doi: 10.3969/j.issn.1672-6073.2025.04.001

级联失效下重庆市中心城区公交-地铁双层网络抗毁性研究

王贵林[1]，牟凤云[1,2,3]，李卓文[1]，李治君[1]

（1. 重庆交通大学智慧城市学院，重庆 400074；2. 山地城市时空信息重庆市重点实验室，重庆 400074；
3. 自然资源部智能城市时空信息与装备工程技术创新中心，重庆 400074）

摘 要：突发事件下，交通路网的抗毁性是评估城市公共交通系统韧性的关键因素。为研究复杂城市交通系统在突发事件中的应急响应能力及其韧性表现，以重庆市中心城区为研究区域，基于复杂网络理论构建公交-地铁双层交通网络模型，评估不同冲击模式下城市交通系统的抗毁性和应急响应能力；通过仿真分析，深入探讨双层网络的灾变机理和韧性演化趋势，并研究地铁与公交线路的应急协调能力。针对当前城市交通系统在突发事件中的单一网络脆弱性，提出改进的负荷-容量模型，并运用该模型对随机攻击、基于节点度值和介数中心性的蓄意攻击 3 种不同攻击模式下的网络抗毁性进行分析。研究结果表明：双层网络在级联失效和非级联失效两种攻击模式下的网络效率下降速度较慢，其冗余性和多路径性有效减缓了崩溃过程；在级联失效过程中，双层网络的抗毁性始终优于单层公交和地铁网络，且重要站点失效导致的级联失效对网络连通性和效率的影响更为显著；双层网络能够更有效地维持网络的连通性和运行效率，特别是在面对突发事件时，展现出更强的自适应能力和抗毁性，能够有效分担负荷，缓解单一网络的拥堵问题，提升应急处理效率。

关键词：公交-地铁双层网络；复杂网络理论；蓄意攻击；级联失效；抗毁性

中图分类号：U231　　**文献标志码：**A　　**文章编号：**1672-6073(2025)04-0001-09

Robustness Study of the Bus-Metro Multilayer Network in Chongqing's Central Urban Area under Cascading Failures

WANG Guilin[1], MU Fengyun[1,2,3], LI Zhuowen[1], LI Zhijun[1]

(1. Chongqing Jiaotong University Smart City Institute, Chongqing 400074; 2. Chongqing Key Laboratory of Spatio-temporal Information in Mountain Cities, Chongqing 400074; 3. Technology Innovation Center for Spatio-temporal Information and Equipment of Intelligent City, Ministry of Natural Resources, Chongqing 400074)

Abstract: The robustness of transportation networks under emergency events is a key factor in assessing the resilience of urban public transportation systems. To study the emergency response capabilities and resilience performance of complex urban transportation systems during emergency events, this study takes the central urban area of Chongqing as the study region and constructs a bus-metro multilayer transportation network model based on complex network theory to evaluate the robustness

收稿日期：2024-09-26　修回日期：2025-03-04

第一作者：王贵林，女，硕士研究生，研究方向为城市韧性与智慧交通建设，1254210474@qq.com

通信作者：牟凤云，女，博士，教授，主要研究领域为地理时空大数据分析、智慧交通建设，mfysd@cqjtu.edu.cn

基金项目：教育部人文社会科学研究规划基金项目(24YJAZH107)；重庆市教育委员会科学技术研究计划重点项目(KJZD-K202300707)；重庆交通大学研究生科研创新项目资助(2025S0099)

引用格式：王贵林，牟凤云，李卓文，等. 级联失效下重庆市中心城区公交-地铁双层网络抗毁性研究[J]. 都市快轨交通，2025，38(4)：1-9.

WANG Guilin, MU Fengyun, LI Zhuowen, et al. Robustness study of the bus-metro multilayer network in Chongqing's central urban area under cascading failures[J]. Urban rapid rail transit, 2025, 38(4): 1-9.

and emergency response capabilities of the urban transportation system under different shock modes. Through simulation analysis, the study delves into the catastrophic failure mechanisms and resilience trends of the two-layer network, and investigates the emergency coordination capabilities of metro and bus lines. In response to the vulnerability of single networks in current urban transportation systems during emergencies, an improved load-capacity model is proposed and used to analyze the network resilience under different attack modes. The study results show that: (1) The two-layer network exhibits a slower decline in network efficiency under both shock modes, with its redundancy and multi-path characteristics effectively mitigating the collapse process; (2) In the cascading failure process, the robustness of the two-layer network is consistently superior to that of single bus and subway networks, and the cascading failure caused by the failure of important stations has a more significant impact on network connectivity and efficiency; (3) The two-layer network is more effective in maintaining network connectivity and operational efficiency, especially when facing unexpected events, demonstrating stronger adaptive capacity and robustness. It can effectively share the load, alleviate congestion in single networks, and improve emergency handling efficiency.
Keywords: bus-metro multilayer network; complex network theory; intentional attacks; cascading failure; robustness

在公共交通体系架构中，地铁子网与公交子网共同构成了城市公共交通复合网络，二者之间的高效衔接有效提升了公共交通可达性和居民的出行效率，但在自然灾害、人为破坏等突发事件的情况下，容易发生道路拥堵和人群拥堵，进而影响其他路段的交通，甚至造成大面积的城市交通网络瘫痪[1-2]。与此同时，我国道路交通安全整体形势依然不容乐观，道路交通安全工作基础仍然比较薄弱，存在不少短板弱项[3]，因此城市交通网络抗毁性研究对于维持城市交通网络正常运行具有重要的现实意义。

当前，许多学者将复杂网络理论应用于交通网络的构建和抗毁性研究中[4-6]。SEN 等[7]研究了印度铁路网络的小世界特性，并发现该网络面对重要节点攻击时的抗毁性能相对较差。李僖等[8]研究了城市轨道交通网络的拓扑和抗毁性，发现蓄意破坏更易导致崩溃，且最大介数节点是保护关键。然而，这些研究多集中于单一网络，并未依据实际城市交通运营情况以及结合其他交通出行方式，不具备综合性和说服力。复杂网络理论也常用于研究城市公共交通双层网络，沈犁等[9]对成都市地铁-公交复合网络的拓扑结构特性进行研究，结果表明复合网络比单一地铁或公交网络更具抗毁性。另有研究进一步探讨复合网络在不同故障情境下的表现，并围绕脆弱性[10]、级联失效[11]及恢复策略[12]展开深入分析。上述研究主要集中在网络的结构特性以及静态抗毁性，少有对网络特性、静态和级联失效抗毁性等方面的综合考虑。

本文以重庆市中心城区为例，运用复杂网络理论构建公交-地铁双层网络，分析其网络拓扑结构特性，同时在经典负荷-容量模型的基础上，引入“正常”“过载”和“失效”3 种节点状态，并结合随机攻击、基于节点度值的蓄意攻击和基于介数中心性的蓄意攻击 3 种不同攻击模式，分析静态和动态网络抗毁性，并探究双层网络、公交网络和地铁网络 3 种网络在应急协调能力方面的匹配程度，最后基于研究结果分析城市公共交通管理中的网络脆弱性和故障传播特性，为优化网络结构、制定风险管理策略和应急预案提供参考。

1 研究区与数据来源

重庆市中心城区位于东经 105°17′至 106°38′、北纬 28°41′至 30°12′，总面积达 1385.49 km^2，由渝中、渝北、江北、南岸、沙坪坝、九龙坡、大渡口、巴南及北碚 9 个区组成，是重庆市的核心区域。据《2021 年重庆市中心城区交通发展年度报告》显示，近年来，地面公交与地铁服务网络持续拓展，极大提升了公共交通的便捷性[13]。

本文选取 2021 年重庆市公交集团提供的公交运营数据以及高德地图的地铁线路信息，聚焦于重庆市中心城区，筛选位置相近且站名相同的公交与地铁站点，确定 3 795 个公交站点与 193 个地铁站点，如图 1 所示。

2 研究方法

2.1 网络拓扑结构分析指标

平均度$< k >$：网络中节点之间连边的数量为节点的度，度值越大，该节点越重要，所有节点度值 k_i 的平均数则为平均度$< k >$[14]，即

$$< k >= \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} k_i \tag{1}$$

式中，N 代表网络中的总节点数。

平均路径长度 L：网络中所有节点对之间最短路径长度 d_{ij} 的平均值[15]，即

$$L = \frac{1}{N(N+1)}\sum_{i,j\in V} d_{ij}\,(i \neq j) \tag{2}$$

式中，V 为网络中节点的数量集。

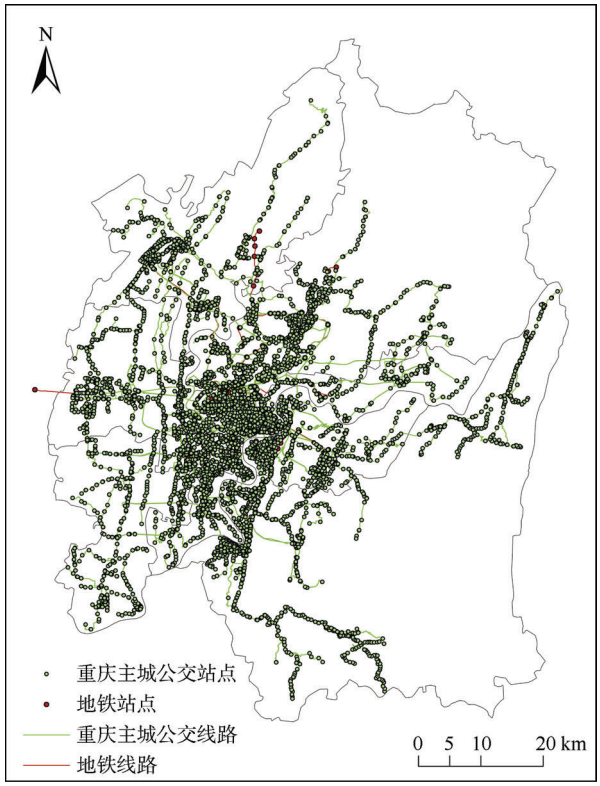


图 1　重庆市中心城区公交和地铁网络分布示意

Figure 1　Schematic Diagram of the Distribution of Bus and Metro Networks in the Central Urban Area of Chongqing

2.2　级联失效模型

在复杂网络中，当站点受到外部扰动因素影响而失效时，其负载会转移到其他站点，通常按照站点之间的邻接关系进行转移。若邻接站点负载超过其最大承载容量，可能导致该站点继续失效，引发新一轮的负载分配。这种连锁反应过程称为级联失效[16]。

2.2.1　初始负载与站点最大容量

在确定网络节点的初始负载时，通常会考虑节点的介数、度值以及其他重要性指标[17]作为节点初始负载。假设在网络中的每个站点都承载着一定的客流量，依据 Motter-Lai 模型[18]，该模型定义节点介数为节点的初始负荷，站点的最大容量与其初始负载呈正相关且与备用能力系数有关，站点最大容量的计算式为

$$C_i=(1+\alpha)Q_i(0) \tag{3}$$

式中，C_i 为站点 i 的最大容量；$\alpha(\alpha>0)$为备用能力系数，用于衡量站点在超出初始负载后的处理能力，经过多次实验验证，取 $\alpha=0.3$；$Q_i(0)$表示初始负载。

2.2.2　负载重分配模型

为了更精确地描述和模拟交通网络中节点的多种运行状态，将网络节点分为正常、过载与失效 3 种状态。失效节点虽保留但进入临时封闭状态。过载节点则限制负载容量。在保持网络拓扑结构不变的情况下，节点失效会大幅降低网络性能，并可能因负载重新分配而引发网络整体性能的波动。定义过载函数 $F_i(t)$反映负载通过该点的难易程度，计算式为[19-20]

$$F_i(t)=\begin{cases}1 & Q_i(t)<Q_i(0)\\ 1+\dfrac{Q_i(t)-Q_i(0)}{C_i-Q_i(0)}(N-1) & Q_i(0)<Q_i(t)<C_i\\ N & Q_i(t)>C_i\\ N^2 & \text{失效节点}\end{cases} \tag{4}$$

式中，$Q_i(t)$表示节点 i 在 t 时刻的实际负载。

网络进行重分配时，两种节点存在差异。通常情况下，失效节点负载的分配受关联节点可承受额外负载能力大小的影响[21]，因此失效节点的负载分配公式为

$$P_j=\frac{C_j-Q_j}{\sum_{v\eta\in\Gamma_i}(C_\eta-Q_\eta)} \tag{5}$$

式中，P_j 表示相邻节点分担失效负载的比例；C_j、Q_j 分别表示失效节点 i 的相邻节点 j 的容量和负载；Γ_i 表示失效节点 i 的所有相邻节点的集合；$v\eta$ 表示相邻节点的索引；C_η，Q_η 分别表示相邻节点 η 的容量和当前负载；$\sum_{v\eta\in\Gamma_i}(C_\eta-Q_\eta)$ 表示节点 i 的所有相邻节点可容纳负载和。

处于失效状态节点的负载需要全部分散到相邻节点，假设相邻节点分担的负载大小为 $\Delta Q_{i\to j}$，则其计算式为

$$\Delta Q_{i\to j}=Q_i\cdot P_j=Q_i\cdot\frac{C_j-Q_j}{\sum_{v\eta\in\Gamma_i}(C_\eta-Q_\eta)} \tag{6}$$

式中，Q_i 表示失效节点负载。

如果节点负载大于容量，则节点由正常转变为过载，对于过载节点，最多承担大小为容量值的负载，超过部分需要进行负载的重分配。假设过载节点重分配的负载为 $\Delta Q_{j\to l}$，其相邻节点分担失效负载的比例用 P_l 表示，则 $\Delta Q_{j\to l}$ 计算式为

$$\Delta Q_{j\to l}=(C_j-Q_j)\cdot P_l=(C_j-Q_j)\cdot\frac{C_l-Q_l}{\sum_{v\eta\in\Gamma_l}(C_\eta-Q_\eta)} \tag{7}$$

式中，C_l，Q_l 分别表示相邻节点 l 的容量和当前负载；Γ_l 表示节点 j 的相邻节点集合。

2.2.3　抗毁性分析指标

在交通网络中，最大连通子图可以体现交通网络连通性能，其大小和变化能直观反映网络在受到攻击

后有效连接情况。网络效率可以体现交通网络运输能力。所以，本文选取用最大连通子图及网络效率作为评价网络抗毁性的指标。

网络效率 E：网络效率采用两节点之间路径长度倒数和的均值表示，取值范围在 0～1 之间。网络效率值越高，节点间连通能力就越高[22-23]，具体计算式为

$$E=\frac{1}{N(N-1)}\sum_{i,j\in V,i\neq j}\frac{1}{d_{ij}} \tag{8}$$

最大连通子图比例 S：在网络中，若任意两点之间存在连边，则将其视作相互连通的节点。该指标假设网络中每个子图的全部节点都是连通的，且任意子图间不存在相互连通的节点[24]，计算式为

$$S=\frac{n}{N} \tag{9}$$

式中，n 为最大连通子图的大小，即网络中包含节点最多的那个连通分量的节点数。

2.3 网络攻击策略

本文运用复杂网络攻击策略中的随机攻击及基于节点度值和介数中心性的蓄意攻击方法。其中随机攻击是随机选择节点进行攻击，使其从正常状态转变为失效状态，直到网络中没有正常节点为止；蓄意攻击是根据节点度值或者介数中心性按从大到小顺序选择节点进行攻击，受攻击节点状态由正常转为失效，直至网络中无正常节点时攻击停止。

3 重庆市中心城区公交–地铁双层网络抗毁性分析

3.1 网络特性分析

通过使用 Space-L 方法构建重庆市中心城区公交网络、地铁网络和公交-地铁双层网络，并利用 Python 中的 NetworkX 库和 Gephi 对 3 类网络的网络特性进行对比研究，结果如表 1 所示。

表 1 公交网络、轨道网络和双层网络的网络特性指标

Table 1 Computation results of network characteristic index of bus network, metro network and two-layer traffic network

网络类型	站点数	边数	平均度	网络密度	网络直径	平均路径长度	平均介数	平均集聚系数	网络全局效率
公交网络	3 795	8 908	4.695	0.001	61	8.898	0.144	0.103	0.141
地铁网络	193	207	2.145	0.011	40	12.858	0.444	0.011	0.115
双层网络	3 988	9 960	4.995	0.106	61	8.593	0.134	0.106	0.147

由表 1 可知：双层网络的平均集聚系数高于公交和地铁网络，说明双层网络较公交和地铁单层网络的规模更大，集聚程度更高；在 3 类网络中公交网络与双层网络的平均度分别为 4.695、4.995，地铁网络平均度最低为 2.145，表明双层网络连边数增多，节点重要性提高；地铁网络的平均路径长度最大，公交网络次之，双层网络最小，其中双层网络为 8.593，即双层网络中站点连通性较单层网络有所提升；网络全局效率反映城市交通的运行效率，双层网络的运行效率高于公交和地铁单层网络。

除上述网络基本特征指标外，使用 Python 代码计算得到 3 种网络度分布情况，如图 2 所示。地铁网络站点数目最少，最大为 6；公交网络与双层网络站点度分布情况基本一致，最大度值为 55，且站点度值也集中分布在 1～3 之间，说明 3 种网络在拓扑结构上都具有较多的低度节点和少量的高度节点；不同网络的节点度分布趋势基本一致，说明 3 种网络在未受到攻击时的结构特性具有相似性。

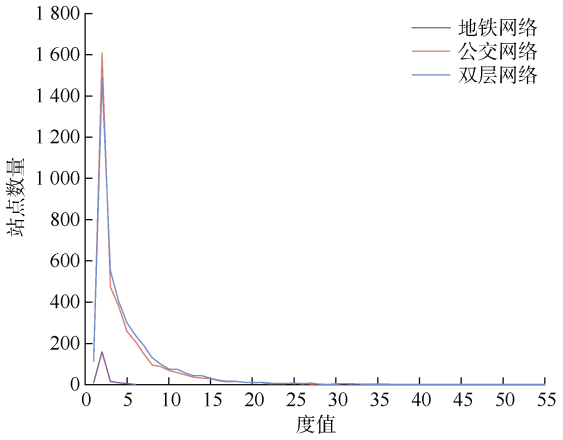


图 2 3 种网络的度分布情况

Figure 2 Degree Distribution of the Three Networks

3.2 交通网络静态抗毁性仿真分析

由于复杂的结构和开放的运营方式，公交-地铁双层网络经常受到车辆故障、交通事故和高客流等内外部突发事件的影响，导致网络结构和功能受损，给网络的正常安全运营带来严重影响。因此本文采用随机攻击、基于节点度值的蓄意攻击和基于节点介数中心

性的蓄意攻击 3 种攻击策略来模拟突发事件，结合非级联失效模型，并通过 Python 编程每次攻击 2%的节点或对节点进行随机攻击，研究突发事件下公交网络、地铁网络和公交-地铁双层网络的静态抗毁性。

3.2.1 网络效率

非级联失效下 3 种攻击策略网络效率变化情况如图 3 所示。在 3 种不同的攻击策略下，3 种网络的网络效率 E 都随着摧毁节点比例的增加而降低，其中摧毁节点比例指在给定攻击策略下，已摧毁的节点数占整个网络节点总数的比例。3 类网络的初始网络效率满足：公交-地铁双层网络＞公交网络＞地铁网络。这主要因为双层网络由地铁网络和公交网络耦合得到，使得任意两站点间的最短路径长度较短，从而其初始网络效率较高。

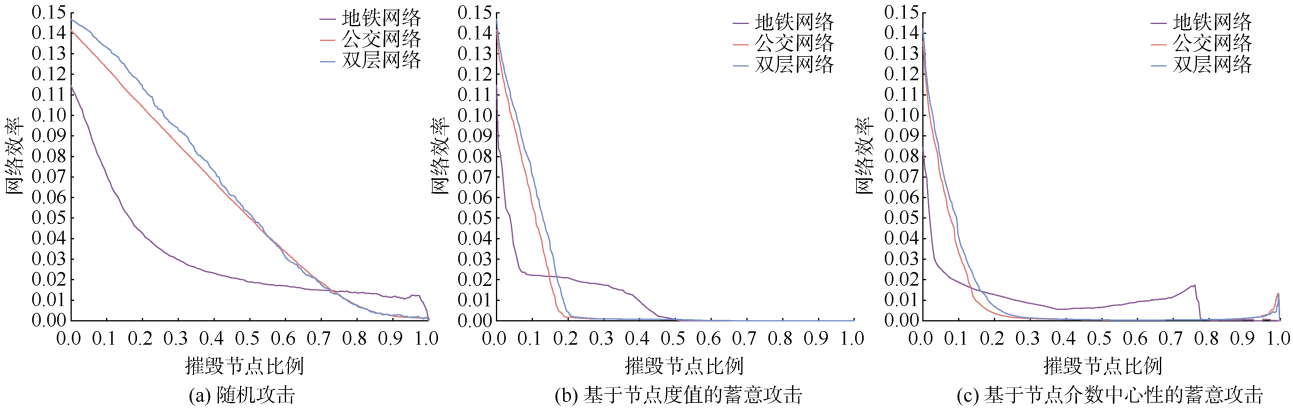


图 3　非级联失效下 3 种攻击策略网络效率变化情况

Figure 3　Changes in network efficiency under three attack strategies without cascading failure

在随机攻击中，双层网络的稳定性明显高于公交网络和地铁网络。在摧毁节点比例为 0～0.4 时，双层网络的网络效率下降速度最慢，显示出更强的冗余性和多路径性，使其在节点失效时仍能保持较好的连通性；当摧毁比例＞0.74 时，双层网络的效率下降速度与公交网络相当，且都高于地铁网络，这表明在大量节点被摧毁后，双层网络仍能维持一定的结构稳定性，表现出较强的抗攻击能力。

在基于节点度值的蓄意攻击中，当摧毁节点比例在 0～0.22 时，3 种网络的网络效率迅速下降，其中地铁网络下降主要是由于其依赖于少数高度连接的关键节点，这些节点的失效直接导致网络的断裂。而公交网络和双层网络由于节点之间连接较为分散，冗余路径较多，因此能够在一定比例的节点摧毁时保持较高的效率，只有当节点失效比例达到一定程度时，网络才会表现出显著的效率下降。

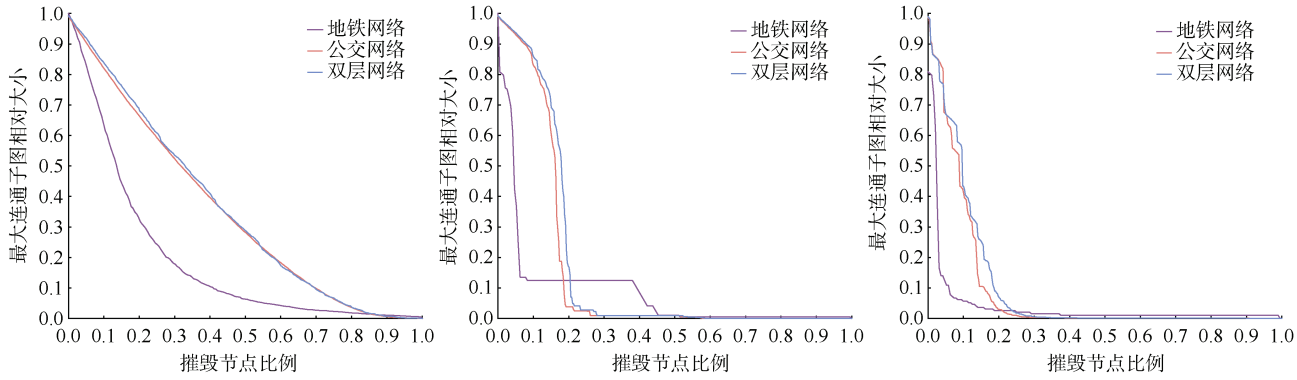
网络中关键节点通常是交通枢纽、换乘站或主要的车站。这些站点通常承载着大量的乘客流量，且与多条线路相连接，起到维持网络连接和流畅运作的重要作用。这些关键节点的失效会导致网络整体结构的迅速破坏，使网络分裂成多个不连通的子网络，显著降低网络功能和效率。这种趋势反映出 3 种交通网络对基于节点度值的攻击极为敏感，即使移除少量关键节点也能对网络稳定性造成严重影响。直到最后所有节点移除，网络瘫痪。

在基于节点介数中心性的蓄意攻击中，当摧毁节点比例为 0～0.2 时，双层网络和公交网络的网络效率下降最快，因为网络中关键的枢纽节点被移除，影响整体网络的连接性；当摧毁节点比例＞0.2 时，剩余节点对网络影响较小，网络效率的下降速度趋于平缓；在摧毁节点比例达到 0.99 时，网络效率暂时激增，这是因为仅剩少数节点形成短路径连通，但最终网络崩溃，效率降为零。地铁网络在摧毁节点比例增大时，网络效率呈现出先减小再增大最后减小的趋势。主要由于移除高介数中心性的节点会打断重要的路径，导致网络效率下降。随后网络结构重新组织，使得某些次要节点成为新的路径中心，从而网络效率暂时提升。但随着更多节点的移除，网络连通性受损，导致效率再次下降。

3.2.2 最大连通子图比例

非级联失效下 3 种攻击策略最大连通子图相对大小变化情况如图 4 所示。在随机攻击中，地铁网络、公交网络和双层网络对节点失效的反应不同，表现出不同的下降趋势，当摧毁节点比例为 0～0.22 时，地铁网络的下降速度最快，显示出其对关键枢纽节点的高度依赖，公交网络次之，而双层网络因其冗余路径较多，下降速度最慢；当摧毁节点比例＞0.22 时，双

层网络和公交网络的连通率下降速度趋于相同且明显高于地铁网络，表明随着更多节点失效，这两者的冗余性减少，连通性显著下降，而地铁网络因早期关键节点已失效，下降速度趋缓；当摧毁节点比例＞0.9 时，3 种网络的最大连通率下降速度相当，网络基本完全崩溃，失去功能。



(a) 随机攻击　(b) 基于节点度值的蓄意攻击　(c) 基于节点介数中心性的蓄意攻击

图 4　非级联失效下 3 种攻击策略最大连通子图相对大小变化情况

Figure 4　Changes in the relative size of the largest connected component under three attack strategies without cascading failure

在基于节点度值的蓄意攻击中，当摧毁节点比例为 0～0.07，地铁网络下降速度最快，表明其对关键枢纽节点的高度依赖，导致连通性迅速下降；当摧毁比例为 0.08～0.38，地铁网络的连通子图保持在 0.124 不变，此时网络被分割成多个独立部分，攻击对连通性影响较小。相比之下，双层网络和公交网络在初期连通子图下降较慢，但在摧毁比例达到 0.09～0.23 时，下降速度显著加快并超过地铁网络，最终在摧毁比例超过 0.38 时，关键节点逐渐被摧毁后，连通性急速丧失，最终网络完全崩溃。

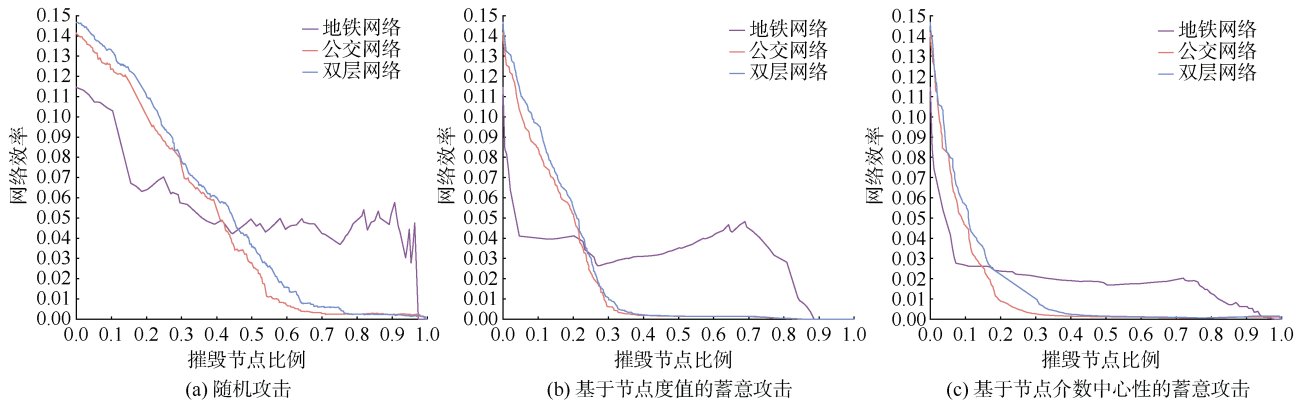
在基于节点介数中心性的蓄意攻击中，3 种网络的最大连通子图均呈下降趋势。当摧毁节点比例为 0～0.03 时，地铁网络的连通子图下降速度最快，显示出对关键路径节点的高度依赖；当摧毁节点比例为 0.03～0.3 时，双层网络的连通子图下降速度最高，反映出其复杂耦合结构在面对攻击时的脆弱性；3 种网络在高比例节点失效后，连通子图都趋于零，网络完全崩溃。

3.3　重庆市中心城区交通网络动态抗毁性仿真分析

在基于改进的负载-容量模型的基础上，结合级联失效机制，评估网络在不同攻击下的抗毁性。选用网络效率和最大连通子图两个测度衡量网络抗毁性的变化，精确评估关键节点失效对网络结构的影响。

3.3.1　网络效率

级联失效下 3 种攻击策略网络效率变化情况如图 5 所示，对于随机攻击，双层网络和公交网络仍然保持相似的变化趋势，但双层网络的网络效率始终高于公交网络，说明双层网络的稳定性更高。而地铁网络的



(a) 随机攻击　(b) 基于节点度值的蓄意攻击　(c) 基于节点介数中心性的蓄意攻击

图 5　级联失效下 3 种攻击策略网络效率变化情况

Figure 5　Changes in network efficiency under cascading failure for three attack strategies

网络效率呈现出时增时减的趋势，这主要受攻击目标的不确定性、负荷重新分配过程中路径优化和负荷过载情况的影响。

基于节点度值的蓄意攻击下，当摧毁节点比例为0～0.40 时，双层网络和公交网络的效率急剧下降，这是因为这两种网络对高连接度节点的依赖性较强，度值较大的节点失效会显著削弱网络连通性和效率。地铁网络效率呈“减少—增加—减少”趋势，这是因为地铁网络冗余路径少，关键节点集中，在攻击初期一旦关键站点失效，网络连通性便遭受严重破坏，表现出较强的脆弱性；随着流量重分配，局部拥堵暂时减少，网络效率得到短暂提升，中期表现出一定恢复力；但随着摧毁节点比例不断提高，网络结构严重破坏，网络效率再次下降，所有网络随着摧毁节点比例不断增加后效率均降为0，此时网络崩溃。而双层网络和公交网络因冗余性较高，在初期抗攻击能力较强，网络效率变化较稳定。

基于节点介数中心性的蓄意攻击下，由于对关键节点的高度依赖，在摧毁节点比例为 0～0.007 时，地铁网络效率下降最为严重；当摧毁节点比例为 0.17～0.94 时，地铁网络能保持较高效率，主要由于其网络结构相对简单，且高介数中心性节点数量较少，分布集中，一般难以攻击这些关键节点。双层网络和公交网络的复杂性导致其在摧毁节点比例为 0～0.15 时，网络效率下降速度更快，双层网络此时显示出较强的抗攻击能力，效率值始终高于公交网络。当节点完全失效时，网络均崩溃。

3.3.2 最大连通子图比例

级联失效下 3 种攻击策略最大连通子图相对大小变化情况如图 6 所示。随机攻击下，双层网络在摧毁节点比例为 0～0.80 时，最大连通子图相对大小变化呈现“快速—急剧—缓慢”的下降趋势。主要因为初期节点损失对网络连通性造成显著影响，尤其当摧毁比例接近 0.62 时，网络连通性从 0.12 降到 0.07。随后由于冗余路径减少导致连通性下降速度减缓，但双层网络仍保持一定连接。公交网络则呈现先快速下降再缓慢下降趋势，这是因为公交网络较强的冗余结构在后期起到了减缓连通性下降的作用。地铁网络则表现为“阶梯式”下降，最大连通子图在 0.25～0.29、0.36～0.40 和 0.53～0.81 区间内保持稳定，因为此时这些区间节点未达到临界点，连通性相对稳定。

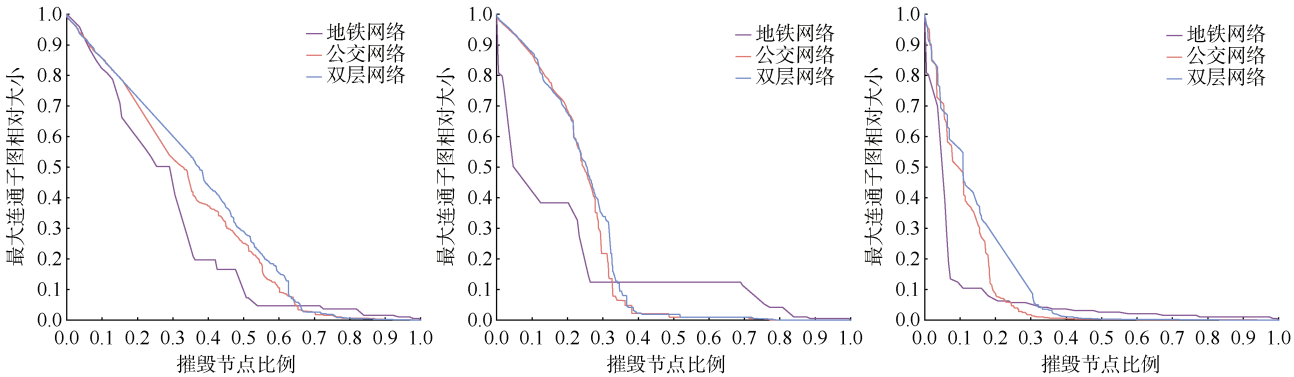


图 6　级联失效下 3 种攻击策略最大连通子图相对大小变化情况

Figure 6　Changes in the relative size of the largest connected component under cascading failure for three attack strategies

基于节点度值的蓄意攻击下，在摧毁节点比例为0～0.40 时，双层网络和公交网络的最大连通子图相对大小急剧下降，双层网络的下降速度高于公交网络，这是因为双层网络在面对高连接度节点失效时，冗余性较高的网络结构仍未能有效缓解攻击带来的影响。当摧毁节点比例在 0.4～0.7 时，双层网络和公交网络的最大连通子图大小保持不变，下降速度为 0，这是因为在该比例范围内，节点失效对网络连通性影响已经趋于稳定，网络结构中的冗余路径和分布均衡性使得连通性没有进一步下降。地铁网络整体上表现出“阶梯状”下降趋势。在摧毁节点比例为 0.12～0.20 和 0.26～0.68 时，最大连通子图大小分别保持在 0.38 和 0.12，这是因为在这些摧毁节点比例下，关键节点的失效尚未达到网络的临界点，局部连通性得以保持。地铁网络的结构和节点容量使得在这些比例范围内，网络能够维持较强的韧性和稳定性。

双层网络和公交网络在基于节点介数中心性的蓄意攻击中表现出复杂的效率变化。双层网络的最大连通子图在摧毁节点比例为 0.16～0.30 时线性下降，这是因为冗余路径在初期保持连通性，但随着关键节点

失效，连通性逐渐减弱；摧毁节点比例大于 0.43 时，两者的效率接近于 0，这是因为在大规模节点失效下，连通性和效率迅速崩溃。地铁网络则表现出较为简单的变化规律。当摧毁节点比例为 0～0.07 时，最大连通子图相对大小急剧下降至 0.013，地铁网络因其结构较简单和冗余路径少，初期对关键节点的依赖性极高，导致网络效率快速下降。

在非级联失效下，无论是哪种攻击策略，3 类网络的动态抗毁性均满足：双层网络＞公交网络＞地铁网络，双层网络的网络抗毁性始终高于另外两种网络。这是因为双层网络的结构复杂度和冗余性都较高，当一部分网络受到伤害时，其他部分仍然能维持网络连通，从而减少整体网络的脆弱性。同时在考虑网络级联失效的情况下，发现双层网络对随机攻击策略具有鲁棒性，对蓄意攻击策略具有脆弱性。这是因为蓄意攻击通常针对网络中的关键节点和连边，双层网络虽然结构复杂，但关键节点和耦合节点被攻击后，可能导致更严重的级联失效。因此，为提高网络的抗攻击能力，尤其是应对蓄意攻击，应加强网络的冗余性和分散性，减少对单一关键节点的依赖。同时通过实施分层防护策略以及定期评估和更新关键节点，可以增强城市交通网络在面对各种攻击时的稳定性和抗毁性，确保其在突发事件中能够最大限度地保持功能和连通性。

4 结论

本文构建了重庆市中心城区的公交-地铁双层交通网络模型，并基于多种网络攻击策略对其抗毁性特征进行了仿真分析。结果表明，双层网络在面对不同类型的攻击时表现出显著优于单层公交网络和地铁网络的抗毁性。具体结论如下：

1) 在面对随机攻击和蓄意攻击时，双层网络的网络效率和最大连通子图下降速度较缓，其复杂的结构有效缓解了网络崩溃。相较于单层公交和地铁网络，双层网络的平均度和网络效率表现更优，显示出更强的连通性和更高的运行效率。

2) 在级联失效过程中，双层网络和公交网络的网络效率变化趋势相似，但双层网络始终维持较高的效率，展现出更强的适应性和稳定性。而地铁网络的效率在攻击达到一定程度后出现上升，表明地铁在某些情况下具有较好的弹性和恢复能力，尤其是在局部攻击的情境下。

3) 无论是在随机攻击还是蓄意攻击下，双层网络的抗毁性最强，其次为公交网络，地铁网络的抗毁性最弱。双层网络表现出更高的稳定性和抗毁性。双层网络在面对不同冲击时，能更有效地维持网络的连通性和运行效率。

双层网络的构建显著提升了重庆市中心城区交通网络的抗毁性，尤其在面对突发事件和外部扰动时，能够更有效地维持网络的连通性和运行效率。但本文仅考虑无向无权网络，因此未来研究可进一步优化网络结构，提升城市交通网络的整体抗毁能力，为城市交通规划提供科学依据。

参考文献

[1] CAI Q R. Cause analysis of traffic accidents on urban roads based on an improved association rule mining algorithm[J]. IEEE Access, 2020, 8: 75607-75615.

[2] SHIWAKOTI N, TAY R, STASINOPOULOS P, et al. Passengers' perceived ability to get out safely from an underground train station in an emergency situation[J]. Cognition, technology & work, 2018, 20(3): 367-375.[LinkOut]

[3] 国务院安委会办公室. 国务院安委会办公室关于印发《"十四五"全国道路交通安全规划》的通知[EB/OL]. (2022-07-21)[2024-08-23]. https://www.gov.cn/zhengce/zhengceku/2022-07/29/content_5703363.htm.

[4] 马敏, 胡大伟, 刘杰, 等. 基于客流加权的城市轨道交通网络抗毁性分析[J]. 中国安全科学学报, 2022, 32(12): 141-149.
MA Min, HU Dawei, LIU Jie, et al. Invulnerability analysis of urban rail transit network based on weighted passenger flow[J]. China safety science journal, 2022, 32(12): 141-149.

[5] 安常青, 刘玉家, 王会, 等. 基于拓扑分析的区域级网络抗毁性研究[J]. 通信学报, 2021, 42(11): 145-158.
AN Changqing, LIU Yujia, WANG Hui, et al. Research on the invulnerability of regional network based on topology analysis[J]. Journal on communications, 2021, 42(11): 145-158.

[6] 陈孟飞, 林兆丰. 城市复杂道路网络及抗毁性研究[J]. 黑龙江交通科技, 2023, 46(4): 51-54.
CHEN Mengfei, LIN Zhaofeng. Study on urban complex road network and its invulnerability[J]. Communications science and technology Heilongjiang, 2023, 46(4): 51-54.

[7] SEN P, DASGUPTA S, CHATTERJEE A, et al. Small-world properties of the Indian railway network[J]. Physical review E, statistical, nonlinear, and soft matter physics, 2003, 67(3): 036106.

[8] 李僖, 马亮, 郭进, 等. 城市轨道交通线网拓扑特性及抗毁性分析[J/OL]. 铁道标准设计, 2024. DOI: 10.13238/j.issn.1004-2954.202308300006.

LI Xi, MA Liang, GUO Jin, et al. Topological characteristics and damage resistance analysis of urban rail transit network[J/OL]. Railway standard design, 2024. DOI: 10.13238/j.issn.1004-2954.202308300006.

[9] 沈犁, 张殿业, 向阳, 等. 城市地铁-公交复合网络抗毁性与级联失效仿真[J]. 西南交通大学学报, 2018, 53(1): 156-163.
SHEN Li, ZHANG Dianye, XIANG Yang, et al. Simulation on survivability and cascading failure propagation of urban subway-bus compound network[J]. Journal of Southwest Jiaotong University, 2018, 53(1): 156-163.

[10] 宋英华, 李玉枝, 霍非舟, 等. 城区内涝条件下城市公交-地铁双层交通网络的脆弱性分析[J]. 安全与环境工程, 2021, 28(2): 114-120.
SONG Yinghua, LI Yuzhi, HUO Feizhou, et al. Vulnerability of two-layer traffic network of bus and subway under waterlogging condition based on complex network theory[J]. Safety and environmental engineering, 2021, 28(2): 114-120.

[11] LIU Z Z, CHEN H, LIU E Z, et al. Evaluating the dynamic resilience of the multi-mode public transit network for sustainable transport[J]. Journal of cleaner production, 2022, 348: 131350.

[12] 肖红, 刘书君, 王孝坤. 突发事件下地铁网络韧性评估及恢复策略研究[J]. 铁道运输与经济, 2025, 47(2): 161-171.
XIAO Hong, LIU Shujun, WANG Xiaokun. Resilience assessment and recovery strategy of metro network under emergencies[J]. Railway transport and economy, 2025, 47(2): 161-171.

[13] 重庆市交通规划研究院. 2021 年重庆市中心城区交通发展年度报告[R]. 重庆, 2022.

[14] 孔建国, 卢靖宇, 李煜琨, 等. 管制空域复杂网络模型构建及抗毁性分析[J]. 科学技术与工程, 2023, 23(9): 3973-3981.
KONG Jianguo, LU Jingyu, LI Yukun, et al. Complex network model of controlled airspace and invulnerability analysis[J]. Science technology and engineering, 2023, 23(9): 3973-3981.

[15] 郑霞忠, 柯善钢, 陈星, 等. 基于复杂网络的内河船舶碰撞事故致因分析[J]. 中国安全生产科学技术, 2023, 19(2): 211-217.
ZHENG Xiazhong, KE Shangang, CHEN Xing, et al. Cause analysis of inland river ship collision accident based on complex network[J]. Journal of safety science and technology, 2023, 19(2): 211-217.

[16] YIN R R, YUAN H L, WANG J, et al. Modeling and analyzing cascading dynamics of the urban road traffic network[J]. Physica A: statistical mechanics and its applications, 2021, 566: 125600.

[17] LIU J, XIONG Q Y, SHI X, et al. Load-redistribution strategy based on time-varying load against cascading failure of complex network[J]. Chinese physics B, 2015, 24(7): 076401.

[18] 朱涛, 常国岑, 张水平, 等. 基于复杂网络的指挥控制级联失效模型研究[J]. 系统仿真学报, 2010, 22(8): 1817-1820.
ZHU Tao, CHANG Guocen, ZHANG Shuiping, et al. Research on model of cascading failure in command and control based on complex networks[J]. Journal of system simulation, 2010, 22(8): 1817-1820.

[19] 张玉召, 康欢欢, 邓雨露. 多层网络视角下的中欧海铁运输网络级联失效脆弱性分析[J]. 计算机工程与应用, 2025, 61(5): 298-308.
ZHANG Yuzhao, KANG Huanhuan, DENG Yulu. Vulnerability analysis of cascading failure of sino-europe sea-rail transport network from perspective of multi-layer network[J]. Computer engineering and applications, 2025, 61(5): 298-308.

[20] 岳地久, 李建华, 张杰勇, 等. 一种非对称相依指控网络负载级联失效模型[J/OL]. 现代防御技术, 2024. http://kns.cnki.net/kcms/detail/11.3019.tj.20240319.1003.002.html.
YUE Dijiu, LI Jianhua, ZHANG Jieyong, et al. A load cascading failure model for asymmetric dependent command and control networks[j/ol]. China industrial economics, 2024. http://kns.cnki.net/kcms/detail/11.3019.tj.20240319.1003.002.html.

[21] 王彬, 戴剑勇, 邓先红. 城市复杂地铁网络级联失效抗毁性分析[J]. 南华大学学报(自然科学版), 2019, 33(6): 91-96.
WANG Bin, DAI Jianyong, DENG Xianhong. Failure analysis of urban complex metro network cascading failure[J]. Journal of University of South China (Science and Technology), 2019, 33(6): 91-96.

[22] 张光远, 张帆, 刘泳博. 成渝地区城际铁路网络特性与脆弱性分析[J]. 铁道运输与经济, 2021, 43(7): 36-42.
ZHANG Guangyuan, ZHANG Fan, LIU Yongbo. Characteristics and vulnerabilities of intercity railway network in Chengdu-Chongqing Region[J]. Railway transport and economy, 2021, 43(7): 36-42.

[23] 张振江, 张玉召, 王小荣. 铁路快捷货运网络鲁棒性分析[J]. 中国安全科学学报, 2020, 30(3): 150-156.
ZHANG Zhenjiang, ZHANG Yuzhao, WANG Xiaorong. Robustness analysis of railway express freight network[J]. China safety science journal, 2020, 30(3): 150-156.

（编辑：王艳菊）