2026 年第 41 卷 第 5 期
2026,41(5):2161-2174
地球物理学进展 Progress in Geophysics
http://www.progeophys.cn
ISSN 1004-2903
CN 11-2982/P

乾祥,李勇根,潘豪杰,等. 2026. 基于自适应多链 MCMC 的叠前弹性参数随机反演. 地球物理学进展,41(5):2161-2174,doi:10.6038/pg2026JJ0357.

QIAN Xiang, LI YongGen, PAN HaoJie, *et al*. 2026. Adaptive multi-chain MCMC-based pre-stack stochastic inversion for elastic parameters. *Progress in Geophysics* (in Chinese), 41(5):2161-2174,doi:10.6038/pg2026JJ0357.

基于自适应多链 MCMC 的叠前弹性参数随机反演

Adaptive multi-chain MCMC-based pre-stack stochastic inversion for elastic parameters

乾祥[1],李勇根[2],潘豪杰[1*],余之奕[1]

QIAN Xiang[1], LI YongGen[2], PAN HaoJie[1*], YU ZhiYi[1]

1. 长江大学地球物理与石油资源学院,武汉 430100
2. 中国石油勘探开发研究院,北京 100083

1. *College of Geophysics and Petroleum Resources*, *Yangtze University*, *Wuhan* 430100, *China*
2. *Research Institute of Petroleum Exploration and Development*, *PetroChina*, *Beijing* 100083, *China*

摘 要 叠前 AVO 反演是获取地层弹性参数的有效途径,对流体识别和物性参数预测具有重要意义.然而,基于 Zoeppritz 方程线性化近似式的叠前 AVO 反演方法精度低且依赖于初始模型,且传统叠前随机反演方法存在稳定性差、计算效率低和收敛速度慢等问题.为此,本文提出了自适应多链马尔科夫链蒙特卡洛(AM-MCMC)弹性参数反演方法.该方法是在贝叶斯框架下引入测井约束先验信息,基于精确 Zoeppritz 方程构建弹性参数的混合后验概率分布及目标泛函,通过在 MCMC 算法中引入自适应策略,动态调整待反演参数的建议分布,采用多条马尔科夫链进行随机模拟,同步计算弹性参数的后验均值、协方差及置信区间等统计特征参数,实现弹性参数及其不确定性的量化表征.模型数据测试表明,本研究提出的随机反演方法具有更高的准确率、稳定性、抗噪性和收敛速度,而且能够可靠估计反演结果的不确定性.实际资料应用结果显示,井旁道地震反演结果与测井数据吻合较好,证明该方法能够合理表征含气致密砂岩储层弹性特性,在储层预测与物性评价方面具有广泛的应用前景.

关键词 精确 Zoeppritz 方程;MCMC;叠前地震反演;弹性参数;贝叶斯理论

Abstract Pre-stack AVO inversion represents an effective approach for retrieving formation elastic parameters, which has significant implications for fluid identification and reservoir property prediction. However, conventional pre-stack AVO inversion methods based on linearized approximations of the Zoeppritz equation suffer from low accuracy and strong dependence on initial models, and pre-stack stochastic inversion approaches are hindered by poor stability, low computational efficiency, and slow convergence rates. To address these challenges, this study proposes an Adaptive Multi-chain Markov Chain Monte Carlo (AM-MCMC) method for elastic parameter inversion. This method incorporates well-log constrained prior information within a Bayesian framework and constructs a hybrid posterior probability distribution and objective functional based on the exact Zoeppritz equations. By introducing adaptive strategies into the MCMC algorithm, the proposed distributions of the inversion parameters are dynamically adjusted. Multiple Markov chains are employed for stochastic simulation, simultaneously computing statistical characteristic parameters including posterior means, covariances, and confidence intervals of elastic parameters, thereby achieving quantitative characterization of both elastic parameters and their associated uncertainties. Synthetic model tests demonstrate that the stochastic inversion method proposed in this study exhibits superior accuracy, stability, noise immunity, and convergence rate, while

收稿日期 2025-11-05; **修回日期** 2026-04-01. **投稿网址** http://www.progeophys.cn

基金项目 国家自然科学基金项目(42574186)和湖北省自然科学基金项目(2025AFB859)联合资助.

第一作者简介 乾祥,男,2000 年生,硕士研究生,研究方向为地震储层预测. E-mail: 953971721@qq.com

***通讯作者** 潘豪杰,男,1988 年生,副教授,主要从事非常规岩石物理建模与反演、叠前储层预测及地震与电磁联合反演方法研究. E-mail:panhaojie88@163.com

also providing reliable uncertainty quantification of the inversion results. Application to field data demonstrates that the near-wellbore seismic inversion results exhibit strong correlation with well-log measurements, validating the method's capability to accurately characterize the elastic properties of gas-bearing tight sandstone reservoirs. This approach shows considerable potential for widespread application in reservoir prediction and reserve evaluation.

Keywords Exact Zoeppritz equation; MCMC; Pre-stack seismic inversion; Elastic parameters; Bayesian theory

中图分类号 P631

文献标识码 A

doi:10.6038/pg2026JJ0357

CSTR:32085.14.pg2026JJ0357

0 引 言

叠前地震反演可以同时预测纵横波速度和密度等多种弹性参数,为精细刻画储层空间分布特征及其物性变化提供关键的数据支持(印兴耀等, 2017; Guo *et al*., 2018; Wang *et al*., 2019; 周爽爽等, 2021, 虎鹰等, 2024).现阶段常用的叠前地震反演方法主要包括弹性阻抗反演和 AVO 反演.常规 AVO 反演是以 Zoeppritz 方程线性化近似式为基础(Bortfeld, 1961; Richards and Frasier, 1976; Aki and Richards, 1980; Shuey, 1985; Smith and Gidlow, 1987; Fatti *et al*., 1994),旨在解决 Zoeppritz 方程求解的非线性问题,并提高 AVO 线性化反演的效率.然而,这些近似方程在推导过程中引入了小入射角和地层反射界面两侧弹性参数差异较小的假设,致使大炮检距数据或非均质储层并不适用(Innanen and Mahmoudian, 2015; Vernik, 2016).因此,发展基于精确 Zoeppritz 方程的 AVO 反演方法对提高弹性参数预测精度具有重要意义.

目前,AVO 反演主要分为基于正则化方法的确定性反演和基于贝叶斯理论的随机反演两大类(Stuart, 2010; 张广智等, 2011; 李进等, 2025).确定性反演方法存在抗噪性能较差和依赖初始模型等问题,而随机地震反演在先验信息约束下能够有效提高反演精度和分辨率(Aleardi *et al*., 2021),并且可以定量评价反演结果的不确定性(赵容容等, 2022).马尔科夫链蒙特卡洛(MCMC)算法是应用最广泛的随机采样反演方法(De Figueiredo *et al*., 2018; Grana *et al*., 2022; 赵晨等, 2023),在不确定性量化表征方面呈现出较大的潜力,可以实现对待反演参数统计特征(后验均值、协方差及置信区间等)的同步估计.利用 MCMC 算法进行叠前地震反演,可以直接利用精确 Zoeppritz 方程作为正演算子,避免在线性化反射系数与弹性参数之间的物理映射关系时产生误差.近年来,一些学者尝试利用 MCMC 算法开展基于精确 Zoeppritz 方程的非线性 AVO 反演,在贝叶斯理论框架下可以实现弹性参数后验概率分布的高效采样,显著地改善 AVO 反演的多解性问题,以提高叠前地震反演精度.Pan 等(2017)结合精确 Zoeppritz 方程和延迟拒绝自适应马尔科夫链蒙特卡洛(MCMC-DRAM)算法开展了弹性参数 AVO 概率化反演,但该方法难以充分遍历局部极值较多的复杂高维参数空间,且难以判断马尔科夫链何时达到收敛.向坤等(2022)提出了自适应粒子群-马尔科夫链蒙特卡洛(APSO-MCMC)的 AVO 反演方法,极大地提高了弹性参数反演的精度和稳定性,但因同时运行 PSO 和 MCMC 两种算法会显著增加计算成本.牛丽萍等(2024)基于随机子空间采样的多链 MCMC 算法预测了弹性参数及其不确定性,提高了反演精度和采样效率,但其收敛诊断比单链更复杂且高度依赖于子空间的选择.因此,发展基于自适应多链 MCMC 的叠前 AVO 反演方法有助于提高反演精度、稳定性和收敛速度.

本文以精确 Zoeppritz 方程为基础,在贝叶斯理论框架下,利用测井数据建立弹性参数混合先验概率密度分布,结合精确 Zoeppritz 方程构建后验概率密度分布及目标泛函,基于自适应多链 MCMC 算法动态调整提议分布协方差矩阵并进行随机采样,对最大后验概率所对应的样本进行统计分析,同步计算纵横波速度和密度的后验均值、协方差和置信区间等统计特征,利用合成数据和实际地震资料验证所提方法的可行性和准确性,为致密砂岩储层精细刻画提供技术支撑.

1 方法原理

1.1 精确 Zoeppritz 方程

Zoeppritz 方程线性化近似式是基于小角度入射和弱弹性差异等假设推导得出的,在实际应用中会

产生较大误差. 因此,本文以精确 Zoeppritz 方程为基础建立纵波反射系数与弹性参数之间的定量关系. 精确 Zoeppritz 方程的具体表达式为(Zoeppritz, 1919):

$$\begin{bmatrix} \sin\theta_1 & \cos\varphi_1 & -\sin\theta_2 & \cos\varphi_2 \\ \cos\theta_1 & -\sin\varphi_1 & \cos\theta_2 & \sin\varphi_2 \\ \cos 2\varphi_1 & -\dfrac{V_{s1}}{V_{p1}}\sin 2\varphi_1 & -\dfrac{\rho_2 V_{p2}}{\rho_1 V_{p1}}\cos 2\varphi_2 & -\dfrac{\rho_2 V_{s2}}{\rho_1 V_{p1}}\sin 2\varphi_2 \\ \sin 2\theta_1 & \dfrac{V_{p1}}{V_{s1}}\cos 2\varphi_1 & \dfrac{\rho_2 V_{s2}^2 V_{p1}}{\rho_1 V_{s1}^2 V_{p2}}\sin 2\theta_2 & -\dfrac{\rho_2 V_{s2} V_{p1}}{\rho_1 V_{s1}^2}\cos 2\varphi_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_{pp} \\ R_{ps} \\ T_{pp} \\ T_{ps} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin\theta_1 \\ \cos\theta_1 \\ -\cos 2\varphi_1 \\ \sin 2\theta_1 \end{bmatrix}, \tag{1}$$

式中,V_p、V_s 和 ρ 分别表示纵、横波速度和密度;θ_1 与 θ_2 分别表示纵波入射角和透射角;φ_1 和 φ_2 分别表示转换波反射角和透射角;R_{pp} 与 R_{ps} 分别表示纵波和转换波的反射系数;T_{pp} 和 T_{ps} 分别表示纵波和转换波的透射系数.

1.2　自适应多链 MCMC 算法

MCMC 算法的核心在于构造一条马尔科夫链,该链经过反复迭代后达到平稳状态,且其平稳分布与所求后验分布一致. 通过从该链中获取后验分布样本并进行统计分析,可以计算出各种统计特征参数(李远, 2014; 孙月成, 2018). 目前,最常用的 MCMC 方法是由 Hastings(1970)基于 Metropolis 算法(Metropolis *et al*., 1953)提出的 Metropolis-Hastings 算法,而马尔科夫链的收敛性与收敛速度高度依赖于建议分布的形状与尺度(Wang and Zhang, 2010). 为了提高计算效率,在反演过程中选取合适的建议分布十分重要. 为此,本研究在 MCMC 算法中融入了 Haario 等(2001)提出的自适应策略,随采样过程动态优化转移核参数,从而加快马尔科夫链的收敛速度. 同时,为了避免采样过程过早收敛至局部极值,采用多条马尔科夫链来搜索待反演参数的模型空间.

自适应 MCMC 算法的优势在于其能够充分利用历史采样信息,更新协方差矩阵,从而自适应地调整建议分布,并且不需要提前设定待反演参数的建议分布. 假设在 t 时刻,我们已经采样得到了样本数据$\{m_1,\cdots,m_{t-1},m_t\}$,在这一时刻的建议分布将被定义为以 m_t 为均值,C_i 为协方差的高斯分布,并且在第 i 次迭代时的协方差被设置为:

$$\boldsymbol{C}_i = \begin{cases} \boldsymbol{C}_0, & i \leqslant t_0 \\ s\mathrm{Cov}(m_1,\cdots,m_{t-1},m_t) + s\varepsilon\boldsymbol{I}, & i > t_0 \end{cases}, \tag{2}$$

式中,t_0 为进行自适应过程前的初始采样次数;i 表示当前状态所处于的迭代次数,此时所得到的样本数据$\{m_1,\cdots,m_{t-1},m_t\}$的总数为 $i-1$ 个,即 $t=i-1$;s 为一个比例因子,依赖于抽样样本的维数 d,用于确保接受概率 α 在一个合适的范围内,Gelman 等(1996)建议 s 取值为 $2.4^2/d$;$\boldsymbol{C}_0$ 为根据先验信息设定的初始协方差;$\boldsymbol{I}$ 为 d 维单位矩阵;ε 为一个较小的正数,以确保协方差矩阵 $\boldsymbol{C}_i$ 不是奇异矩阵,通常取值 10^{-6}. 将上述公式进行迭代计算之后可以得到递推公式(详细推导过程见附录 A):

$$\boldsymbol{C}_{i+1} = \frac{i-1}{i}\boldsymbol{C}_i + \frac{s}{i}(i\overline{m}_{i-1}\overline{m}_{i-1}^{\mathrm{T}} - (i+1)\overline{m}_i\overline{m}_i^{\mathrm{T}} + m_i m_i^{\mathrm{T}} + \varepsilon\boldsymbol{I}), \tag{3}$$

式中 $\overline{m}_i$ 表示前 i 次抽样的均值.

在随机采样前,假设有 N 条独立的马尔科夫链,且每条链使用相同的初始模型用于地震反演. 通过从自适应调整后的建议分布 $q(x_t,x^*)$ 中随机生成一组新的模型参数 $x_t \rightarrow x^*$,并利用新生成的模型参数 x^* 与前一次的模型参数 x_t 来计算转移核函数 $\alpha(x_t,x^*)$,以判断新生成的模型参数是否会被接受. 从[0,1]的均匀分布中抽取一个随机数 u,则马尔科夫链下一时刻的模型参数为(王丹阳, 2012):

$$x_{t+1} = \begin{cases} x^*, & u \leqslant \alpha(x_t,x^*) \\ x_t, & u > \alpha(x_t,x^*) \end{cases}, \tag{4}$$

式中,x^* 表示由建议分布产生的候选模型参数;x_t 表示在时刻 t 的模型参数;转移核函数 $\alpha(x_t,x^*)$ 为:

$$\alpha(x_t,x^*) = \min\left[1, \frac{\pi(x^*)q(x^*,x_t)}{\pi(x_t)q(x_t,x^*)}\right], \tag{5}$$

式中,π 表示马尔科夫链达到平稳状态时的表达式.

令似然函数 $L(x)$ 为目标分布且当建议分布为对称分布时,式(5)可表示为:

$$\alpha(x_t,x^*) = \min\left[1, \frac{L(x^*)}{L(x_t)}\right], \tag{6}$$

因此,对于反演问题,接受概率可改写为:

$$\alpha(x_t,x^*) = \exp\{\min[0, \boldsymbol{J}(x^*) - \boldsymbol{J}(x_t)]\}, \tag{7}$$

式中,$\boldsymbol{J}$ 表示所构建的目标函数.

在算法完成足够迭代次数后,所构造的马尔科

夫链将收敛至目标平稳分布状态,此时可以从 N 条马尔科夫链中依次抽取达到平稳状态后的样本,通过对这些样本数据进行统计分析可获得可靠的反演结果. 自适应多链 MCMC 反演过程如图 1 所示.

1.3 叠前 AVA 概率化反演

在叠前地震反演中,正问题可以表示为:

$$d = f(V_p, V_s, \rho) + e \ , \tag{8}$$

式中,d 为地震角道集;f 为精确 Zoeppritz 方程;e 为高斯随机噪声.

在贝叶斯理论框架下,待反演弹性参数 V_p、V_s、ρ 的后验概率密度函数 $p(V_p, V_s, \rho \mid d)$ 可写成:

$$p(V_p, V_s, \rho \mid d) \propto p(V_p, V_s, \rho) p(d \mid V_p, V_s, \rho) \ , \tag{9}$$

式中,$p(V_p, V_s, \rho)$ 表示先验概率密度函数;$p(d \mid V_p, V_s, \rho)$ 表示似然函数.

假设待反演参数 V_p、V_s、ρ 相互独立且均服从高斯分布,则先验概率密度函数 $p(V_p, V_s, \rho)$ 可表示为:

$$\begin{aligned} p(V_p, V_s, \rho) &= p(V_p) p(V_s) p(\rho) \\ &= \frac{1}{(2\pi\sigma_{V_p}^2)^{\frac{M}{2}}} \exp\left[- \sum \frac{(V_p - \mu_{V_p})^2}{2\sigma_{V_p}^2} \right] \times \frac{1}{(2\pi\sigma_{V_s}^2)^{\frac{M}{2}}} \exp\left[- \sum \frac{(V_s - \mu_{V_s})^2}{2\sigma_{V_s}^2} \right] \times \\ &\quad \frac{1}{(2\pi\sigma_{\rho}^2)^{\frac{M}{2}}} \exp\left[- \sum \frac{(\rho - \mu_{\rho})^2}{2\sigma_{\rho}^2} \right] , \end{aligned} \tag{10}$$

式中,μ_{V_p}、μ_{V_s}、μ_{ρ} 分别为纵波速度、横波速度和密度的均值;$\sigma_{V_p}^2$、$\sigma_{V_s}^2$、σ_{ρ}^2 分别为纵波速度、横波速度和密度的方差;M 表示弹性参数模型的样本数量.

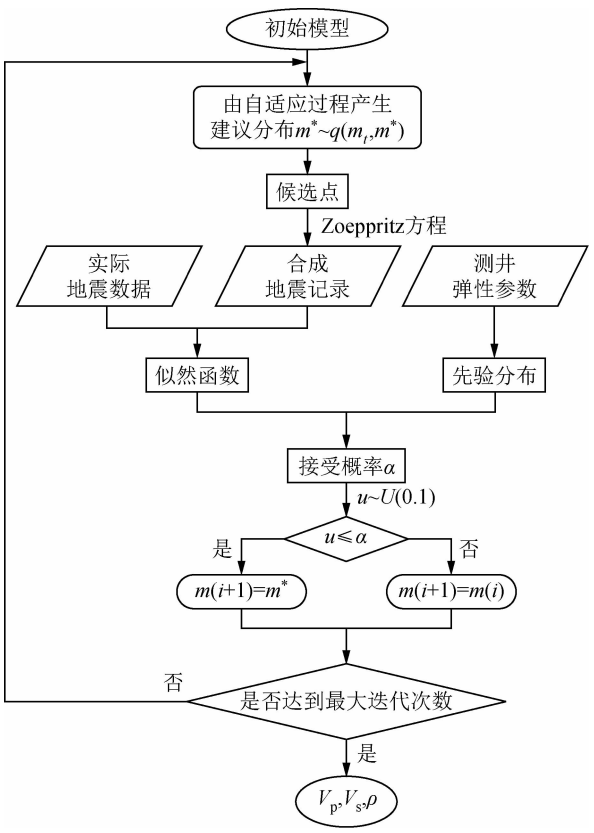


图 1 自适应多链 MCMC 流程图

Fig. 1 Adaptive multi-chain MCMC flowchart

假设地震记录的背景噪声 e 服从均值为 0、方差为 σ_n^2 的高斯分布,则似然函数 $p(d \mid V_p, V_s, \rho)$ 可表示为:

$$p(d \mid V_p, V_s, \rho) = \frac{1}{(2\pi\sigma_n^2)^{\frac{D}{2}}} \times \exp \left\{ - \sum \frac{[d - f(V_p, V_s, \rho)]^2}{2\sigma_n^2} \right\} , \tag{11}$$

式中,D 表示实际地震数据的采样点个数.

为了使待反演纵波(V_p)和横波速度(V_s)及密度(ρ)最终收敛到后验概率密度分布,则平稳分布应表示为 $p(V_p, V_s, \rho) \cdot p(d \mid V_p, V_s, \rho)$,对应的目标函数 $\boldsymbol{J}(m)$ 为:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{J}(m) = & - \sum \frac{(V_p - \mu_{V_p})^2}{2\sigma_{V_p}^2} - \sum \frac{(V_s - \mu_{V_s})^2}{2\sigma_{V_s}^2} - \\ & \sum \frac{(\rho - \mu_{\rho})^2}{2\sigma_{\rho}^2} - \sum \frac{[d - f(V_p, V_s, \rho)]^2}{2\sigma_n^2} , \end{aligned} \tag{12}$$

其中,m 表示待反演的弹性参数,将式(12)代入式(7)中即可得到接受概率 $\alpha(x_t, x^*)$.

2 合成数据测试

为检验所提方法的可行性、稳定性和抗噪性,我们首先对 W1 井进行重采样并建立了一维理论模型. 图 2 为研究工区中 W1 井的纵横波速度和密度测井曲线及利用精确 Zoeppritz 方程计算的纵波反射系数与主频为 30 Hz 的 Ricker 子波相褶积得到的入射角分别为 6°、16°和 26°的合成地震道集. 然后,分别探究不同纵波反射系数方程、随机反演算法和信噪比对地震反演结果的影响.

图 3 为以图 2 合成的地震道集作为输入,利用自适应多链 MCMC 算法反演得到的弹性参数,其中

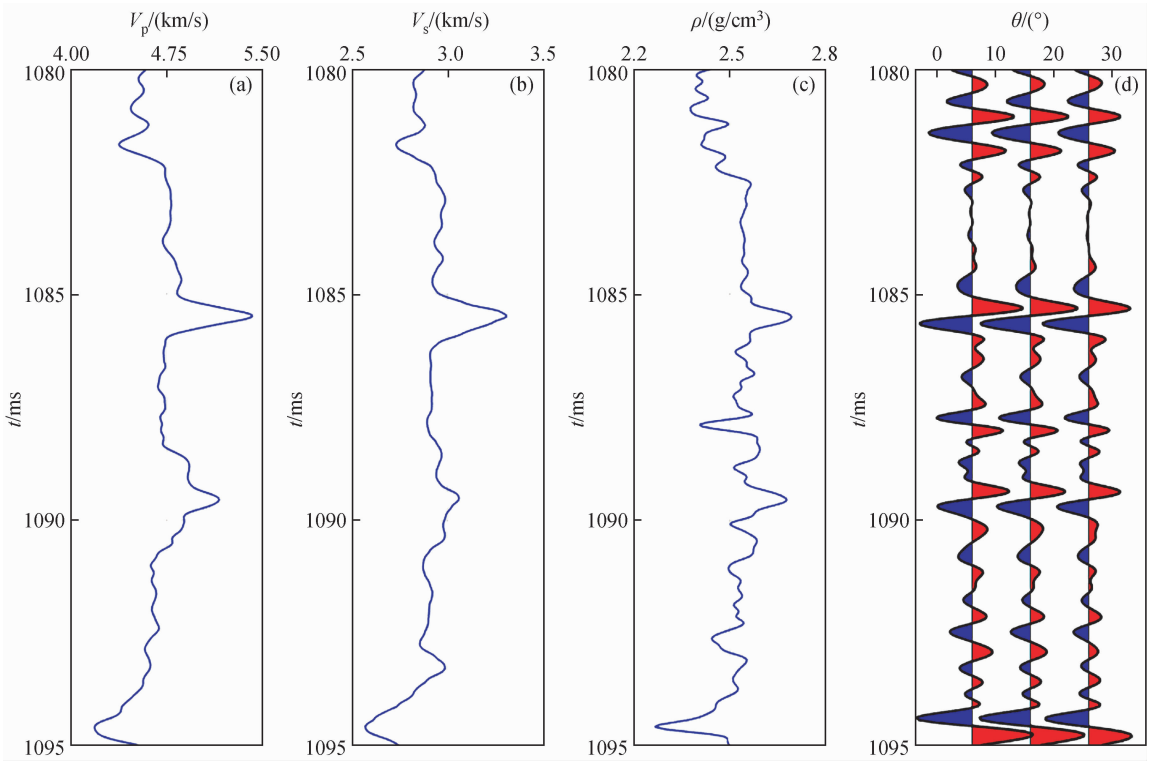


图 2　W1 井的纵波速度(a)、横波速度(b)和密度(c)的测井曲线及其合成地震记录(d)

Fig. 2　P- wave velocity (a), S- wave velocity (b), and density (c) log curves for well W1 and their synthetic seismic gathers (d)

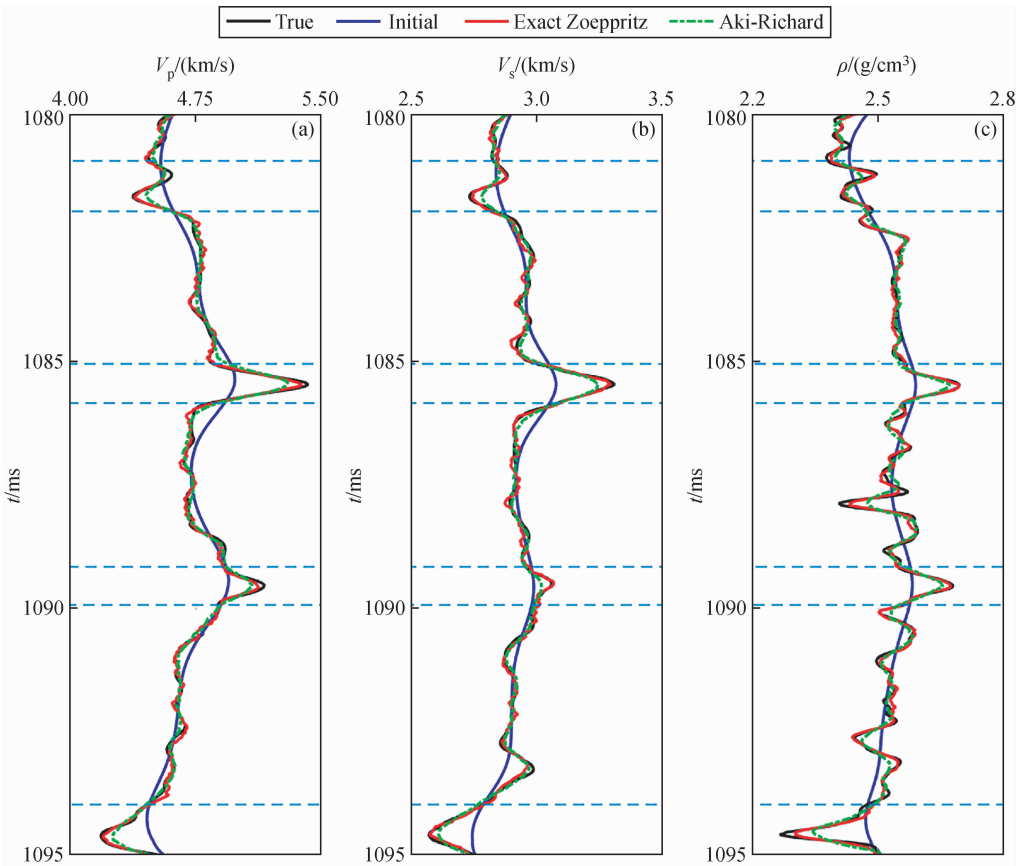


图 3　对比基于精确 Zoeppritz 方程和 Aki-Richard 近似式的 AM-MCMC 反演结果

(a) 纵波速度;(b) 横波速度;(c) 密度.

Fig. 3　Comparison of inversion results based on AM-MCMC using the exact Zoeppritz equation and Aki-Richard approximation

(a) P-wave velocity; (b) S-wave velocity; (c) Density.

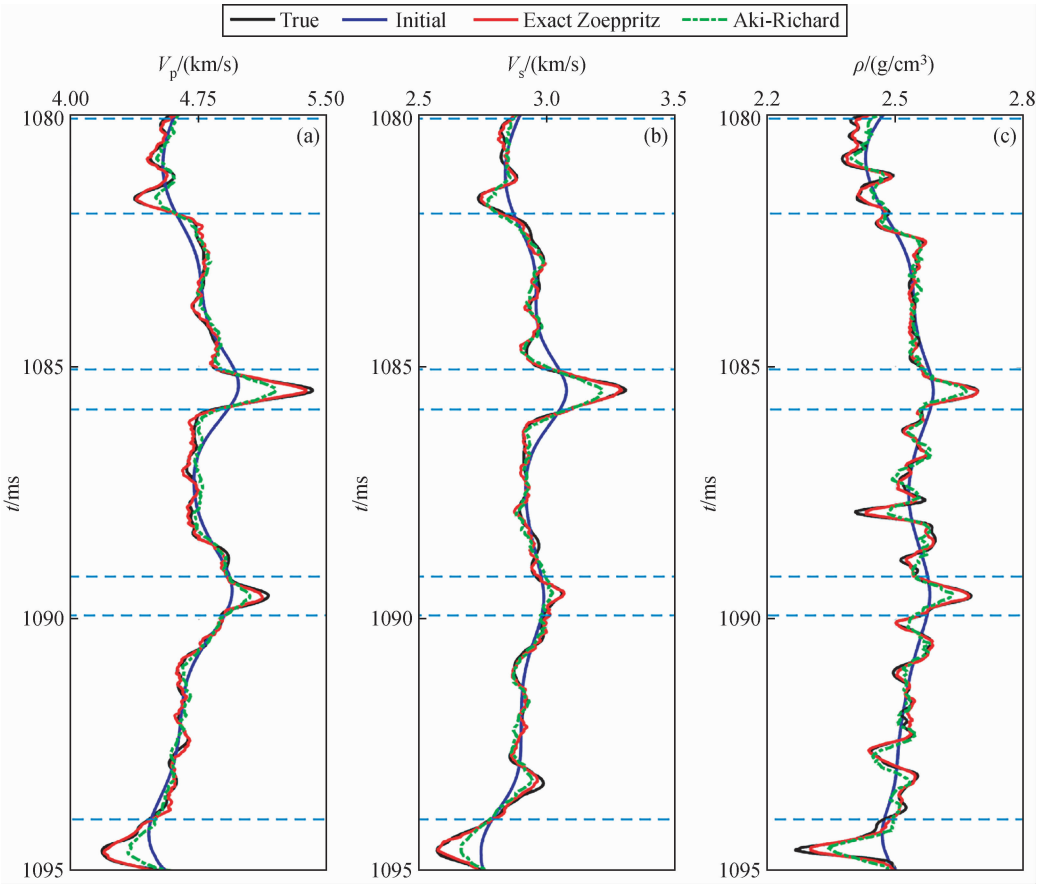


图 4 本文方法与常规 MCMC 方法反演结果对比

(a) 纵波速度;(b) 横波速度;(c) 密度.

Fig. 4 Comparison between inversion results of the proposed method and conventional MCMC

(a) P- wave velocity; (b) S- wave velocity; (c) Density.

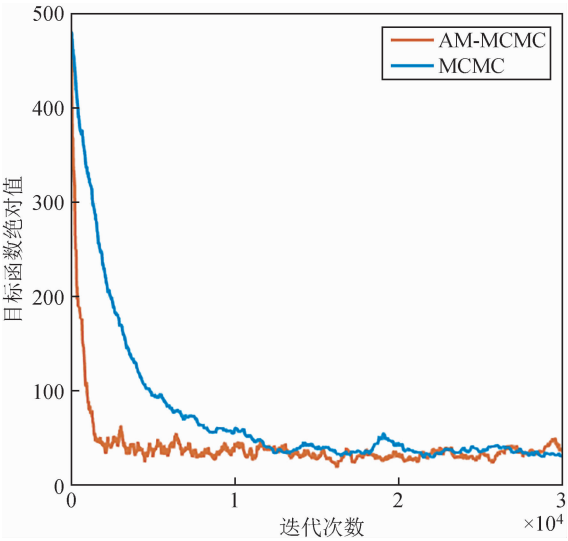


图 5 本文方法与常规 MCMC 方法下目标函数绝对值随迭代次数的变化

Fig. 5 The absolute values of the objective functions for the proposed method and the conventional MCMC method varying with iteration number

黑线为测井曲线,蓝色曲线为初始模型,红色实线和绿色虚线分别表示基于精确 Zoeppritz 方程和 Aki-Richards 近似式反演的结果. 与基于 Aki-Richards 近似式反演结果对比可以发现,即使在弹性参数显著变化的层段(蓝色虚线框),基于精确 Zoeppritz 方程反演的纵横波速和密度与真实模型仍然吻合较好. 为了更直观比较两种方法的预测精度,我们计算了两种方法预测的弹性参数相对误差,如表 1 所示. 不难看出,基于精确 Zoeppritz 方程的 AVO 反演结果比基于线性化公式预测的弹性参数精度更高.

表 1 不同 Zoeppritz 方程下基于 AM-MCMC 的反演结果误差

Table 1 Errors of inversion results based on AM-MCMC under different Zoeppritz equations

Zoeppritz 方程类型	平均相对误差/%		
	纵波速度	横波速度	密度
精确 Zoeppritz 方程	0.3366	0.3010	0.3001
Aki-Richard 近似式	0.4474	0.3983	0.4679

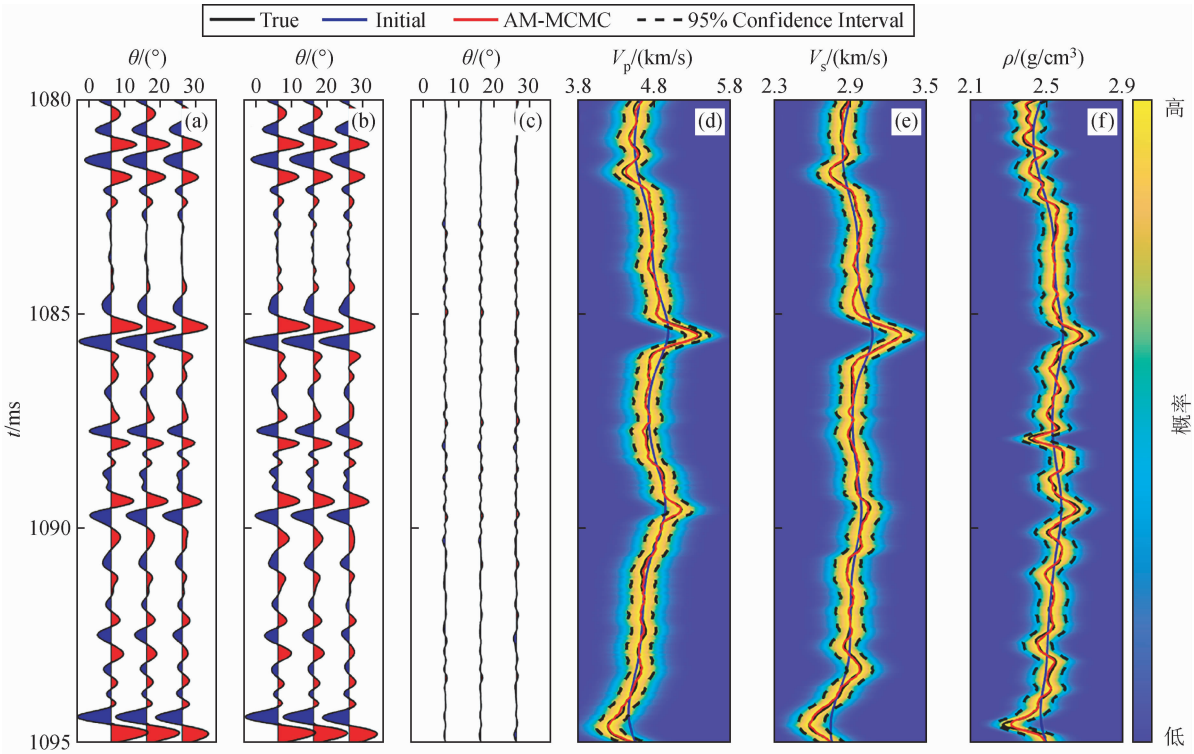


图 6　信噪比为 1000 时弹性参数反演结果

(a) 合成道集;(b) 预测道集;(c) 合成道集与预测道集相减的残差道集;(d) 纵波速度;(e) 横波速度;(f) 密度.

Fig. 6　Elastic parameters' inversion results when SNR is 1000

(a) Synthetic seismic gather; (b) Predicted gather; (c) Difference between synthetic and predicted seismic gathers; (d) P-wave velocity; (e) S-wave velocity; (f) Density.

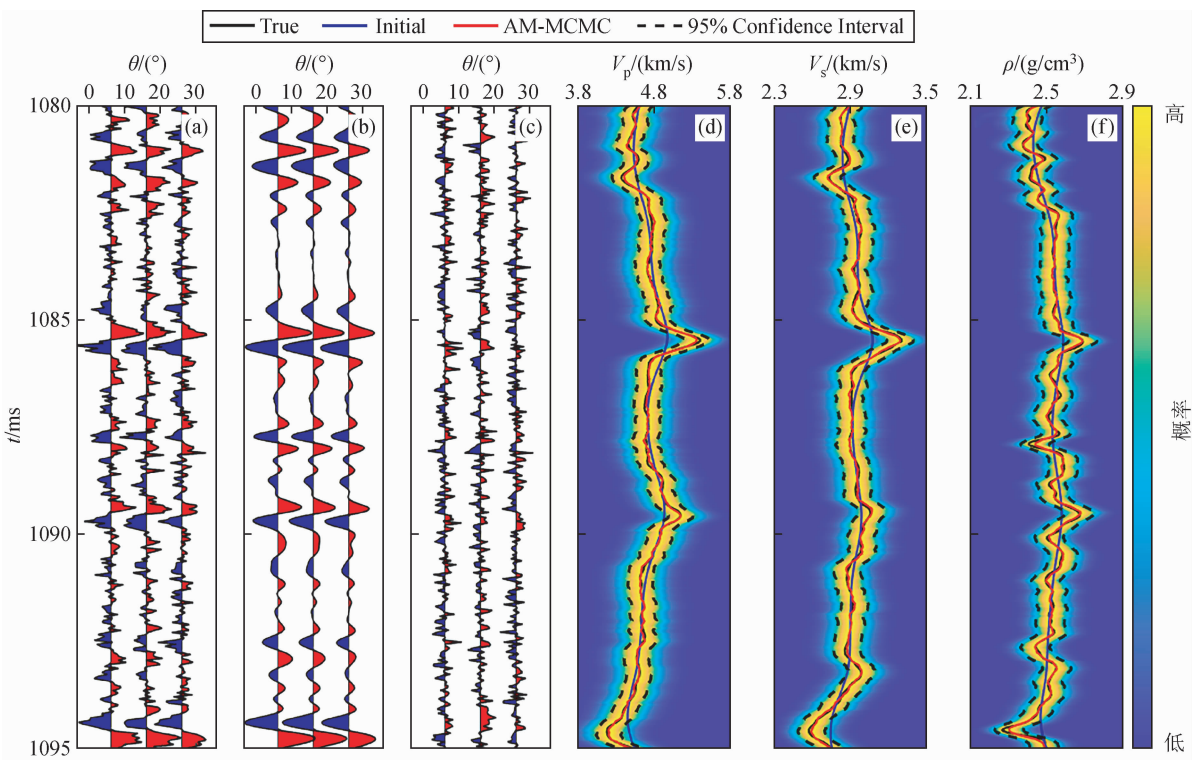


图 7　信噪比为 3 时弹性参数反演结果

(a) 合成道集;(b) 预测道集;(c) 合成道集与预测道集相减的残差道集;(d) 纵波速度;(e) 横波速度;(f) 密度.

Fig. 7　Elastic parameters' inversion results when SNR is 3

(a) Synthetic seismic gather; (b) predicted gather; (c) Difference between synthetic and predicted seismic gathers; (d) P-wave velocity; (e) S-wave velocity; (f) Density.

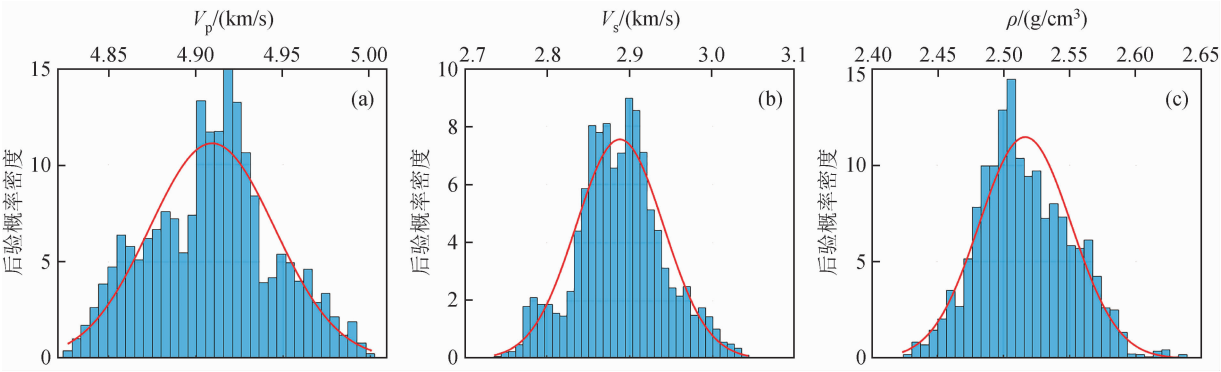


图 8 某采样点处纵波速度(a)、横波速度(b)和密度(c)的后验概率密度统计直方图

Fig. 8 The statistical histogram of P-wave velocity (a), S-wave velocity (b) and density (c)

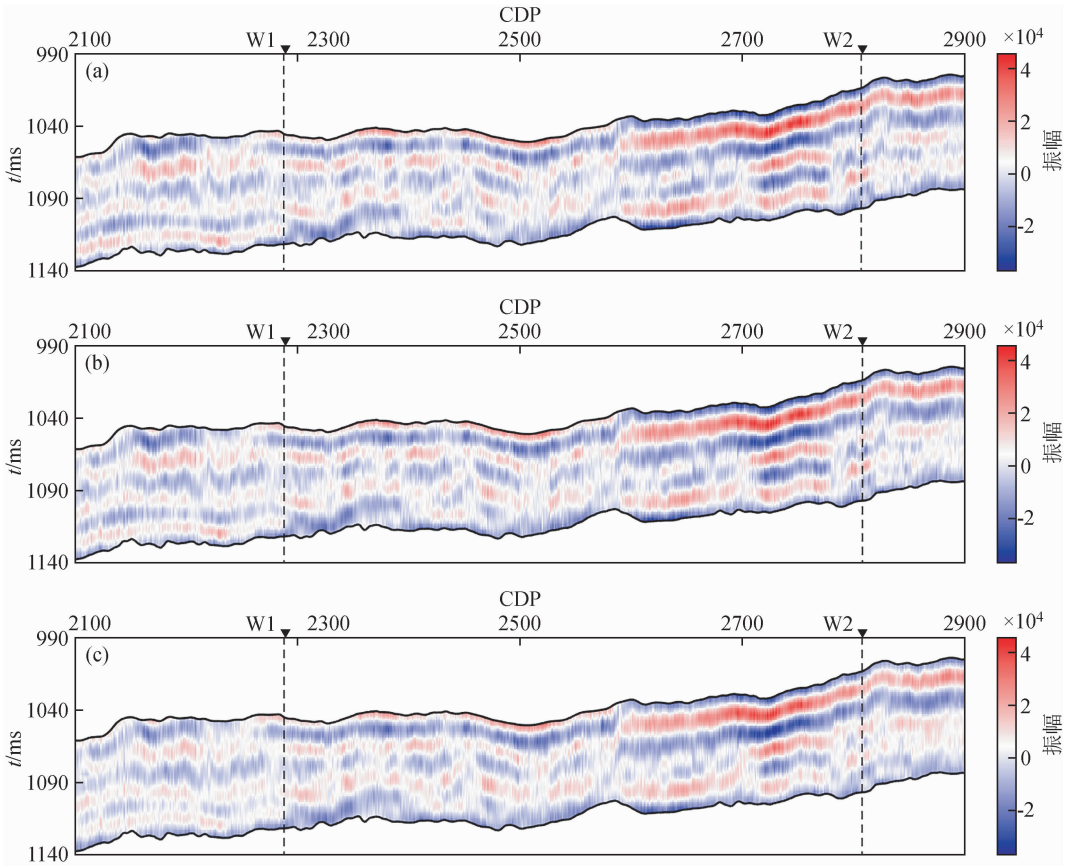


图 9 部分角度叠加地震剖面

(a) 6°(1°~11°);(b) 16°(12°~20°);(c) 26°(22°~30°).

Fig. 9 Partial angle-stacked seismic profiles

图 4 对比了基于精确 Zoeppritz 方程的自适应多链 MCMC 和常规 MCMC 算法反演的弹性参数,其中黑线为测井曲线,蓝色曲线为初始模型,红色实线和绿色虚线分别表示基于自适应多链 MCMC 和常规 MCMC 算法反演的结果. 由图可知,基于自适应多链 MCMC 算法预测的弹性参数比常规 MCMC 算法反演结果精度更高. 表 2 计算了两种方法预测的纵横波速度和密度的相对误差,也表明前者的反演结果误差远小于常规 MCMC 反演结果.

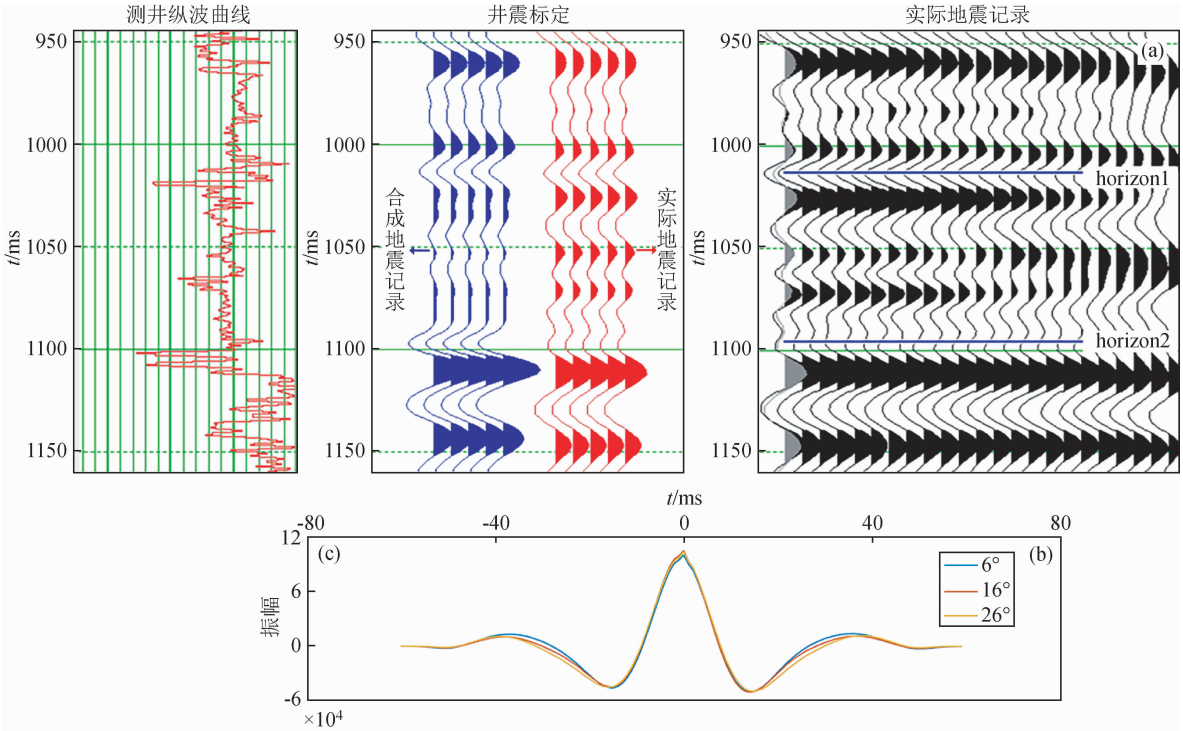


图 10　井震标定与三个角度地震子波的提取
（a）井震标定；（b）提取的地震子波.

Fig. 10　Seismic-well-tie and extraction of seismic wavelets in three angles
（a）Seismic-well-tie；（b）Extraction of seismic wavelets.

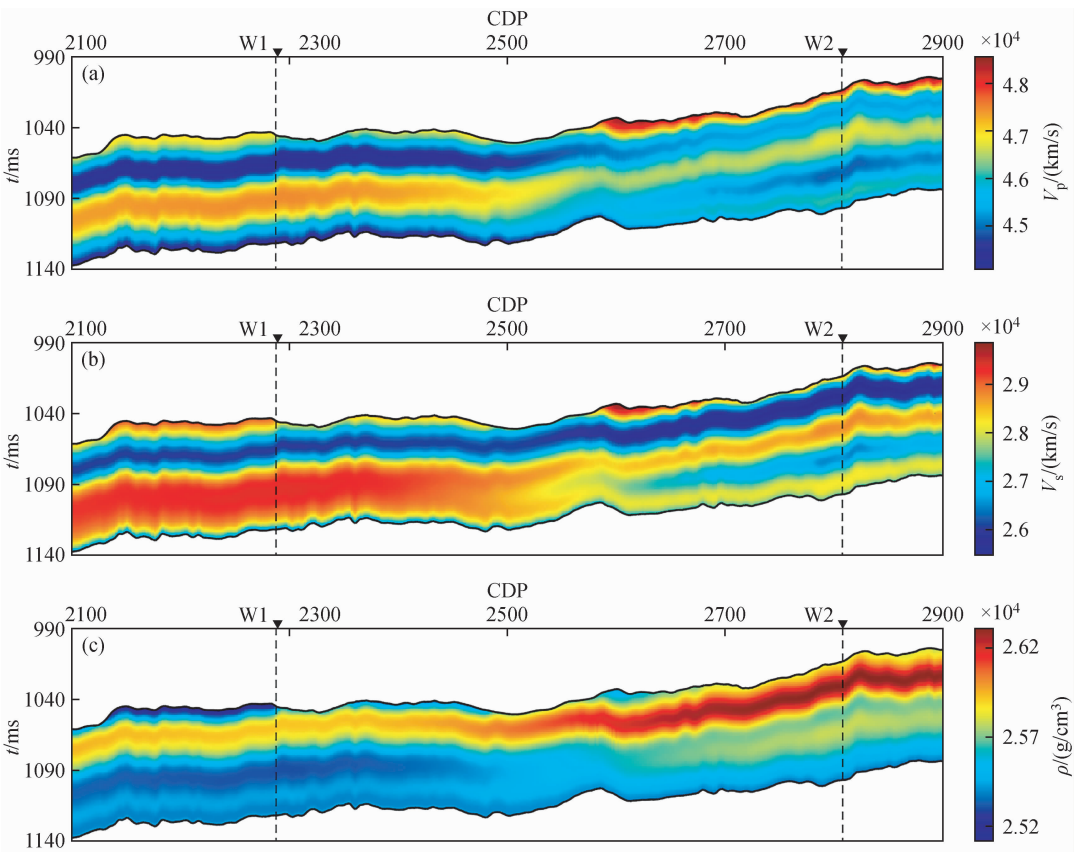


图 11　低频初始模型
（a）纵波速度初始模型；（b）横波速度初始模型；（c）密度初始模型.

Fig. 11　Low-frequency initial model
（a）Initial model of P-wave velocity；（b）Initial model of S-wave velocity；（c）Initial model of Density.

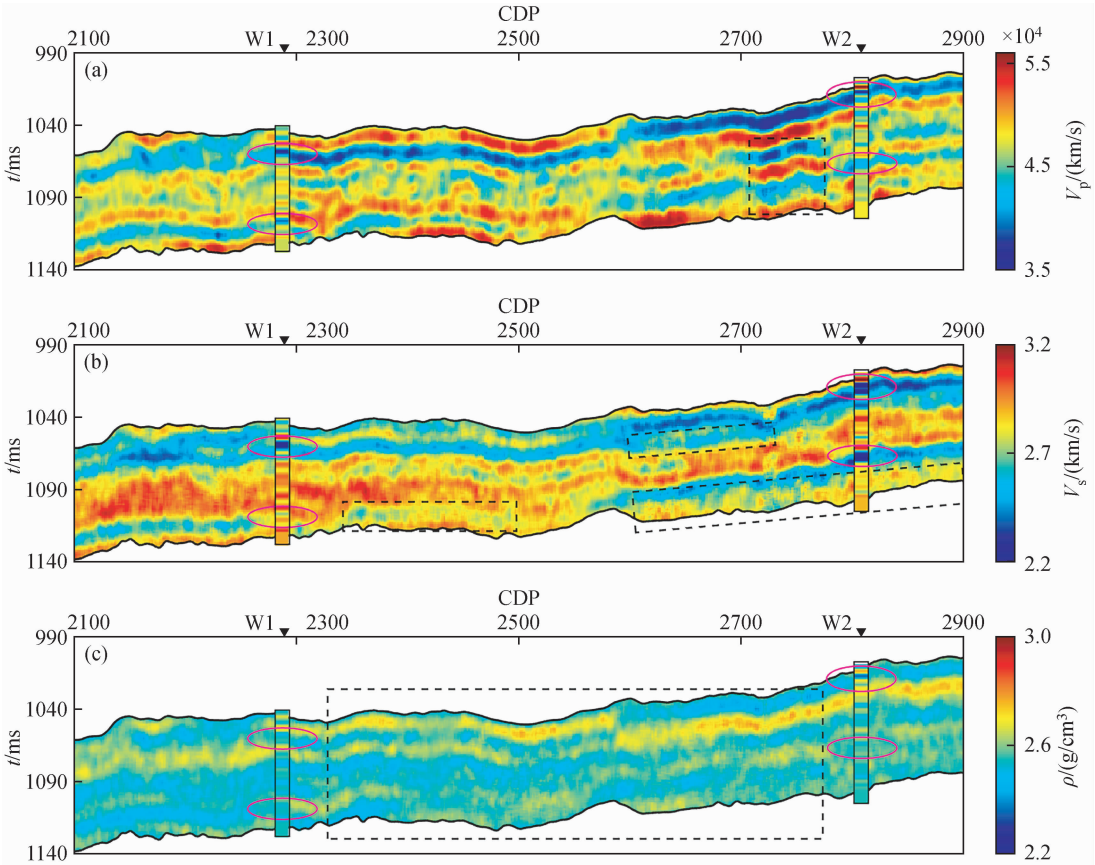


图 12 基于常规 MCMC 的弹性参数反演结果

(a) 纵波速度;(b) 横波速度;(c) 密度.

Fig. 12 Inversion results of elastic parameters based on conventional MCMC

(a) P-wave velocity; (b) S-wave velocity; (c) Density.

表 2 本文方法与常规 MCMC 方法的反演结果误差

Table 2 Errors of inversion results between the proposed method and the conventional MCMC method

反演方法	平均相对误差/%		
	纵波速度	横波速度	密度
AM-MCMC	0.3366	0.3010	0.3001
常规 MCMC	0.8080	0.7034	0.6707

图 5 进一步对比了自适应多链 MCMC 和常规 MCMC 算法反演的目标函数值随迭代次数的变化曲线.从图中可以看出,利用常规 MCMC 算法需迭代 11500 次左右才能达到平稳状态,其用时为 224.2 s,而自适应多链 MCMC 算法仅需迭代 1600 次左右就已经达到平稳状态,且其用时 33.3 s,表明自适应多链 MCMC 算法比常规 MCMC 算法收敛速度更快和计算效率更高.这主要是由于自适应多链 MCMC 算法可以通过动态优化转移核函数来实现马尔科夫链的快速收敛.

为了说明本方法具有一定的抗噪性,在无噪合成地震道集中加入了信噪比分别为 1000 和 3 的高斯噪声(图 6a 和图 7a).图 6b—c 和图 7b—c 分别为信噪比为 1000 和 3 时反演的预测地震道集和合成地震道集与其相减得到的残差道集.从图中可以看出,信噪比越高,反演计算的残差地震道集的振幅值越小,表明预测的地震道集与合成地震道集吻合度较高.图 6d—f 是使用信噪比为 1000 的合成地震道集反演得到的弹性参数,其中黑色曲线为测井数据,蓝色曲线为初始模型,红色曲线为反演结果,黑色虚线为 95% 置信区间,背景颜色表示后验分布.由图可知,纵横波速度和密度的反演值与真实值吻合良好.图 7d—f 是使用信噪比为 3 时的合成地震道集得到的反演结果,图 7 表明当地震数据中含有一定噪声时,反演值与真实值仍然具有较高的一致性,说明所提方法具有良好的抗噪性.除此之外,从

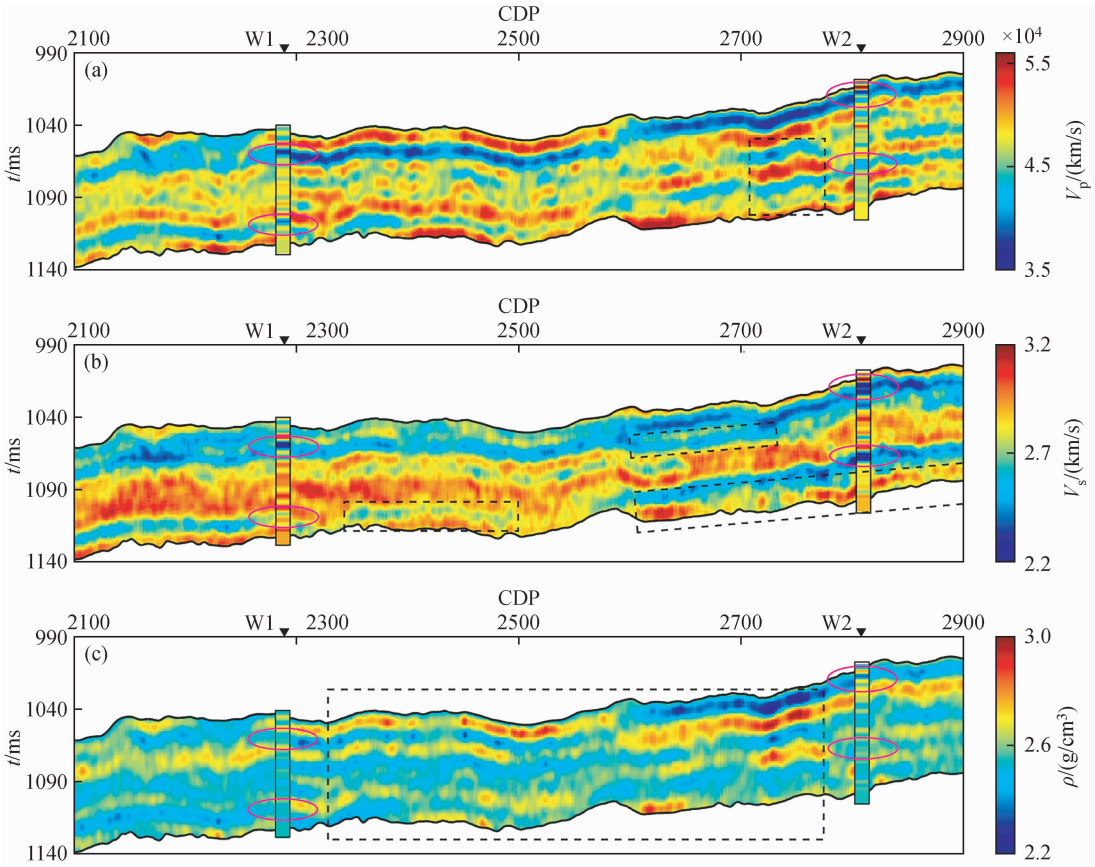


图 13　基于自适应多链 MCMC 的弹性参数反演结果

(a) 纵波速度;(b) 横波速度;(c) 密度.

Fig. 13　Inversion results of elastic parameters based on AM-MCMC

(a) P-wave velocity; (b) S-wave velocity; (c) Density.

图 6 和图 7 可知,后验概率分布显示了反演结果的可靠性,95% 置信区间均较窄证实了反演结果不确定性较小.

利用自适应多链 MCMC 随机采样算法可以获取同一采样点处的弹性参数多次实现,通过对多次实现的结果进行统计分析得到相应的后验概率分布,如图 8 所示. 不难看出,选取的采样点处的纵波速度、横波速度和密度的后验概率分布整体上都服从高斯分布,并与弹性参数的先验分布假设保持一致,因此可以将多次实现的平均值作为叠前地震随机反演结果.

3　实际数据应用

为进一步验证所提出的自适应多链 MCMC 叠前随机反演方法的可行性和有效性,选取四川盆地安岳气田某地区的实际地震数据对其进行测试. 该二维测线共 801 个地震道集,每道的角度范围为 1°~43°(角度间隔为 2°),采样间隔为 1 ms,目标层段的双程走时介于 990 ms 到 1140 ms 之间. 所选测线过两口井 W1 和 W2,其中 W2 井为工业气井,日产气 114300 m^3,而 W1 井日产气 8646 m^3. 此外,W1 位于第 2288 道,目标层深度位于 1045 ~ 1122 ms,W2 井位于第 2807 道,目的层深度位于 1013 ~ 1097 ms. 选取的二维地震测线资料品质较好,信噪比较高,同相轴大体连续,经过保幅处理后,地震振幅相对保真. 将叠前偏移数据由偏移距域映射至角度域,并对角度域地震数据进行局部角度叠加,得到大、中、小三个角度的叠加地震剖面,如图 9 所示. 其中,图 9a、b、c 对应的叠加角度范围分别为 1°~11°、12°~20°和 22°~30°. 从图中可以看出,不同角度叠加地震剖面具有一致的地质结构特征,但地震振幅存在一定差异.

利用井震标定获取时深关系曲线,并提取角度分别为 6°、16°和 26°的地震子波,如图 10 所示. 从

图中可观察到,井旁地震道与合成地震道吻合较好,且子波能量比较集中,证明了提取的三个角度子波的合理性和可靠性.图 11 是在地震层位约束下,利用声波和密度测井数据构建过 W1 和 W2 井的弹性参数低频模型.图 12 和图 13 分别为通过常规 MCMC 和自适应多链 MCMC 方法反演得到的弹性参数,其中柱状图是由测井曲线生成的,椭圆区域指示含气储层位置.可以看出,两种方法获取的反演结果均与测井数据吻合较好,并且具有较高的分辨率和横向连续性以及呈现出丰富的细节特征.在含气储层处得到的纵横波速度显示为低值,密度略有下降.

需要指出的是,尽管两种反演结果都能较好地对地下弹性参数进行有效表征,但本文方法在密度的反演中能够捕捉更多细节特征(黑色虚线矩形框).这也表明,本文方法比常规 MCMC 方法的稳定性和精度更高.此外,常规 MCMC 采样算法完成整个研究工区反演所需用时为 54017.696 s,平均单道地震反演需用时 67.438 s;而本文方法仅需用时 19327.089 s,平均每道所用时长仅 24.129 s,极大地提升了反演的效率.

4 结 论

本文基于精确 Zoeppritz 方程,在贝叶斯理论框架下,提出了一种基于自适应多链 MCMC 的叠前弹性参数反演方法,为致密砂岩储层精细刻画提供了针对性指导,通过模型数据测试与实际数据应用,可以得出以下结论:

(1)使用精确 Zoeppritz 方程和贝叶斯理论推导出反演的目标函数,有效避免了基于 Aki-Richard 近似式的叠前地震反演在大入射角时可能出现的失真问题,反演的弹性参数精度更高.

(2)自适应多链 MCMC 算法通过自适应更新策略加快了马尔科夫链的收敛速度,相较于常规 MCMC 算法,本文方法具有更高的计算效率,同时采用多条马尔科夫链的协同随机模拟提高了概率化地震反演的稳定性与计算效率,在低信噪比情况下,仍然可以取得较好的反演结果,说明算法的抗噪性较强.

(3)实际数据应用表明,本文方法反演得到的纵横波速度及密度与测井曲线具有较高的一致性,较好地刻画了致密砂岩储层弹性特性,并揭示了致密砂岩储层气藏分布规律,为致密砂岩气储层描述提供了新的方法和技术.

附录 A 自适应协方差递推公式的推导

给定样本数据$\{m_1,\cdots,m_{t-1},m_t\}$的协方差可由经验公式来计算,表达式为:

$$\mathrm{Cov}(m_1,\cdots,m_{t-1},m_t)=\frac{1}{t}\left(\sum_{k=1}^{t}m_k m_k^{\mathrm{T}}-(t+1)\,\overline{m}_t\,\overline{m}_t^{\mathrm{T}}\right), \tag{A1}$$

其中 $\overline{m}_t=\frac{1}{t}\sum_{k=1}^{t}m_k$.

当 $i>t_0$ 时,将式(A1)代入到式(2)中,可以得到:

$$\boldsymbol{C}_i=s\frac{1}{i-1}\left(\sum_{k=1}^{i-1}m_k m_k^{\mathrm{T}}-i\,\overline{m}_{i-1}\,\overline{m}_{i-1}^{\mathrm{T}}\right)+s\varepsilon\boldsymbol{I}, \tag{A2}$$

令 $S_i=\sum_{k=1}^{i-1}m_k m_k^{\mathrm{T}}$,将式(A2)进行变换可得:

$$S_i=\frac{(\boldsymbol{C}_i-s\varepsilon\boldsymbol{I})(i-1)}{s}+i\,\overline{m}_{i-1}\overline{m}_{i-1}^{\mathrm{T}}, \tag{A3}$$

当迭代次数为 $i+1$ 时,由式(A2)可得:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{C}_{i+1}&=\frac{s}{i}\left(\sum_{k=1}^{i}m_k m_k^{\mathrm{T}}-(i+1)\,\overline{m}_i\,\overline{m}_i^{\mathrm{T}}\right)+s\varepsilon\boldsymbol{I}\\&=\frac{s}{i}\left(\sum_{k=1}^{i-1}m_k m_k^{\mathrm{T}}+m_i m_i^{\mathrm{T}}-(i+1)\,\overline{m}_i\,\overline{m}_i^{\mathrm{T}}\right)+s\varepsilon\boldsymbol{I}\\&=\frac{s}{i}(S_i+m_i m_i^{\mathrm{T}}-(i+1)\,\overline{m}_i\,\overline{m}_i^{\mathrm{T}})+s\varepsilon\boldsymbol{I}.\end{aligned} \tag{A4}$$

将式(A3)代入到式(A4)中可以得到:

$$\boldsymbol{C}_{i+1}=\frac{s}{i}\left(\frac{(\boldsymbol{C}_i-s\varepsilon\boldsymbol{I})(i-1)}{s}+i\,\overline{m}_{i-1}\overline{m}_{i-1}^{\mathrm{T}}+m_i m_i^{\mathrm{T}}-(i+1)\overline{m}_i\,\overline{m}_i^{\mathrm{T}}\right)+s\varepsilon\boldsymbol{I}, \tag{A5}$$

最后对式(A5)进行整理即可得到:

$$\boldsymbol{C}_{i+1}=\frac{i-1}{i}\boldsymbol{C}_i+\frac{s}{i}(i\,\overline{m}_{i-1}\overline{m}_{i-1}^{\mathrm{T}}-(i+1)\overline{m}_i\,\overline{m}_i^{\mathrm{T}}+m_i m_i^{\mathrm{T}}+\varepsilon\boldsymbol{I}). \tag{A6}$$

致 谢 感谢审稿专家提出的修改意见和编辑部的大力支持!

References

Aki K, Richards P G. 1980. Quantitative Seismology: Theory and Method. San Francisco: W. H. Freeman & Co.

Aleardi M, Vinciguerra A, Hojat A. 2021. A geostatistical Markov chain Monte Carlo inversion algorithm for electrical resistivity tomography. Near Surface Geophysics, 19(1): 7-26, doi: 10.1002/nsg.12133.

Bortfeld R. 1961. Approximations to the reflection and transmission

coefficients of plane longitudinal and transverse waves. Geophysical Prospecting, 9(4): 485-502, doi: 10.1111/j.1365-2478.1961.tb01670.x.

De Figueiredo L P, Grana D, Bordignon F L, *et al*. 2018. Joint Bayesian inversion based on rock-physics prior modeling for the estimation of spatially correlated reservoir properties. Geophysics, 83(5): M49-M61, doi: 10.1190/geo2017-0463.1.

Fatti J L, Smith G C, Vail P J, *et al*. 1994. Detection of gas in sandstone reservoirs using AVO analysis: A 3-D seismic case history using the Geostack technique. Geophysics, 59(9): 1362-1376, doi: 10.1190/1.1443695.

Gelman A, Roberts G O, Gilks W R. 1996. Efficient Metropolis jumping rules. //Bernardo J M, Berger J O, Dawid A P, *et al* eds. Bayesian Statistics 5: Proceedings of the Fifth Valencia International Meeting. Oxford: Oxford University Press, 599-608.

Grana D, De Figueiredo L, Mosegaard K. 2022. Markov chain Monte Carlo for petrophysical inversion. Geophysics, 87(1): M13-M24, doi: 10.1190/geo2021-0177.1.

Guo Q, Zhang H B, Tian J B, *et al*. 2018. A nonlinear multiparameter prestack seismic inversion method based on hybrid optimization approach. Arabian Journal of Geosciences, 11(3): 48, doi: 10.1007/s12517-018-3392-y.

Haario H, Saksman E, Tamminen J. 2001. An adaptive Metropolis algorithm. Bernoulli, 7(2): 223-242, doi: 10.2307/3318737.

Hastings W K. 1970. Monte Carlo sampling methods using Markov chains and their applications. Biometrika, 57(1): 97-109, doi: 10.1093/biomet/57.1.97.

Hu Y, Dai R H, Yin C, *et al*. 2024. AVA inversion with adaptive selection of regularization parameters based on generalized Stein's unbiased risk estimation. Progress in Geophysics (in Chinese), 39(6): 2265-2274, doi: 10.6038/pg2024HH0424.

Innanen K A, Mahmoudian F. 2015. Characterizing the degree of amplitude-variation-with-offset nonlinearity in seismic physical modelling reflection data. Geophysical Prospecting, 63(1): 133-140, doi: 10.1111/1365-2478.12169.

Li J, Zhang H, Shi Y L. 2025. Markov chain Monte Carlo inversion with cuckoo algorithm. Chinese Journal of Geophysics (in Chinese), 68(4): 1511-1520, doi: 10.6038/cjg2023R0108.

Li Y. 2014. The study of seismic inversion method based on adaptive Metropolis-Markov chain Monte Carlo [Master's thesis] (in Chinese). Qingdao: China University of Petroleum (East China).

Metropolis N, Rosenbluth A W, Rosenbluth M N, *et al*. 1953. Equation of state calculations by fast computing machines. The Journal of Chemical Physics, 21(6): 1087-1092, doi: 10.1063/1.1699114.

Niu L P, Hu H F, Zhou D, *et al*. 2024. Bayesian prestack seismic stochastic inversion based on the exact Zoeppritz equation. Geophysical and Geochemical Exploration (in Chinese), 48(1): 77-87, doi: 10.11720/wtyht.2024.2572.

Pan X P, Zhang G Z, Zhang J J, *et al*. 2017. Zoeppritz-based AVO inversion using an improved Markov chain Monte Carlo method. Petroleum Science, 14(1): 75-83, doi: 10.1007/s12182-016-0131-4.

Richards P G, Frasier C W. 1976. Scattering of elastic waves from depth-dependent inhomogeneities. Geophysics, 41(3): 441-458, doi: 10.1190/1.1440625.

Shuey R T. 1985. A simplification of the Zoeppritz equations. Geophysics, 50(4): 609-614, doi: 10.1190/1.1441936.

Smith G C, Gidlow P M. 1987. Weighted stacking for rock property estimation and detection of gas. Geophysical Prospecting, 35(9): 993-1014, doi: 10.1111/j.1365-2478.1987.tb00856.x.

Stuart A M. 2010. Inverse problems: a Bayesian perspective. Acta Numerica, 19: 451-559, doi: 10.1017/S0962492910000061.

Sun Y C. 2018. Geostatistical inversion based on Bayesian-MCMC algorithm and its applications in reservoir simulation. Progress in Geophysics (in Chinese), 33(2): 724-729, doi: 10.6038/pg2018BB0174.

Vernik L. 2016. Seismic Petrophysics in Quantitative Interpretation. Tulsa, Oklahoma: Society of Exploration Geophysicists.

Wang D Y, Zhang G Z. 2010. AVO simultaneous inversion using Markov chain Monte Carlo. //SEG Technical Program Expanded Abstracts. SEG, 444-448.

Wang D Y. 2012. Pre-stack seismic inversion based on Markov Chain Monte Carlo method[Master's thesis](in Chinese). Qingdao: China University of Petroleum (East China).

Wang L Q, Zhou H, Wang Y F, *et al*. 2019. Three-parameter prestack seismic inversion based on L_{12} minimization. Geophysics, 84(5): R753-R766, doi: 10.1190/geo2018-0730.1.

Xiang K, Chen K, Duan X B, *et al*. 2022. Stochastically simultaneous inversion of prestack data using APSO-MCMC method. Geophysical Prospecting for Petroleum (in Chinese), 61(4): 673-682, doi: 10.3969/j.issn.1000-1441.2022.04.010.

Yin X Y, Liu C J, Wang B L. 2017. Pre-stack stochastic inversion based on hybrid genetic algorithm. Journal of China University of Petroleum (Edition of Natural Science) (in Chinese), 41(4): 65-70, doi: 10.3969/j.issn.1673-5005.2017.04.008.

Zhang G Z, Wang D Y, Yin X Y, *et al*. 2011. Study on prestack seismic inversion using Markov Chain Monte Carlo. Chinese Journal of Geophysics (in Chinese), 54(11): 2926-2932, doi: 10.3969/j.issn.0001-5733.2011.11.022.

Zhao C, Guo S W, Jin F M, *et al*. 2023. Elastic impedance inversion method of seismic data based on optimized MCMC algorithm. Mineral Resources and Geology (in Chinese), 37(3): 587-596, doi: 10.19856/j.cnki.issn.1001-5663.2023.03.020.

Zhao R R, Wang X X, Wang Y, *et al*. 2022. Research of AVO inversion for P-and S-wave inverse quality factors. Progress in Geophysics (in Chinese), 37(6): 2518-2528, doi: 10.6038/pg2022FF0579.

Zhou S S, Yin X Y, Pei S, *et al*. 2021. Monte Carlo-Markov Chain stochastic inversion constrained by seismic waveform. Oil Geophysical Prospecting (in Chinese), 56(3): 543-554, 592, doi: 10.13810/j.cnki.issn.1000-7210.2021.03.013.

Zoeppritz K. 1919. On the reflection and propagation of seismic waves. Gottinger Nachrichten, 1(5): 66-84.

附中文参考文献

虎鹰, 代荣获, 尹成, 等. 2024. 基于广义 Stein 无偏风险估计的自适应正则化参数 AVA 反演. 地球物理学进展, 39(6): 2265-2274, doi: 10.6038/pg2024HH0424.

李进, 张怀, 石耀霖. 2025. 基于布谷鸟算法的马尔可夫链蒙特卡洛反演方法. 地球物理学报, 68(4): 1511-1520, doi: 10.6038/cjg2023R0108.

李远. 2014. 基于 AM-MCMC 的地震反演方法研究[硕士论文]. 青岛: 中国石油大学(华东).

牛丽萍, 胡华锋, 周单, 等. 2024. 基于精确 Zoeppritz 方程的贝叶斯叠前地震随机反演. 物探与化探, 48(1): 77-87, doi: 10.11720/wtyht.2024.2572.

孙月成. 2018. 基于 Bayesian-MCMC 算法的地质统计学反演及其在油藏模拟中的应用. 地球物理学进展, 33(2): 724-729, doi: 10.6038/pg2018BB0174.

王丹阳. 2012. 基于 MCMC 方法的叠前反演方法研究[硕士论文]. 青岛: 中国石油大学(华东).

向坤, 陈科, 段心标, 等. 2022. 基于 APSO-MCMC 的叠前三参数同步随机反演方法研究. 石油物探, 61(4): 673-682, doi: 10.3969/j.issn.1000-1441.2022.04.010.

印兴耀, 刘婵娟, 王保丽. 2017. 基于混合遗传算法的叠前随机反演方法. 中国石油大学学报(自然科学版), 41(4): 65-70, doi: 10.3969/j.issn.1673-5005.2017.04.008.

张广智,王丹阳,印兴耀,等. 2011. 基于 MCMC 的叠前地震反演方法研究. 地球物理学报,54(11):2926-2932,doi:10.3969/j.issn.0001-5733.2011.11.022.

赵晨,郭淑文,金凤鸣,等. 2023. 基于优化 MCMC 算法的地震弹性阻抗反演方法. 矿产与地质,37(3):587-596,doi:10.19856/j.cnki.issn.1001-5663.2023.03.020.

赵容容,汪晓星,王轶,等. 2022. 纵、横波逆品质因子 AVO 反演方法研究. 地球物理学进展,37(6):2518-2528,doi:10.6038/pg2022FF0579.

周爽爽,印兴耀,裴松,等. 2021. 地震波形约束的蒙特卡洛—马尔科夫链随机反演方法. 石油地球物理勘探,56(3):543-554,592,doi:10.13810/j.cnki.issn.1000-7210.2021.03.013.