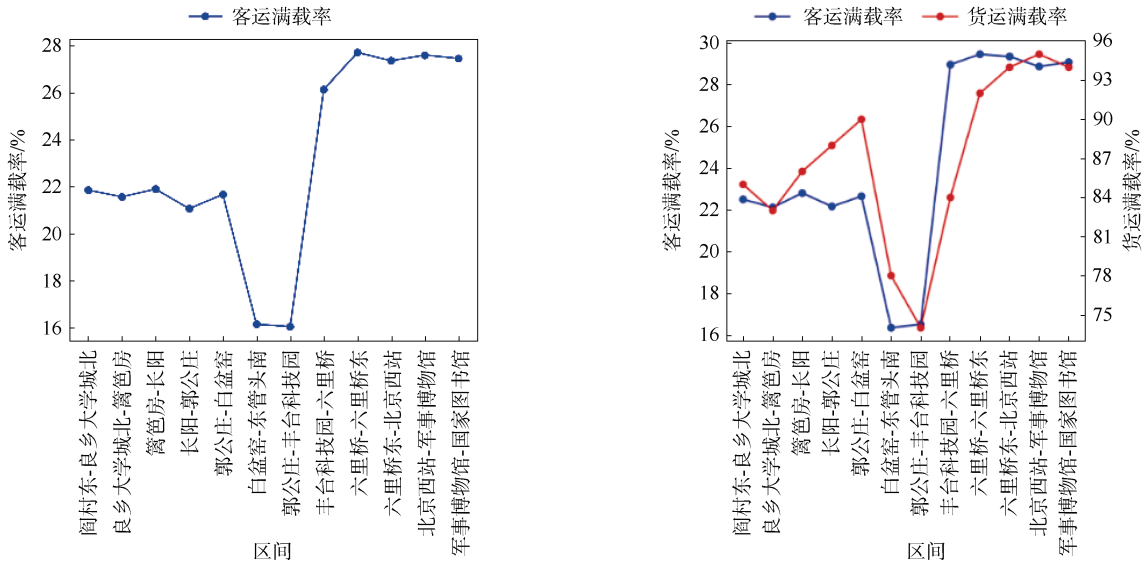
图 5 展示了是否开展货运服务的断面满载率对比，相比于不开展货运服务，客运服务的断面满载率有一定程度的提升，而且进行货运服务的断面满载率也处于较高水平。



(a) 不开展货运服务的列车运行图　　(b) 开展货运服务的列车运行图

图 4　是否开展货运服务的列车运行图对比

Figure 4　Comparison of operational performance with and without freight service implementation



(a) 不开展货运服务的满载率　　(b) 开展货运服务的满载率

图 5　是否开展货运服务的满载率

Figure 5　Load factor comparison with and without freight service operation

2.2.3　列车最小单元编组数影响分析

通过改变列车最小单元的编组数，生成不同的灵活编组方案，观察不同编组方案对于开展客货混运的影响。如表 5 所示，在相同的客货需求下，通过调整列车最小单元的编组数，可以对客货混运方案的运输效率和成本产生显著影响。随着列车最小单元编组数减少，乘客成本稍有增加，但是运营成本却大幅降低了。相比列车最小单元 6 编组下，减少列车最小单元编组数，乘客成本分别增加了 0.54%、0.76%以及 1.21%，但是运营成本分别降低了 24.43%、165.49%以及 280.45%。当列车最小单元编组数为 2 时，虽然乘客成本相比其他编组方案最多仅增加了约 2.27%，但是使用了更少的客货列车，并且运输的货物数量大幅增加，从而降低运营成本。

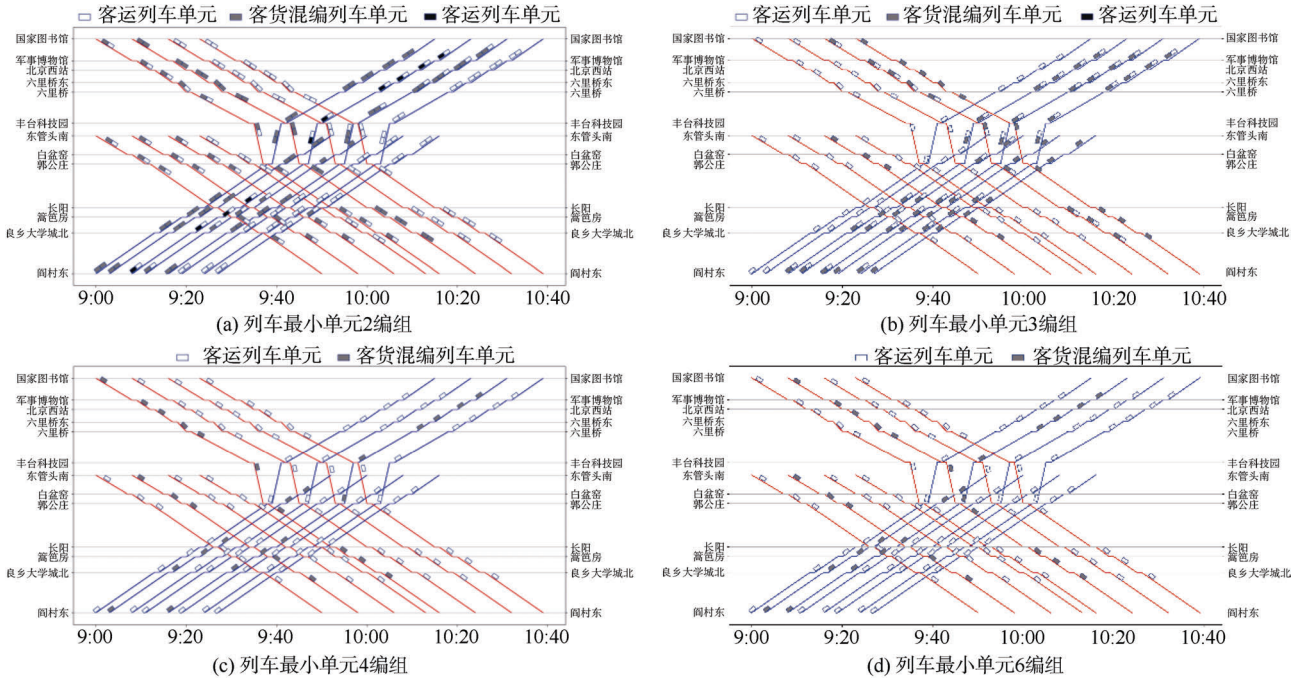
表 5　不同列车最小单元编组数下的各方案结果

Table 5　Results of operational schemes under different minimum train unit formation configurations

列车最小单元编组数	乘客成本/min	经济效益/元	客车编组数	货车编组数	运输货物数量/标准箱
2	204 324	23 070	49	15	979
3	203 415	8 373	54	9	772
4	202 971	–9 661	56	8	518
6	201 881	–12 785	90	6	474

不同列车最小单元编组数下的列车运行图对比如图 6 所示。2 编组方案包含 6 列客运列车，5 列客货(2+2)混编列车，5 列客货(3+1)混编列车，其中 1 列客货(2+2)混编列车的客运列车单元与原列车在郭公庄站解编，并与下一列阎村东-国家图书馆方向的客货(2+2)混编列车重联；3 编组方案包含 7 列客运(3 编)列车，6 列客货(5+1)混编列车，3 列客货(2+1)混编列车；4 编组方案包含 12 列客运列车，4 列客货(2+2)混编列车。

图 7 展示了不同列车最小单元编组下各方案的客货运服务的断面满载率，从整体上看，在不同列车最小单元编组数下进行货运服务的断面满载率均较高，而客运服务的断面满载率随着列车最小单元的编组数减小而增大。对比列车最小单元 2 编组与 6 编组方案，2 编组方案与 6 编组方案相比，其客车编组数量减少近一半，相应提高了客运满载率近 1 倍；同时，该方案使用的货车编组数量增加 1 倍多，运输货物量也随之增加 1 倍多，因此仍能维持较高的货运满载率。

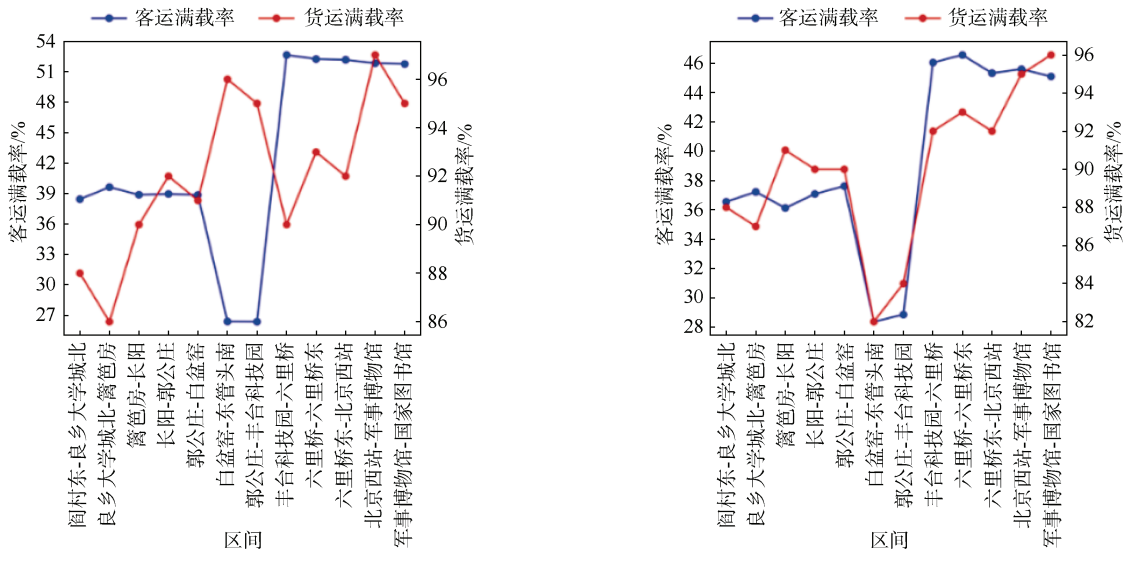


(a) 列车最小单元2编组　(b) 列车最小单元3编组

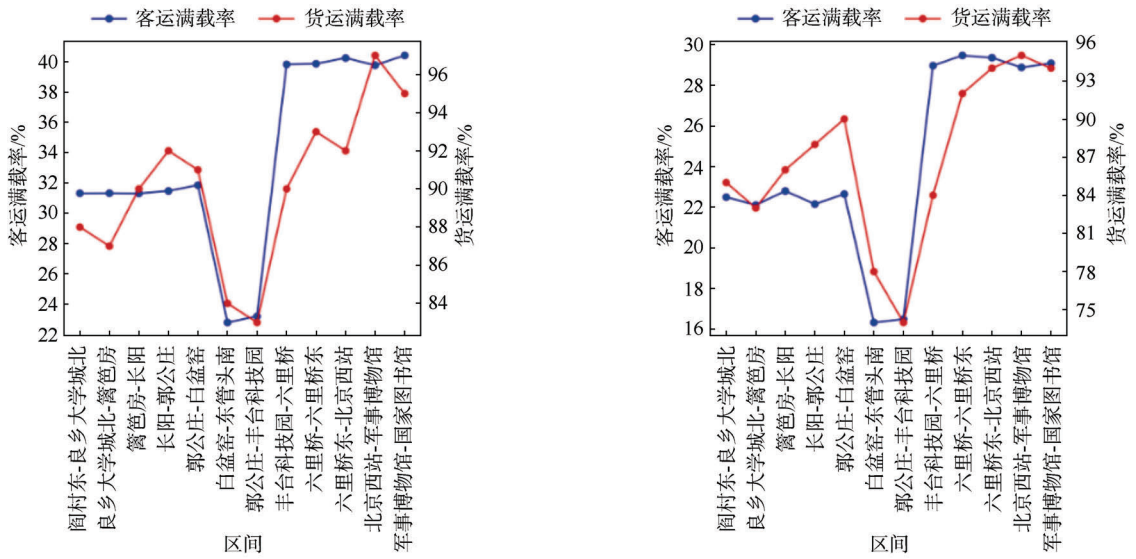
(c) 列车最小单元4编组　(d) 列车最小单元6编组

图 6　不同列车最小单元编组数下的列车运行图对比

Figure 6　Comparison of train diagrams under different minimum train unit formation configurations



(a) 列车最小单元2编组　(b) 列车最小单元3编组



(c) 列车最小单元4编组　　(d) 列车最小单元6编组

图 7　不同列车最小单元编组数下的满载率

Figure 7　Load factor under different minimum train unit formation configurations

3　结论

本文基于动态灵活编组的跨线城轨客货混运方案优化展开研究，并以北京地铁 9 号-房山线为研究对象，对城市轨道交通系统开展客货混运服务进行算例分析，得到结论：

1) 在城市轨道交通平低峰时段开展货运服务，可以在影响乘客服务质量较小程度甚至不影响的情况下，提升城市轨道交通系统的经济效益。

2) 考虑灵活编组运营组织模式的特点，分析了不同列车最小单元编组数，对于城市轨道交通开展客货混运的影响，结果表明，列车最小单元编组数越小，越能灵活地适应客货流需求的变化，实现运力运量的精准匹配。

在城轨日常运营中科学合理地依据实时客流需求进行动态灵活编组，并构建客货混运调度规则与安全隔离标准，将有效缓解运能浪费，减轻城市交通负担，提升交通运输效能。

参考文献

[1] 钱七虎. 建设特大城市地下快速路和地下物流系统: 解决中国特大城市交通问题的新思路[J]. 科技导报, 2004, 22(4): 3-6.
QIAN Qihu. Constructing underground highways and logistic systems in metropolises of China[J]. Science & technology review, 2004, 22(4): 3-6.

[2] 范海宁, 何勇浩. 城市轨道交通列车灵活编组方案及功能实现[J]. 城市轨道交通研究, 2021, 24(9): 200-203.
FAN Haining, HE Yonghao. Flexible marshalling scheme and function realization of urban rail transit train[J]. Urban mass transit, 2021, 24(9): 200-203.

[3] BOCK U, VARCHMIN J U. Improvement of line capacity by using “virtually coupled train formations”[J]. VDI BERICHTE, 1999, 1488: 315-324.

[4] DI MEO C, DI VAIO M, FLAMMINI F, et al. ERTMS/ETCS virtual coupling: proof of concept and numerical analysis[J]. IEEE transactions on intelligent transportation systems, 2020, 21(6): 2545-2556.

[5] 赵兴东, 张蕾, 谢莎婷, 等. 基于虚拟编组技术的首都机场线列车开行方案研究[J]. 现代城市轨道交通, 2022(4): 59-65.
ZHAO Xingdong, ZHANG Lei, XIE Shating, et al. Research on train operation plan of Capital Airport Express based on virtual coupling technology[J]. Modern urban transit, 2022(4): 59-65.

[6] 彭玫贞, 董建军, 任睿, 等. 城市地下物流系统与地铁的协同运行探析[J/OL]. 解放军理工大学学报(自然科学版): 1-7[2022-02-27].
PENG meizhen, DONG jianjun, REN rui, et al. Collaborative operation analysis of urban underground logistics system and metro[J/OL]. Journal of PLA University of Science and Technology (Natural Science Edition): 1-7[2022-02-27].

（下转第 91 页）

WU Saijia, NI Hao, XUE Jiaxin, et al. Application of single degree of freedom rail resonator in rail wave grinding treatment[J]. Urban rapid rail transit, 2022, 35(1): 101-106.

[6] 姚学东, 李伟, 周志军, 等. 柔性轮对作用下浮轨式扣件轨道动力特性分析[J]. 振动与冲击, 2023, 42(24): 42-50.
YAO Xuedong, LI Wei, ZHOU Zhijun, et al. Analysis on dynamic characteristics of track with floating fasteners considering loading of flexible wheelsets[J]. Journal of vibration and shock, 2023, 42(24): 42-50.

[7] 周光辉, 赵磊, 方树薇, 等. 地铁轨底坡超差对钢轨磨耗的影响及调整设计[J]. 都市快轨交通, 2023, 36(5): 93-99.
ZHOU Guanghui, ZHAO Lei, FANG Shuwei, et al. Influence of subway rail cant deviation on rail corrugation and its adjustment[J]. Urban rapid rail transit, 2023, 36(5): 93-99.

[8] 中国铁路总公司, 普速铁路线路修理规则: TG/GW 102—2019[S]. 北京: 中国铁道出版社有限公司, 2019.
China State Railway Group Co., Ltd., Normal-speed railway line repair rules: TG/GW 102—2019[S]. Beijing: China Railway Publishing House Co., Ltd., 2019.

[9] 国家环境保护局, 城市区域环境振动测量方法: GB 10071—88[S]. 北京: 中国标准出版社, 1989.
National Environmental Protection Agency. Measurement method of environmental vibration in urban area: GB 10071—88[S]. Beijing: Standards Press of China, 1989.

[10] 中华人民共和国住房和城乡建设部. 城市轨道交通引起建筑物振动与二次辐射噪声限值及其测量方法标准: JGJ/T 170—2009[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2009.
Ministry of Housing and Urban-Rural Development of the People's Republic of China. Standard for limit and measuring method of building vibration and secondary noise caused by urban rail transit: JGJ/T 170—2009[S]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2009.

[11] 国家环境保护局, 城市区域环境振动标准: GB 10070—88[S]. 北京: 中国标准出版社, 1989.
National Environmental Protection Agency. Standard of environmental vibration in urban area: GB 10070—88[S]. Beijing: Standards Press of China, 1989.

[12] 魏运, 陈炎, 赵华伟, 等. 城市轨道交通既有线改造技术标准研究[J]. 都市快轨交通, 2024, 37(1): 28-35.
WEI Yun, CHEN Yan, ZHAO Huawei, et al. Developing technical standards for renovating urban rail transit lines in China[J]. Urban rapid rail transit, 2024, 37(1): 28-35.

（编辑：傅依萱）

（上接第 52 页）

[7] 钱七虎, 郭东军, 陈志龙. 关于缓解北京交通拥堵问题的探讨——城市地下物流系统[J]. 现代隧道技术, 2004, (增刊): 10-15.
QIAN qihu, GUO dongjun, CHEN zhilong. Discussion on alleviating Beijing traffic congestion: Urban underground logistics system[J]. Modern Tunnelling Technology, 2004, (S1): 10-15.

[8] 赵娆, 李彩. 基于太原地铁的城市地下物流系统可行性分析[J]. 企业科技与发展, 2020(9): 56-58.
ZHAO Rao, LI Cai. Feasibility analysis of urban underground logistics system based on Taiyuan subway[J]. Sci-tech & development of enterprise, 2020(9): 56-58.

[9] OZTURK O, PATRICK J. An optimization model for freight transport using urban rail transit[J]. European journal of operational research, 2018, 267(3): 1110-1121.

[10] LI Zhujun, SHALABY A, ROORDA M J, et al. Urban rail service design for collaborative passenger and freight transport[J]. Transportation research part E: logistics and transportation review, 2021, 147: 102205.

[11] BEHIRI W, BELMOKHTAR-BERRAF S, CHU Chengbin. Urban freight transport using passenger rail network: Scientific issues and quantitative analysis[J]. Transportation research part E: logistics and transportation review, 2018, 115: 227-245.

[12] ZUO Tong, LI Bozhi, ZHANG Fan, et al. Analysis of a collaborative transport model mixing passengers with freights in metro system[J]. Journal of rail transport planning & management, 2023, 25: 100358.

[13] DI Zhen, YANG Lixing, SHI Jungang, et al. Joint optimization of carriage arrangement and flow control in a metro-based underground logistics system[J]. Transportation research part B: methodological, 2022, 159: 1-23.

[14] 戚建国, 周厚盛, 杨立兴, 等. 灵活编组条件下轨道交通客货协同运输方案优化[J]. 交通运输系统工程与信息, 2022, 22(2): 197-205.
QI Jianguo, ZHOU Housheng, YANG Lixing, et al. Optimization methods of combined passenger and freight transportation based on flexible train composition mode[J]. Journal of transportation systems engineering and information technology, 2022, 22(2): 197-205.

[15] LI Siqiao, ZHU Xiaoning, SHANG Pan, et al. Scheduling shared passenger and freight transport for an underground logistics system[J]. Transportation research part B: methodological, 2024, 183: 102907.

（编辑：王艳菊）