



徐浩源, 吴国忱, 杨凌云, 等. 2026. 声-弹耦合矢量分离方程逆时偏移成像. 地球物理学进展, 41(1): 0251-0266, doi:10.6038/pg2026JJ0057.

XU HaoYuan, WU GuoChen, YANG LingYun, et al. 2026. Acoustic-elastic coupled vector separation equation reverse time migration imaging. *Progress in Geophysics* (in Chinese), 41(1): 0251-0266, doi:10.6038/pg2026JJ0057.

声-弹耦合矢量分离方程逆时偏移成像

Acoustic-elastic coupled vector separation equation reverse time migration imaging

徐浩源, 吴国忱*, 杨凌云, 张博, 贾宗锋

XU HaoYuan, WU GuoChen*, YANG LingYun, ZHANG Bo, JIA ZongFeng

中国石油大学(华东)地球科学与技术学院, 青岛 266580

School of Geosciences in China University of Petroleum (East China), Qingdao 266580, China

摘要 在对海底复杂构造区域的成像过程中, 需要利用弹性波动方程来弥补声波逆时偏移成像缺失的转换波信息, 同时对模拟得到的弹性波场进行解耦以避免纵横波的串扰现象. 本文基于一阶速度-应力弹性波动方程, 针对海洋环境下的流-固耦合介质, 构建了声-弹耦合矢量分离方程以及其时间域的交错网格有限差分格式; 通过对耦合的纵波与横波进行波场解耦, 并进一步明确了分离前后波场的特征; 最后通过模型试算, 验证本文方法的有效性与准确性, 以及逆时偏移成像结果的可靠性. 通过本文提出的声-弹耦合矢量分离方程, 将弹性波场分离为纯纵波场与纯横波场, 可以有效避免传统 Helmholtz 分解带来的相位偏移、振幅失真及横波极性反转等问题, 得到高精度的逆时偏移成像结果.

关键词 流-固耦合介质; 声-弹耦合方程; 纵横波分离; 有限差分; 逆时偏移

中图分类号 P631

文献标识码 A

doi:10.6038/pg2026JJ0057

CSTR:32085.14.pg2026JJ0057

Abstract The marine exploration environment is generally regarded as a fluid-solid boundary coupling medium. High-precision imaging of the fluid-solid boundary coupling medium can be achieved by using the decoupled elastic wave field for reverse-time migration. Traditional elastic wave decoupling utilizes the Helmholtz principle, but the separated P-waves and S-waves have phase and amplitude issues, which seriously affect the final imaging quality. This paper starts from the first-order velocity-stress elastic medium wave equation, separates the full elastic wave field into pure P-waves and pure S-waves to construct a new coupling equation, avoiding the phase and amplitude problems and crosstalk artifacts caused by the traditional Helmholtz decomposition; analyzes the displacement and stress continuity conditions at the boundary of the fluid-solid boundary coupling medium, and establishes the acoustic-elastic coupling vector separation equation; compares the numerical simulation results with the acoustic wave equation to verify the effectiveness and accuracy of the proposed acoustic-elastic coupling vector separation equation forward modeling method, and compares the results with the conventional reverse-time migration imaging method in a complex seabed model to verify the reliability of the reverse-time migration imaging results.

Keywords Fluid-solid coupled medium; Acoustic-elastic coupled equation; Separation of P- and S-waves; Finite difference; Reverse time migration

0 引言

逆时偏移成像(RTM, Reverse Time Migration)的

实质是线性的反演, 能够适应复杂的海洋介质条件和地震波传播环境, 具有较强的鲁棒性和适应性. 逆时偏移成像技术在地震成像中占据重要地位, 被认

收稿日期 2025-04-29; 修回日期 2025-09-15.

投稿网址 <http://www.progeophys.cn>

基金项目 国家自然科学基金重点项目“深部裂缝储层地震预测理论方法及关键技术研究”(42430809)资助.

第一作者简介 徐浩源, 男, 2000年生, 硕士研究生, 从事耦合波偏移成像与全波形反演研究. E-mail: 1210548315@qq.com

* 通讯作者 吴国忱, 男, 1965年生, 教授, 博士生导师, 现从事地球物理方面的教学和科研工作. E-mail: guochenwu@upc.edu.cn

为是目前最为精确的成像方法之一。

海洋环境可以视作上覆流体介质与下伏固体介质耦合的介质。针对流-固耦合介质, 流体介质中存在剪切模量为零, 即横波的速度为零的特点。在早期的海洋勘探数据处理中, 往往采用声波方程来模拟地震波在流-固耦合介质中的传播, 这样既能避免横波速度为零的问题, 也能利用近似声学来刻画简单的地层形态。然而, 在海底中复杂构造工区的地震数据往往含有大量转换波信息, 因此即使仅使用声压数据, 也需要通过弹性波方程进行偏移成像, 以准确刻画复杂的地质构造。针对不同弹性波动方程对于流-固界面的适应性问题, 前人推导了流-固界面的应力、应变连续性条件 (Stephen, 1983, 1988); 相较于整体法仅使用单一的声波或弹性波方程, 无法真实反映出波传播经过流-固边界时产生的极性与位移速度变化, 分区法则是结合边界条件来模拟地震波在流-固耦合介质中的传播; 在分区法的基础上, 对流体层与固体层中分别采用声波与弹性波的纯位移方程的耦合开展了模拟研究 (Sochacki *et al.*, 1991); 随后, 有学者引入了谱元法, 用于模拟在流-固耦合介质中地震波的传播 (Komatitsch *et al.*, 2000); 设计了一种基于有限差分法的时间域声-弹耦合算法 (Lee *et al.*, 2009); 从效率与存储方面来看, 分区法在流体介质中相较于整体法由于参数更少, 需要记录的波场更少, 计算的时间也会更少, 因此整体的效率就会更高, 但需要注意的是, 基于分区法的数值模拟的关键是需要精确的海底界面信息, 而传统的海洋地震勘探依靠拖缆, 难以对海底界面进行精确定位; 进入 21 世纪后, OBS (Ocean Bottom Seismometer) 的相关技术被研究人员逐渐引入国内, 继国内多个团队发表了 OBS 和 OBC (Ocean Bottom Cable) 地震勘探方法之后 (郝天珧和游庆瑜, 2011; 马继涛等, 2011), 海洋节点 (Ocean Bottom Node) 地震勘探技术因其自身与海底底层耦合性好、针对复杂地形的观测系统布置灵活等特点, 使得 OBN 数据成为了新的研究热点, 同时 OBN 依靠自身与流-固耦合界面的耦合性, 还能够提供更精确的流-固耦合界面的位置信息 (吴志强等, 2021; 胡晓亚和王赞, 2015)。结合 OBN 数据的优势, 基于高阶有限差分的一阶声波与弹性波的耦合算法得到大力发展, 并在此基础上延伸出了新的反演策略 (李青阳等, 2019, 2021; 时新宇等, 2024; 吴国忱等, 2018)。

相较于声波逆时偏移成像, 弹性波逆偏移成像的关键在于对耦合波场的分离。然而, 传统的

Helmholtz 分解会引起相移和振幅失真, 同时分离出的横波分量存在极性反转 (Levin, 1984); 针对这一问题, 利用纵波波场为无旋场、横波波场为无散场的思想, 推导出二阶弹性波方程等价的纵横波分离方程和一阶弹性波方程等价的纵横波分离方程的推导, 完成对纵横波解耦 (李振春等, 2007; 马德堂和朱光明, 2003); 除此之外, 可以通过对源函数随时间求积分来矫正 Helmholtz 分解引起的相位偏移, 以及对时间求取二重积分解决了纵波与横波的相位畸变问题, 幅度畸变则通过纵波速度的平方和横波速度的平方来校正, 并利用通过使用波场重组的方法获得矢量的纵波波场和矢量的横波波场 (Duan and Sava, 2015; Gu *et al.*, 2019a, b; Qu *et al.*, 2019)。

本文从一阶速度-应力弹性波动方程出发, 基于分区模拟方法思想, 推导出一阶声压-速度声波方程模拟地震波在流体介质中的传播, 推导出一阶应力-速度弹性波方程的纵、横波矢量分离的等价弹性方程来模拟地震波在固体介质中的传播, 并分析构建流-固边界耦合介质边界条件, 完成了声-弹耦合矢量分离方程的建立。围绕建立的方程提出适用的内积成像条件, 进行模型试算, 并将结果与常规偏移成像方法进行对比, 以验证本方法的适用性与准确性。

1 声-弹耦合矢量分离方程建立

1.1 流体介质声波方程建立

在海洋环境的流-固耦合介质中, 声波的波动方程可以由弹性波方程推导而来, 相较于固体介质, 流体介质中的横波速度为零, 同时流体介质中的剪切应力也为零。声波方程的推导可以从式 (1) 展示的一阶速度-应力弹性介质波动方程入手:

$$\left\{ \begin{aligned} \rho \frac{\partial v_x}{\partial t} &= \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + f_x \\ \rho \frac{\partial v_z}{\partial t} &= \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} + f_z \\ \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial t} &= \rho v_p^2 \frac{\partial v_x}{\partial x} + \rho (v_p^2 - 2v_s^2) \frac{\partial v_z}{\partial z}, \\ \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial t} &= \rho v_p^2 \frac{\partial v_z}{\partial z} + \rho (v_p^2 - 2v_s^2) \frac{\partial v_x}{\partial x} \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial t} &= \rho v_s^2 \left(\frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial x} \right) \end{aligned} \right. \quad (1)$$

式中: v_x, v_y 和 v_z 为质点不同方向的速度; ρ 为介质密度; τ_{xx}, τ_{yy} 和 τ_{zz} 表示正应力分量; τ_{xy}, τ_{xz} 和 τ_{yz} 表示切应力分量; f_x, f_y 和 f_z 为不同方向加载的震源; v_p 和 v_s 分别表示固相介质中的纵波速度和横波速度。

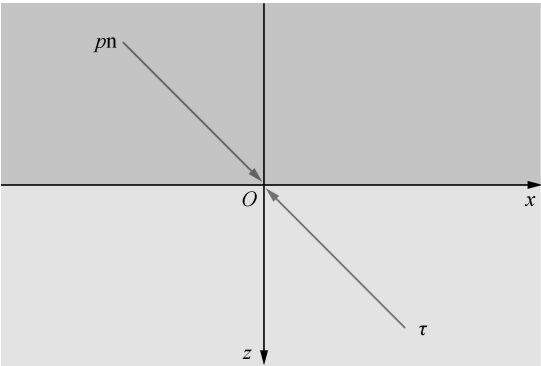


图 1 流-固耦合边界正应力连续示意图

Fig.1 Fluid-solid coupling medium boundary normal stress continuity diagram

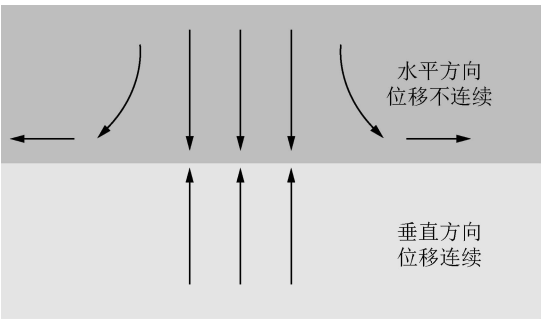


图 2 流-固耦合边界法向位移连续示意图

Fig.2 Fluid-solid coupling medium boundary normal displacement continuous diagram

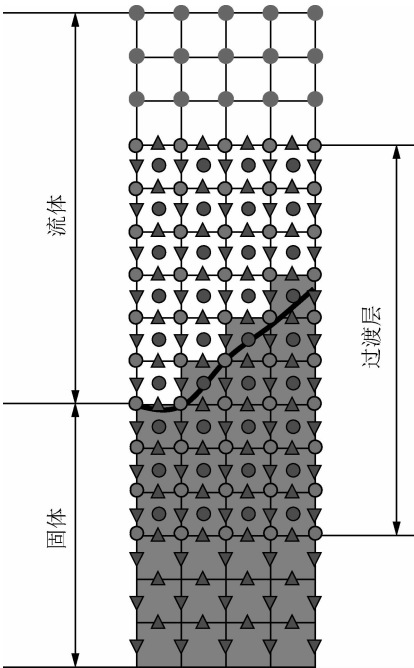


图 3 过渡层示意图

Fig.3 Schematic diagram of the transition layer

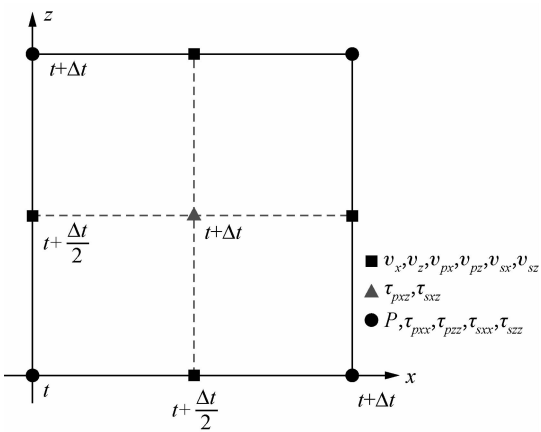


图 4 声-弹耦合矢量分离方程等效交错网格示意图

Fig.4 The equivalent staggered-grid method for acoustic-elastic coupled vector separation equation

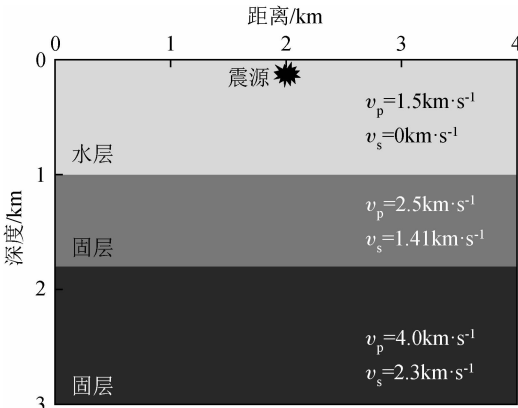


图 5 水平层状模型

Fig.5 Horizontal layered model

式(1)给出了速度与应力之间的关系,用介质速度描述流-固介质的物性参数.将式(1)推导至流体介质中使用的声波方程,则对应弹性参数矩阵中所有的横波速度为零,且剪切模量为零,同时结合流体声压的物理性质,最终得到流体介质中的一阶的速度-声压的声波波动方程为:

$$\begin{cases} \frac{\partial P}{\partial t} = \rho v_p^2 \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) \\ \frac{\partial v_x}{\partial t} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + f_x \\ \frac{\partial v_z}{\partial t} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + f_z \end{cases} \quad (2)$$

1.2 解耦的固体介质弹性波动方程

在均匀各向同性介质中,矢量的弹性波场由矢量的纵波波场和矢量的横波波场两部分组成.定义矢量的

纵波波场为 $[v_{px}, v_{pz}]$, 矢量横波波场为 $[v_{sx}, v_{sz}]$, 则满足:

$$\begin{cases} v_x = v_{px} + v_{sx} \\ v_z = v_{pz} + v_{sz} \end{cases} \quad (3)$$

对纵波的旋度关于时间的二阶导数与对横波的散度关于时间的二阶导数进行分析(详见附录 A):

$$\frac{\partial \tau_{pxx}}{\partial t} = \rho v_p^2 \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right), \quad (4)$$

得到二维一阶速度-应力弹性波方程等价的矢量分离方程:

$$\begin{cases} \rho \frac{\partial v_{px}}{\partial t} = \frac{\partial \tau_{pxx}}{\partial x} \\ \rho \frac{\partial v_{pz}}{\partial t} = \frac{\partial \tau_{pzz}}{\partial z} \\ \frac{\partial \tau_{pxx}}{\partial t} = \rho v_p^2 \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) \\ \frac{\partial \tau_{pzz}}{\partial t} = \rho v_p^2 \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) \\ \rho \frac{\partial v_{sx}}{\partial t} = \frac{\partial \tau_{sxx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{sxz}}{\partial z} \\ \rho \frac{\partial v_{sz}}{\partial t} = \frac{\partial \tau_{sxz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{szz}}{\partial z} \\ \frac{\partial \tau_{sxx}}{\partial x} = -2\rho v_s^2 \frac{\partial v_z}{\partial z} \\ \frac{\partial \tau_{szz}}{\partial z} = -2\rho v_s^2 \frac{\partial v_x}{\partial x} \\ \frac{\partial \tau_{sxz}}{\partial t} = \rho v_s^2 \left(\frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial x} \right) \end{cases} \quad (5)$$

1.3 流-固耦合边界条件

当地震波传播从流体介质穿越海底到固体介质时, 速度和应力必须满足连续性条件. 首先对正应力方向的位移、应力的连续条件进行分析. 如图 1 所示, 当流体介质中声波传至海底界面时, 取界面上任意一点 O , 对两介质中的正应力关系进行分析.

当地震波由水中传播至海底, 声压对流-固耦合边界产生压力, 固体介质中由弹性波传播而产生反作用的牵引力对抗声压产生的压力. 牵引力与施加于海底界面上的声压是作用与反作用的关系, 由于此处牵引力为单位面积下的力, 两者实质上均为带有方向的矢量压强, 两者单位均为 (N/m^2) 即 (P_a) , 在流-固边界耦合介质的边界利用应力连续这个条件将声波方程和弹性波方程的正应力进行衔接.

由应力张量定理可知, 可以把一个与单位法线向量成任意角度的应力分解为一个正应力分量和两个切应力分量的形式. 则式(2)中流体介质中的声

压可以通过应用张量定理分解为:

$$P = Pn_x + Pn_z, \quad (6)$$

式中, $n_x = \sin\theta$, $n_z = \cos\theta$, θ 为应力与 z 轴的夹角.

同理, 式(1)中的弹性波的正应力可以分解为:

$$\begin{cases} \tau_{nx} = \tau_{xx}n_x + \tau_{xz}n_z \\ \tau_{nz} = \tau_{xz}n_x + \tau_{zz}n_z \end{cases}, \quad (7)$$

通过图 1 展示的正应力连续条件 $-P = \boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{n}$, 可以建立起流-固耦合介质边界处的声压与应力之间的关系:

$$\begin{cases} -Pn_x = \tau_{xx}n_x + \tau_{xz}n_z \\ -Pn_z = \tau_{xz}n_x + \tau_{zz}n_z \end{cases}, \quad (8)$$

由于声压 P 为标量, 对式(8)进行角度归一化处理 $n_x^2 + n_z^2 = 1$, 可以得到:

$$-P = \tau_{xx}n_x^2 + \tau_{zz}n_z^2 + 2\tau_{xz}n_xn_z. \quad (9)$$

下面从边界处的质点运动的位移出发, 推导建立在流-固耦合介质边界上速度的连续条件. 流体介质中的位移 $\mathbf{u}_{fluid}$ 和固体介质中的位移 $\mathbf{u}_{solid}$ 在边界处的法向方向上连续:

$$\mathbf{u}_{fluid} - \mathbf{u}_{solid} = \iint_t \frac{\partial^2 \mathbf{u}_{fluid}}{\partial t^2} - \iint_t \frac{\partial^2 \mathbf{u}_{solid}}{\partial t^2} = 0, \quad (10)$$

在流体介质中, 二阶位移的声波方程表示为:

$$\frac{\partial^2 \mathbf{u}_{fluid}}{\partial t^2} = v_p^2 \nabla (\nabla \cdot \mathbf{u}_{fluid}), \quad (11)$$

同时, 声压与压缩模量关系为:

$$P = -\rho v_p^2 \nabla \cdot \mathbf{u}_{fluid}. \quad (12)$$

将式(11)代入式(12)可得:

$$\frac{\partial^2 \mathbf{u}_{solid}}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \mathbf{u}_{fluid}}{\partial t^2} = v_p^2 \nabla (\nabla \cdot \mathbf{u}_{fluid}) = -\frac{1}{\rho} \nabla P, \quad (13)$$

式(13)表明了流-固耦合介质边界处位移连续性条件. 如图 2 所示, 流-固耦合介质边界处的法向位移满足叠加原理.

通过对式(8)求取梯度后, 再乘以该处密度的倒数得到:

$$\begin{cases} -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} n_x = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} n_x + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} n_z \\ -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} n_z = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} n_x + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} n_z \end{cases}, \quad (14)$$

将式(14)中的上下两个方程累加得到:

$$-\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial P}{\partial x} n_x + \frac{\partial P}{\partial z} n_z \right) = \frac{1}{\rho} n_x \left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} \right) + \frac{1}{\rho} n_z \left(\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} \right), \quad (15)$$

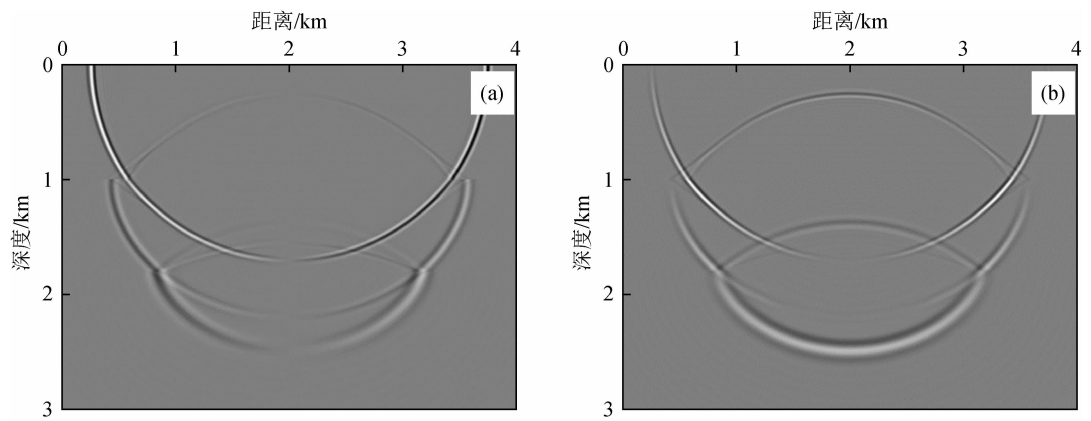


图 6 1.2 s 时刻耦合波波场快照
(a)耦合波场水平速度分量;(b)耦合波场垂直速度分量.

Fig.6 Coupled wave field snapshot at 1.2 s

(a) Horizontal component of coupling equation;(b) Vertical component of coupling equation.

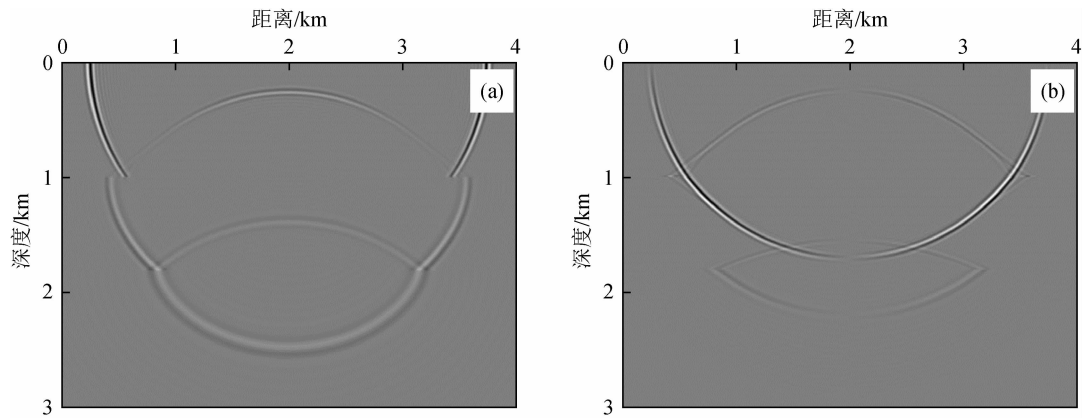


图 7 1.2 s 时刻波场快照
(a)纵波波场速度分量;(b)横波波场速度分量.

Fig.7 Wave field snapshot at 1.2 s

(a) Velocity component of longitudinal wave field;(b) Transverse wave field velocity component.

式(15)的左端可以改写为流体介质中声波的速度分量相关式,式(15)的右端可以改写为固体介质中弹性波的速度分量相关式,最终推导得到流-固耦合介质边界处的速度连续性条件:

$$n_x \left(\frac{\partial v_x}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} \right) + n_z \left(\frac{\partial v_z}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} \right) = 0, \quad (16)$$

通过式(9)应力连续性条件和式(16)速度连续性条件,整体连续性条件可表示为:

$$\begin{cases} -P = \tau_{xx} n_x^2 + \tau_{zz} n_z^2 + 2\tau_{xz} n_x n_z \\ n_x \left(\frac{\partial v_x}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} \right) + n_z \left(\frac{\partial v_z}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} \right) = 0 \end{cases}, \quad (17)$$

当海底界面水平时,式的速度和应力条件得到简化,具体形式表示为:

$$\begin{cases} -P = \tau_{zz} \\ v_z^{\text{fluid}} = -v_z^{\text{solid}} \end{cases}. \quad (18)$$

在实际生产中,海底节点数据会经过初始校正,使得海底界面大体水平,但仍会有一些起伏.由式(17)和式(18)对比可以明确知道,当海底界面并非水平时,需要计算每一个边界点的方向,极大影响了声-弹耦合方程的正演难度.同时,如果不仅使得正演难度急剧增大,同时在多次计算中使误差不断累计,导致波场传播的不稳定.如图3所示,利用过渡层概念,重新设定流-固耦合介质中的边界,设定一个新的水平边界至贴近海底起伏界面的最高点处,在该水平边界的下方设置过渡层,同时不需要额外对海底界面进行特殊处理.借助交错网格思

想,在空间和时间域交错更新应力和位移分量,确保流-固耦合介质内的地震传播的稳定性,同时提高数值模拟的准确性,从而大幅降低正演的难度与所需的内存.

在水平边界的上方统一采用一阶声波速度-压力控制方程,水平边界的下方则采用一阶弹性波速度-应力方程,同时由于新设置的水平界面仍处于流体之中,声波方程和弹性波方程在基准面处的速度分量相等,而基准面附近的应力分量应当满足以下条件:

$$\begin{cases} -P = \tau_{\text{pxx}} + \tau_{\text{sxz}} = \tau_{\text{pzz}} + \tau_{\text{szz}} \\ \tau_{\text{sxz}} = 0 \end{cases} \quad (19)$$

1.4 声-弹耦合矢量分离方程的建立

当在流体介质和固体介质中分别采用式(2)和式(5)的控制方程时,结合式(19)的流-固边界耦合介质边界条件,可以将声波方程和弹性波方程统一在一个理论框架下,建立起声-弹耦合波动方程,表示为:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{L}(\boldsymbol{x},t) & 0 \\ \boldsymbol{M}_1(\boldsymbol{x},t) & \boldsymbol{M}_2(\boldsymbol{x},t) \\ 0 & \boldsymbol{B}(\boldsymbol{x},t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{T} \\ \boldsymbol{U} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x},t) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (20)$$

其中 $\boldsymbol{L}(\boldsymbol{x},t)$ 为声波偏微分算子, $\boldsymbol{M}_1(\boldsymbol{x},t)$ 和 $\boldsymbol{M}_2(\boldsymbol{x},t)$ 为流-固边界耦合介质边界条件算子, $\boldsymbol{B}(\boldsymbol{x},t)$ 为弹性波偏微分算子; $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x},t)$ 表示震源.(式(20)的具体形式详见附录B).

通过式(20)的声-弹耦合方程,可以描述地震波

在流-固耦合介质中的传播过程.波动方程理论是地震波场数值模拟的理论基础之一,有限差分法可以利用求解差分方程得到波动方程的近似解.有限差分的本质是对波动方程进行了离散化处理,其固有问题是存在数值频散.数值频散主要分为空间频散和时间频散,可以通过时空的高阶有限差分进行压制.

基于PML吸收边界条件,以 x 方向为例,引入阻尼复坐标 $\tilde{x}$:

$$\tilde{x} = x - \frac{i}{\omega} \int_0^x d_x(s) \text{d}s, \quad (21)$$

其中 ω 表示角频率, $d_x(s)$ 表示衰减函数.以 x 方向为例,在复坐标系下的一阶偏导数与常规坐标系存在以下转换关系:

$$\begin{cases} \partial_{\tilde{x}} = \frac{1}{s_x} \frac{\partial}{\partial x} \\ s_x = 1 + \frac{d_x(x)}{i\omega} \end{cases} \quad (22)$$

在利用递推公式进行数值模拟时,需要对速度与应力进行轮流更新,两者在时间上满足交错关系,将速度定义在 $t + \Delta t/2$ 时刻上,将应力定义在 t 时刻上.具体交错网格示意图如图4所示.

将式(22)代入声-弹耦合矢量分离方程交错网格有限差分格式中,再使用分裂PML边界条件以避免在时间域的直接卷积运算,得到加载了PML边界条件的时间域交错网格有限差分格式:

$$\begin{cases} v_1\left(t+\frac{\Delta t}{2}\right)=\frac{2}{2+d_x(x)\Delta t}\left[A_1\frac{1}{\rho}\Delta t+\frac{(2-d_x(x)\Delta t)}{2}v_1\left(t-\frac{\Delta t}{2}\right)\right] \\ v_2\left(t+\frac{\Delta t}{2}\right)=\frac{2}{2+d_z(z)\Delta t}\left[A_2\frac{1}{\rho}\Delta t+\frac{(2-d_z(z)\Delta t)}{2}v_2\left(t-\frac{\Delta t}{2}\right)\right] \\ T_1(t)=\frac{2}{2+d_x(x)\Delta t}\left[B_1\rho\Delta t+\frac{(2-d_x(x)\Delta t)}{2}T_1(t-\Delta t)\right] \\ T_2(t)=\frac{2}{2+d_z(z)\Delta t}\left[B_2\rho\Delta t+\frac{(2-d_z(z)\Delta t)}{2}T_2(t-\Delta t)\right] \end{cases}, \quad (23)$$

式(23)中 v_1 与 A_1 , v_2 与 A_2 , T_1 与 B_1 , T_2 与 B_2 一一对应,具体形式表达为:

$$\begin{cases} v_1 = \{v_x, v_{\text{px}}, v_{\text{sxz}_x}, v_{\text{sxz}_x}\}, A_1 = \left\{\frac{\partial P}{\partial x}, \frac{\partial \tau_{\text{pxx}}}{\partial x}, \frac{\partial \tau_{\text{sxz}}}{\partial x}, \frac{\partial \tau_{\text{sxz}}}{\partial x}\right\} \\ v_2 = \{v_z, v_{\text{pz}}, v_{\text{szz}_z}, v_{\text{szz}_z}\}, A_2 = \left\{\frac{\partial P}{\partial z}, \frac{\partial \tau_{\text{pzz}}}{\partial z}, \frac{\partial \tau_{\text{szz}}}{\partial z}, \frac{\partial \tau_{\text{szz}}}{\partial z}\right\} \\ T_1 = \{P_x, \tau_{\text{pxx}_x}, \tau_{\text{pzz}_x}, \tau_{\text{sxz}}, \tau_{\text{sz}_x}\}, B_1 = \left\{v_p^2 \frac{\partial v_x}{\partial x}, v_p^2 \frac{\partial v_x}{\partial x}, v_p^2 \frac{\partial v_x}{\partial x}, -2v_s^2 \frac{\partial v_x}{\partial x}, v_s^2 \frac{\partial v_z}{\partial x}\right\} \\ T_2 = \{P_z, \tau_{\text{pxz}_z}, \tau_{\text{pzz}_z}, \tau_{\text{szz}}, \tau_{\text{sx}_z}\}, B_2 = \left\{v_p^2 \frac{\partial v_z}{\partial z}, v_p^2 \frac{\partial v_z}{\partial z}, v_p^2 \frac{\partial v_z}{\partial z}, -2v_s^2 \frac{\partial v_z}{\partial z}, v_s^2 \frac{\partial v_x}{\partial z}\right\} \end{cases} \quad (24)$$

2 模型试算

2.1 声-弹耦合矢量分离方程正演模拟测试

为了验证算法有效性,建立一个流-固耦合介质的水平层状模型,如图5所示,该模型长为4 km,宽为3 km,水层深度为1 km,空间步长统一为10 m,时间采样间隔为0.8 ms,共记录3.2 s,震源选取主频为20 Hz的雷克子波.模型第一层模拟流体介质层,下面两层模拟固体介质层,为模拟海底节点接收的多分量信息,采用在流体介质层顶部激发气枪震源,将海底节点放置在海底.

图6分别展示了第1.2 s时刻耦合波的水平速度分量波场快照和垂直速度分量波场快照.地震波由模拟气枪震源在模型顶层激发后,先在水层中产生纵波波场,传播至流-固耦合边界处后产生向上传播的反射纵波波场和向下传播的转换纵波波场与转换横波波场,向下传播的波场经过固体介质的地层也产生了相应的转换波场.利用声-弹耦合方程可以模拟波场由震源激发后在流-固耦合介质中传播的整个过程,但是也能从图5的波场快照中发现,虽然可以通过逐一分析,对各个波传播进行识别,但是由于纵波波场与横波波场互有重叠,不可避免的会产生干扰问题,在复杂地层中,产生更复杂的耦合波场,难以进行对每个波进行识别分析,重叠问题也会更严重.

图7展示了利用Helmholtz分解得到第1.2 s时刻的纵波速度分量波场快照和横波分量速度分量波场快照.对比图5的耦合波波场快照与图6利用Helmholtz分解法得到的同一时刻的分离纵波波场快照与横波波场快照,可以看出,Helmholtz分解法简单易实现,从耦合波场中可以将纵波波场与横波波场成功分离,对纵波与横波进行有效识别从而开展波场分析,但是缺点也很明显:由于亥姆霍兹分解法是通过散度和旋度的运算分离出纵波和横波,导致分离出的波场的振幅发生了改变,相位移动了 $\pi/2$ 弧度;Helmholtz法对整个波场直接进行运算,导致水层中的原本的纵波场分离为假的纵波波场和一个假的横波波场,并不符合客观事实规律,同理,Helmholtz会对波场周围的环境区域也进行散度和旋度的运算,导致在分离后的波场中引入意义不明的噪声,使得在低信噪比数据的情况下会加剧反演难度;通过亥姆霍兹法分解出的分量存在极性反转问题,不仅影响后续处理的准确性,而且由于在地层边界处的分解结果并不准确,会导致纵波与横波的

分解不完全;同时,纵波波场和横波波场原本应该是矢量波场,但是通过亥姆霍兹分解后,改变了原始纵波与横波波场的实际意义,导致在使用亥姆霍兹分解法得到的纵波与横波进行成像时,所得结果的物理意义变得不明.

图8分别展示了采用声波方程进行正演模拟第1.2 s时刻的水平速度分量波场快照和垂直分量速度分量波场快照.观察图7可以看到,地震波由水层的气枪震源激发后,波场向下传播,经过地层时只产生了纵波转换波,忽视了横波的产生.声波方程将海洋环境视作声学介质,模拟时将海底地下固体介质也视为了纯流体介质.海洋介质实质上是流体介质和固体介质的耦合,仅靠单一的声波方程无法真实反映出地震波传播规律.

图9展示了采用声-弹耦合矢量分离波动方程进行正演模拟,得到波在传播的第1.2 s时刻的波场快照,由于水层中的地震波场全为纵波波场,并不需要进行波场解耦处理,这里不再额外讨论.对比图7和图8在固体层中纵波的传播特性不难发现:利用声波方程进行模拟与使用声-弹耦合矢量分离波动方程模拟的纵波波场传播过程,虽然纵波的形态一致,但是由于声波方程在固层中的速度并不会通过流-固耦合介质的速度边界条件进行转换,导致两者的极性相反;同理可推测,仅使用弹性波方程进行正演模拟在水层中的速度也会出现极性相反的问题.出现这种情况,实质上是由于声波方程与弹性波方程在水层中与固体层中表述的物理含义各有区别,声-弹耦合波动方程通过边界条件将声波方程与弹性波方程进行连接,使两者各自描述不同区域的特性.通过声-弹耦合矢量分离波动方程,可以将纵波与横波从耦合的波场中实现分离,得到矢量的纵波波场与矢量的横波波场,与图6的耦合波场相比,分离前后保证了极性的一致性,分离的纵波波场与横波波场保证了信息的完整性;地震波传播至海底后,分离得到的纵波波场与横波波场可以在弹性的固体介质中能够继续稳定传播,同时,新产生的纵波转换波与横波转换波也能得到很好的分离.

如图10所示,从图8的第1.2 s时刻的各个波场快照中抽取深度为1.6 km的振幅曲线进行对比分析:耦合波波场与经过矢量波场分解后的纵波、横波波场,两者具有高度的吻合性,分离前后的振幅匹配度高,相位也保持了一致性,利用矢量分解法可以有效对耦合的纵波波场与横波波场进行解耦.

无论是采用拖缆采集系统还是OBN中的水听

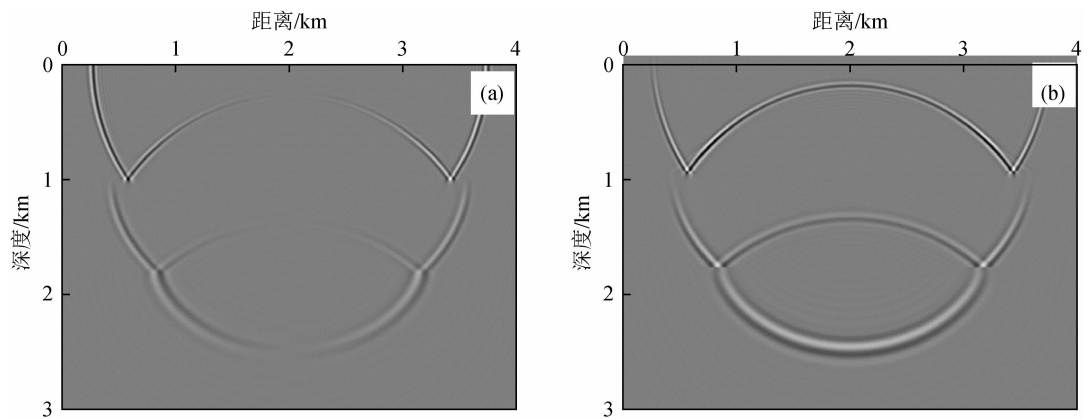


图 8 1.2 s 时刻声波波场快照
(a) 声波波场水平速度分量; (b) 声波波场垂直速度分量.

Fig.8 Acoustic wave field snapshot at 1.2 s

(a) Horizontal velocity component of acoustic wave field; (b) Vertical velocity component of acoustic wave field.

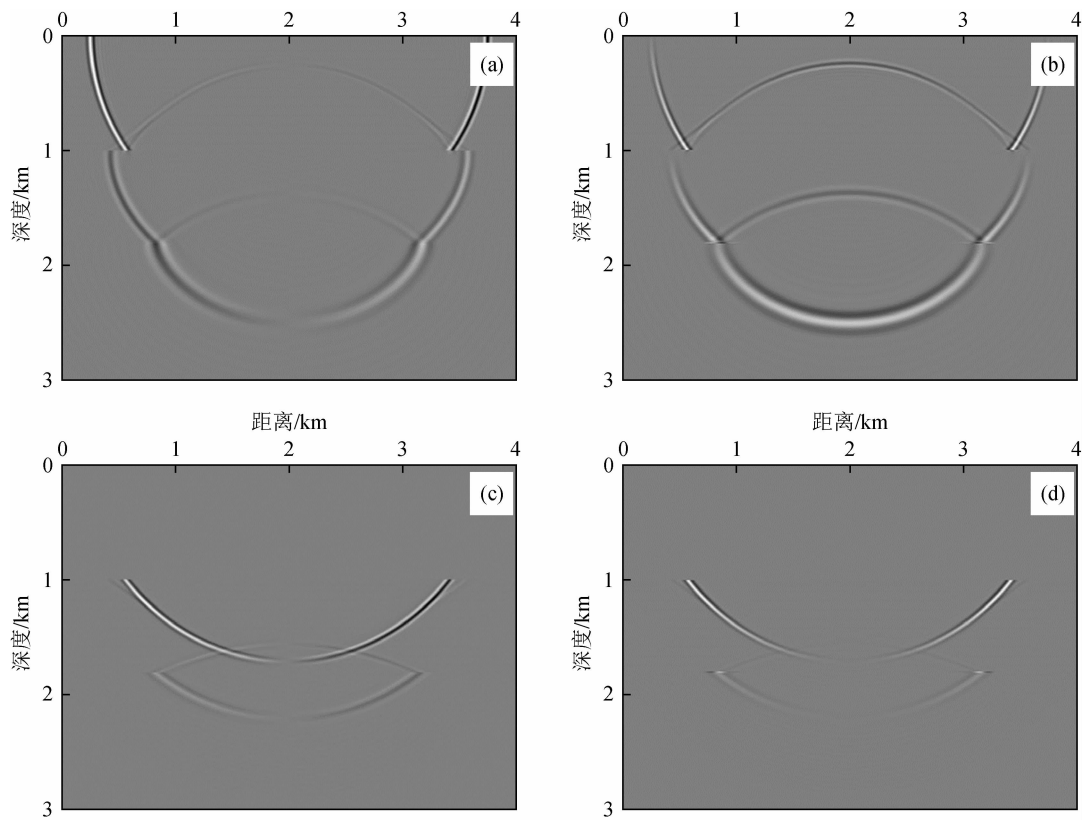


图 9 1.2 s 时刻耦合波波场快照
(a) 纵波波场水平分量; (b) 纵波波场垂直分量; (c) 横波波场水平分量; (d) 横波波场垂直分量.

Fig.9 Coupled wave field snapshot at 1.2 s

(a) Horizontal component of P-wave field; (b) Vertical component of P-wave field; (c) Horizontal component of S-wave field; (d) Vertical component of S-wave field.

器进行数据采集,所获取的地震数据均为声压分量记录,实际采集的声压分量数据均包含了纵波及其转换纵波数据.图 11 展示了由纯声波方程模拟采集的声压记录与声-弹耦合方程模拟采集的声压记录.

由于声波方程无法对横波速度进行描述的局限性,仅能模拟部分的纵波信息,采集的地震记录中会丢失大量的转换波信息.与声波方程模拟的模拟记录相比,在声-弹耦合方程模拟记录中,除了直达波、海

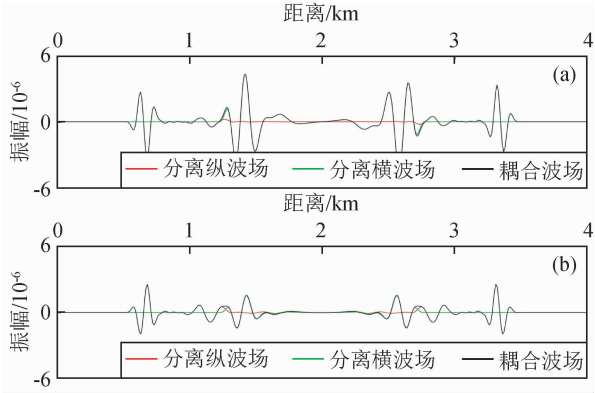


图 10 1.6 km 的振幅曲线对比

(a) 水平速度分量; (b) 垂直速度分量.

Fig. 10 Amplitude curve comparison at 1.6 km

(a) Horizontal velocity component; (b) Vertical velocity component.

底反射波、水下固体界面的一次反射波等能量明显的波,还存在着能量较强的转换波能量信息.除此之外,还可以观察到转换波的产生与地震波入射角度密切相关:在零偏移距条件下,即地震波垂直入射的自激自收采集模式中,不会产生转换波;在非零偏移距的情况下,随着入射角的增大,转换波的能量随偏移距的增加而不断增强.

2.2 声-弹耦合矢量分离方程逆时偏移

对本文提出的建立在声-弹耦合矢量分离方程上的逆时偏移,实质是对两个矢量的波场进行成像处理.利用从方程提取出的纵波波场与横波波场,需

要将成像结果表达为震源矢量波场与检波器矢量波场的内积形式,通过分离出纵波和横波来处理串扰问题. Du 等在 2012 年给出了基于震源归一化的弹性波内积成像条件(Du *et al.*, 2012),可以有效使受到震源能量影响较大而导致深层能量照明不足的成像结果获得更好的成像结果,建立起不同纯波模式之间的成像剖面成像条件:

$$\left\{ \begin{aligned} I_{PP}(x) &= \frac{\int_0^T \mathbf{S}_P(x,t) \cdot \mathbf{R}_P(x,t) dt}{\int_0^T \mathbf{S}_P(x,t) \cdot \mathbf{S}_P(x,t) dt} \\ I_{PS}(x) &= \frac{\int_0^T \mathbf{S}_P(x,t) \cdot \mathbf{R}_S(x,t) dt}{\int_0^T \mathbf{S}_P(x,t) \cdot \mathbf{S}_P(x,t) dt} \\ I_{SP}(x) &= \frac{\int_0^T \mathbf{S}_S(x,t) \cdot \mathbf{R}_P(x,t) dt}{\int_0^T \mathbf{S}_S(x,t) \cdot \mathbf{S}_S(x,t) dt} \\ I_{SS}(x) &= \frac{\int_0^T \mathbf{S}_S(x,t) \cdot \mathbf{R}_S(x,t) dt}{\int_0^T \mathbf{S}_S(x,t) \cdot \mathbf{S}_S(x,t) dt} \end{aligned} \right. \quad (25)$$

以 $I_{PS}(x)$ 为例,其代表矢量纵波震源波场与矢量横波检波器波场在成像位置处 x 的震源归一化的内积成像值.对于成像结果存在低频噪声问题,利用 Laplacian 滤波对所有逆时偏移剖面进行处理,可以有效压制.

为测试本文提出的声-弹耦合矢量分离方程逆

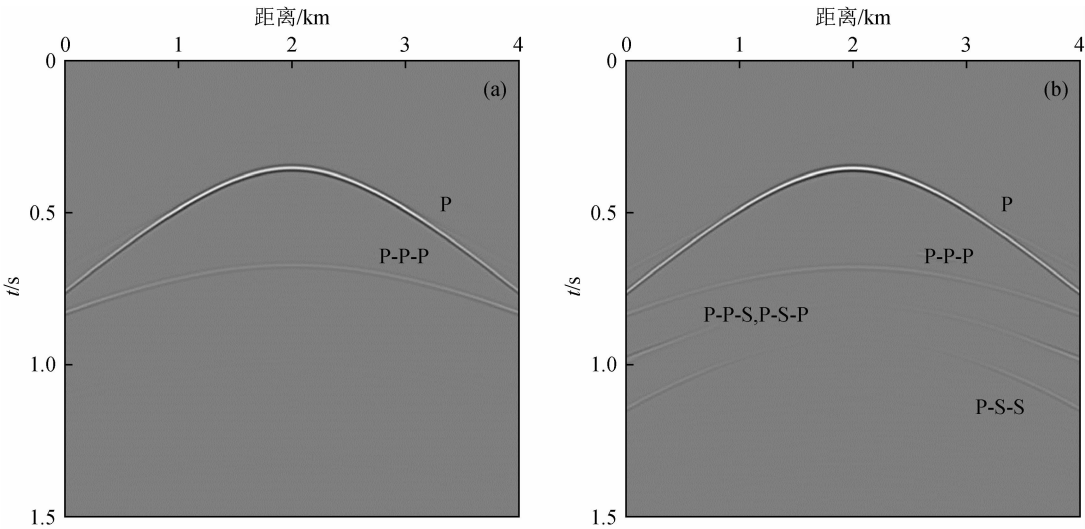


图 11 水平层状模型正演记录

(a) 声波方程声压记录; (b) 耦合方程声压记录.

Fig. 11 Forward recording of horizontal layered model

(a) Sound pressure component of acoustic wave equation; (b) Sound pressure component of coupling equation.

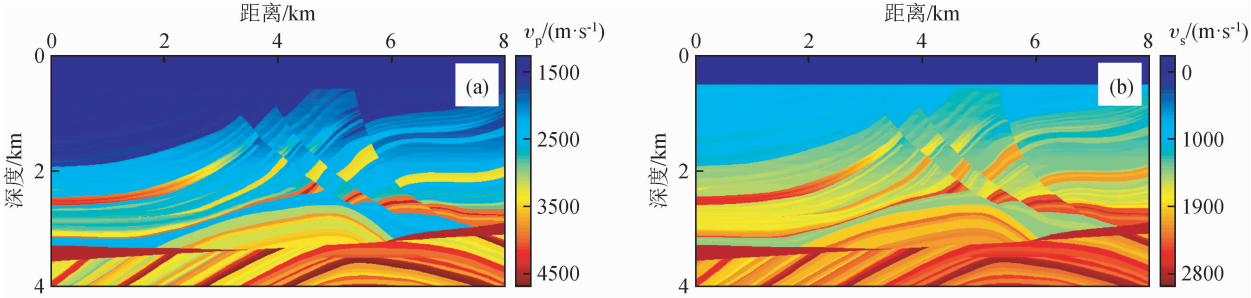


图 12 Marmousi2 纵波 (a) 与横波 (b) 速度模型
Fig12 P-wave(a) and S-wave(b) Velocity of Marmousi2 model

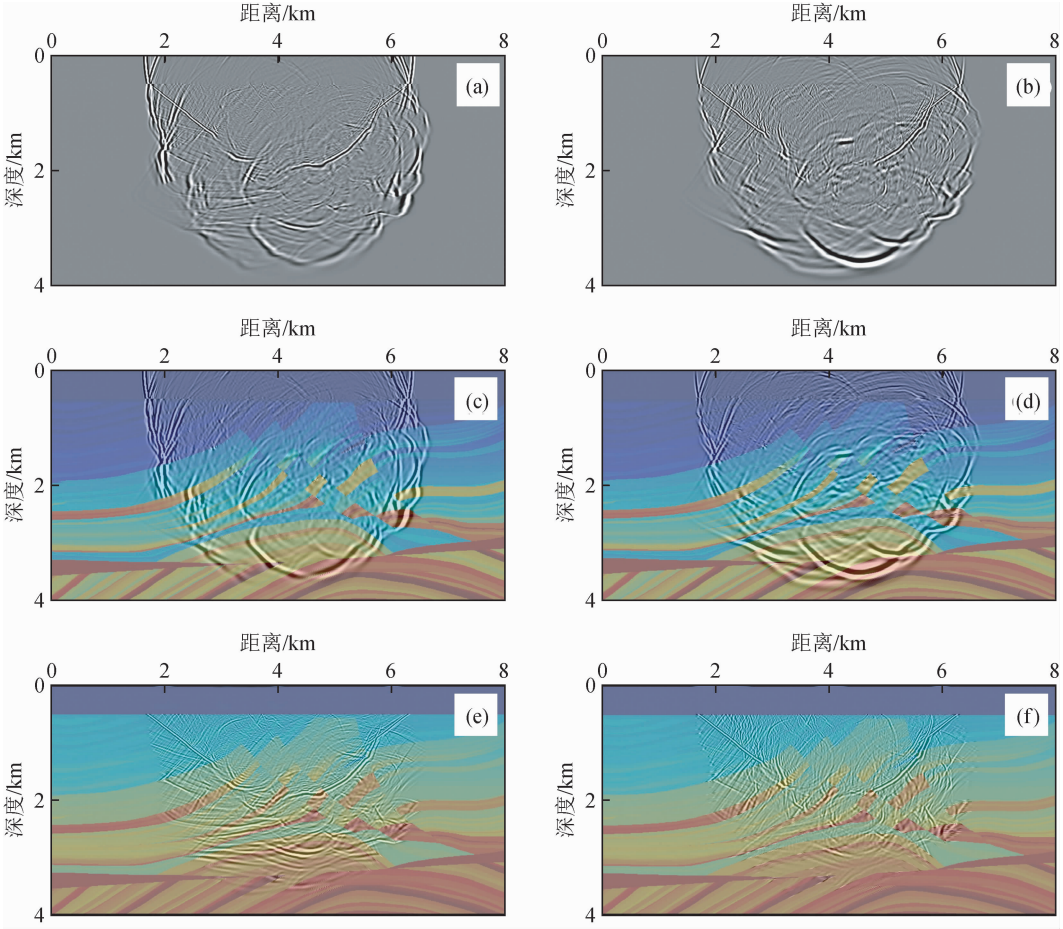


图 13 1.6 s 时刻波场快照
(a) 混合波场水平分量; (b) 混合波场垂直分量; (c) 纵波波场水平分量;
(d) 纵波波场垂直分量; (e) 横波波场水平分量; (f) 横波波场垂直分量。
Fig. 13 Snapshot at 1.6 s
(a) Horizontal component of mixed-wave field; (b) Vertical component of mixed-wave field;
(c) Horizontal component of P-wave field; (d) Vertical component of P-wave field;
(e) Horizontal component of S-wave field; (f) Vertical component of S-wave field.

时偏移结果的准确性,本节结合上述推导方程与成像条件进行逆时偏移成像,选取 Marmousi 模型,对其重采样为一个具有多种复杂构造的流-固耦合介质模型,除顶部水层横波模型速度设置为 0 m/s 外,

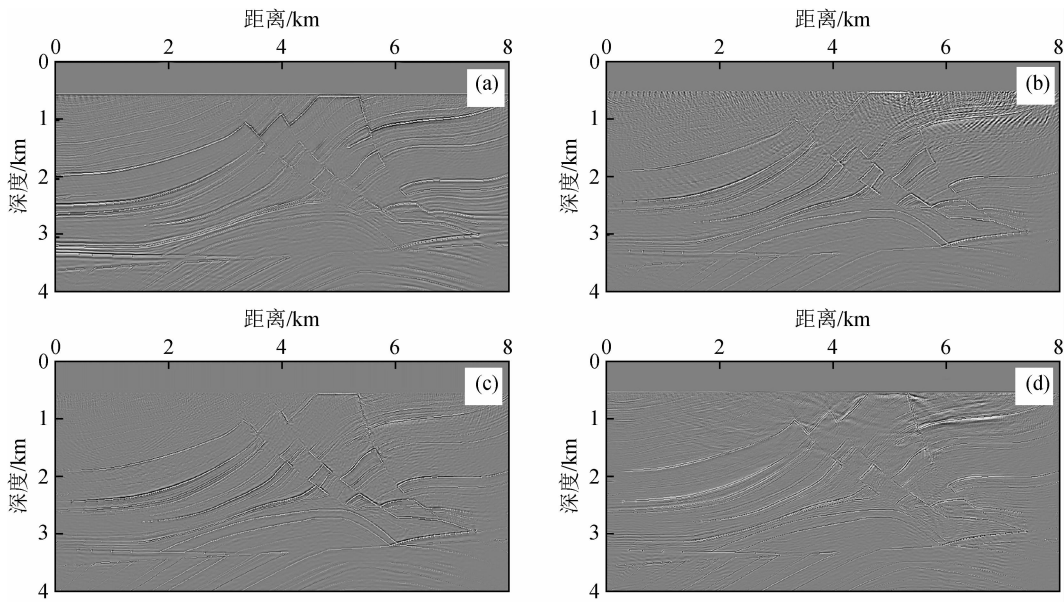


图 14 声-弹耦合矢量分离方程逆时偏移成像结果

(a) P-P 波成像; (b) P-S 波成像; (c) S-P 波成像; (d) S-S 波成像.

Fig. 14 Acoustic-elastic coupled vector separation equation RTM imaging results

(a) P-P wave imaging; (b) P-S wave imaging; (c) S-P wave imaging; (d) S-S wave imaging.

横波固层速度根据泊松体的纵横波速度比 1.73 求得. 该模型长为 8 km, 宽为 4 km; 网格间距设置为 10 m, 时间采样间隔为 1 ms, 震源采用主频 20 Hz 的雷克子波, 模型上层海水层的深度为 520 m, 在模型顶部模拟在海水层中气枪震源激发地震波场. 经重采样后, Marmousi 模型具体的纵波速度模型和横波速度模型参数设置如图 12 所示. 在实际 OBN 数据采集过程中, 由于 OBN 的节点数量限制, 一般采用密集激发和稀疏接受的采集方式, 针对这种观测系统采用炮检互易原理对数据进行处理. 为了使得在模型两侧也能得到较好的成像, 对模型进行扩边处理, 左右均扩大 50 个网格点.

本文提出的声-弹耦合矢量分离方程直接通过波场矢量分离公式进行弹性波场的解耦, 在对弹性波场的振幅和相位信息进行有效的保存的同时, 避免了波场振幅和相位的畸变, 从而直接得到了矢量的纵波与矢量的横波. 对比 1.6 s 时刻的波场快照如图 13 所示.

可以清楚看到不同波型在声-弹耦合介质中的传播过程. 如图 14 所示的复杂固层中, 震源波场 v_x 、 v_z 经过矢量分离后, 得到的纵波 v_{px} 、 v_{pz} 与横波 v_{sx} 、 v_{sz} 各自在地层中传播仍具有稳定性. 结合震源归一化内积成像条件进行成像, 通过 Laplace 滤波方法对成像进行去除低频噪声处理, 得到声-弹耦合矢量分离

方程的逆时偏移成像结果:

图 14 中, P-P 波成像(a)中主要层位得到高精度归位, 同相轴均匀且连续, 浅层与深层能量均匀. 在 P-P 波成像的浅层, 如图 10 所示, 在保证主要层位高精度归位的同时, 还对细小层位进行了清晰刻画, 层间的噪声也得到一定压制. 在 P-P 波成像深层 3~4 km 的倾斜地层成像结果, 薄层构造也得到了清晰成像. P-S 波成像(b)和 S-P 波成像(c)结果相较于 P-P 波成像结果, 在浅层受震源影响较大, 噪声影响强烈, 但中深层同相轴体连续性更好. S-S 波成像(d)结果在浅层的噪声得到较好的压制, 相较于转换波成像, 同相轴得到较好的刻画, 由于使用的是模拟声压震源, 将震源项加载至 P 波, S-S 图像在浅层的整体效果不如 P-P 图像, 但是 SS 图像在中深层的同相轴比 P-P 图像更连续, 构造结果也更清晰.

2.3 偏移成像方法对比

除了利用本文建立的声-弹耦合矢量分离方程方法来去除由于纵横波波场混叠导致的成像假象, 传统的波场分离基于 Helmholtz 分解, 将一个矢量地震波场表示为一个标量纵波与一个矢量横波的和. 虽然该方法简单易实现, 但是缺点也很明显. Helmholtz 分解会引起相移和振幅失真, 同时分离出的横波分量存在极性反转, 最终偏移结果如图 15 所示.

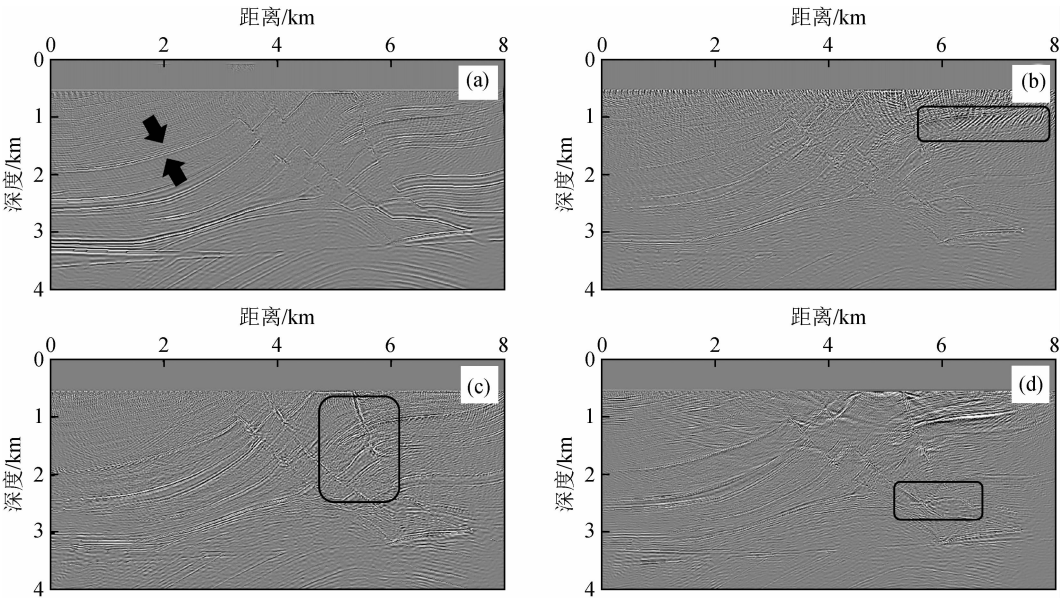


图 15 基于 Helmholtz 法的耦合波逆时偏移成像结果
(a) P-P 波成像; (b) P-S 波成像; (c) S-P 波成像; (d) S-S 波成像.

Fig. 15 The coupled wave equation RTM imaging results based on helmholtz
(a) P-P wave imaging; (b) P-S wave imaging; (c) S-P wave imaging; (d) S-S wave imaging.

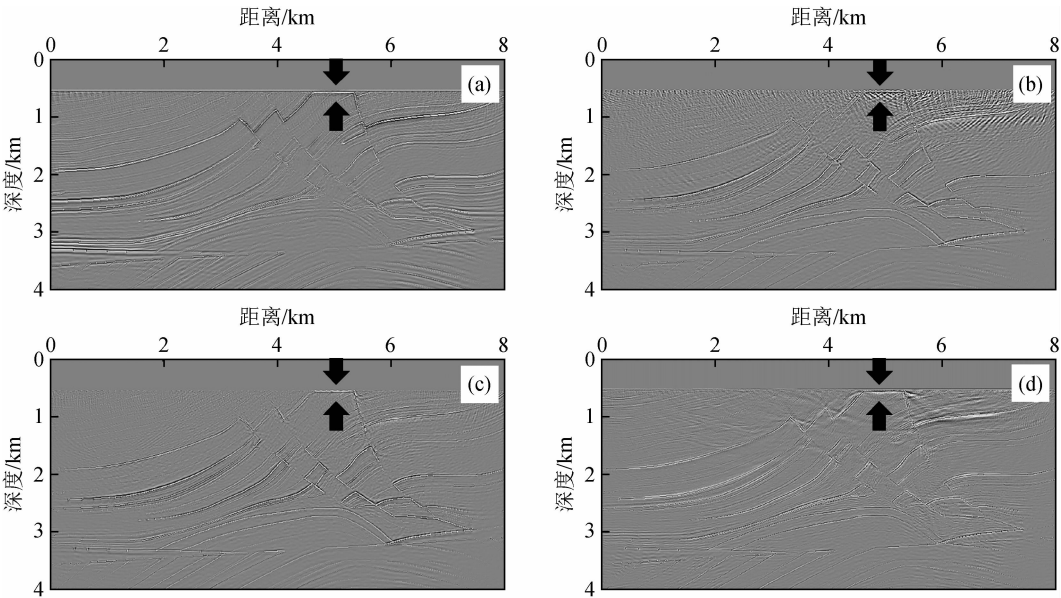


图 16 基于矢量分解法的耦合波逆时偏移成像结果
(a) P-P 波成像; (b) P-S 波成像; (c) S-P 波成像; (d) S-S 波成像.

Fig. 16 The coupled wave equation RTM imaging results based on vector wave decomposition
(a) P-P wave imaging; (b) P-S wave imaging; (c) S-P wave imaging; (d) S-S wave imaging.

P-P 波成像(a)为纯标量成像,大部分层位经过偏移处理后能得到较好归位,但是局部的同相轴存在明显不连续;而转换波 P-S 成像(b)、转换波 S-P 成像(c)由于直接使用分解后的波场进行互相关成

像,不仅因为横波极性反转导致叠加后成像质量遭到严重破坏,而且偏移成像结果难以给出具体的物理含义;S-S 波成像(d)则是直接将矢量波场利用标量成像条件进行成像,各方向信息杂糅在一起,使得

同相轴无法进行归位,导致成像结果无法反映出真实地层信息.

由于 Helmholtz 分解过程涉及到梯度、散度以及旋度的运算,使得 Helmholtz 分解产生的波场不具备正确的振幅与相位,需要对相位和振幅进行校正与补偿. 矢量分解法在 Helmholtz 分解过程中修正了波场的振幅与相位问题,并通过使用波场重组的方法获得矢量纵波波场和矢量横波波场,利用常规的声-弹耦合方程,结合内积成像条件进行偏移成像,通过 Laplace 滤波方法对成像进行去除低频噪声处理,得到图 16 结果.

这种波场重构方程的弹性逆时偏移方法应用到常规声-弹耦合方程,对声-弹耦合介质进行逆时偏移成像,有效压制了 Helmholtz 波场分解带来的多波串扰的假象问题,且成像结果无需进行极性矫正,得到了高精度的逆时偏移结果.

两种方法均能得到高精度的成像结果. 矢量分解方法是通过对 Helmholtz 分解法进行校正得到矢量的纵波与横波的速度场,基于矢量分解法的成像结果在转换层存在震源干扰,但并不影响整体的偏移成像结果精度. 相较于传统 Helmholtz 分解法,本文提出基于声-弹耦合矢量分离方程的逆时偏移在实现高精度逆时偏移成像的同时,避免了由于 Helmholtz 分解法导致的相位振幅畸变. 在浅层的同相轴分辨率更高,中层主体同相轴的信噪比也更好,能量更均匀,连续性也更好,深层的同相轴与浅层相比能量更均衡,深层底部也得到了更清晰的构造成

像,整体偏移成像结果与矢量分解法相当.

3 结 论

本文针对流-固边界耦合介质,通过一阶速度-应力弹性波动方程结合流-固边界耦合介质边界条件,建立声-弹耦合矢量分离方程. 通过对新的方程进行数值模拟以及逆时偏移成像结果进行对比,得出以下结论:

(1)传统正演模拟方法将海洋整体环境视为横波速度为零的声学介质来模拟地震波传播,通过与纯声波方程在层状模型中的正演结果对比,声-弹耦合矢量分离方程包含丰富的转换波信息,对海底地层刻画更精细.

(2)声-弹耦合矢量分离方程的推导过程具有可靠的理论基础,保证了高阶数值模拟精度. 声-弹耦合矢量分离方程可以从混合波场中有效分离出纵波与横波,以便直观分析波场的产生与传播过程. 在海洋环境中,当地震波传播至海底后产生转换波后,可以观察到在地震波弹性介质中能够继续稳定传播. 相较于传统 Helmholtz 分解方法,在对弹性波场的振幅和相位信息进行有效的保存的同时,避免了波场振幅和相位的畸变.

(3)声-弹耦合矢量分离方程逆时偏移成像结果对比 Helmholtz 法及改进的矢量分解方法逆时偏移成像结果,本文提出的方程在减小纵横波串扰问题的同时,获得了高精度成像结果,偏移成像结果普遍更清晰,同相轴的错段位置更少以及信息更丰富.

附录 A

在各向同性的弹性介质中,纵波和横波满足自身特性条件式:

$$\left\{\begin{array}{l} \rho \frac{\partial v_{px}}{\partial t} = \frac{\partial \tau_{pxx}}{\partial x} \\ \rho \frac{\partial v_{py}}{\partial t} = \frac{\partial \tau_{pyy}}{\partial y} \\ \rho \frac{\partial v_{pz}}{\partial t} = \frac{\partial \tau_{pzz}}{\partial z} \\ \rho \frac{\partial v_{sx}}{\partial t} = \frac{\partial \tau_{sxx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{sxy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{sxz}}{\partial z} \\ \rho \frac{\partial v_{sy}}{\partial t} = \frac{\partial \tau_{sxy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{syy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{syz}}{\partial z} \\ \rho \frac{\partial v_{sz}}{\partial t} = \frac{\partial \tau_{sxz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{syz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{szz}}{\partial z} \end{array}\right. \left\{\begin{array}{l} \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial t} = \frac{\partial \tau_{pxx}}{\partial t} + \frac{\partial \tau_{sxx}}{\partial t} \\ \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial t} = \frac{\partial \tau_{pyy}}{\partial t} + \frac{\partial \tau_{syy}}{\partial t} \\ \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial t} = \frac{\partial \tau_{pzz}}{\partial t} + \frac{\partial \tau_{szz}}{\partial t} \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial t} = \frac{\partial \tau_{sxy}}{\partial t} = \rho v_s^2 \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \right) \\ \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial t} = \frac{\partial \tau_{syz}}{\partial t} = \rho v_s^2 \left(\frac{\partial v_y}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial y} \right) \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial t} = \frac{\partial \tau_{sxz}}{\partial t} = \rho v_s^2 \left(\frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial x} \right) \end{array}\right. , \tag{A1}$$

先对式(A1)中纵波的旋度求取关于时间的二阶导数进行分析:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 (\nabla \times v_p)}{\partial t^2} &= \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{\partial v_{pz}}{\partial y} - \frac{\partial v_{py}}{\partial z} - \frac{\partial v_{pz}}{\partial x} + \frac{\partial v_{px}}{\partial z} + \frac{\partial v_{py}}{\partial x} - \frac{\partial v_{px}}{\partial y} \right) \\
&= \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial v_{pz}}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial v_{py}}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial v_{pz}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial v_{px}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial v_{py}}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial v_{px}}{\partial t} \right) \\
&= \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial \tau_{pzz}}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial \tau_{pyy}}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial \tau_{pzz}}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial \tau_{pxx}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial \tau_{pyy}}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial \tau_{pxx}}{\partial x} \right) \\
&= \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} \frac{\partial \tau_{pzz}}{\partial t} - \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} \frac{\partial \tau_{pyy}}{\partial t} - \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} \frac{\partial \tau_{pzz}}{\partial t} + \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} \frac{\partial \tau_{pxx}}{\partial t} + \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \frac{\partial \tau_{pyy}}{\partial t} - \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \frac{\partial \tau_{pxx}}{\partial t}, \quad (A2)
\end{aligned}$$

观察式 (A2), 由于纵波为无旋场, 纵波的旋度关于时间的二阶导数应等于零, 则存在:

$$\begin{cases} \frac{\partial \tau_{pxx}}{\partial t} = \frac{\partial \tau_{pyy}}{\partial t} = \frac{\partial \tau_{pzz}}{\partial t} = \sigma \\ \frac{\partial \tau_{sxx}}{\partial t} = \rho v_p^2 \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) - 2\rho v_s^2 \left(\frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) - \sigma \\ \frac{\partial \tau_{syy}}{\partial t} = \rho v_p^2 \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) - 2\rho v_s^2 \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) - \sigma \\ \frac{\partial \tau_{szz}}{\partial t} = \rho v_p^2 \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) - 2\rho v_s^2 \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} \right) - \sigma \end{cases}, \quad (A3)$$

对式 (A1) 横波的散度求取关于时间的二阶导数, 并代入式 (A3) 进行分析:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 (\nabla \cdot v_s)}{\partial t^2} &= \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{\partial v_{sx}}{\partial x} + \frac{\partial v_{sy}}{\partial y} + \frac{\partial v_{sz}}{\partial z} \right) \\
&= \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial v_{sx}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial v_{sy}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial v_{sz}}{\partial t} \right) \\
&= \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \tau_{sxx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{sxy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{sxz}}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial \tau_{sxy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{syy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{syx}}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \tau_{sxz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{syx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{szz}}{\partial z} \right) \right) \\
&= \frac{\partial^2}{\partial x \partial x} \frac{\partial \tau_{sxx}}{\partial t} + \frac{\partial^2}{\partial y \partial y} \frac{\partial \tau_{syy}}{\partial t} + \frac{\partial^2}{\partial z \partial z} \frac{\partial \tau_{szz}}{\partial t} + 2 \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \frac{\partial \tau_{sxy}}{\partial t} + 2 \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} \frac{\partial \tau_{sxz}}{\partial t} + 2 \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} \frac{\partial \tau_{syx}}{\partial t} \\
&= \left(\frac{\partial^2}{\partial x \partial x} + \frac{\partial^2}{\partial y \partial y} + \frac{\partial^2}{\partial z \partial z} \right) \left(\rho v_p^2 \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) - 2\rho v_s^2 \left(\frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) - \sigma \right) + \\
&\quad 2 \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \rho v_s^2 \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \right) + 2 \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} \rho v_s^2 \left(\frac{\partial v_y}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial y} \right) + 2 \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} \rho v_s^2 \left(\frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial x} \right) \\
&= \left(\frac{\partial^2}{\partial x \partial x} + \frac{\partial^2}{\partial y \partial y} + \frac{\partial^2}{\partial z \partial z} \right) \left(\rho v_p^2 \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) - \sigma \right), \quad (A4)
\end{aligned}$$

同理, 观察式 (A4), 由于横波为无散场, 横波的散度关于时间的二阶导数应等于零, 则得到:

$$\sigma = \rho v_p^2 \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right). \quad (A5)$$

附录 B

已知方程:

$$\begin{bmatrix} L(x, t) & 0 \\ M_1(x, t) & M_2(x, t) \\ 0 & B(x, t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T \\ U \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f(x, t) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (B1)$$

二维情况下具体形式为

$$T = [P \quad v_x \quad v_z]^T, \quad (B2)$$

$$U = [v_{px} \quad v_{pz} \quad \tau_{pxx} \quad \tau_{pzz} \quad v_{sx} \quad v_{sz} \quad \tau_{sxx} \quad \tau_{szz} \quad \tau_{syz}]^T, \quad (B3)$$

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial t} & -\rho v_p^2 \frac{\partial}{\partial x} & -\rho v_p^2 \frac{\partial}{\partial z} \\ -\frac{\partial}{\partial x} & \rho \frac{\partial}{\partial t} & 0 \\ -\frac{\partial}{\partial z} & 0 & \rho \frac{\partial}{\partial t} \end{bmatrix}, \tag{B4}$$

$$\mathbf{M}_1 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ \frac{\partial}{\partial t} & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{M}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial t} & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial t} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \tag{B5}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \rho \frac{\partial}{\partial t} & 0 & -\frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \rho \frac{\partial}{\partial t} & 0 & -\frac{\partial}{\partial z} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\rho v_p^2 \frac{\partial}{\partial x} & -\rho v_p^2 \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial t} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\rho v_p^2 \frac{\partial}{\partial x} & -\rho v_p^2 \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial t} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \rho \frac{\partial}{\partial t} & 0 & -\frac{\partial}{\partial x} & 0 & -\frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \rho \frac{\partial}{\partial t} & 0 & -\frac{\partial}{\partial z} & -\frac{\partial}{\partial x} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2\rho v_s^2 \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial t} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2\rho v_s^2 \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial t} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\rho v_s^2 \frac{\partial}{\partial z} & -\rho v_s^2 \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial t} \end{bmatrix}. \tag{B6}$$

致 谢 感谢审稿专家提出的修改意见和编辑部的
大力支持!

References

Du Q Z, Zhu Y T, Ba J. 2012. Polarity reversal correction for elastic reverse time migration. *Geophysics*, 77(2): S31-S41.

Duan Y T, Sava P. 2015. Scalar imaging condition for elastic reverse time migration. *Geophysics*, 80(4): S127-S136, doi: 10.1190/geo2014-0453.1.

Gu B L, Han J G, Ren Z M, *et al.* 2019a. 2D least-squares elastic reverse time migration of multicomponent seismic data. *Geophysics*, 84(6): S523-S538, doi: 10.1190/geo2018-0720.1.

Gu B L, Ren Z M, Li Q Q, *et al.* 2019b. An application of vector wavefield decomposition to 3D elastic reverse time migration and field data test. *Computers & Geosciences*, 131: 112-131, doi: 10.1016/j.cageo.2019.07.001.

Hao T Y, You Q Y. 2011. Progress of homemade OBS and its application on ocean bottom structure survey. *Chinese Journal of Geophysics (in Chinese)*, 54(12): 3352-3361, doi: 10.3969/j.issn.0001-5733.2011.12.033.

Hu X Y, Wang Y. 2015. The new multi-component seismic technology progress——analysis and commentary of thesis about multi-component seismic technology on 2013 SEG Annual Meeting.

Progress in Geophysics (in Chinese), 30(1): 391-400, doi: 10.6038/pg20150157.

Komatitsch D, Barnes C, Tromp J. 2000. Wave propagation near a fluidsolid interface: a spectralelement approach. *Geophysics*, 65(2): 623-631, doi: 10.1190/1.1444758.

Lee H Y, Lim S C, Min D J, *et al.* 2009. 2D time-domain acoustic-elastic coupled modeling: a cell-based finite-difference method. *Geosciences Journal*, 13(4): 407-414, doi: 10.1007/s12303-009-0037-x.

Levin S A. 1984. Principle of reverse-time migration. *Geophysics*, 49(5): 581-583, doi: 10.1190/1.1441693.

Li Q Y, Wu G C, Wu J L. 2019. A multi-parameter full waveform inversion method for a heterogeneous medium with a fluid-solid coupled boundary. *Chinese Journal of Geophysics (in Chinese)*, 62(9): 3557-3570, doi: 10.6038/cjg2019M0058.

Li Q Y, Wu G C, Wang Y M, *et al.* 2021. Elastic full-waveform inversion of land single-component seismic data based on optimal transport theory. *Oil Geophysical Prospecting (in Chinese)*, 56(5): 1060-1073, doi: 10.13810/j.cnki.issn.1000-7210.2021.05.013.

Li Z C, Zhang H, Liu Q M, *et al.* 2007. Numeric simulation of elastic wavefield separation by staggering grid high-order finite-difference algorithm. *Oil Geophysical Prospecting (in Chinese)*, 42(5): 510-515, doi: 10.3321/j.issn:1000-7210.2007.05.006.

Ma D T, Zhu G M. 2003. Numerical modeling of P-wave and S-wave separation in elastic wavefield. *Oil Geophysical Prospecting (in Chinese)*, 38(5): 482-486, doi: 10.3321/j.issn:1000-7210.2003.05.005.

Ma J T, Mrinal S K, Chen X H, *et al.* 2011. OBC multiple attenuation technique using SRME theory. *Chinese Journal of Geophysics (in Chinese)*, 54(11): 2960-2966, doi: 10.3969/j.issn.0001-5733.

2011.11.026.

Qu Y M, Huang C P, Liu C, *et al.* 2019. Multiparameter least-squares reverse time migration for acoustic—elastic coupling media based on ocean bottom cable data. *Applied Geophysics*, 16(3): 327-337, doi: 10.1007/s11770-019-0771-4.

Shi X Y, Yang H C, Zhang J Z. 2024. Full waveform inversion for combined towed-streamer and ocean bottom node seismic data. *Oil Geophysical Prospecting* (in Chinese), 59(5): 1058-1068, doi: 10.13810/j.cnki.issn.1000-7210.2024.05.013.

Sochacki J S, George J H, Ewing R E, *et al.* 1991. Interface conditions for acoustic and elastic wave propagation. *Geophysics*, 56(2): 168-181, doi: 10.1190/1.1443029.

Stephen R A. 1983. A comparison of finite difference and reflectivity seismograms for marine models. *Geophysical Journal International*, 72(1): 39-57, doi: 10.1111/j.1365-246X.1983.tb02803.x.

Stephen R A. 1988. A review of finite difference methods for seismic-acoustics problems at the seafloor. *Reviews of Geophysics*, 26(3): 445-458, doi: 10.1029/RG026i003p00445.

Wu G C, Li Q Y, Wu J L, *et al.* 2018. High-order finite-difference seismic forward modeling method for fluid-solid boundary coupling media. *Acta Seismologica Sinica* (in Chinese), 40(1): 32-44, doi: 10.11939/jass.20170010.

Wu Z Q, Zhang X H, Zhao W N, *et al.* 2021. Ocean Bottom Station Nodes(OBN): progress and achievement. *Progress in Geophysics* (in Chinese), 36(1): 412-424, doi: 10.6038/pg2021EE0029.

附中文参考文献

郝天兆, 游庆瑜. 2011. 国产海底地震仪研制现状及其在海底结构探测中的应用. *地球物理学报*, 54(12): 3352-3361, doi: 10.3969/j.issn.0001-5733.2011.12.033.

胡晓亚, 王赞. 2015. 多分量地震技术新进展——SEG2013 年会多

分量地震技术论文分析与评述. *地球物理学进展*, 30(1): 391-400, doi: 10.6038/pg20150157.

李青阳, 吴国忱, 吴建鲁. 2019. 非均匀流-固边界耦合介质多参数全波形反演方法. *地球物理学报*, 62(9): 3557-3570, doi: 10.6038/cjg2019M0058.

李青阳, 吴国忱, 王玉梅, 等. 2021. 基于最优输运原理的陆上单分量资料弹性波全波形反演. *石油地球物理勘探*, 56(5): 1060-1073, doi: 10.13810/j.cnki.issn.1000-7210.2021.05.013.

李振春, 张华, 刘庆敏, 等. 2007. 弹性波交错网格高阶有限差分法波场分离数值模拟. *石油地球物理勘探*, 42(5): 510-515, doi: 10.3321/j.issn:1000-7210.2007.05.006.

马德堂, 朱光明. 2003. 弹性波波场 P 波和 S 波分解的数值模拟. *石油地球物理勘探*, 38(5): 482-486, doi: 10.3321/j.issn:1000-7210.2003.05.005.

马继涛, Mrinal S K, 陈小宏, 等. 2011. 海底电缆多次波压制方法研究. *地球物理学报*, 54(11): 2960-2966, doi: 10.3969/j.issn.0001-5733.2011.11.026.

时新宇, 杨华臣, 张建中. 2024. 海洋拖缆与海底节点资料联合全波形反演. *石油地球物理勘探*, 59(5): 1058-1068, doi: 10.13810/j.cnki.issn.1000-7210.2024.05.013.

吴国忱, 李青阳, 吴建鲁, 等. 2018. 流固边界耦合介质高阶有限差分地震正演模拟方法. *地震学报*, 40(1): 32-44, doi: 10.11939/jass.20170010.

吴志强, 张训华, 赵维娜, 等. 2021. 海底节点(OBN)地震勘探: 进展与成果. *地球物理学进展*, 36(1): 412-424, doi: 10.6038/pg2021EE0029.