2026 年第 41 卷 第 5 期
2026,41(5):2232-2255

地球物理学进展 Progress in Geophysics
http://www.progeophys.cn

ISSN 1004-2903
CN 11-2982/P

王林峰,蔡波,谢明君,等. 2026. 非连续变形分析法的理论与工程应用研究进展. 地球物理学进展,41(5):2232-2255,doi:10.6038/pg2026JJ0339.

WANG LinFeng,CAI Bo,XIE MingJun, *et al*. 2026. Review of theoretical developments and engineering applications in discontinuous deformation analysis. *Progress in Geophysics* (in Chinese), 41(5):2232-2255,doi:10.6038/pg2026JJ0339.

非连续变形分析法的理论与工程应用研究进展

Review of theoretical developments and engineering applications in discontinuous deformation analysis

王林峰[1,2],蔡波[1*],谢明君[1],周龙[1],何杰[1]

WANG LinFeng[1,2],CAI Bo[1*],XIE MingJun[1],ZHOU Long[1],HE Jie[1]

1. 重庆交通大学,山区公路水运交通地质减灾重庆市高校市级重点实验室,重庆 400074
2. 三峡大学,三峡库区地质灾害教育部重点实验室,湖北宜昌 443002
1. *Key Laboratories of Mountainous Area Highway Transportation and Transportation Geological Disaster Reduction in University of Chongqing*,*Chongqing Jiaotong University*,*Chongqing* 400074,*China*
2. *Key Laboratory of Geological Hazards on Three Gorges Reservoir Area*,*China Three Gorges University*,*Yichang Hubei* 443002,*China*

摘 要 随着复杂岩土工程的日益增多,传统连续介质理论难以准确描述岩体在复杂环境与强扰动下的不连续变形行为. 非连续变形分析法(Discontinuous Deformation Analysis, DDA)作为一种高度适应岩体离散特征的数值模拟方法,在处理大变形、大位移及复杂边界条件下的动力响应方面具有独特的优势. 本文首先梳理了 DDA 的理论框架与改进方法,尤其是接触检测、边界条件以及多场耦合建模方面的研究进展,其次总结了不同维度下 DDA 在边坡工程、地下工程以及地震和爆破荷载响应等方面的应用成果,最后分析了 DDA 的理论研究、工程应用及其未来的研究方向. 研究结果表明:DDA 凭借其对块体运动与接触行为的良好适应性,在多类岩体工程中展现出显著优势. 不仅有效揭示了岩体倾倒、滑移等失稳机制,精准模拟危险块体的运动路径,还通过引入黏性边界条件与摩擦衰减机制提升了滑移过程模拟的精度,进而实现了从爆腔扩展、裂隙发育至爆堆成形的全过程动态重构. 未来研究应重点聚焦于接触算法与摩擦本构模型、多场协同作用的耦合框架、高性能并行计算方法,以及融合机器学

Abstract With the increasing complexity of geotechnical engineering projects, traditional continuum mechanics theories struggle to accurately characterize the discontinuous deformation behavior of rock masses under complex environments and strong disturbances. As a numerical simulation method well-suited to the discrete nature of rock masses, the Discontinuous Deformation Analysis (DDA) method offers unique advantages in handling dynamic responses under conditions of large deformation, large displacement, and complex boundary constraints. This paper first reviews the theoretical framework and improvements of DDA, with particular attention to advances in contact detection, boundary conditions, and multi-physics coupling modeling. It then summarizes the achievements of DDA applications in various dimensions, including slope engineering, underground construction, and responses to seismic and blasting loads. Finally, it analyzes the current challenges and future research directions in both theoretical development and engineering practice. The results show that, owing to its adaptability to block motion and contact behavior, DDA demonstrates remarkable advantages in a wide range of rock engineering problems. It not only elucidates instability mechanisms such as block toppling and sliding, and accurately simulates hazardous block trajectories, but also improves the precision of sliding process modeling through the incorporation of viscous

收稿日期 2025-12-26; **修回日期** 2026-03-19. **投稿网址** http://www.progeophys.cn

基金项目 国家自然科学基金资助项目(U22A20600)、重庆市研究生导师团队建设项目(JDDSTD2022009)和三峡库区地质灾害教育部重点实验室(三峡大学)开放研究基金(2023KDZ07)联合资助.

第一作者简介 王林峰,男,1983 年生,教授,博士生导师,研究方向为山区地质灾变机理与智能减灾. E-mail: wanglinfeng@cqjtu.edu.cn

***通讯作者** 蔡波,男,1998 年生,博士研究生,研究方向为山区边坡灾变机理与防治. E-mail: caibo7766@163.com

习的智能建模与工程风险预测.以增强 DDA 在复杂岩体工程灾变分析中的适应性与实用性,为复杂岩体工程中的灾变预测与风险防控提供理论支撑和数值工具.

关键词　岩石力学;非连续变形分析法(DDA);块体接触理论;多场耦合;工程应用

中图分类号　P631

文献标识码　A

doi:10.6038/pg2026JJ0339

CSTR:32085.14.pg2026JJ0339

boundary conditions and friction attenuation mechanisms. These advances enable dynamic reconstruction of the entire process from blast cavity expansion and fracture propagation to muck pile formation. Future research should focus on refining contact algorithms and friction constitutive models, developing multi-field coupling frameworks, advancing high-performance parallel computing, and integrating intelligent modeling with machine learning for engineering risk prediction. Such efforts will enhance the adaptability and practicality of DDA for catastrophic event analysis in complex rock masses, providing robust theoretical support and numerical tools for disaster prediction and risk mitigation in complex rock engineering.

Keywords　Rock Mechanics; Discontinuous Deformation Analysis (DDA); Block contact theory; Multi-physics coupling; Engineering applications

0　引　言

岩体通常指天然赋存于地壳中、由岩石材料与地质结构面共同组成的复杂地质实体,广泛存在于岩土工程、地质工程以及水利水电工程等领域中.一般由大量节理、裂隙或断层等复杂非连续结构面构成,具有显著的非均质性与非连续性特征.这些结构面控制着岩体的力学性能与变形破坏模式,直接关系到工程的稳定性与安全性.在工程实践中,传统连续介质力学方法如有限元法(FEM)、有限差分法(FDM)等虽然有着较长的发展时间,但在岩体裂隙扩展、块体滑移、渐进破坏等非连续行为分析时,往往难以准确描述块体间相互接触、分离及动力响应过程等固有局限性,导致计算结果与实际工程存在显著差异.因此,建立适用于非连续介质的高效数值模拟方法,成为工程数值分析领域的重要课题.

在此背景下,非连续变形分析法(Discontinuous Deformation Analysis, DDA)应运而生.DDA 在 FEM、极限平衡法(LEM)以及离散元法(DEM)基础上提出的一种块体不连续变形数值分析方法,其基于总势能最小化原理,以增量的形式构建动态问题的整体平衡方程,并采用 Newmark 时间积分的隐式算法求解(Shi, 1988; Shi and Goodman, 1989).DDA 采用位移模式(通常为一次或高次多项式)描述每个刚性或可变形块体的运动(包括刚体位移与内部应变),并引入惩罚函数和拉格朗日乘子法等处理复杂多变的多块体接触约束条件,特别适用于块体之间的接触、分离、滑移、转动等非线性复杂行为.同时,DDA 能够较为精准的模拟块体系统从非连续变形到完全分离、发生大位移乃至失稳破坏的全过程动力学行为,为解决多节理、强非线性以及破裂演化特征的岩体系统稳定性问题提供了强有力的数值工具.与之相对应的是,研究者们从早期主要聚焦于 DDA 在二维空间中对简单块体系统接触行为的模拟与数值算法稳定性的研究,逐渐转向对复杂地质结构下三维非连续变形过程的精细建模、多场耦合响应及工程应用实效性等问题的探讨.近三十年来,DDA 在工程实践中展现出显著的应用潜力,已广泛用于边坡稳定性分析、隧道围岩变形与失稳模拟、地震诱发滑坡演化过程研究等领域.值得关注的是,基础算法的创新、多场耦合机制的拓展与工程实际问题的应用分析三者之间形成了内在的协同关系:关键算法的改进为多场耦合模型提供了可靠的数值支撑,而多场耦合机制的研究又反向促进了 DDA 在复杂环境下的工程适应性与预测能力.因此,从"关键技术-多场耦合-工程应用"的系统视角对 DDA 的发展脉络进行梳理与总结,不仅有助于深化对该方法内在机理与发展趋势的理解,也为复杂地质灾害的数值模拟与风险预测提供了新的理论支撑与技术路径.

为此,本文首先系统梳理了 DDA 的理论与应用研究历程,详细阐释其在处理岩体非连续破坏过程中的理论优势与关键技术演进.随后,从方法优化、数值实现和工程应用三个维度,全面总结了 DDA 在实际岩土工程中的代表性研究成果与应用进展.在此基础上,进一步梳理了当前 DDA 在块体接触建模、多场耦合分析及复杂地质环境适应性等方面面临的核心挑战与技术瓶颈.最后,结合当前工程发展趋势,展望了 DDA 未来在模型精细化、多物理场耦合及高性能计算等方向的研究重点,旨在为复杂地质条件下岩体稳定性分析与地质灾害预测提供理论支撑与技术参考.

1 DDA 关键技术研究进展

1.1 DDA 研究历程

DDA (Shi and Goodman, 1985, 1989)是块体岩土介质离散分析的重要开创性方法之一,最早由 Shi (1988)首创提出的一种数值分析方法. DDA 具有完备的块体运动学理论及其数值可靠性、全一阶(或高阶)多项式位移模式、严格的平衡假定、正确的能力消耗和高计算率等特点. 旨在克服传统连续介质力学难以处理结构面离散性及大变形的问题. 该方法的核心思想是将多块体视为刚体并允许其发生相对运动与相互碰撞,通过隐式积分方式迭代求解. 此后,Shi(1993)进一步完善了块体接触的检测与力学约束关系的求解方法,首次明确了块体运动学方程组与约束条件的集成. DDA 的提出在岩石力学界引起了广泛关注,被认为是继有限元和离散元之后又一有效描述复杂块体系统动力响应的重要数值方法. 随着三维 DDA 的数学框架及接触处理算法被提出(王如路等, 1996; Shi, 2001; 姜清辉, 2000),填补了块体系统三维位移与转动耦合模拟的空白,标志着 DDA 由理论原型向多维实际应用演化的重要一步. 同时,DDA 也初步应用于裂隙岩体的力学分析和岩质边坡稳定研究中(裴觉民和吕祖珩, 1996; 栾茂田等, 2000; 王书法等, 2000).

国内外学者们的研究不断深入及工程需求多样化的发展,原始的二维静力 DDA 已难以满足真实工程问题的需求. 这一阶段,DDA 与其数值分析方法逐渐形成互补,适应于岩体渗流、热应力等多物理场耦合问题. Jing 等(2001)基于非连续变形分析法,实现了在非连续介质中的岩体渗流的流固耦合模拟. Cheng 和 Zhang(2002)提出了将 DDA 与 FEM 耦合的技术,并通过若干实例验证了该耦合方法的有效性. 沈振中和大西有三(2004)基于 DDA 提出了岩体边坡破坏时极限摩擦角的确定方法,通过对水库边坡进行稳定分析,得到了多种水位变化条件下,岩体边坡的稳定安全系数. Wang 等(2016)考虑了楔形体沿倾斜平面滑动并与水体相互作用,提出了耦合 DDA-SPH 方法以解决固液相互作用问题.

随着计算机硬件与并行计算技术的快速发展,郑春梅(2010)推导出了 DDA 块体的四节点非常应变高阶位移函数,并给出在该函数形式下由势能极值得到的各子矩阵形式. Wu(2010a)将时间依赖的加速度施加于基底块体以及通过时间依赖的方式约束基底块体的地震位移,证实了 DDA 在地震滑坡模拟的可行性. 与此同时,针对 DDA 计算模拟岩体破坏问题,进一步扩展并应用于模拟爆破诱发的岩体失效(Ning *et al*., 2011a, b). 张国新等(2010)等采用 Euler-Poincaré 公式来确保块体搜索的准确性,按照最小势能原理建立 3D DDA 的总体平衡方程,并通过强度折减法来计算岩质边坡的安全系数. Wang 等(2013)采用接触块体之间的相对位移作为移除黏结力的准则,提出了基于位移依赖界面剪切强度的 DDA 发展. 此后,众多学者对 DDA 理论计算框架进行了不断的更新,巩师林等(2020)将块体的运动过程拆分成变形和转动两部分,采用先变形后转动的形式对块体顶点位置进行更新,在转动过程中考虑变形的影响从而减少块体的面积膨胀. Jiang 等(2013)建立了考虑阻尼效应的离散块体系统全局运动方程,并定义了 DDA 解在系统达到稳定状态时位移、动能和不平衡力的收敛准则. 江巍等(2022)将虚单元法加入到 DDA 当中,将原本位移函数的显式一阶表达式替换成了虚单元的位移函数提出了新的 DDA 迭代格式,并通过采空区塌陷模拟等案例验证了该方法的可行性.

随着 DDA 理论基础的完善与模拟软件的发展,该方法已被广泛应用于工程实践. 付晓东等(2013)利用大岗山水电站的地质勘探资料建立不同贯穿节理组合下地下洞室群的 DDA 模型,对地下洞室群在分步开挖过程中的位移及应力演化进行研究. Wang 等(2023)通过引入黏性边界和自由场理论的地震输入方法、虚拟与真实节理,以及剪切强度衰减准则,利用 DDA 对地震诱发滑坡的整个动态过程进行了统一的模拟分析. 刘国阳等(2025)、李俊杰等(2018)基于双目立体视觉原理的危岩体失稳破坏实验装置,开展了柱状块体系统室内实验研究,验证了 3D DDA 方法在分析柱状危岩体失稳运动方面的准确性. Gao 等(2025)将水力-机械耦合不连续变形分析(HM-DDA)扩展应用于模拟含水量丰富的离散裂缝网络(DFN)中的注浆过程,于永连隧道水富含裂隙带实际水涌案例.

自 Shi(1988)首次提出 DDA 以来,该方法凭借其严格的运动学理论体系、全多项式位移模式及高效的隐式积分策略,逐步发展为块体系统力学行为模拟的核心工具. 近三十年的理论演进中,DDA 通过三维数学框架构建、多场耦合机制拓展以及计算精度提升,显著突破了传统连续介质方法在处理非连续面与大变形问题中的局限. 工程应用层面,DDA

已广泛应用至岩质边坡稳定性评估、地下洞室群施工模拟、地震滑坡动力学分析、锚固支护效应仿真等复杂场景.随着并行计算技术与多物理场模型的深度融合,DDA 朝着高精度、大规模、智能化方向持续演进,为复杂地质环境下的岩土工程灾害防控与设计优化提供日益强大的数值支撑.

1.2　DDA 理论发展

(1)二维非连续变形分析理论

对于 2D DDA 而言,将任意多边形单块体的位移和变形赋值为未知数进行描述(Shi, 1988; Shi and Goodman, 1989).单个块体任一点(x, y)的位移(u, v)由刚体位移(u_0, v_0)、刚体旋转 r_0 以及法向和切向应变$(\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy})$组成,可将其表示为式(1)的变形矩阵 $\boldsymbol{D}_i$:

$$\boldsymbol{D}_i = (u_0, v_0, r_0, \varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy})^{\mathrm{T}}, \tag{1}$$

点(x, y)的总位移(u, v)包括所有变量的位移累计,表示为:

$$\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = [\boldsymbol{T}_i][\boldsymbol{D}_i], \tag{2}$$

式中,$\boldsymbol{T}_i$ 为点(x, y)的位移变换矩阵,定义为:

$$\boldsymbol{T}_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -(y-y_0) & (x-x_0) & 0 & (y-y_0)/2 \\ 0 & 1 & (x-x_0) & 0 & (y-y_0) & (x-x_0)/2 \end{bmatrix}. \tag{3}$$

DDA 基于“热力学第二定律”,块体承受外部荷载的力学系统将沿着使能量最小的方向运动或变形,即总势能最小化原理.假设在块体系统中有 n 个块体,则块体系统总势能 $\prod$ 可以表示为:

$$\prod = \prod_{\text{弹性应力}} + \prod_{\text{初始应力}} + \prod_{\text{点荷载}} + \prod_{\text{体积力}} + \prod_{\text{惯性力}} + \prod_{\text{摩擦力}}, \tag{4}$$

将上述荷载和应力产生的总势能$\prod$最小化,联立方程式可得全局平衡方程:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{K}_{11} & \boldsymbol{K}_{12} & \boldsymbol{K}_{13} & \cdots & \boldsymbol{K}_{1n} \\ \boldsymbol{K}_{21} & \boldsymbol{K}_{22} & \boldsymbol{K}_{23} & \cdots & \boldsymbol{K}_{2n} \\ \boldsymbol{K}_{31} & \boldsymbol{K}_{32} & \boldsymbol{K}_{33} & \cdots & \boldsymbol{K}_{3n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \boldsymbol{K}_{n1} & \boldsymbol{K}_{n2} & \boldsymbol{K}_{n3} & \cdots & \boldsymbol{K}_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{D}_1 \\ \boldsymbol{D}_2 \\ \boldsymbol{D}_3 \\ \vdots \\ \boldsymbol{D}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{F}_1 \\ \boldsymbol{F}_2 \\ \boldsymbol{F}_3 \\ \vdots \\ \boldsymbol{F}_n \end{bmatrix}, \tag{5}$$

式中,$\boldsymbol{K}_{ij}(i=j)$为刚度子矩阵,由块体的材料性质决定,$\boldsymbol{K}_{ij}(i\neq j)$取决于块 i 与块 j 之间的相互作用;$\boldsymbol{F}_i$ 为块体 i 的 6×1 荷载子矩阵.此外,通过引入开闭迭代,保证块体间合理的接触状态(即满足开闭迭代后的收敛条件).

有学者指出当块体旋转时,DDA 原始方程的线性函数会导致块体发生形变,即自由膨胀现象.为解决这一问题,Wu 等(2005)针对岩体减少自由延伸从而使用 DDA 在每个时间步长内获得大刚体转动的更精确的解,使用线性位移函数生成全局矩阵,在接触识别中引入非线性位移函数,并应用该函数更新块顶点坐标.改进后的块体位移函数 $\boldsymbol{T}_i$ 表示为:

$$\boldsymbol{T}_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \left(-(x-x_0)\dfrac{\sin r_0}{(1+\cos r_0)} - (y-y_0)\right) & (x-x_0) & 0 & (y-y_0)/2 \\ 0 & 1 & \left(-(y-y_0)\dfrac{\sin r_0}{(1+\cos r_0)} + (x-x_0)\right) & 0 & (y-y_0) & (x-x_0)/2 \end{bmatrix}. \tag{6}$$

初始 DDA 采用一阶近似的位移增量表达形式更新块体位移,但当模拟块体在大转动时通常会产生较大的误差.巩师林等(2020)考虑到块体在转动时变形的影响作用,采用先变形后转动的研究思路,推导了线性化后块体变形与转动互相耦合的形函数矩阵 $\boldsymbol{T}_c$:

$$\boldsymbol{T}_c = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\bar{x}\sin\Delta r_0 - \bar{y}\cos\Delta r_0 & \tilde{x}\cos\Delta r_0 & -\tilde{y}\sin\Delta r_0 & \hat{x} \\ 0 & 1 & \bar{x}\cos\Delta r_0 - \bar{y}\sin\Delta r_0 & \tilde{x}\sin\Delta r_0 & \tilde{y}\cos\Delta r_0 & \hat{y} \end{bmatrix}, \tag{7}$$

式中,$\begin{cases} \tilde{x} = x - x_0 \\ \tilde{y} = y - y_0 \end{cases}$, $\begin{cases} \hat{x} = \dfrac{\tilde{y}\cos\Delta r_0 - \tilde{x}\sin\Delta r_0}{2} \\ \hat{y} = \dfrac{\tilde{x}\cos\Delta r_0 + \tilde{y}\sin\Delta r_0}{2} \end{cases}$, $\begin{cases} \bar{x} = \tilde{x}(1+\Delta\varepsilon_x) + \dfrac{\hat{y}\Delta\gamma_{xy}}{2} \\ \bar{y} = \tilde{y}(1+\Delta\varepsilon_y) + \dfrac{\hat{x}\Delta\gamma_{xy}}{2} \end{cases}$.

(2)三维非连续变形分析理论

与传统的2D DDA相比,3D DDA能更精准地模拟岩体实际的非连续变形行为,具有空间真实性与几何完整性更高、可拓展与多物理场及高阶数值方法耦合以及更适用于复杂地质结构与实际工程工况等优势.而3D DDA与2D DDA在全局平衡方程的建立和单块体应力应变及荷载分析等方面基本相同,主要差别在于三维接触的判断和处理,这也是3D DDA发展缓慢且一直未能在工程领域得到广泛应用的重要原因.

在DDA求解中,块体大位移和大变形是由分步的小位移和小变形累积形成的(Shi, 1988).在每一步中采用块体位移函数的一阶近似,并假设块体为线性弹性缆索,则块体 i 任意点 (x,y,z) 的位移 (u,v,w) 可由12个位移变量表示为(Shi, 2001):

$$\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} = \boldsymbol{T}_i \boldsymbol{D}_i, \tag{8}$$

$$\boldsymbol{T}_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \tilde{z} & -\tilde{y} & \tilde{x} & 0 & 0 & \frac{\tilde{z}}{2} & \frac{\tilde{y}}{2} \\ 0 & 1 & 0 & -\tilde{z} & 0 & \tilde{x} & 0 & \tilde{y} & 0 & \frac{\tilde{z}}{2} & 0 & \frac{\tilde{x}}{2} \\ 0 & 0 & 1 & \tilde{y} & -\tilde{x} & 0 & 0 & 0 & \tilde{z} & \frac{\tilde{y}}{2} & \frac{\tilde{x}}{2} & 0 \end{bmatrix}, \tag{9}$$

$$\boldsymbol{D}_i = (u_c \quad v_c \quad w_c \quad r_x \quad r_y \quad r_x \quad \varepsilon_x \quad \varepsilon_y \quad \varepsilon_z \quad \gamma_{yz} \quad \gamma_{zx} \quad \gamma_{xy}), \tag{10}$$

式中,$\boldsymbol{T}_i$ 和 $\boldsymbol{D}_i$ 分别块体 i 的形函数和位移变量.$\tilde{x}=x-x_c,\tilde{y}=y-y_c,\tilde{z}=z-z_c$.$(u_c,v_c,w_c)$ 是块体体 i 重心 (x_c,y_c,z_c) 的刚体平移;(r_x,r_y,r_z) 块体 i 绕 x、y 和 z 轴转动的转角;$(\varepsilon_x,\varepsilon_y,\varepsilon_z)$ 和 $(\gamma_x,\gamma_y,\gamma_z)$ 分别为块体 i 的三个法向应变和三个切向应变.3D DDA同样遵循最小总势能原理,全局平衡方程与式(5)相同.

张洪等(2018)基于最先侵入和最短退出路径原则,推导时间步内2种基本接触侵入形式的侵入点对位置的估算公式,进而推导出基于中心差分方案的显式3D DDA.Fan等(2018)通过对任意材料点的应变与局部旋转可通过应变-旋转(S-R)分解定理进行描述,提出了S-R分解的三维动态变形公式,同时提出SR-3D DDA的新方法.王占学等(2020)采用Compute Unified Device Architecture(CUDA)并行计算架构,实现了3D DDA总体平衡方程组的雅可比预处理共轭梯度法求解,有效避免了超松弛因子选取对求解收敛性的影响.Beyabanaki等(2010)针对荷载子矩阵引起的二阶和三阶3D DDA计算问题,通过VC^{++}代码有效计算了刚度矩阵和力矩阵.张杨等(2010)采用高阶位移模式,在将空间几何形体简单地划分为单个或数个体进而获取较高的求解精度.高阶DDA方法则采用完全的高阶多项式作为位移插值函数,其具体形式如下:

$$\begin{Bmatrix} ui(x,y,z) \\ vi(x,y,z) \\ wi(x,y,z) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sum_{j=1}^{m} f_{ij}(x,y,z)\,a_{ij} \\ \sum_{j=1}^{m} f_{ij}(x,y,z)\,b_{ij} \\ \sum_{j=1}^{m} f_{ij}(x,y,z)\,c_{ij} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{i1} & 0 & 0 & \cdots & f_{im} & 0 & 0 \\ 0 & f_{i1} & 0 & \cdots & 0 & f_{im} & 0 \\ 0 & 0 & f_{i1} & \cdots & 0 & 0 & f_{im} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} a_{i1} \\ b_{i1} \\ c_{i1} \\ \vdots \\ a_{im} \\ b_{im} \\ c_{im} \end{Bmatrix}, \tag{11}$$

式中,$f_{ij}=f_{ij}(x,y,z)=x^{\alpha_j}y^{\beta_j}z^{\gamma_j}(j=1,2,\cdots,m)$ 表示多项式的基底函数;a_{ij},b_{ij},c_{ij} 为多项式的系数;m 为多项的项数.

Wu(2010b)利用拓扑学实现了3D DDA在凸多面体和凹多面体的积分计算应用,同时指出FEM使用的数值网格不需要将多面体细分为四面体或六面体.实例证明了所提出的方法精度,具有平面边界的凹多面体.首先是块体 i 的应变能计算式:

$$\prod_{e(i)} = \frac{1}{2}\iiint \{\boldsymbol{D}_i\}^{\mathrm{T}}[\boldsymbol{T}_i]\cdot\{\boldsymbol{D}_i\}\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z. \tag{12}$$

通过最小应变能原理,可获得如下的刚度子矩阵,并将其叠加至全局平衡方程的刚度矩阵中:

$$[\boldsymbol{K}_{ii}]_{12\times12} = \iiint [\boldsymbol{T}_i]\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z\ , \tag{13}$$

随后推导了初始应力势能的计算式:

$$\prod_{i(i)} = \iiint \{\boldsymbol{D}_i\}^{\mathrm{T}} \cdot \{\boldsymbol{\sigma}_{(i)}\}\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z\ , \tag{14}$$

式中,$\{\boldsymbol{\sigma}_{(i)}\} = \{0\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ \sigma_x\ \ \sigma_y\ \ \sigma_z\ \ \tau_{yz}\ \ \tau_{zx}\ \ \tau_{xy}\}^{\mathrm{T}}$,块体受到的应力为$\{\boldsymbol{\sigma}\} = \{\sigma_x\ \ \sigma_y\ \ \sigma_z\ \ \tau_{yz}\ \ \tau_{zx}\ \ \tau_{xy}\}^{\mathrm{T}}$.

同样使初始应力势能最小化,便可计算得到改进后的初始应力子矩阵,见式(15):

$$[\boldsymbol{F}_i]_{12\times1} = -\iiint \{\boldsymbol{\sigma}_{(i)}\}\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z\ , \tag{15}$$

然后将其添加到全局矩阵的荷载矩阵中,此外还有体积力子矩阵、惯性力子矩阵类似思路不再赘述.

在 3D DDA 中,每个块的边界对应于平面不连续性,且每个块可以具有任意形状. 当计算应变能、初始应力、体积力和惯性力等势能时,需要在块域内进行积分. Wu(2010a)将拓扑学引入 3D 积分计算,在计算过程中无需将块划分为 3D 单纯形,同时计算算法易于编程.

DDA 理论研究已由二维刚体模型逐步发展为三维非连续变形分析,在位移场表达、接触力求解及空间接触检测等方面实现了重要突破. 理论改进主要集中于大变形、弹塑性与损伤等非线性力学特征的引入,显著提升了对岩体损伤与分离过程的描述能力. 当前 DDA 理论正由二维向三维、由线性向非线性、由单场向多场方向演进,但在接触判别效率、计算稳定性及大规模并行化等方面仍存在局限,未来有待在多场耦合高效实现与多方法融合机制上进一步突破.

1.3　块体接触分析

不连续面之间接触算法的精度、效率和鲁棒性直接决定了 DDA 方法模拟非连续介质力学行为的有效性和可靠性,也是 DDA 发展过程中面临的最困难的一类问题. 主要原因在于模拟非连续介质大变形时,严格的物理约束导致高度动态、非线性的接触状态变化,其精确检测、数学描述、高效稳定求解都极其困难,是制约 DDA 方法精准性关键因素.

DDA 中块体之间的接触类型大致可分为三类:角-角、角-边和边-边,如图 1 所示. 为确保块体之间无嵌入,DDA 采用穿透惩罚的方法,在每个接触面上设置法向和切向惩罚弹簧,来模拟接触并求解接触力(Zhang and Shi, 2021). 在 DDA 计算程序每一时步内,都要重新确认是否需要施加惩罚弹簧,而惩罚弹簧的具体施加取决于块体间的三种接触状态:张开、滑动和锁定,判别表达式如下(Huitt, 1956):

$$\begin{cases} F_n \leqslant -pl \leqslant 0, & \text{张开} \\ F_s \geqslant k_n d_n \tan\varphi + cl, & \text{滑动} \\ F_s < k_n d_n \tan\varphi + cl, & \text{锁定} \end{cases}\ , \tag{16}$$

式中:F_n 为法向应力分量,$F_n = k_s d_s$;F_s 为切向应力分量;p 为压缩强度;l 为接触长度;k_n、k_s 分别为法向、切向惩罚弹簧刚度;d_n 为法向嵌入位移量;d_s 为剪切位移量;φ 为摩擦角;c 为黏聚力.

Bao 和 Zhao(2010)通过在接触角之间加入一个特殊的接触弹簧,提出了一种改进的 DDA 角-角接触初始接触边的选取算法,该弹簧的作用类似于弱“销接”,在特殊的接触弹簧作用下,确定接触角的相对运动趋势. 弹簧的应变能为:

$$\prod_{c} = \frac{p}{2}(\{\boldsymbol{D}_i\}^{\mathrm{T}}[\boldsymbol{T}_i]_1^T - \{\boldsymbol{D}_j\}^{\mathrm{T}}[\boldsymbol{T}_j]_2^{\mathrm{T}})([\boldsymbol{T}_i]_1\{\boldsymbol{D}_i\} - [\boldsymbol{T}_j]_2\{\boldsymbol{D}_j\})\ , \tag{17}$$

式中,$\boldsymbol{D}_i$ 与式(1)中的含义相同;$[\boldsymbol{T}_i]_1$ 和$[\boldsymbol{T}_i]_1$ 分别为角 P_1 和 P_2 的位移. 与虚拟接触弹簧通过相关

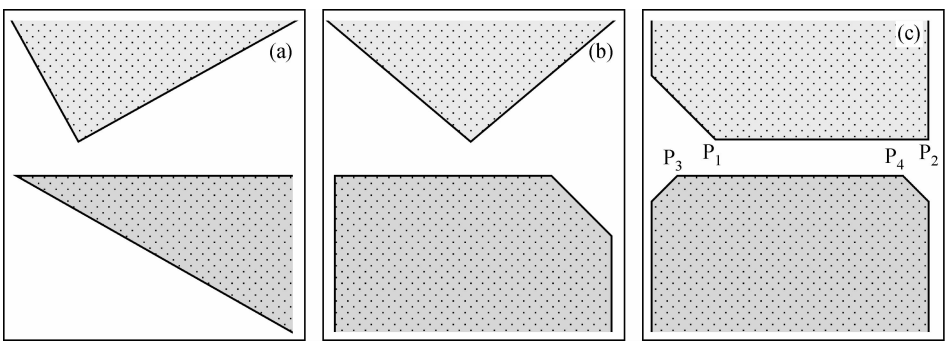


图 1　块体接触类型

(a)角-角;(b)角-边;(c)边-边.

Fig. 1　Block contact type

(a) Angle-angle; (b) Angle-edge; (c) Edge-edge.

的各种子矩阵可以通过以下应变能最小化来获得:

$$k_{rs} = \frac{\partial^2 \prod_c}{\partial d_{rj} \partial dsj} = -\frac{p}{2}\{\boldsymbol{D}_j\}^T[\boldsymbol{T}_j]_2^T[\boldsymbol{T}_j]_2\{\boldsymbol{D}_i\} . \quad (18)$$

在离散块体系统的接触模拟中,通常存在形状不规则的多边形,在接触检测过程中不规则多边形的处理对非连续计算方法的鲁棒性和效率有着至关重要的影响. 为解决上述问题,Zhuang 等(2021)利用两个多边形的接触约束由二维的点-边和边-点接触盖来表示,以高效的方式检测和解决不规则凸多边形的接触问题. 如图 2 所示,边 b_jb_{j+1} 的接触区域 $\Omega^C_{j(j+1)}$ 是三个子区域 $\Omega^{C1}_{j(j+1)}$、$\Omega^{C2}_{j(j+1)}$ 和 $\Omega^{C3}_{j(j+1)}$ 的点 (p_i):

$$\Omega^{C1}_{j(j+1)} = \{pi \mid d^n_{ij} \mid \leqslant d^{tol}_n \text{ and } r_{ij} \in [0,1]\} , \quad (19a)$$

$$\Omega^{C2}_{j(j+1)} = \{p_i \mid d_{ij} \leqslant d^{tol}_n\} , \quad (19b)$$

$$\Omega^{C3}_{j(j+1)} = \{p_i \mid d_{i(j+1)} \leqslant d^{tol}_n\} , \quad (19c)$$

$$d_{ij} = |a_i - b_j| = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} , \quad (19d)$$

式中,d^{tol}_n 为输入的接触容错,用于确定边的有效接触区域;d_{ij} 为顶点 a_i 到边节点 b_j 的距离.

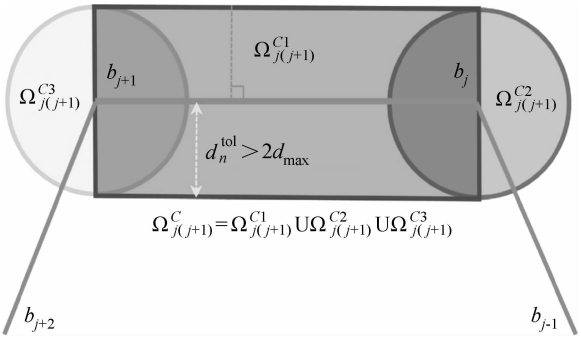


图 2 边 b_jb_{j+1} 的接触区域(Zhuang *et al*., 2021)

Fig. 2 Contact area of edge b_jb_{j+1} (Zhuang *et al*., 2021)

Zhuang 等(2021)所提出的方法可以很容易地扩展到显式求解方案,将凹面块分解为凸面块子集,该方法可以扩展到适用于凹面多边形,并且基于覆盖的方法可进一步拓展至对不规则三维多面体块进行更稳健、更高效的分析.

Bao 和 Zhao(2012)采用临时角-角接触弹簧来确定两个接触块之间的运动趋势,并利用顶点在时间步长内的轨迹来确定移动顶点侵入目标块时的最短路径. 此外,由于非连续变形分析在接触面上加减硬弹簧从而满足块体在接触面上无拉伸和嵌入,葛发乐和喻勇(2018)提出了刚性圆盘与边、凸角和凹角的接触检测方法. 陈礼彪等(2014)基于隐式网格的空间剖分方法,采用包围体技术将离散块体通过链表进行表述(图 3),将离散块体的循环改造成一个等价的循环模式,减少了接触检测时间显著提高计算效率.

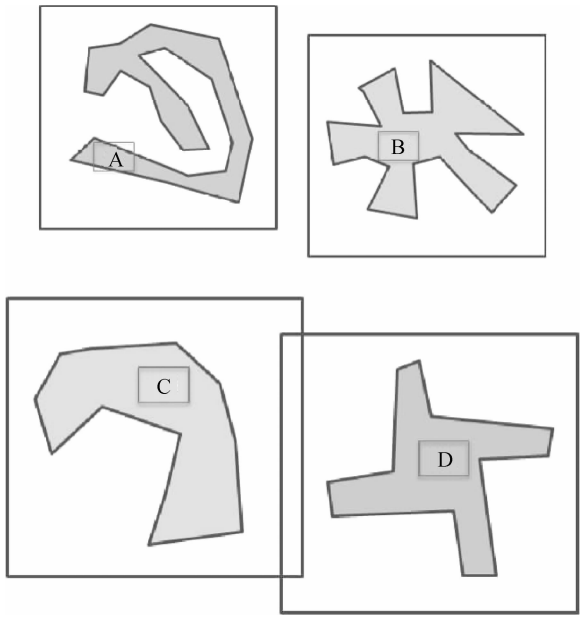


图 3 包围体技术(陈礼彪等, 2014)

Fig. 3 Envelope technology (Chen *et al*., 2014)

2D DDA 在特定平面问题中具有计算效率的优势,但其维度的本质简化导致在模拟真实空间接触相互作用时存在根本性不足(自由度缺失、接触表征失真、力学行为局限). 这些不足限制了其在大多数实际复杂工程问题中的应用可靠性. 通过引入完整的 6 自由度和空间接触算法,实现了对三维空间中块体接触、运动和受力行为的更真实、更全面的模拟(Shi, 1988; 姜清辉和丰定祥, 2000; 姜清辉等, 2002; Zhang *et al*., 2015; Wang *et al*., 2021). Wu 等(2014)利用新型多壳覆盖(MSC)系统和几何子单元分解将三维块体的识别与接触模式联系起来,如图 4 所示. 大大减少了接触检测量和迭代次数,同时还提供了顶点到面和边缘到边缘接触的统一公式:

$$d_n = |\boldsymbol{p}_2\boldsymbol{p}_1|\cos\langle \boldsymbol{p}_2\boldsymbol{p}_1 \times \boldsymbol{p}_2\boldsymbol{p}_4, \boldsymbol{p}_2\boldsymbol{p}_1\rangle = \frac{(\boldsymbol{p}_2\boldsymbol{p}_3 \times \boldsymbol{p}_2\boldsymbol{p}_4) \cdot \boldsymbol{p}_2\boldsymbol{p}_1}{|\boldsymbol{p}_2\boldsymbol{p}_3 \times \boldsymbol{p}_2\boldsymbol{p}_4|} , \quad (20)$$

式中,两条边之间的法线距离;$p_2p_3p_4p_5p_6$ 是一个图块的面,而 p_1 是相邻图块的一个可能入侵顶点. d_n 为 P_1 与面 $p_2p_3p_4p_5p_6$ 之间的法向距离 dn 为,p_1p_2 和 p_3p_4 分别是属于不同区块的两条插入边,p_5p_6 是这两条插入边的垂线.

传统的 3D DDA 采用开闭迭代法处理接触约

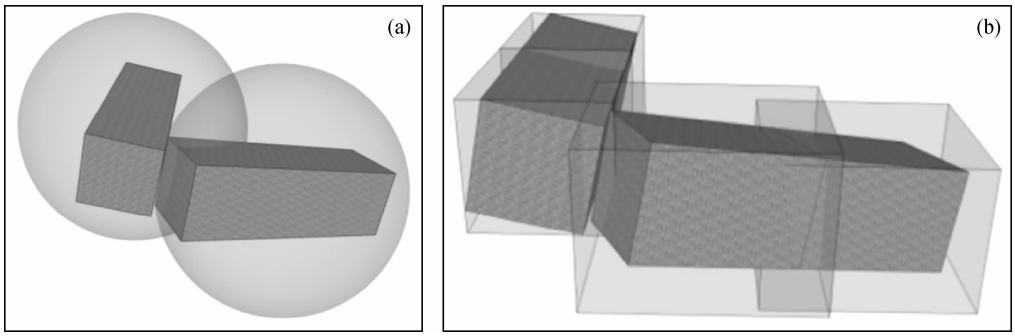


图 4　三维空间中两个接触的块体(Wu *et al*., 2014)

(a) 两个具有单个搜索壳的接触块;(b) 具有多壳层系统的两个接触块.

Fig. 4　Two blocks in contact in three-dimensional space (Wu *et al*., 2014)

(a) Two contact blocks with a single search shell; (b) Two contact blocks with a multi-shell system.

束,需要在每个时间步长中反复施加或移除法线或切向弹簧,以满足平衡方程. 此外,DDA 提供了一种时间步长调整策略以实现开闭迭代的快速收敛,但在解决大规模问题时,调整后的时间步长常会达到极小的数量级,导致计算时间急剧增加. 因此,Xu 等(2021)等在原有 3D DDA 框架下,提出了一种基于接触势能的三维不连续变形分析方法(3D-CPDDA),接触块和目标块之间的势能接触力计算可转换为相应的接触器四面体和目标四面体之间的势能接触力计算,接触四面体和目标四面体分别用 β_{ci} 和 β_{tj} 表示对于任何无限小的重叠体积 $\mathrm{d}V$,作用于它们的接触力可表示为:

$$\mathrm{d}f_{ci} = -k(\mathrm{grad}\varphi_{tj}(P_{tj}))\mathrm{d}V_{ci}, \mathrm{d}V_{ci} = \mathrm{d}V, \quad (21a)$$

$$\mathrm{d}f_{ti} = -k(\mathrm{grad}\varphi_{tj}(P_{cj}))\mathrm{d}V_{tj}, \mathrm{d}V_{tj} = \mathrm{d}V, \quad (21b)$$

式中,$\mathrm{d}f_{ci}$ 和 $\mathrm{d}f_{tj}$ 分别是作用在接触块和目标块上的无穷小接触力;$\mathrm{grad}\varphi_{tj}(P_{tj})$ 和 $\mathrm{grad}\varphi_{ci}(P_{ci})$ 分别是是定义在目标四面体内接触点 P_{tj} 和 P_{ci} 上的接触势梯度,并且 P_{tj} 和 P_{ci} 具有相同的全局坐标. 因此,β_c 和 β_t 重叠体积上接触力的体积积分,通过对应的四面体重叠体积分之和来表示,从而得出:

$$f = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\int_{\beta_{ci}\cap\beta_{tj}} k[\mathrm{grad}\varphi_{ci}(P_{ci}) - \mathrm{grad}\varphi_{tj}(P_{tj})]\mathrm{d}V, \quad (22)$$

式中,接触块 β_c 和 β_t 为一系列四面体和四面体元素结合,可以表示为 $\beta_c = \beta_{c1}\cup\beta_{c2}\cdots\cup\beta_{ci}\cdots\beta_{cn}$,$\beta_t = \beta_{t1}\cup\beta_{t2}\cdots\cup\beta_{ti}\cdots\beta_{tn}$.

原始 3D DDA 将面对面接触简单转换为几个主要接触的组合,每个接触都有几个法向弹簧和剪切弹簧. 然而,该方法在模拟非对称拉力条件下块间的渐进拉伸破坏时,可能会产生不合理的结果. 为解决该问题,Peng 等(2022a)提出了一种融入 3D DDA 的多弹簧面接触模型,并作出如下假设:如果一个面对面的接触可以转换为 m 个从属接触的组合,那么多边形顶点的数量就是 m 个,在共同接触区域上另外插入了 M_a 个接触点. 其中 A_x 的计算公式为:

$$A_x = \frac{A}{m+2M_a}, A = \sum_{i=2}^{m-1}\frac{|\boldsymbol{P}_1\boldsymbol{P}_i \times \boldsymbol{P}_1\boldsymbol{P}_{i+1}|}{2}, \quad (23)$$

根据图 4 便可得出多弹簧接触模型:

$$P_a^u = r_1P_1^u + r_2P_2^u + (1-r_1-r_2)P_3^u, \quad (24a)$$

$$P_a^u = r_1P_1^u + r_2P_2^u + (1-r_1-r_2)P_3^u, \quad (24b)$$

式中,r_1、r_2、r_3 和 r_4 为四个辅助参数;$P_a^u(k=1,2,\cdots,6)$ 是 $P_k(k=1,2,\cdots,6)$ 的更新顶点. 通过在面-面接触上设置一定数量的接触点对,为每个接触点对应用几个法向弹簧和剪切弹簧从而实现接触块体之间分布力的计算.

与此同时,Zhang 等(2016)针对块体间摩擦分析所需的接触点对、候选接触点和界面机械特性的确定难题,采用路径依赖分析法进行评估,如图 5 所示. 并推导得到了新的边到边(E-E)接触模型的完整公式,并且能够精确模拟块体系统的摩擦行为. 其接触子矩阵计算公式如下:

$$d_n^- = d_n^+ + \frac{1}{A_0}\cdot\sum_{n=1}^{4}\left([A_{r2}\quad A_{r3}\quad A_{r4}]\begin{bmatrix}u_r\\v_r\\w_r\end{bmatrix}\right), \quad (25)$$

式中,$A_0 = |\boldsymbol{P}_1\boldsymbol{P}_2 \times \boldsymbol{P}_3\boldsymbol{P}_4|$,为图 5 中 $P_3^-P_0^-P_4^-$ 的面积;$d_n^+ = \dfrac{\sum_{r=1}^{4}A_{r1}}{A_0}$,$A_{rs}$ 是行列式 V_0 关于元素 a_{rs} 的代数补集,表示为 $Ars = (-1)^{r+s}\cdot M_{rs}$.

此外,Zheng 等(2018)通过简化不连续变形分

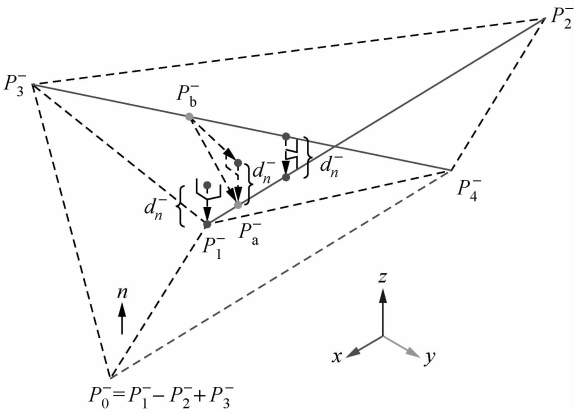


图 5 触点对之间的标准距离(Zhang *et al*., 2016)

Fig. 5 Standard distance between contact pairs (Zhang *et al*., 2016)

析中的接触分析和惩罚项的公式化,提出了一种适用于 3D DDA 中任意形状多面体的通用接触计算模型. Lin 等(2019)考虑到两个任意形状的三维物体之间的几何关系及接触点对检测是离散计算精准度核心,建立了一种基于接触理论的几何关系判断与接触搜索算法. 刘国阳和李俊杰(2020)采用 3D DDA 斜抛、面-面对心等碰撞模型,验证了该方法在模拟块体碰撞的有效性,并将其应用于多米诺骨牌倾倒、滚石边坡成灾及防护等算例分析.

目前,DDA 在二维块体接触建模上已较为成熟,能满足大多数静力和简化动力问题的需求;但三维接触的理论与数值处理仍处于攻关阶段,成为制约其工程推广的关键瓶颈. 与此同时,方法本身仍依赖块体弹性假设并普遍采用理想化的摩擦准则,难以充分刻画塑性变形、损伤演化及接触面的粗糙度与摩擦衰减等细观机制. 上述问题在强非线性或构造复杂的地质条件下明显削弱了 DDA 的适用性. 因而亟需将复杂接触行为建模与高性能并行计算相结合,以推动 DDA 在高精度岩体破坏模拟中的实用化.

1.4 多场耦合分析

随着岩土工程问题日益复杂化,单一力学分析已难以系统揭示自然作用下岩体的破坏机制. 特别是在水-力、热-力、热-固等多因素耦合作用下,岩体内部结构与力学响应呈现显著的时变性和非线性特征. 因此,传统 DDA 方法以静力、单场分析为主的研究模式已逐渐难以满足当今工程需求. 为提升 DDA 在复杂环境下的适应性与预测能力,近年来研究者们逐渐将 DDA 多物理场进行耦合,构建多场耦合的非连续变形分析模型不仅增强了对岩体非连续性响应的真实模拟能力,也推动了 DDA 方法从理论建模走向实际工程应用的新阶段.

(1)水-力耦合

DDA 作为具备显式块体接触与破坏能力的离散方法,其离散本质对岩体非连续结构的天然契合性,以及其显式、动态地模拟裂隙渗流与块体变形相互作用的能力. 这使得 DDA 适用于研究由裂隙水压力主导的岩体大变形、渐进失稳过程,能够精确捕捉裂隙开度动态变化对渗流的控制作用.

在裂隙岩体渗流计算方面,国内学者张国新和武晓峰(2003)基于 DDA 推导了岩石裂隙渗流条件下瞬时平衡方程,通过 DDA 水-力耦合实现了对任意裂隙进行安全评价,并再现了日本某隧道破坏的过程. 在此基础上,郑春梅(2010)将渗流力计算与裂隙网络相结合,探究了裂隙岩体在渗流场与应力场共同作用下结构的变形特征,建立了裂隙岩体 DDA 渗流-应力耦合模型. Chen 等(2013)利用 DDA 对裂隙岩体中断裂流体流动方程、耦合过程及全局耦合方程开展研究,在流体流动分析中应用三次定律提出了 DDA 水-力耦合模型. 虞松等(2015)采用矩阵搜索方法建立新的裂隙水通网络模型,并通过在 DDA 计算过程的每个迭代步后更新裂隙开度和水压值,将稳态流体计算与 DDA 结合实现了对地下油库岩体的水-力耦合计算(图 6). Morgan 和 Aral (2015)对现有算法的流体、接触和耦合组件进行了改进,并采用 DDA 提出了一种在复杂裂缝几何形状中模拟水力压裂的算法,通过与水力压裂实验结果的对比得到了验证,同时还探究了高黏度压裂液在不透水介质中的传播情况.

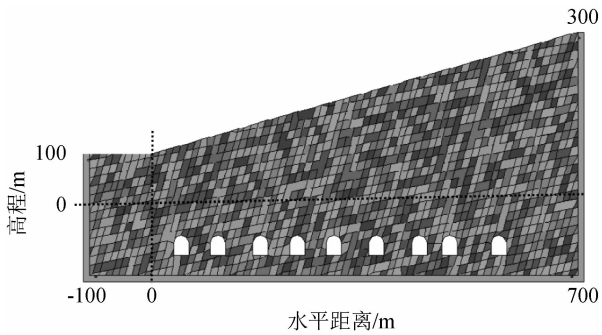


图 6 某地下油库 DDA 计算模型(Morgan and Aral, 2015)

Fig. 6 DDA calculation model of a certain underground oil depot (Morgan and Aral, 2015)

针对 DDA 难以进行瞬态渗流场模拟这一问题,谢强等(2024)根据立方定律提出了 DDA 稳态渗流

模型,将非饱和二维 Richards 方程离散化处理,建立瞬态非饱和渗流流固耦合 DDA 计算模型. 王知深(2019)基于 OpenFOAM 平台计算了砂岩与碳酸盐岩内非达西流的临界条件及非达西流因子,在 DDARF 基础上推导了达西-非达西流裂隙岩体渗流场与应力场的控制方程,并开展了流固耦合作用下水压致裂裂隙扩展的数值模拟. Zhang 等(2024)在 2D DDA 框架内开发动态渗流网络方法(DSN),进而提出了一种新的耦合动态水力机械模型 DDA-DSN,用于研究时间变化的裂隙岩体中的渗流行为,证实了该模型在捕捉裂隙岩体中流体流动行为方面的有效性. 然而上述研究忽略了裂隙网络交叉点内关键截面的测压头分布问题,在二维框架中初步验证了在模拟复杂裂隙岩体中的三维流体流动力学方面存在差距. 因此,Gao 等(2023)引入单裂缝流方程、组装全局导流方程、耦合渗流力和更新离散裂缝网络,通过考虑地层应力和渗流力对地质灾害演化特征的影响,其中在 DDA 框架下的水压力计算方程如下:

$$\begin{Bmatrix} P_x(t) \\ P_y(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} (P_{x2}-P_{x1})t+P_{x1} \\ (P_{y2}-P_{y1})t+P_{y1} \end{Bmatrix}, 0 \leqslant t \leqslant 1 \ , \tag{26}$$

$$f_w = l\int_0^1 [\boldsymbol{T}_i(x,y)]^T \begin{Bmatrix} P_x(t) \\ P_y(t) \end{Bmatrix} \mathrm{d}t \ , \tag{27}$$

式中,l 为水压力分布荷载作用的长度;P_1 和 P_2 分别为单元 i 中两点 (x_1,y_1) 和 (x_2,y_2) 的水压值;$[\boldsymbol{T}_i]$ 取值见式(3);f_w 为水压力荷载子矩阵,并将其叠加至 DDA 全局平衡方程 $[F_i]$ 中.

此外,DDA 采用隐式求解方法,该方法可以与有限元和有限差分法等多种手段联合求解岩体水-力耦合问题,Kim 等(1999)通过原始 DDA 程序与有限元法结合提出了 DDA 方法的三种新扩展形式:岩块与裂隙中稳态的水-力耦合、顺序加卸载,以及通过岩锚、喷射混凝土或混凝土衬砌加固. Miki 等(2010)将 DDA 和数值流形方法(NMM)耦合,并通过模拟地震条件下的边坡稳定性证实了 NMM-DDA 方法的可行性. Rouainia 等(2006)将 DDA 与有限差分法联合,构建了一种用于评估非连续变形介质中流体流动-岩石变形耦合响应的水力-岩石力学耦合建模环境,提出基于 Hydro 与 DDA 的双向交错计算框架,通过岩体几何向流体相的等效孔隙度、渗透率映射及流体压力场向岩体系统的逆向映射实现数据传递. 针对滑坡坝形成的大尺度模拟需求,Wang 等(2019)提出三阶段 DDA-SPH 耦合策略,成功再现了滑坡触河至坝体渗流破坏形成的全过程. 而对于岩土相互作用问题,Peng 等(2021)开发的 DDA-SPH 耦合框架通过弹簧-阻尼器接触模型与弹塑性本构的集成,实现了岩石-土壤系统的协同仿真,并在拱桥回填等工程验证了适用性,如图 7 所示.

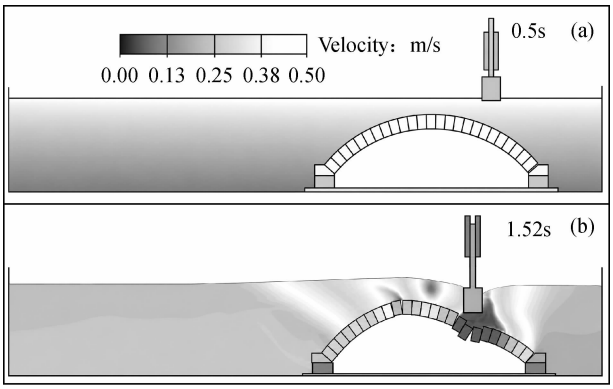


图 7　采用土填料的砌体拱桥的失效过程(Peng *et al*., 2021)

Fig. 7　Failure process of masonry arch bridge using earth fill (Peng *et al*., 2021)

(2)热-力耦合

Jiao 等(2015)基于能量守恒原理和应用热弹性理论,并且结合 DDA 框架提出了一种热-力耦合不连续体模型,用于模拟由温度应力引起的岩石开裂过程,如图 8 所示. 研究指出压应力或拉应力可能是通过限制加热时的热膨胀或冷却时的收缩而产生的,对于各向同性块体温度变化引起的热应力可按式(28)计算:

$$[\sigma]^T = \Delta\sigma_{ij} = -\delta_{ij}\varepsilon K^* \alpha \Delta T \ , \tag{28}$$

式中,$\Delta\sigma_{ij}$ 为应力分量 σ_{ij} 的变化值;δ_{ij} 为克罗内切符号,$\delta_{ii}=1$,$\delta_{ij}=0(i\neq j)$;K^* 是等效体积模量,在平面应变条件下,$K^*=K$;在平面应力条件下 $K^*=6KG/(3K+4G)$,K 是体弹性模量,G 是剪切模量;α 是线性热膨胀系数;ΔT 是温度变化量.

根据 DDA 公式计算标准,热应力的势能可通过式(29)计算得到:

$$\prod\nolimits_T = -\iint (\varepsilon_x \Delta\sigma_x + \varepsilon_y \Delta\sigma_y + \gamma_{xy}\Delta\tau_{xy}) \ . \tag{29}$$

Chen 等(2023)基于颗粒不连续变形分析(PDDA)引入几何校正因子,提出了一种颗粒热传导和膨胀模型(PHCE),通过稳态热传导、瞬态热传导和热机械耦合测试三个示例进行了验证,表明所提出的方法对于脆性材料的热传导和热裂纹建模是有效的. Xia 等(2025)利用连续-非连续变形分析方法(NCDDAM)来模拟岩体中的热机械耦合效应,将

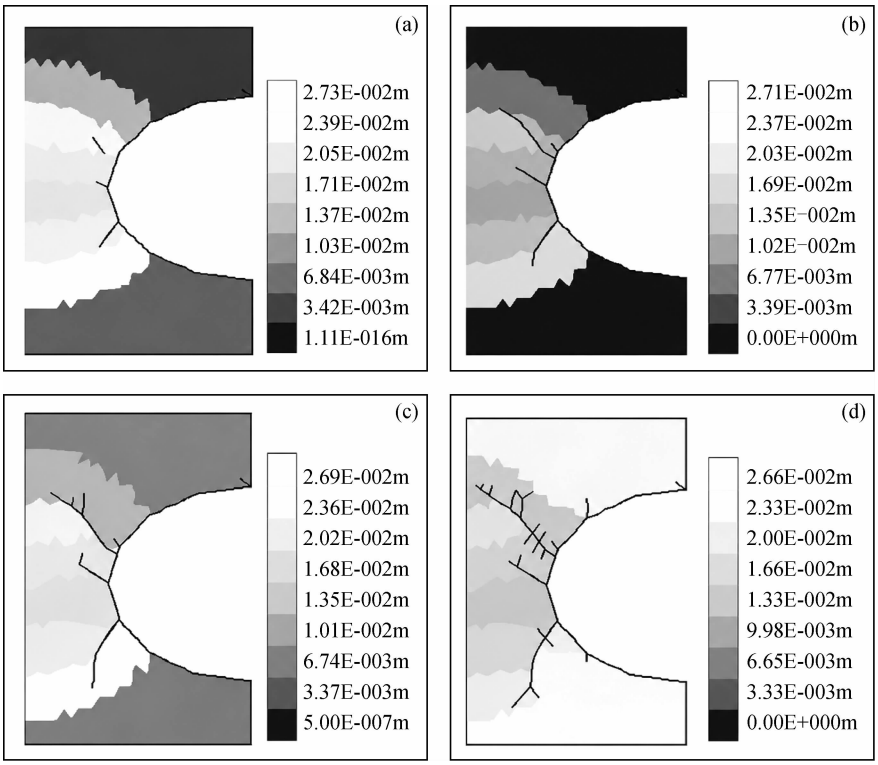


图 8 热-力耦合条件下岩柱开裂模拟(Jiao *et al*., 2015)

Fig. 8 Simulation of rock column cracking under thermo-mechanical coupling conditions(Jiao *et al*., 2015)

三种类型的热传导模型纳入 NCDDAM 中,并在 NCDDAM 中采用双向交错算法来模拟岩体中的热机械耦合效应,通过富集的 NCDDAM 模拟了实验和工程尺度的岩体热裂解过程. Wu 等(2023)扩展了传统的球形非连续变形分析(SDDA)方法,提出了一种改进的黏结球算法,并基于球体间导热管的热传导模型通过显式热-力耦合程序在 SDDA 程序中实现,进一步用于在 SDDA 框架中对岩石破坏行为进行精确建模,如图 9 所示. 其中,热-力耦合非连续变形模型可通过式(30)计算:

$$f_t = -3K_v\alpha\Delta TS_c, \tag{30}$$

式中,$K_v = 6KG/(3K+4G)$,K 为体积模量,G 为剪切模量;α 为热膨胀系数;ΔT 为管道两端球体的温差;S_c 为键合单元的面积.

微波技术在试验测试和现场应用中作为一种有效的岩石破碎技术得到越来越广泛的应用,Xu 等(2020)采用室内试验对微波辐射方向下岩石的全局性和局部性损伤进行研究,聚焦于微波辐射下 P 波速度衰减、温度分布及裂隙形态三个损伤指标,利用 DDA 热-力耦合揭示了岩体裂隙初始化和扩展过程的定性结果. 许涛(2021)通过热传导方程构建、损伤准则优化以及破裂进程耦合的三步突破,有效提升了 DDA 在微波破岩中的热-力耦合仿真能力,探究了矿物热错配致裂、裂纹交替扩展的微观机制,更通过工程尺度分区模型(S/P/T 区)和参数优化. Zhang 等(2025)采用分离格子弹簧模型(DLSM)和 DDA 方法(DLSM-DDA),揭示了高温损伤对岩石中应力波传播的影响机制,研究表明:岩石中裂隙长度相比于密度对应力波传播的影响更为显著.

(3)其他多场耦合

DDA 热-固耦合方面,Huang 等(2022)通过将盘式不连续变形分析(DDDA)模型与离散热元法(DTEM)相结合,基于 DTEM 分别建立了盘-盘和盘-线段热传导模型,同时提出了一种新的热固耦合模型(DDDA-DTEM),用于模拟旋转鼓中的颗粒加热搅拌过程,如图 10 所示. 同一时期,陈晓峰(2022)利用 DDDA-DTEM 模型,采用并行算法提升热传导计算效率,并通过厚壁圆筒热开裂实验验证了模型在模拟温度场诱发岩体破裂中的可靠性. 上述两项研究共同推动了非连续介质热力耦合数值方法的发展,为核废料处置、深部资源开采等工程热力灾害防控提供了新工具. Gao 等(2024)将裂隙岩层中的反

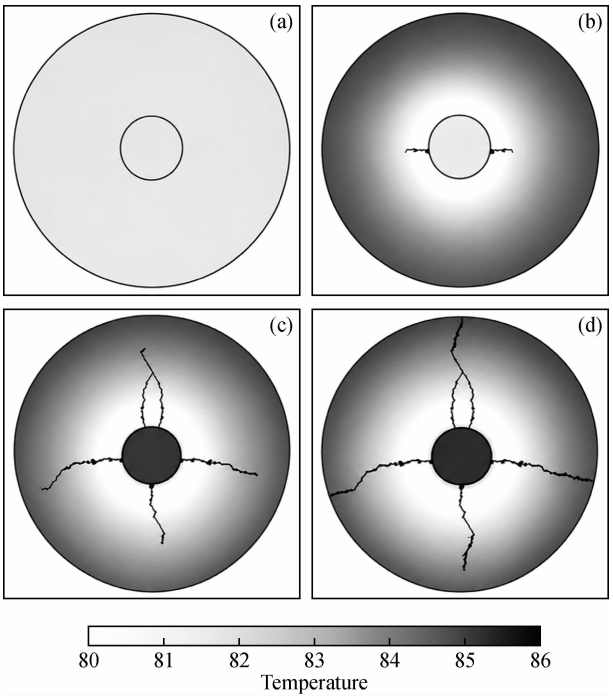


图 9　温度升高环的热裂解过程(Wu *et al*., 2023)

Fig. 9　Thermal cracking process of the temperature rise ring (Wu *et al*., 2023)

应性迁移行为与 DFN 模型相结合,提出了一种将 DDA 与溶质反应传输偏微分方程耦合的方法,以模拟裂隙岩体中水-力-化(H-M-C)耦合过程,并且分析了应力场、反应速率与扩散系数对反应性传输的影响,有效揭示了不连续介质中的耦合机制.

DDA 因其在模拟块体运动与裂隙发育方面的优势,已逐步拓展至多场耦合研究. 目前研究主要集中在水-力、热-力及热-固等耦合过程中,通过在 DDA 框架中引入非达西渗流机制、热传导与相变行为以及裂隙渗透性的动态演化,实现了对岩体损伤演化等复杂过程的耦合模拟. 得益于 DDA 对结构非连续性与非线性接触-滑移机制的自然表达,适用于揭示多物理场联合作用下的岩体破坏与稳定性演化机理. 然而,目前 DDA 多场耦合仍面临耦合框架不统一、反馈机制不完善、计算效率有限等挑战,未来需在统一本构建模、多尺度算法及数据融合等方向持续深化.

2　DDA 的工程应用实践

在岩土工程灾害防治领域,DDA 已成为关键数值工具. 针对岩体边坡失稳问题,二维 DDA 广泛用于模拟边坡稳定性演化及失稳破坏过程. 而落石冲击动力学行为则依托 3D DDA 实现运动轨迹与碰撞响应的高精度模拟. 在隧道及地下工程中,DDA 通过刻画围岩非连续特性,有效揭示硐室应力重分布规律与渐进式失稳机制. 为拓展岩石动力学方面的应用,基于地震波加载算法,DDA 成功再现地震荷载下岩体滑坡与地下结构动力失稳灾害. 此外,DDA 通过嵌入爆炸应力波传播模型与爆生气体压力边界条件,实现对爆破破岩过程的精细化模拟.

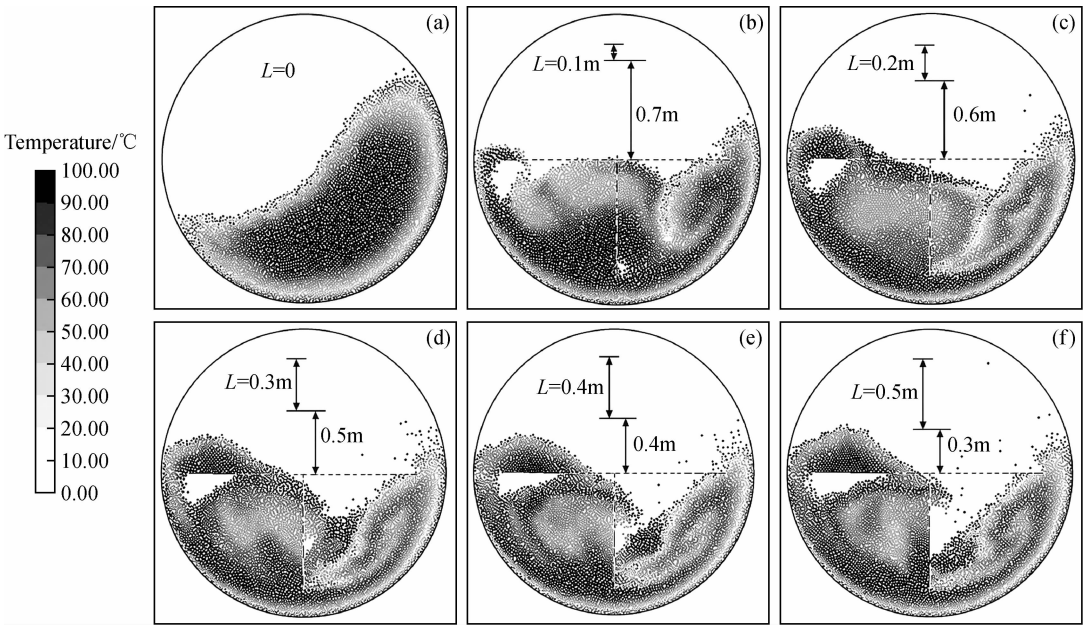


图 10　六种搅拌叶片尺寸下的热传导(Huang *et al*., 2022)

Fig. 10　Heat conduction under six different stirrer blade sizes (Huang *et al*., 2022)

2.1 边坡工程

在岩质边坡稳定性分析中,非连续结构面的控制作用往往主导着边坡的整体变形与破坏模式,传统连续介质方法难以准确反映块体间的相互滑移与旋转行为.DDA 凭借其对块体接触、滑移及非连续破坏过程的精确描述,已被广泛应用于复杂边坡工程的数值模拟与安全评价中.沈振中和大西有三(2004)基于 DDA 对位移未知量求解与块体非嵌入约束,实现了岩质边坡大变形破坏过程的数值模拟,并耦合地下水渗流效应构建库水位骤降工况下的边坡稳定性分析框架.孙东亚等(2002)针对倾倒边坡稳定性分析,基于 DDA 对 Hoek 经典算例的模拟验证,证实了几何非连续性对稳定性演化的控制作用.邬爱清等(2008)基于 DDA 接触力机制提出边坡安全系数计算新方法,经单块体滑移验证后应用于银盘水电站断层边坡,定量证实锚固有效提升边坡稳定性.Sitar 等(2005)通过对意大利瓦伊昂特滑坡的静态稳定性分析,证实准确刻画不连续面形态是识别运动学合理失稳模式的前提,其中根据位移相关的强度折减,可以得出沿滑动面位移 x 的孔隙压力变化 $\Delta p(x)$:

$$\Delta p(x) = (1-\lambda)\sigma_n\left[1-\exp\left(-\frac{b_x}{h}\right)\right], \qquad (31)$$

式中,σ_n 为覆盖层压力;$\lambda_0 = p_0/\sigma_n$,为初始孔隙流体压力比;h 为滑动带厚度;b 为岩石和水的特定热容量、压力梯度与温度和密度的关系以及岩石热膨胀系数的函数.在较大位移情况下,压力的变化趋近于一个恒定值,即 $\Delta p + p_0 = \sigma_n$.

进一步,利用 Terzaghi 有效应力关系式 $(1-\lambda)\sigma_n\tan\phi$,便可反推出动摩擦系数 ϕ_k:

$$\phi_k = \tan^{-1}(1-\lambda(x)\tan\phi). \qquad (32)$$

Chen 和 Wu (2018)针对汶川地震后延时失稳的四川新磨滑坡,采用 2D DDA 模拟滑坡崩滑-堵河灾害链全过程,为灾害链防控提供决策依据.Wu (2007)基于 DDA 模拟二山震后滑坡复活迹象,揭示坡脚凹陷地形对局部滑移的阻滞效应,为雨季动态管控提供空间决策依据.黄盛铨等(2008)在自主研发的 DDA 程序中,以位移-折减系数曲线最大曲率点替代位移突变准则,精准反演库岸边坡安全裕度与小湾高边坡开挖稳定性.Lu 等(2022)在刚性极限平衡法(RLEM)中进一步考虑了内部剪切断裂面上的机械平衡,采用 DDA 水-力耦合模拟了瓦翁特滑坡因水库蓄水引发的整个不稳定过程以及剪切面的形成过程,如图 11 所示.

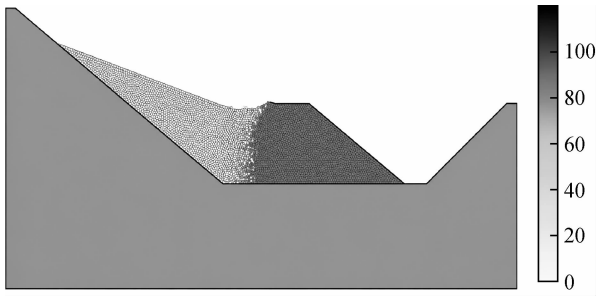


图 11 DDA 模拟滑坡的整个破坏过程(Lu *et al*., 2022)

Fig. 11 DDA simulation of the entire landslide destruction process (Lu *et al*., 2022)

不连续块状系统的行为主要受结构面连接强度的影响,原始 DDA 采用莫尔-库仑破坏准则.Wang 等(2013)基于位移依赖界面剪切强度的 DDA,揭示了 DDA 中莫尔-库仑准则对黏聚力处理的缺陷,提出位移依赖型界面强度模型,成功模拟滑坡两阶段失效.何传永等(2013)和 Chen 等(2015)针对岩质边坡倾倒破坏机制,将连续体的离散元方法(CDEM)与 DDA 结合,并集合离心试验与数值模拟研究,为支护设计提供双重视角(图 12).当块体间存在黏结力时,原始 DDA 结果通常存在较大误差,Zhang 等(2014a)通过引入额外的边界接触评估对 DDA 拓展,有效的模拟了由黏结力和界面摩擦角共同主导的接头失效行为,并利用改进的 DDA 对实际滑坡案例进行分析.

学者们利用 3D DDA 进一步对边坡稳定性研究如下,Liu 等(2019)在 3D DDA 方法引入全局接触理论,对断裂控制型岩坡的倾覆失稳机制进行了试验与数值模拟验证(图 13),证实该方法可有效模拟块体倾覆过程及接触转变行为.在此之后,Liu 等(2024)基于 3D DDA 方法模拟了 G318 国道岩崩对下部危险岩体的冲击过程,证实了 3D DDA 在模拟岩崩运动与冲击相互作用方面的有效性.随着 3D DDA 的技术逐渐成熟,Ma 等(2020)通过 3D DDA 针对大岗山水电站右岸边坡在开挖过程中较大变形开展研究,指出未知的地质不连续性和边坡内部的潜在滑移面,通过将监测数据与地质信息相结合明确了边坡的空间变形特征.在三维滚落研究方面,国内学者刘国阳等(刘国阳, 2019; 刘国阳等, 2020, 2022)基于 3D DDA 方法,系统模拟了崩塌滚石的形成、运动及致灾过程,分析了不同坡形条件下巨石崩塌的三维运动模式,揭示滑动、倾倒、滚动等多形式交替运动及其横向偏移特征.此外,在高原地区滚石

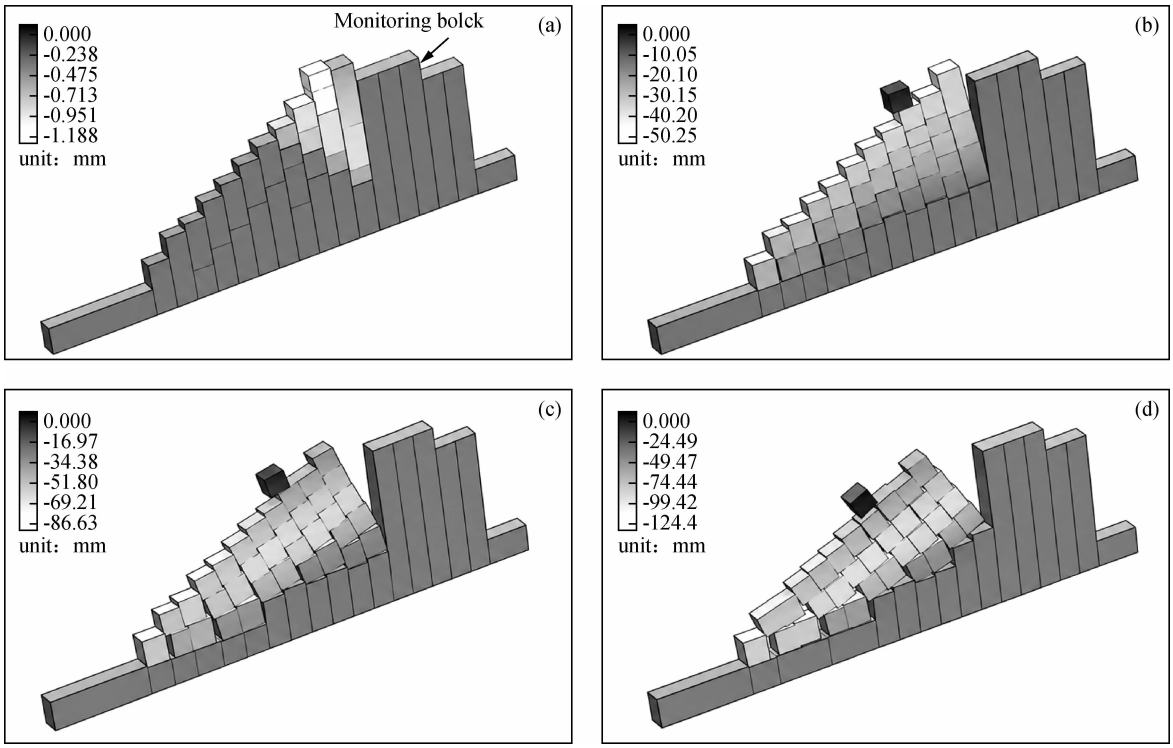


图 12　CDEM 模拟的铝模型失效过程(Chen *et al*., 2015)

Fig. 12　CDEM simulation of aluminum model failure process(Chen *et al*., 2015)

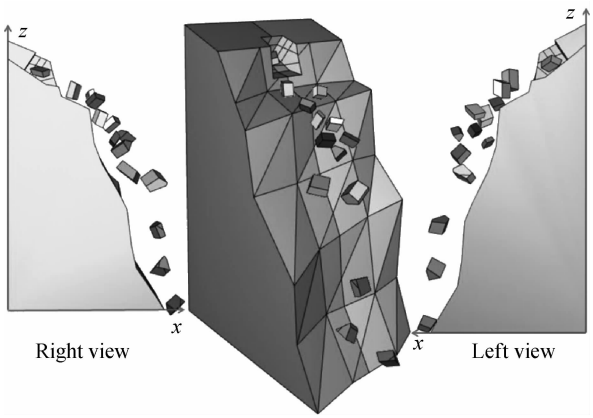


图 13　3D DDA 边坡倾倒破坏模拟(Liu *et al*., 2019)

Fig. 13　3D DDA slope overturning failure simulation (Liu *et al*., 2019)

灾害防治研究中,李俊杰等(2018)结合西藏高原岩质边坡监测数据改进 3D DDA 方法,引入通用接触理论以简化接触关系计算,通过实例验证了该方法在模拟边坡失稳过程中的有效性. 王壮壮等(2020)基于双目高速相机立体视觉原理,构建滚石现场试验监测系统,开展 G318 国道沿线多工况下的滚石运动试验.

土岩混合体(SRM)斜坡在我国广泛分布,其行为较为复杂,通常涉及土岩结构相互作用失稳可能对基础设施造成严重破坏. 为此,Wang 等(2016)和 Peng 等(2022b)基于耦合 DDA-SPH 方法,成功捕捉滑坡运动与激发波形特征,揭示了岩石形状、尺寸与分布特征对斜坡变形的影响,表明岩块沿潜在滑面分布有助于提高斜坡稳定性. Song 等(2025)将广义随机介质重构技术与基于节点的连续-不连续变形分析方法(NCDDAM)相结合,实现不同四相分布的 SRM 斜率,并且探讨了界面相关因素对 SRM 边坡稳定性的影响.

He 等(2018)基于节点变量的离散变形分析(NDDA)通过将有限元法(FEM)网格与 DDA 块耦合,显著提升了 DDA 的应力计算精度和接触效率,并将岩锚模型引入 NDDA 框架中模拟岩体与加固结构之间的相互作用机制. 在 NDDA 方法中,每个节点处的预加荷载作为点荷载传递给该节点所属的单元,点荷载引起的势能为:

$$\prod_{\mathrm{b}} = -(F_x u + F_y v) = -(uv)\begin{pmatrix} F_x \\ F_y \end{pmatrix}, \quad (33)$$

$$f_i\begin{Bmatrix} f_{\mathrm{a}} \\ f_{\mathrm{b}} \\ f_{\mathrm{c}} \end{Bmatrix} = -\frac{\partial \prod_{\mathrm{b}}(0)}{\partial d_{\mathrm{ri}}} = \frac{\partial}{\partial a_i} D_i^{\mathrm{T}} N_i^{\mathrm{T}} \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \end{pmatrix}, \quad (34)$$

式中,F_x 和 F_y 分别为预加载力的分量;N_i 为离散化

三角形单元对应的形状因子;D_i 表达式可参照式(1);f_i 为 2×1 的矩阵叠加至全局平衡方程中;

目前,DDA 在边坡工程领域已得到广泛应用,尤其适用于模拟节理发育岩体中的块体运动、接触演化及失稳破坏过程.2D DDA 在块体位移、接触响应及破坏机理分析方面已较为成熟,3D DDA 则在处理复杂地质结构、多自由度运动及块体间非线性接触方面展现出独特优势.近年来,DDA 与高分辨率遥感数据、传感监测技术和机器学习方法融合,提升了边坡灾变识别、建模和预测的精度与效率.

2.2 地下工程

由于地下工程常处于节理发育、应力扰动剧烈的岩体环境中,而 DDA 又能够较好地模拟岩体块体间的接触、滑移、旋转及大变形过程,尤其适用于隧道开挖、地下洞室稳定性分析等场景.

在洞室开挖方面,沈振中等(2003)率先利用 DDA 构建了适用于水工洞室开挖稳定性分析,考虑了结构面材料非连续性与大变形特征.并以某水电站地下厂房为例,模拟了断层与节理发育条件下的开挖过程,获取了围岩应力与位移分布.对于节理不连续性对力学行为的显著影响,Wu 等(2004)采用 DDA 探究了倾斜节理岩体在隧道施工过程中的力学响应,揭示了节理倾角对应力拱效应和地表沉降分布的显著影响,表明 DDA 在分析不连续岩体隧道掘进行为方面具有较强的适用性与准确性.

随着研究的不断深入,国内学者指出 DDA 在模拟块体运动和接触方面的独特优势,适用于地下工程中节理岩体稳定性分析.张秀丽等(2007)提出在隧道岩体离散中采用行波法自动生成三角块体,并区分虚拟与真实节理,以提高模型几何表达的合理性.刘君和孔宪京(2007)则从围岩应力演化出发,基于改进 DDA 模拟了隧洞开挖与支护过程,揭示节理倾角与开挖顺序对隧洞稳定性的耦合效应.也有学者结合实际工程,尝试将 DDA 与三维建模软件联动分析.张航等(2012)采用 GeoSMA-3D 建立三维结构模型,并在典型剖面上开展 DDA 模拟,实现了结构面的动态响应分析.付晓东等(2013)则从节理统计特征入手,通过构建 Monte-Carlo 节理网络并引入 DDA 中,系统分析了多节理组合对洞室群稳定性的影响,揭示了节理控制下的破坏模式演化过程.赵强等(2019)基于球颗粒 DDA 法,模拟了煤矿运输巷道顶板裂隙的发育及贯通破坏过程,进一步扩展了 DDA 的应用领域.

针对地下岩体结构稳定性及施工响应问题,Shi(2014)与 Fu 等(2015a)分别从数值方法精度与施工过程建模角度拓展了 DDA 在地下工程中的应用范围.前者通过多步动态计算实现平衡方程、接触状态与接触力的三重收敛,为极限稳定性分析提供高精度求解框架;后者引入块体“出生-死亡”机制模拟洞室分步开挖,结合岩栓重激活算法,成功揭示了施工过程中锚固系统与块体协同作用机制.在岩体结构控制机制方面,Bakun-Mazor 等(2009)与 Hatzor 等(2010)研究了层理特征对地下空间稳定性的影响.前者结合 geoDFN 与 DDA 方法,揭示机械分层条件下块体顶板可能形成的拱形结构,有效弥补了传统梁类模型对顶板稳定性认知的不足;后者则分析水平层理与垂直节理组合条件下,开挖跨度与所需覆盖高度之间的关系,为碳酸盐岩采矿设计提供几何稳定性界限.

随着研究的不断深入,学者们针对极端条件下的地下工程问题展开了深入探索,并着力于方法本身的完善与适用性.Zuo 等(2009)首先结合三维地震技术与 DDA,揭示了喀斯特塌陷柱沉降过程中洞穴尺寸对应力集中和断裂扩展的影响,明确指出岩层摩擦角在失稳中的关键作用.为克服原始 DDA 方法在模拟复杂地下工程场景时的局限性,Kim 等(1999)针对原始 DDA 在地下开挖模拟中的不足,提出了水-力耦合和岩体加固等扩展方法,并通过韩国 Unju 隧道案例验证了开挖顺序及加固措施对稳定性的显著影响.针对块状岩体地下洞室稳定性评估的实际需求,Tsesarsky 和 Hatzor(2006)利用 DDA 分析了节理间距与摩擦角对地下开挖面变形的影响,构建了岩体几何参数与顶板松动区范围的关联模型,如图 14 所示,为洞室的支护设计提供了理论支持.

为解决复杂裂隙岩体的稳定性评估难题,3D DDA 在地下工程中得到了广泛研究与应用.针对隧道工程中节理结构复杂、建模效率低的问题,Zhu 等(2016)提出将三维双目摄影测量与 3D DDA 耦合,利用立体成像快速获取岩体节理几何信息并构建模型,成功应用于贵州锁草坡隧道工程.基于此精细建模框架,李利平等(2024)进一步在 3D DDA 中引入锚杆支护算法,模拟隧道围岩垮塌与支护响应,揭示了锚杆优化布设的关键区域,验证了 DDA 在模拟块体滑移、碰撞等运动过程中的能力.Peng 等(2022c)通过耦合 3D DDA 与光滑粒子流体动力学(SPH)方法,模拟隧道突涌水过程,实现了固-液相互作用下灾害机理的动态分析,为隧道涌水灾害预测与防控

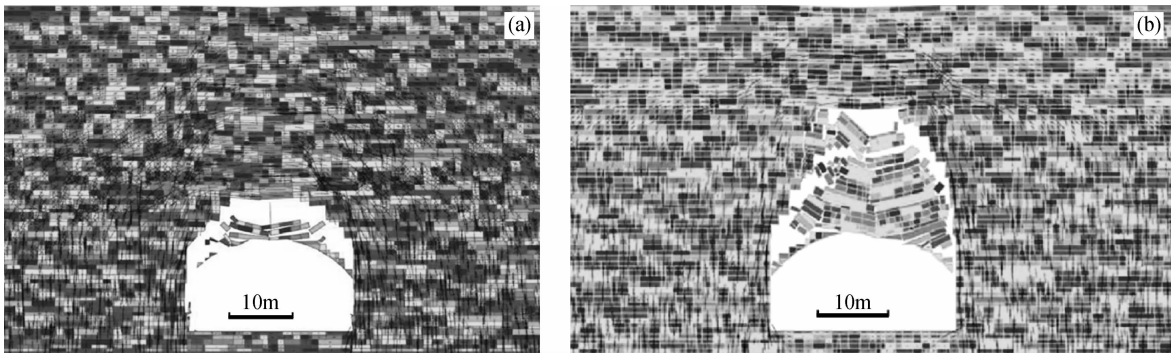


图 14　覆盖层高度对洞室稳定性影响分析(Tsesarsky and Hatzor, 2006)

(a) $h/B=1.2$;(b) $h/B=1.0$.

Fig. 14　Analysis of the effect of overburden height on tunnel stability (Tsesarsky and Hatzor, 2006)

提供了有效技术路径. 在隧道开挖过程中,卸荷效应常引发围岩大变形、坍塌及突涌水等灾害. 为此,Fan 等(2023)提出虚拟块移除算法,开发了适用于开挖模拟的改进 3D DDA_exc,计算模型如图 15 所示,成功再现了围岩卸荷过程中的块体运动路径,其预测与加固指导能力已在工程实例中得到验证. Fan 等(2025)结合了 DDA 方法和模拟流体运动的质点法(MPM)的优点,提出了一种三维块与料点接触反演与接触力计算方法,并以江西永连隧道为研究对象,采用 3D DDA-MPM 方法模拟隧道施工过程中发生的突水和堵区坍塌灾害.

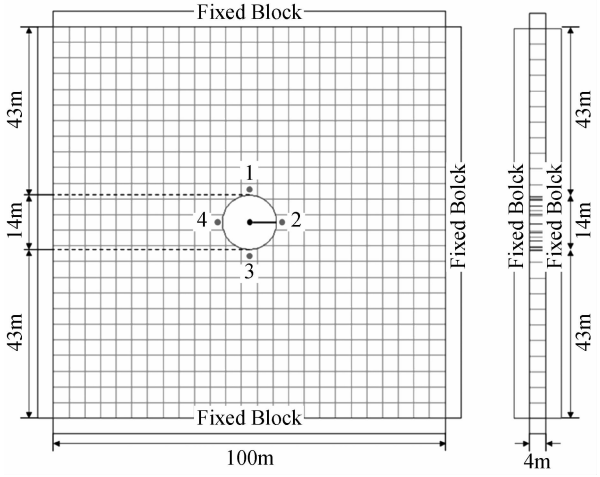


图 15　3D DDA_Exc 方法的计算模型示意图

(Fan *et al*., 2023)

Fig. 15　Schematic diagram of the computational model of the 3D DDA_Exc method (Fan *et al*., 2023)

尽管 3D DDA 在地下工程中的应用取得了显著进展,极大拓展了其工程适用性和多场耦合能力,但仍存在如复杂地质建模能力有限、多物理场高效耦合不足及工程数据融合能力弱等问题. 未来应聚焦开挖过程动态模拟、异构岩体快速建模和多源监测数据驱动的灾变预测,实现由静态评价向过程描述的转变,推动其在复杂地下工程中的广泛应用.

2.3　地震与爆破动力响应

在地震和爆破等强扰动载荷作用下,岩体结构响应剧烈,易诱发滑坡、崩塌等灾害. DDA 作为一种动态数值分析方法,其对块体运动与接触行为的高度适应性,成为模拟此类动态破坏过程的重要工具. 在地震响应研究方面,Wu(2010a)评估了三种将地震作用引入 DDA 的方法,同时指出传统方法在模拟滑动块与基岩相对位移时存在误差,通过修正基岩速度改进了计算的稳定性与准确性. 在此基础上,Wu 和 Chen(2011)利用 DDA 进一步模拟了 Tsaoling 滑坡的滑动过程,结果显示滑动岩体在地震作用下与基底发生脱耦,沉积区剪切强度对堆积形态影响显著,验证了改进 DDA 方法在地震滑坡模拟中的可靠性与适用性.

DDA 被证实适用于模拟岩体在地震作用下的大变形与不连续响应,为提高其地震模拟精度,Fu 等(2015b)引入了黏性与黏弹性非反射边界、自由场边界、地震力输入法及静动统一边界设置,有效提升了地下结构地震响应分析中的边界处理能力,其中黏性边界阻尼器势能计算方法见式(35). 地震诱发滑坡涉及波传播、裂缝扩展、失稳滑动与沉积等复杂过程,为提升地震波在不连续介质中传播的模拟精度. Peng 等(2018)在 DDA 计算程序中引入黏性边界与自由场理论进行改进,并成功重现岩手-宫城地震与汶川东河口滑坡. 受此启发,Wang 等(2023)基于 DDA 方法,统一模拟地震全过程,揭示动力响应对滑坡演化的影响. 并以东河口滑坡为例,深入分

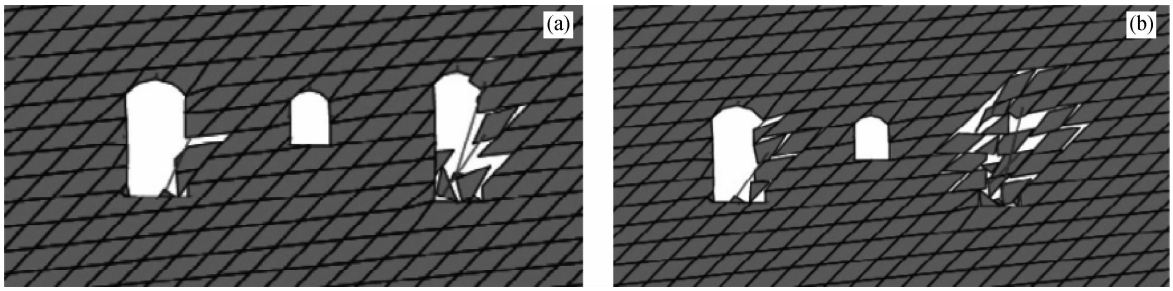


图 16 有无支护下的地震波对地下房屋造成的破坏(Zhang *et al*., 2014b)

(a) 无支护;(b) 有支护.

Fig. 16 Damage caused by seismic waves to underground buildings with and without support (Zhang *et al*., 2014b)

(a) Unsupported; (b) With support.

析了受地震作用该滑坡的破坏过程和模式.

$$\prod_{v} = \rho l \Delta D_{n+1}^{T} T_i^{T} W\left(\frac{2}{\Delta t} T_i \Delta D_{n+1} - T_i \dot{D}_n\right), \quad (35)$$

式中,ρ 为块状介质的密度;l 为块体边界长度;Δt 为时间间隔步长;T_i 为形函数矩阵;ΔD_{n+1} 和 $\dot{D}_{n+1}$ 分别为块体边界的位移增量和速度增量.

针对地震作用下危岩失稳与落石运动问题,有学者以九寨沟景区危岩为例,采用 DDA 与 RocFall 模拟落石轨迹和位移,进一步利用 DDA 分析危岩体密度、体积和地震动强度等因素对运动特征的影响(周月智等, 2021). 为提高 DDA 在地震诱发滑坡模拟中的准确性,Huang 等(2016)基于岩体接触面剪切试验结果,建立了动态摩擦系数衰减模型并引入改进的 DDA 方法(IDDA),有效揭示了摩擦退化对滑坡滑移距离与速度的控制机制. 此外,为拓展 DDA 在地下结构抗震分析中的适用性,Zhang 等(2014b)对 DDA 程序进行了边界条件与地震输入方式的改进,并成功应用于西南地区大型地下水电站的动力响应分析,复现了不同地震强度下无支护与支护条件的破坏差异,如图 16 所示.

在揭示地震作用下岩体失稳机制的基础上,DDA 逐渐被拓展应用于爆破荷载作用下节理岩体的动力响应与破坏过程模拟. 为增强 DDA 在爆破模拟中的适用性,Mortazavi 和 Katsabanis(2001)引入气体加压阶段,考虑爆破孔几何、岩体性质及节理分布等因素,研发了 DDA_BLAST 模型,实现对节理岩体中爆破破坏与块体响应的有效模拟. 为拓展 DDA 在岩体爆破破坏模拟中的应用,甯尤军等(甯尤军等, 2010; Ning *et al*., 2011a, b, 2025)从荷载建模、破裂机制到数值精度进行了系统探索. 通过引入广义人工节理和爆炸气体压力,DDA 模拟再现爆破腔扩张、气体渗透及岩体破碎过程,揭示台阶爆破中岩块破坏与运动特征,如图 17 所示. 进一步结合 Voronoi 子块细化技术,提高了压裂模拟精度,强化了裂缝扩展与块体响应的刻画能力,验证了 DDA 在复杂爆破过程建模中的可靠性与适应性. 结果表明,DDA 在考虑爆炸荷载、裂隙扩展及块体运动等复杂耦合效应方面具有独特优势,为揭示岩体爆破破坏机理提供了可靠手段. 郭双等(2018)基于 DDA 方法构建岩石爆破力学模型,模拟单孔爆破在不同地应力条件下的破裂响应,研究指出,等值地应力下爆破裂纹趋于圆形,裂纹区随应力增大而减小;不等值地应力下裂纹呈扁平状,并优先沿主应力方向扩展,爆炸应力波更受地应力大小影响. 在后续研究中,徐海等(2020)利用改进 DDA 模拟地下金属矿山垮塌区爆破动载下的变形,采用自由场边界及边界阻尼器重现爆破扰动.

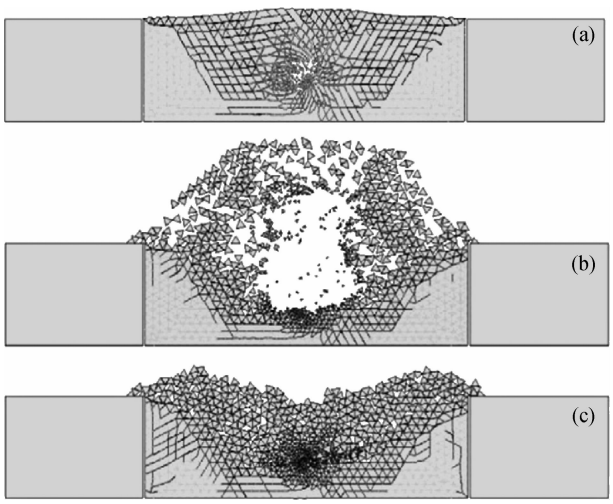


图 17 DDA 模拟炮孔抛掷爆破(Ning *et al*., 2011a)

(a) t = 0.02s;(b) t = 0.74s;(c) t = 3.62s.

Fig. 17 DDA simulation of blast hole throwing blasting (Ning *et al*., 2011a)

目前,DDA 在模拟地震与爆破等强扰动荷载作用下的岩体响应方面展现出独特优势.通过引入改进的边界条件、动荷载输入机制及精细的结构离散方法(如 Voronoi 子块划分、广义节理网络等),DDA 能够较为真实地再现岩体从宏观响应到微观裂隙演化的全过程.随着模型与计算能力的提升,其在节理发育、结构复杂、动力扰动强烈的岩体系统中表现尤为突出.相较其他数值方法,DDA 可有效模拟块体间的接触、滑移与分离,接触处理精度高、能量守恒性好,适用于结构面控制下的岩体稳定性与动态破坏分析,但在大规模计算与细观损伤刻画方面仍存在一定局限.

3　未来发展方向与挑战

3.1　块体接触

DDA 在接触检测与受力求解方面已有众多成果,但在接触判别精度、多点接触处理以及摩擦-滑移机制模拟上仍存在不足.传统 3D DDA 采用开闭迭代法处理接触,每个时步反复施加或移除弹性接触弹簧才能维持平衡,但随着块体数量和复杂度增加,所需时间步会急剧增加,导致计算效率变低.此外,在一组块体边-边接触中,往往出现角-边接触交替"锁定"与"滑动"状态的情况,产生非物理的能量振荡影响计算稳定性.龚文俊等(2016)的研究表明,将边-边接触中的两个角边接触视为整体进行"共剪"处理,可有效避免此类问题,使模拟精度更高且不依赖罚弹簧参数.因此,未来可从以下方面改进 DDA 接触算法:

(1)接触识别与判别精度提升.建立更精准的碰撞检测算法(如基于多壳覆盖、体素网格等技术),实现对凹凸复杂块体的可靠碰撞判定.增强接触界面的几何建模能力,从而实现对接触点位置与接触区域分布的高精度建模与描述.

(2)多角多边接触分析.针对块体间可能发生的多角接触(如同一对块体同时在多个角边或面上接触)情况,应改进开闭迭代策略或采用更有效的接触约束处理方法,以避免迭代收敛困难或稳定性问题.Xu 等(2020)提出的基于接触势能的 3D-CPDDA 方法即提供了一种替代思路,可以将块-块接触力转化为更易处理的有限元单元之间的势能接触,从而减少开闭迭代次数并提升效率.

(3)摩擦-滑移本构完善.当前 DDA 常采用库仑摩擦模型,其摩擦角和黏聚力通常视为常量.但实际岩体接触面摩擦特性随着滑移速率和磨损而变化.可以通过引入动态摩擦衰减模型或考虑黏滑转换能够更真实地反映滑移过程,尤其在地震或爆破等高频振动环境下摩擦系数会显著降低.

3.2　多场耦合

随着岩体工程复杂性的增加,岩体所受环境不再是单一的力学加载过程,而是包含水、热、化学等多种物理场的相互作用过程.DDA 作为一种基于显式时程积分的离散块体法,其优势在于能够自然捕捉块体之间的非线性接触与运动行为,为多场耦合问题提供了潜在的建模能力.但目前,DDA 在多场耦合模拟方面仍处于探索阶段,仍面临存在诸多挑战.

现有 DDA 多场耦合研究多集中在热-力(TM)或水-力(HM)等双场作用下的简化模型,尚未建立完整的热-水-力-化学(THMC)统一耦合框架.在处理裂隙网络渗流、水-冰相变等过程中,难以准确模拟裂隙动态开合对渗透性演化的反馈机制.同时,不同环境因素影响下(如冻胀、水化等)非线性过程所引发的多次相变、裂隙扩展、力学性能衰减等问题尚未在 DDA 中实现有效耦合.

针对上述问题,未来研究应重点从以下方向展开:(1)构建统一的多物理场耦合理论,构建涵盖温度传导、水分迁移、冰岩界面力学等过程的 THM 耦合模型;(2)引入裂隙-流体交互模型,实现裂隙开合状态与渗流路径的动态联动,提升非达西流动与渗透张量演化模拟能力;(3)采用自适应多尺度算法或分区耦合策略,以处理不同场变量的时间尺度和空间尺度差异.此外,结合深度学习等数据驱动方法辅助参数识别和加速计算,有望显著提升多场耦合模拟的效率和精度.因此,DDA 在多场耦合模拟方面仍面临理论机制不完善、耦合过程不成熟及计算效率有限等挑战,但其在处理块体接触、裂隙传播与动力扰动等问题上仍有着不可替代的独特优势.未来,DDA 的发展应引入智能化与数据驱动思路,以突破传统算法局限.在接触算法方面,可结合机器学习实现接触状态的快速识别与摩擦参数的自适应更新,并通过实验数据反演建立动态摩擦衰减模型的定量描述.在工程应用方面,结合遥感、数字孪生等技术,可实现复杂岩体的智能监测与预测,为 DDA 的智能化与工程化发展提供新路径.

3.3　工程应用

DDA 作为一种适用于模拟不连续介质动力响应的数值方法,已在边坡工程、地下工程以及地震与爆破等复杂扰动环境中得到广泛应用,对块体不连

续变形行为表现出较好的描述能力.然而,在实际工程应用中,DDA 仍面临精度、效率、建模能力及工程适配性等方面的多重挑战,难以精准反映三维复杂地形与节理网络的耦合效应,且对降雨、冻融等时效性环境扰动的考虑尚显不足,制约其在长期稳定性评估中的应用.对于多级巷道、交叉结构等复杂几何条件下建模能力有限,且支护-围岩协同响应机理的描述尚不具体,难以实现多源荷载下的全过程模拟.此外,DDA 模拟通常将爆破载荷简化为静态压力作用,难以体现应力波与气体膨胀的耦合过程,同时地震波在裂隙介质中的传播规律尚未充分模拟,亦缺乏面向工程优化与预警需求的快速计算与反馈机制.

未来 DDA 在工程应用方面的研究可从以下方向展开:(1)三维模型构建.可将 DDA 与数字地质建模、DFN 网络、点云反演等技术结合,实现节理结构的自动化识别与真实建模,提升三维 DDA 建模工具的可操作性与稳定性;(2)动力扰动分析.拓展高频强扰动下的接触演化模型,引入更多实际加载形式(如多源震动、连续爆破),提升高速滑移与冲击行为模拟精度;(3)多场耦合模拟.构建地质-环境耦合模型框架,融合降雨渗流、冻融循环、水位变化等因素的动态加载,实现对工程长期稳定性监测和预警.

4 结 论

本文系统回顾了 DDA 方法的理论基础与发展历程,全面梳理了其在接触处理、多场耦合与工程应用等方面的关键研究进展.在此基础上,从接触机制演化、多物理场协同模拟和典型工程应用三个维度,总结了 DDA 在模拟复杂岩体工程行为方面的优势与适用性,进一步明确了当前研究中的不足与未来发展方向.回顾 DDA 的理论演化及其工程应用研究现状得到如下结论:

基于原始 DDA 全局平衡计算框架,DDA 逐渐发展出多种判据与算法,从早期基于单点的刚性接触模型,改进至引入摩擦衰减、剪切软化与三维接触更新技术,显著提升了模拟非连续滑移与大变形行为的能力.在此基础上,DDA 逐步实现了水-力、热-力、热-固等多物理过程的联合建模,为揭示岩体在复杂环境下的响应特征提供了新工具.在工程应用方面,DDA 已广泛用于分析多类岩体位移过程与失稳机理.在边坡工程中揭示了危岩的倾倒、滑移等典型失稳模式,并追踪关键块体的运动路径和滑移路径与堆积过程.同时,将 DDA 与块体移除法和开挖序列结合,模拟开挖引发的围岩响应与塌落行为,有效模拟围岩的动态响应与潜在坍塌过程.此外,DDA 通过引入黏性边界、剪切强度衰减与自由场输入等手段提升动力模拟能力,成功再现了多个典型地震诱发滑坡的全过程,明确了滑移速度、堆积形态与摩擦演化之间的耦合关系.在爆破工程研究中,DDA 利用爆腔气体膨胀模型与状态方程,实现了从爆腔扩张、裂缝演化到岩块抛掷与爆堆形成的全过程建模,并结合 Voronoi 子块细化方法,使得 DDA 在爆破压裂模拟中的空间分辨率与裂缝扩展精度进一步提升.

目前,DDA 方法在接触判别效率、非线性破坏过程模拟及大型三维模型计算稳定性等方面仍存在一定局限,这些问题在一定程度上制约了其在复杂地质条件下的工程应用效果.结合现有研究成果,提升算法并行化水平、引入人工智能与数据驱动技术以优化模型参数,进而推进多物理场与多方法的融合,是进一步完善 DDA 理论体系、增强其实用性与工程适应性的关键途径.综上所述,DDA 作为一种基于块体理论的非连续数值分析方法,具备强非线性、高耦合、强动态的模拟潜力,是复杂岩体工程建模与灾害机理揭示的重要手段.其理论深化与工程拓展仍具广阔发展空间,对提升岩体工程安全性和灾害防控水平具有重要意义.

致 谢 感谢审稿专家提出的修改意见和编辑部的大力支持!

References

Bakun-Mazor D, Hatzor Y H, Dershowitz W S. 2009. Modeling mechanical layering effects on stability of underground openings in jointed sedimentary rocks. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 46(2): 262-271, doi: 10.1016/j.ijrmms.2008.04.001.

Bao H R, Zhao Z Y. 2010. An alternative scheme for the corner-corner contact in the two-dimensional discontinuous deformation analysis. Advances in Engineering Software, 41(2): 206-212, doi: 10.1016/j.advengsoft.2009.09.007.

Bao H R, Zhao Z Y. 2012. The vertex-to-vertex contact analysis in the two-dimensional discontinuous deformation analysis. Advances in Engineering Software, 45(1): 1-10, doi: 10.1016/j.advengsoft.2011.09.010.

Beyabanaki S A R, Jafari A, Yeung M R. 2010. High-order three-dimensional discontinuous deformation analysis (3-D DDA). International Journal for Numerical Methods in Biomedical Engineering, 26(12): 1522-1547.

Chen H M, Zhao Z Y, Sun J P. 2013. Coupled hydro-mechanical model for fractured rock masses using the discontinuous deformation analysis. Tunnelling and Underground Space Technology, 38: 506-

516, doi: 10.1016/j.tust.2013.08.006.
Chen K T, Wu J H. 2018. Simulating the failure process of the Xinmo landslide using discontinuous deformation analysis. Engineering Geology, 239: 269-281, doi: 10.1016/j.enggeo.2018.04.002.
Chen L B, Liu Q S, Che A L. 2014. A novel contact detection procedure for blocks and its application in discontinuous deformation analysis. Journal of Shanghai Jiao Tong University (in Chinese), 48(6): 888-892, doi: 10.16183/j.cnki.jsjtu.2014.06.027.
Chen X F. 2022. A thermal-solid coupling numerical model based on disk DDA and its applications [Master's thesis] (in Chinese). Xiangtan: Hunan University of Science and Technology.
Chen Z D, Liu F, Ren Y L, *et al*. 2023. Simulation of heat conduction and thermal cracking of brittle materials using the particle-based discontinuous deformation analysis. Computers and Geotechnics, 155: 105197, doi: 10.1016/j.compgeo.2022.105197.
Chen Z Y, Gong W J, Ma G W, *et al*. 2015. Comparisons between centrifuge and numerical modeling results for slope toppling failure. Science China Technological Sciences, 58(9): 1497-1508, doi: 10.1007/s11431-015-5889-x.
Cheng Y M, Zhang Y H. 2002. Coupling of FEM and DDA methods. International Journal of Geomechanics, 2(4): 503-517.
Fan H, Zheng H, Zhao J D. 2018. Three-dimensional discontinuous deformation analysis based on strain-rotation decomposition. Computers and Geotechnics, 95: 191-210, doi: 10.1016/j.compgeo.2017.09.015.
Fan H Y, Li L P, Chen G Q, *et al*. 2023. An improved 3D DDA method considering the unloading effect of tunnel excavation and its application. Computers and Geotechnics, 154: 105178, doi: 10.1016/j.compgeo.2022.105178.
Fan H Y, Li L P, Fu Y G, *et al*. 2025. 3D DDA-MPM coupling method for fluid-solid interaction: theory, validation and application in tunnels. Computers and Geotechnics, 187: 107523, doi: 10.1016/j.compgeo.2025.107523.
Fu X D, Sheng Q, Zhang Y H. 2013. Stepwise excavation process of underground caverns of hydropower station using DDA. Rock and Soil Mechanics (in Chinese), 34(2): 568-574, doi: 10.16285/j.rsm.2013.02.035.
Fu X D, Sheng Q, Zhang Y H, *et al*. 2015a. Boundary setting method for the seismic dynamic response analysis of engineering rock mass structures using the discontinuous deformation analysis method. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 39(15): 1693-1712, doi: 10.1002/nag.2374.
Fu X D, Sheng Q, Zhang Y H, *et al*. 2015b. Investigations of the sequential excavation and reinforcement of an underground cavern complex using the discontinuous deformation analysis method. Tunnelling and Underground Space Technology, 50: 79-93, doi: 10.1016/j.tust.2015.06.010.
Gao J Y, Peng S Y, Chen G Q, *et al*. 2023. Coupled hydro-mechanical analysis for water inrush of fractured rock masses using the discontinuous deformation analysis. Computers and Geotechnics, 156: 105247, doi: 10.1016/j.compgeo.2023.105247.
Gao J Y, Mitani Y, Chen G Q, *et al*. 2024. Extension of discontinuous deformation analysis method for coupled reactive transport problems. Computers and Geotechnics, 165: 105839, doi: 10.1016/j.compgeo.2023.105839.
Gao J Y, Peng S Y, Chen G Q, *et al*. 2025. An extended discontinuous deformation analysis for simulation of grouting reinforcement in a water-rich fractured rock tunnel. Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering, 17(1): 168-186, doi: 10.1016/j.jrmge.2023.12.029.
Gong S L, Ling D S, Hu C B, *et al*. 2020. Study on large rotation problem of a block in discontinuous deformation analysis. Rock and Soil Mechanics (in Chinese), 41(11): 3810-3822, doi: 10.16285/j.rsm.2020.0189.
Gong W J, Wang Y S, Luo Y H. 2016. Investigating shear mechanics of discontinuous deformation analysis. Chinese Journal of Geotechnical Engineering (in Chinese), 38(11): 2059-2068, doi: 10.11779/CJGE201611016.
Guo S, Wu X, Ning Y J. 2018. DDA simulations of rock fracture by blasting loads under geostress conditions. Engineering Blasting (in Chinese), 24(5): 8-14.
Hatzor Y H, Wainshtein I, Mazor D B. 2010. Stability of shallow karstic caverns in blocky rock masses. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 47(8): 1289-1303, doi: 10.1016/j.ijrmms.2010.09.014.
He C Y, Sun P, Wu Y P, *et al*. 2013. Discussion on the deformation mechanism of topple rock slope using DDA method. Journal of China Institute of Water Resources and Hydropower Research (in Chinese), 11(2): 107-111, doi: 10.13244/j.cnki.jiwhr.2013.02.002.
He L, Tian Q, Zhao Z Y, *et al*. 2018. Rock slope stability and stabilization analysis using the coupled DDA and FEM method: NDDA approach. International Journal of Geomechanics, 18(6): 04018044, doi: 10.1061/(ASCE)GM.1943-5622.0001098.
Huang D, Song Y X, Cen D F, *et al*. 2016. Numerical modeling of earthquake-induced landslide using an improved discontinuous deformation analysis considering dynamic friction degradation of joints. Rock Mechanics and Rock Engineering, 49(12): 4767-4786, doi: 10.1007/s00603-016-1056-3.
Huang G H, Tong C X, Zhang S, *et al*. 2022. A thermo-solid coupling model for disk discontinuous deformation analysis to simulate heating and stirring particles in rotary drums. Powder Technology, 402: 117326, doi: 10.1016/j.powtec.2022.117326.
Huang S Q, Liu J, Kong X J. 2008. DDA with strength reduction technique and its application to stability analysis of rock slope. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering (in Chinese), 27(S1): 2799-2806.
Huitt J L. 1956. Fluid flow in simulated fractures. AIChE Journal, 2(2): 259-264, doi: 10.1002/aic.690020224.
Jiang Q H. 2000. Research on three dimensional discontinuous deformation analysis method [Ph. D. thesis] (in Chinese). Wuhan: Wuhan Institute of Rock & Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences.
Jiang Q H, Feng D X. 2000. A study on an angle-face model of three dimensional discontinuous deformation analysis. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering (in Chinese), 19(S1): 930-935.
Jiang Q H, Yang W Z, Wu Y M, *et al*. 2002. Study of frictional contact problems in 3D discontinuous deformation analysis method. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering (in Chinese), 21(S2): 2418-2421.
Jiang Q H, Chen Y F, Zhou C B, *et al*. 2013. Kinetic energy dissipation and convergence criterion of discontinuous deformations analysis (DDA) for geotechnical engineering. Rock Mechanics and Rock Engineering, 46(6): 1443-1460, doi: 10.1007/s00603-012-0356-5.
Jiang W, Xu J C, Wang L H, *et al*. 2022. A novel formulation of discontinuous deformation analysis enlightened by virtual element method. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering (in Chinese), 41(1): 106-119, doi: 10.13722/j.cnki.jrme.2021.0813.
Jiao Y Y, Zhang X L, Zhang H Q, *et al*. 2015. A coupled thermo-mechanical discontinuum model for simulating rock cracking induced by temperature stresses. Computers and Geotechnics, 67: 142-149, doi: 10.1016/j.compgeo.2015.03.009.
Jing L R, Ma Y, Fang Z L. 2001. Modeling of fluid flow and solid deformation for fractured rocks with discontinuous deformation analysis (DDA) method. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 38(3): 343-355, doi: 10.1016/S1365-1609(01)00005-3.
Kim Y I, Amadei B, Pan E. 1999. Modeling the effect of water, excavation sequence and rock reinforcement with discontinuous deformation analysis. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 36(7): 949-970, doi: 10.1016/S0148-9062(99)00046-7.
Li J J, Liu G Y, Ye T J, *et al*. 2018. Research on rock slope failure of Xizang Plateau based on three-dimensional discontinuous deformation analysis. Plateau Science Research (in Chinese), 2(1): 1-13,

doi: 10.16249/j.cnki.2096-4617.2018.01.001.

Li L P, Fan H Y, Liu H L, *et al*. 2024. Validation of 3D DDA method and its application to the control of rock collapse in tunnels. Journal of Southeast University (Natural Science Edition) (in Chinese), 54(3): 531-538.

Lin X C, Li X, Wang X G, *et al*. 2019. A compact 3D block cutting and contact searching algorithm. Science China Technological Sciences, 62(8): 1438-1454, doi: 10.1007/s11431-018-9318-2.

Liu G Y. 2019. Three-dimensional DDA contact model and failure law investigation of rockfall [Ph. D. thesis] (in Chinese). Dalian: Dalian University of Technology.

Liu G Y, Li J J, Kang F. 2019. Failure mechanisms of toppling rock slopes using a three-dimensional discontinuous deformation analysis method. Rock Mechanics and Rock Engineering, 52(10): 3825-3848, doi: 10.1007/s00603-019-01797-6.

Liu G Y, Li J J, Kang F. 2020. Study on the protective effect of rockfall platform based on 3D DDA method. Journal of Disaster Prevention and Mitigation Engineering (in Chinese), 40(5): 679-689, doi: 10.13409/j.cnki.jdpme.2020.05.001.

Liu G Y, Li J J. 2020. A three-dimensional discontinuous deformation analysis method for collision analysis and its application. Chinese Journal of Applied Mechanics (in Chinese), 37(1): 1-9, doi: 10.11776/cjam.37.01.D113.

Liu G Y, Meng H Y, Ning B K, *et al*. 2022. Study on collapse and movement of a boulder based on 3D discontinuous deformation analysis. Rock and Soil Mechanics (in Chinese), 43(1): 246-256, doi: 10.16285/j.rsm.2021.0663.

Liu G Y, Zhong Z R, Ye T J, *et al*. 2024. Impact failure and disaster processes associated with rockfalls based on three-dimensional discontinuous deformation analysis. Earth Surface Processes and Landforms, 49(11): 3344-3366, doi: 10.1002/esp.5893.

Liu G Y, Zhao S Z, Zhong Z R, *et al*. 2025. Numerical simulation analysis of instability movement of columnar dangerous rock mass using 3D DDA. Journal of Disaster Prevention and Mitigation Engineering (in Chinese), 45(1): 179-187, doi: 10.13409/j.cnki.jdpme.20230904003.

Liu J, Kong X J. 2007. Numerical simulation of behavior of jointed rock masses during tunneling and lining of tunnels. Rock and Soil Mechanics (in Chinese), 28(2): 321-326.

Lu B, Xu D D, Zhu J B, *et al*. 2022. A discontinuous deformation analysis of the internal shear restraint mechanism in the sliding instability process of compound slopes. Computers and Geotechnics, 151: 105000, doi: 10.1016/j.compgeo.2022.105000.

Luan M T, Li Y, Yang Q. 2000. Discontinuous deformation computational mechanics model and its application in stability analysis of rock slope. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering (in Chinese), 19(3): 289-294.

Ma K, Liu G Y, Guo L J, *et al*. 2020. Deformation and stability of a discontinuity-controlled rock slope at Dagangshan hydropower station using three-dimensional discontinuous deformation analysis. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 130: 104313, doi: 10.1016/j.ijrmms.2020.104313.

Miki S, Sasaki T, Koyama T, *et al*. 2010. Development of coupled discontinuous deformation analysis and numerical manifold method (NMM-DDA). International Journal of Computational Methods, 7(1): 131-150, doi: 10.1142/S021987621000209X.

Morgan W E, Aral M M. 2015. An implicitly coupled hydro-geomechanical model for hydraulic fracture simulation with the discontinuous deformation analysis. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 73: 82-94, doi: 10.1016/j.ijrmms.2014.09.021.

Mortazavi A, Katsabanis P D. 2001. Modelling burden size and strata dip effects on the surface blasting process. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 38(4): 481-498, doi: 10.1016/S1365-1609(01)00015-6.

Ning Y J, Yang J, Chen P W. 2010. Numerical simulation of rock blasting in jointed rock mass by DDA method. Rock and Soil Mechanics (in Chinese), 31(7): 2259-2263, doi: 10.16285/j.rsm.2010.07.053.

Ning Y J, Yang J, An X M, *et al*. 2011a. Modelling rock fracturing and blast-induced rock mass failure via advanced discretisation within the discontinuous deformation analysis framework. Computers and Geotechnics, 38(1): 40-49, doi: 10.1016/j.compgeo.2010.09.003.

Ning Y J, Yang J, Ma G W, *et al*. 2011b. Modelling rock blasting considering explosion gas penetration using discontinuous deformation analysis. Rock Mechanics and Rock Engineering, 44(4): 483-490, doi: 10.1007/s00603-010-0132-3.

Ning Y J, Zhang D F, Liu X L. 2025. Discontinuous deformation analysis (DDA) simulations of rock fracturing failures by Voronoi sub-block elements with refinement. Engineering Analysis with Boundary Elements, 173: 106172, doi: 10.1016/j.enganabound.2025.106172.

Pei J M, Lü Z H. 1996. The static and dynamic methods of DDA for jointed rock mass. Chinese Journal of Geotechnical Engineering (in Chinese), 18(6): 46-54.

Peng X Y, Yu P C, Zhang Y B, *et al*. 2018. Applying modified discontinuous deformation analysis to assess the dynamic response of sites containing discontinuities. Engineering Geology, 246: 349-360, doi: 10.1016/j.enggeo.2018.10.011.

Peng X Y, Chen G Q, Fu H Y, *et al*. 2021. Development of coupled DDA-SPH method for dynamic modelling of interaction problems between rock structure and soil. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 146: 104890, doi: 10.1016/j.ijrmms.2021.104890.

Peng X Y, Yu P C, Cheng X, *et al*. 2022a. Dynamic simulation of the water inrush process in tunnel construction using a three-dimensional coupled discontinuous deformation analysis and smoothed particle hydrodynamics method. Tunnelling and Underground Space Technology, 127: 104612, doi: 10.1016/j.tust.2022.104612.

Peng X Y, Liu J F, Cheng X, *et al*. 2022b. Dynamic modelling of soil-rock-mixture slopes using the coupled DDA-SPH method. Engineering Geology, 307: 106772, doi: 10.1016/j.enggeo.2022.106772.

Peng X Y, Zhang Y B, Yu P C, *et al*. 2022c. Simulation of tensile failure problems by improved three-dimensional discontinuous deformation analysis with multi-spring face-to-face contact model. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 160: 105223, doi: 10.1016/j.ijrmms.2022.105223.

Rouainia M, Lewis H, Pearce C, *et al*. 2006. Hydro-geomechanical modelling of seal behaviour in overpressured basins using discontinuous deformation analysis. Engineering Geology, 82(4): 222-233, doi: 10.1016/j.enggeo.2005.11.004.

Shen Z Z, Ni Z B, Zhao J. 2003. Stability analysis of rock mass for underground hydraulic powerhouse by DDA. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering (in Chinese), 22(S1): 2299-2303.

Shen Z Z, Yuzo O. 2004. Stability analysis method for reservoir rock slope based on discontinuous deformation analysis. Journal of Hydraulic Engineering (in Chinese), 35(3): 117-122, 128.

Shi G H, Goodman R E. 1985. Two dimensional discontinuous deformation analysis. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 9(6): 541-556, doi: 10.1002/nag.1610090604.

Shi G H. 1988. Discontinuous deformation analysis-A new numerical model for the statics and dynamics of block systems [Ph. D. thesis]. Berkeley: University of California.

Shi G H, Goodman R E. 1989. Generalization of two-dimensional discontinuous deformation analysis for forward modelling. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 13(4): 359-380, doi: 10.1002/nag.1610130403.

Shi G H. 1993. Block System Modeling by Discontinuous Deformation Analysis. Southampton: Computational Mechanics Publications.

Shi G H. 2001. Three dimensional discontinuous deformation analyses. //DC Rocks 2001, The 38th U.S. Symposium on Rock Mechanics (USRMS). Washington: American Rock Mechanics Association, ARMA-01-1421.

Shi G H. 2014. Application of discontinuous deformation analysis on

stability analysis of slopes and underground power houses. Geomechanics and Geoengineering, 9(2): 80-96, doi: 10.1080/17486025.2013.871065.

Sitar N, MacLaughlin M M, Doolin D M. 2005. Influence of kinematics on landslide mobility and failure mode. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 131(6): 716-728, doi: 10.1061/(ASCE)1090-0241(2005)131:6(716).

Song H T, Yang Y T, Fu X D, *et al*. 2025. Stability analysis of four-phase soil-rock mixture slopes by the nodal-based continuous-discontinuous deformation analysis method combining a generalized random media reconstruction technique. Computers and Geotechnics, 188: 107583, doi: 10.1016/j.compgeo.2025.107583.

Sun D Y, Peng Y J, Wang X Z. 2002. Application of DDA method in stability analysis of topple rock slope. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering (in Chinese), 21(1): 39-42.

Tsesarsky M, Hatzor Y H. 2006. Tunnel roof deflection in blocky rock masses as a function of joint spacing and friction - A parametric study using discontinuous deformation analysis (DDA). Tunnelling and Underground Space Technology, 21(1): 29-45, doi: 10.1016/j.tust.2005.05.001.

Wang J M, Zhang Y B, Yu P C, *et al*. 2023. Dynamic process study of earthquake-induced landslides applying an improved discontinuous deformation analysis method considering site response. Rock Mechanics and Rock Engineering, 56(7): 5427-5446.

Wang L Z, Jiang H Y, Yang Z X, *et al*. 2013. Development of discontinuous deformation analysis with displacement-dependent interface shear strength. Computers and Geotechnics, 47: 91-101, doi: 10.1016/j.compgeo.2012.06.006.

Wang R L, Chen N M, Liu B C. 1996. Study on the theory of three-dimensional block discontinuous deformation analysis. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering (in Chinese), 15(3): 219-224.

Wang S F, Zhu W S, Zheng S H. 2000. DDA method of thermal stress problem for jointed rock mass. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering (in Chinese), 19(5): 643-646.

Wang W, Chen G Q, Zhang H, *et al*. 2016. Analysis of landslide-generated impulsive waves using a coupled DDA-SPH method. Engineering Analysis with Boundary Elements, 64: 267-277, doi: 10.1016/j.enganabound.2015.12.014.

Wang W, Yin K L, Chen G Q, *et al*. 2019. Practical application of the coupled DDA-SPH method in dynamic modeling for the formation of landslide dam. Landslides, 16(5): 1021-1032, doi: 10.1007/s10346-019-01143-5.

Wang X, Wu W, Zhu H H, *et al*. 2021. Three-dimensional discontinuous deformation analysis with explicit contact formulation and block-wise multicore CPU acceleration. Computers and Geotechnics, 139: 104410, doi: 10.1016/j.compgeo.2021.104410.

Wang Z S. 2019. Study on mechanism and discontinuous deformation analysis of hydraulic fracturing of rock [Ph. D. thesis] (in Chinese). Ji'nan: Shandong University.

Wang Z X, Yang J, Ni K S, *et al*. 2020. CUDA-based JPCG parallel solution algorithm for 3D-DDA global equations. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering (in Chinese), 39(6): 1231-1241, doi: 10.13722/j.cnki.jrme.2019.0929.

Wang Z Z, Liu G Y, Li J J, *et al*. 2020. Experimental study on rockfall movement based on the stereo vision monitoring of binocular high-speed camera. Plateau Science Research (in Chinese), 4(1): 104-111.

Wu A Q, Ding X L, Lu B, *et al*. 2008. Validation for rock block stability and its application to rock slope stability evaluation using DDA method. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering (in Chinese), 27(4): 664-672.

Wu J H, Ohnishi Y, Nishiyama S. 2004. Simulation of the mechanical behavior of inclined jointed rock masses during tunnel construction using Discontinuous Deformation Analysis (DDA). International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 41(5): 731-743, doi: 10.1016/j.ijrmms.2004.01.010.

Wu J H, Ohnishi Y, Nishiyama S. 2005. A development of the discontinuous deformation analysis for rock fall analysis. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 29(10): 971-988, doi: 10.1002/nag.429.

Wu J H. 2007. Applying discontinuous deformation analysis to assess the constrained area of the unstable Chiu-fen-erh-shan landslide slope. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 31(5): 649-666, doi: 10.1002/nag.548.

Wu J H. 2010a. Compatible algorithm for integrations on a block domain of any shape for three-dimensional discontinuous deformation analysis. Computers and Geotechnics, 37(1-2): 153-163, doi: 10.1016/j.compgeo.2009.08.009.

Wu J H. 2010b. Seismic landslide simulations in discontinuous deformation analysis. Computers and Geotechnics, 37(5): 594-601, doi: 10.1016/j.compgeo.2010.03.007.

Wu J H, Chen C H. 2011. Application of DDA to simulate characteristics of the Tsaoling landslide. Computers and Geotechnics, 38(5): 741-750, doi: 10.1016/j.compgeo.2011.04.003.

Wu W, Zhu H H, Zhuang X Y, *et al*. 2014. A multi-shell cover algorithm for contact detection in the three dimensional discontinuous deformation analysis. Theoretical and Applied Fracture Mechanics, 72: 136-149, doi: 10.1016/j.tafmec.2014.03.004.

Wu Z Y, Jiao Y Y, Zheng F, *et al*. 2023. A new SDDA-based numerical approach for simulating rock cracking induced by temperature stresses. Computers and Geotechnics, 154: 105113, doi: 10.1016/j.compgeo.2022.105113.

Xia Y, Yang Y T, Zheng H, *et al*. 2025. Modelling of thermo-mechanical coupling effects in rock masses using an enriched nodal-based continuous-discontinuous deformation analysis method. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 433: 117543, doi: 10.1016/j.cma.2024.117543.

Xie Q, Chen Y C, Fu X, *et al*. 2024. Fluid-solid coupling model for discontinuous deformation analysis of unsaturated transient seepage. Chinese Journal of Geotechnical Engineering (in Chinese), 46(2): 299-306.

Xu D D, Wu A Q, Yang Y T, *et al*. 2020. A new contact potential based three-dimensional discontinuous deformation analysis method. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 127: 104206, doi: 10.1016/j.ijrmms.2019.104206.

Xu H, Luo Z Q, Wen L, *et al*. 2020. Discontinuous deformation analysis method for deformation response of hidden resources in collapse area under blasting excavation. Journal of Southwest Jiaotong University (in Chinese), 55(3): 485-494, doi: 10.3969/j.issn.0258-2724.20190033.

Xu T, He L, Zheng Y L, *et al*. 2021. Experimental and numerical investigations of microwave-induced damage and fracture formation in rock. Journal of Thermal Stresses, 44(4): 513-528, doi: 10.1080/01495739.2020.1865857.

Xu T. 2021. Thermal-mechanical coupled discontinuous deformation analysis and its application to microwave rock breaking [Ph. D. thesis] (in Chinese). Nanjing: Southeast University.

Yu S, Zhu W S, Zhang Y P. 2015. Coupled hydro-mechanical model based DDA method for seepage analysis of fractured rock mass and its application. Rock and Soil Mechanics (in Chinese), 36(2): 555-560, doi: 10.16285/j.rsm.2015.02.035.

Zhang G X, Wu X F. 2003. Influence of seepage on the stability of rock slope-coupling of seepage and deformation by DDA method. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering (in Chinese), 22(8): 1269-1275, doi: 10.3321/j.issn:1000-6915.2003.08.008.

Zhang G X, Li H F, Huang T. 2010. Three-dimensional discontinuous deformation analysis theory and its application to rock slopes. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering (in Chinese), 29(10): 2116-2126.

Zhang H, Wang S H, Guo M D, *et al*. 2012. Three-dimensional modeling of rock tunnel and its dynamic analysis of discontinuous deformation using DDA code. Chinese Journal of Underground Space and Engineering (in Chinese), 8(1): 43-47, doi: 10.3969/j.issn.1673-0836.2012.01.008.

Zhang H, Chen G Q, Zheng L, *et al*. 2015. Detection of contacts between three-dimensional polyhedral blocks for discontinuous deformation analysis. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 78: 57-73, doi: 10.1016/j.ijrmms.2015.05.008.

Zhang H, Liu S G, Zheng L, *et al*. 2016. Extensions of edge-to-edge contact model in three-dimensional discontinuous deformation analysis for friction analysis. Computers and Geotechnics, 71: 261-275, doi: 10.1016/j.compgeo.2015.09.010.

Zhang H, Zhang Y B, Zheng L, *et al*. 2018. Explicit three-dimensional discontinuous deformation analysis based on a central difference scheme. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering (in Chinese), 37(7): 1649-1658, doi: 10.13722/j.cnki.jrme.2018.0084.

Zhang Q H, Shi G H. 2021. Verification of a DDA-based hydro-mechanical model and its application to dam foundation stability analysis. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 138: 104627, doi: 10.1016/j.ijrmms.2021.104627.

Zhang X L, Jiao Y Y, Liu Q S, *et al*. 2007. Modeling of stability of a highway tunnel by using improved DDA method. Rock and Soil Mechanics (in Chinese), 28(8): 1710-1714, doi: 10.3969/j.issn.1000-7598.2007.08.034.

Zhang Y, Wu A Q, Lin S Z. 2010. Study of static analysis of 3D high-order DDA. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering (in Chinese), 29(3): 558-564.

Zhang Y B, Xu Q, Chen G Q, *et al*. 2014a. Extension of discontinuous deformation analysis and application in cohesive-frictional slope analysis. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 70: 533-545, doi: 10.1016/j.ijrmms.2014.06.005.

Zhang Y B, Hu B, Zhang J, *et al*. 2024. Dynamic coupled hydromechanical approach for fractured rock mass seepage using two-dimensional discontinuous deformation analysis. Rock Mechanics and Rock Engineering, 57(5): 3315-3328, doi: 10.1007/s00603-023-03731-3.

Zhang Y H, Fu X D, Sheng Q. 2014b. Modification of the discontinuous deformation analysis method and its application to seismic response analysis of large underground caverns. Tunnelling and Underground Space Technology, 40: 241-250, doi: 10.1016/j.tust.2013.10.012.

Zhang Y L, Gu Y M, Fan L F, *et al*. 2025. Parametric simulation of stress wave propagation affected by high-temperature damage in rocks using a coupled DLSM-DDA method. Rock Mechanics and Rock Engineering, 58(6): 6539-6555, doi: 10.1007/s00603-025-04424-9.

Zhao Q, Wang L, Jiao Y Y, *et al*. 2019. Application and analysis of failure characteristics of roadway surrounding rock based on spherical DDA method. China Mining Magazine (in Chinese), 28(6): 111-116.

Zheng C M. 2010. Study on hydro-mechanical coupling of fractured rock mass based on DDA [Ph. D. thesis] (in Chinese). Ji'nan: Shandong University.

Zheng F, Jiao Y Y, Sitar N. 2018. Generalized contact model for polyhedra in three-dimensional discontinuous deformation analysis. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 42(13): 1471-1492, doi: 10.1002/nag.2798.

Zhou Y Z, Liu H Y, Li J F, *et al*. 2021. A study on motion characteristics of rockfall under seismic loadings by DDA. Journal of Engineering Geology (in Chinese), 29(5): 1387-1400, doi: 10.13544/j.cnki.jeg.2021-0050.

Zhu H H, Wu W, Chen J Q, *et al*. 2016. Integration of three dimensional discontinuous deformation analysis (DDA) with binocular photogrammetry for stability analysis of tunnels in blocky rockmass. Tunnelling and Underground Space Technology, 51: 30-40, doi: 10.1016/j.tust.2015.10.012.

Zhuang X Y, Zheng F, Zheng H, *et al*. 2021. A cover-based contact detection approach for irregular convex polygons in discontinuous deformation analysis. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 45(2): 208-233, doi: 10.1002/nag.3157.

Zuo J P, Peng S P, Li Y J, *et al*. 2009. Investigation of karst collapse based on 3-D seismic technique and DDA method at Xieqiao coal mine, China. International Journal of Coal Geology, 78(4): 276-287, doi: 10.1016/j.coal.2009.02.003.

附中文参考文献

陈礼彪, 刘泉声, 车爱兰. 2014. 一种新的块体接触检测技术及在非连续变形分析方法中的应用. 上海交通大学学报, 48(6): 888-892, doi: 10.16183/j.cnki.jsjtu.2014.06.027.

陈晓峰. 2022. 颗粒 DDA 热固耦合数值模型及其应用[硕士论文]. 湘潭: 湖南科技大学.

付晓东, 盛谦, 张勇慧. 2013. 水电站地下洞室群分步开挖的非连续变形分析. 岩土力学, 34(2): 568-574, doi: 10.16285/j.rsm.2013.02.035.

葛发乐, 喻勇. 2018. 非连续变形分析中的圆盘与边、角接触问题研究. 中国科技信息, (15): 93-95.

巩师林, 凌道盛, 胡成宝, 等. 2020. 非连续变形分析中块体大转动问题研究. 岩土力学, 41(11): 3810-3822, doi: 10.16285/j.rsm.2020.0189.

龚文俊, 王运生, 罗永红. 2016. 非连续变形分析方法(DDA)剪切机制研究. 岩土工程学报, 38(11): 2059-2068, doi: 10.11779/CJGE201611016.

郭双, 武鑫, 甯尤军. 2018. 地应力条件下爆破载荷破岩的 DDA 模拟研究. 工程爆破, 24(5): 8-14.

何传永, 孙平, 吴永平, 等. 2013. 用 DDA 方法验证倾倒边坡变形的制动机制. 中国水利水电科学研究院学报, 11(2): 107-111, doi: 10.13244/j.cnki.jiwhr.2013.02.002.

黄盛铨, 刘君, 孔宪京. 2008. 强度折减 DDA 法及其在边坡稳定分析中的应用. 岩石力学与工程学报, 27(S1): 2799-2806.

姜清辉, 丰定祥. 2000. 三维非连续变形分析方法中角-面接触模型的研究. 岩石力学与工程学报, 19(S1): 930-935.

姜清辉. 2000. 三维非连续变形分析方法的研究[博士论文]. 武汉: 中国科学院研究生院(武汉岩土力学研究所).

姜清辉, 杨文柱, 吴益民, 等. 2002. 三维非连续变形分析方法中摩擦接触问题的研究. 岩石力学与工程学报, 21(S2): 2418-2421.

江巍, 徐建城, 王乐华, 等. 2022. 基于虚单元法的非连续变形分析方法新格式. 岩石力学与工程学报, 41(1): 106-119, doi: 10.13722/j.cnki.jrme.2021.0813.

李俊杰, 刘国阳, 叶唐进, 等. 2018. 基于三维非连续变形分析的西藏高原岩质边坡失稳破坏研究. 高原科学研究, 2(1): 1-13, doi: 10.16249/j.cnki.2096-4617.2018.01.001.

李利平, 范宏运, 刘洪亮, 等. 2024. 三维 DDA 方法的验证及其在隧道围岩垮塌控制中的应用. 东南大学学报(自然科学版), 54(3): 531-538.

刘国阳. 2019. 三维 DDA 接触模型与边坡滚石破坏规律研究[博士论文]. 大连: 大连理工大学.

刘国阳, 李俊杰. 2020. 三维非连续变形分析方法碰撞分析及其应用. 应用力学学报, 37(1): 1-9, doi: 10.11776/cjam.37.01.D113.

刘国阳, 李俊杰, 康飞. 2020. 基于 3D DDA 方法滚石平台防护作用研究. 防灾减灾工程学报, 40(5): 679-689, doi: 10.13409/j.

cnki.jdpme.2020.05.001.

刘国阳,孟海怡,宁宝宽,等.2022.基于三维非连续变形分析的巨石崩塌运动研究.岩土力学,43(1):246-256,doi:10.16285/j.rsm.2021.0663.

刘国阳,赵晟泽,钟智瑞,等.2025.柱状危岩体失稳运动三维DDA方法数值模拟分析.防灾减灾工程学报,45(1):179-187,doi:10.13409/j.cnki.jdpme.20230904003.

刘君,孔宪京.2007.节理岩体中隧道开挖与支护的数值模拟.岩土力学,28(2):321-326.

栾茂田,黎勇,杨庆.2000.非连续变形计算力学模型在岩体边坡稳定性分析中的应用.岩石力学与工程学报,19(3):289-294.

甯尤军,杨军,陈鹏万.2010.节理岩体爆破的DDA方法模拟.岩土力学,31(7):2259-2263,doi:10.16285/j.rsm.2010.07.053.

裴觉民,吕祖珩.1996.裂隙岩体非连续变形的静力和动力分析方法.岩土工程学报,18(6):46-54.

沈振中,倪治斌,赵坚.2003.水工洞室围岩稳定性的非连续变形分析.岩石力学与工程学报,22(S1):2299-2303.

沈振中,大西有三.2004.基于非连续变形分析的水库岩体边坡稳定分析方法.水利学报,35(3):117-122,128.

孙东亚,彭一江,王兴珍.2002.DDA数值方法在岩质边坡倾倒破坏分析中的应用.岩石力学与工程学报,21(1):39-42.

王如路,陈乃明,刘宝琛.1996.三维块体不连续变形分析理论简析.岩石力学与工程学报,15(3):219-224.

王书法,朱维申,郑少河.2000.节理岩体热应力问题的非连续变形分析方法.岩石力学与工程学报,19(5):643-646.

王占学,杨军,倪克松,等.2020.基于CUDA的JPCG并行算法求解三维DDA方程组.岩石力学与工程学报,39(6):1231-1241,doi:10.13722/j.cnki.jrme.2019.0929.

王知深.2019.岩石水压致裂的机理研究及非连续变形分析计算[博士论文].济南:山东大学.

王壮壮,刘国阳,李俊杰,等.2020.基于双目高速相机立体视觉监测的滚石运动试验研究.高原科学研究,4(1):104-111.

邬爱清,丁秀丽,卢波,等.2008.DDA方法块体稳定性验证及其在岩质边坡稳定性分析中的应用.岩石力学与工程学报,27(4):664-672.

谢强,陈昱成,傅翔,等.2024.非饱和瞬态渗流的DDA流固耦合模型研究.岩土工程学报,46(2):299-306.

徐海,罗周全,文磊,等.2020.垮塌区隐患资源爆破开挖变形响应的DDA法.西南交通大学学报,55(3):485-494,doi:10.3969/j.issn.0258-2724.20190033.

许涛.2021.热力耦合的非连续变形分析方法及其在微波破岩中的应用[博士论文].南京:东南大学.

虞松,朱维申,张云鹏.2015.基于DDA方法一种流-固耦合模型的建立及裂隙体渗流场分析和应用.岩土力学,36(2):555-560,doi:10.16285/j.rsm.2015.02.035.

张国新,武晓峰.2003.裂隙渗流对岩石边坡稳定的影响—渗流、变形耦合作用的DDA法.岩石力学与工程学报,22(8):1269-1275,doi:10.3321/j.issn:1000-6915.2003.08.008.

张国新,李海枫,黄涛.2010.三维不连续变形分析理论及其在岩质边坡工程中的应用.岩石力学与工程学报,29(10):2116-2126.

张航,王述红,郭牡丹,等.2012.岩体隧道三维建模及围岩非连续变形动态分析.地下空间与工程学报,8(1):43-47,doi:10.3969/j.issn.1673-0836.2012.01.008.

张洪,张迎宾,郑路,等.2018.基于中心差分方案的显式三维非连续变形分析法.岩石力学与工程学报,37(7):1649-1658,doi:10.13722/j.cnki.jrme.2018.0084.

张秀丽,焦玉勇,刘泉声,等.2007.用改进的DDA方法模拟公路隧道的稳定性.岩土力学,28(8):1710-1714,doi:10.3969/j.issn.1000-7598.2007.08.034.

张杨,邬爱清,林绍忠.2010.三维高阶DDA方法的静力分析研究.岩石力学与工程学报,29(3):558-564.

赵强,王龙,焦玉勇,等.2019.基于球颗粒DDA法的巷道围岩破坏特征分析应用初探.中国矿业,28(6):111-116.

郑春梅.2010.基于DDA的裂隙岩体水力耦合研究[博士论文].济南:山东大学.

周月智,刘红岩,李俊峰,等.2021.地震荷载下危岩运动特征的模拟研究.工程地质学报,29(5):1387-1400,doi:10.13544/j.cnki.jeg.2021-0050.