

多电机速度同步系统中程偏差耦合控制

朱昌林,涂群章,蒋成明,汪世骄

(陆军工程大学 野战工程学院,江苏 南京 210007)

摘要:多电机速度同步系统的同步精度受电机控制算法和同步控制策略的影响。针对现有控制策略存在的不足,提出了多电机速度同步系统中程偏差耦合控制策略。首先,建立了多永磁同步电机的数学模型。在偏差耦合控制策略的基础上,采用中程速度计算电机转速偏差,优化了偏差耦合控制的结构,并结合非奇异Terminal滑模控制算法对控制器进行设计。然后,利用Lyapunov稳定性理论对设计的控制器进行稳定性分析。最后,搭建了多电机同步控制试验平台进行试验验证,并对试验数据进行了分析。试验结果表明,所提出的控制策略有效,能够提高系统的同步性能。

关键词:多电机速度同步系统;中程偏差耦合控制;非奇异Terminal滑模控制

中图分类号:TM341 **文献标识码:**A **DOI:**10.19457/j.1001-2095.dqcd25159

Mid-range Deviation Coupling Control for Multi-motor Speed Synchronization System

ZHU Changlin, TU Qunzhang, JIANG Chengming, WANG Shijiao

(College of Filed Engineering, Army Engineering University, Nanjing 210007, Jiangsu, China)

Abstract: The synchronization accuracy of a multi-motor speed synchronization system is influenced by the motor control algorithm and synchronization control strategy. In response to the shortcomings of existing control strategies, a mid-range deviation coupling control strategy for multi-motor speed synchronization systems was proposed. Firstly, a mathematical model of multi permanent magnet synchronous motor was established. On the basis of the deviation coupling control strategy, the motor speed deviation was calculated using mid-range speed, and the structure of the deviation coupling control was optimized. The controller was designed using a nonsingular Terminal sliding mode control algorithm. Then, the Lyapunov stability theory was used to analyze the stability of the designed controller. Finally, a multi-motor synchronous control test platform was established for test verification, and the test data was analyzed. The results show that the proposed control strategy is effective and can improve the synchronization performance of the system.

Key words: multi-motor speed synchronization system; mid-range deviation coupling control (MDCC); nonsingular Terminal sliding mode control

永磁同步电机(permanent magnet synchronous motor, PMSM)因其功率密度高、效率高、结构简单而被广泛应用于电动汽车、飞行器、数控机床、机器人等领域^[1]。然而,在越来越多的应用场合,单电机驱动难以满足高性能高精度的需求,多电机驱动系统成为了近年来的研究热点。由于受到电机内部参数变化和外界负载的干扰,各电机的输出转速不一致,系统的同步性受到影响。因此,多电机速度同步控制成为了多电机驱动系统的

关键技术之一^[2]。多电机同步控制技术的研究开始于20世纪,历经数十年的发展,目前其主要的同步控制策略有并行控制、主从控制、交叉耦合控制、相邻交叉耦合控制、环形耦合控制、偏差耦合控制等^[3-12]。

并行控制策略结构简单,各电机之间不建立耦合关系,仅靠电机自身的控制算法调整转速,因而其同步性能很差^[13]。主从控制策略中,当主电机转速发生变化时,从电机的转速相应变化,

基金项目:国家重点研发计划(2016YFC0802903)

作者简介:朱昌林(1997—),男,博士研究生,主要研究方向为电传动与控制,Email:changlinzhu1997@163.com

通讯作者:涂群章(1969—),男,博士,教授,博士生导师,主要研究方向为动力传动理论与技术,Email:tqzlhj@126.com

而从电机转速变化时,其信号不能反馈给其他电机,造成了较大的同步误差^[14]。交叉耦合控制策略将两台电机的转速差作为各电机的补偿信号,并将其反馈至电机控制器中^[15]。为了进一步提高同步性能,比例积分微分(proportional integral differential, PID)控制、自适应控制、神经网络、滑模控制(sliding mode control, SMC)、模糊控制、鲁棒控制等控制算法被应用于交叉耦合控制策略中^[16-20]。但交叉耦合控制策略只适用于双电机系统,对于3台或以上的多电机系统,文献[9]提出了相邻交叉耦合控制。对于其中一台电机,相邻交叉耦合控制考虑与其相邻的两台电机之间的转速差,反馈给电机控制器,达到同步控制的目的。然而,对于电机数大于3的多电机系统,当某一台电机的转速发生变化时,与该电机间隔最远的电机得到的反馈是滞后的,这会影响到多电机系统的同步性能^[21]。环形耦合控制同样考虑了相邻电机之间的转速差,与相邻交叉耦合控制不同的是,环形耦合控制中相邻两台电机的转速差只反馈给其中一台电机,整个系统的误差反馈呈现为单向闭合的形式,这种反馈形式会造成较大的时延,不利于提高系统的同步精度^[10]。通过对比各电机之间的转速差并进行反馈补偿,偏差耦合控制克服了时延较大的缺点,响应速度快^[2]。但其结构设计复杂,对于具有 n 台电机的系统,每一台电机需要对比 $n-1$ 次,系统的计算量很大^[22-23]。

多电机系统的同步精度不仅受同步控制策略影响,还与电机控制算法密切相关。由于PMSM为非线性、强耦合、多变量的控制对象^[24],PID控制存在超调现象,难以满足高控制精度的要求^[25]。SMC算法简单,对参数变化及扰动不敏感,将SMC应用于PMSM伺服系统中,逐渐成为学者们的研究热点。早在20世纪,文献[26]详细描述了SMC在PMSM中的设计方法。在普通的SMC中,通常选择一个线性的滑动超平面,使系统到达滑动模态后,跟踪误差能够渐进地收敛为零,渐进收敛的速度可以通过选择滑模面参数调节^[27-29]。但无论如何状态跟踪误差都不会在有限时间内收敛为零。为了获得更好的性能,研究人员提出了一种Terminal滑模控制(Terminal sliding mode control, TSMC),该算法在滑动超平面的设计中引入了非线性函数,在保证SMC稳定性的基础上,跟踪误差能够在有限时间内收敛到零^[30-32]。文献[33]针对不确定动态系统设计了

Terminal滑模控制,但普通的TSMC易出现奇异问题。文献[34]提出了非奇异TSMC(nonsingular Terminal sliding mode control, NTSMC),较好地解决了奇异性问题。

针对现有多电机同步控制策略存在的同步性能弱、结构复杂、计算量大等不足,本文提出了多电机速度同步系统中程偏差耦合控制(mid-range deviation coupling control, MDCC)策略。在偏差耦合控制的基础上,用中程速度作为各电机的对比转速,保留了偏差耦合控制响应速度快的优点,优化了偏差耦合控制的结构,降低了系统的计算量。而在电机控制算法上,采用了NTSMC,提高电机的响应速度和抗干扰能力。设计了基于NTSMC的中程偏差耦合控制器,以此来提高多电机系统的同步精度。

1 永磁同步电机的数学模型

在建立永磁同步电机的数学模型时,做出如下假设:1)转子永磁磁场在气隙空间中分布方式为正弦波,定子电枢绕组中的感应电动势成正弦波分布;2)电动机为表贴式永磁同步电机。采用 $i_d=0$ 的转子磁场定向控制,建立永磁同步电机 $d-q$ 坐标系下的动态数学模型,电压方程为

$$\begin{cases} u_d = Ri_d - \omega \Psi_q + d\Psi_d/dt \\ u_q = Ri_q + \omega \Psi_d + d\Psi_q/dt \end{cases} \quad (1)$$

式中: u_d, u_q 分别为定子电压 d, q 轴的分量; i_d, i_q 分别为定子电流 d, q 轴的分量; R 为定子电阻; ω 为转子电角速度; Ψ_d, Ψ_q 分别为定子磁链 d, q 轴的分量。

PMSM定子磁链方程为

$$\begin{cases} \Psi_d = \Psi_f + L_d i_d \\ \Psi_q = L_q i_q \end{cases} \quad (2)$$

式中: Ψ_f 为转子永磁体匝链到定子绕组的磁链。

PMSM电磁转矩方程为

$$T_e = \frac{3}{2} p_n (\Psi_d i_q - \Psi_q i_d) \quad (3)$$

由于表贴式永磁同步电机 $L_d=L_q$,将式(2)代入到式(3)中可得:

$$T_e = \frac{3}{2} p_n \Psi_f i_q \quad (4)$$

PMSM运动方程为

$$T_e - T_l - B\omega = J\dot{\omega} \quad (5)$$

式中: T_l 为电机的负载转矩; B 为黏性阻尼; J 为转子转动惯量。

将式(4)代入到式(5)中可得:

$$\dot{\omega} = \frac{3p_n}{2J} \Psi_i i_{iq} - \frac{B}{J} \omega - \frac{T_l}{J} \quad (6)$$

对于具有 n 台电机的多电机系统,对应到第 i 台电机 ($i=1,2,\dots,n$),其运动方程为

$$\dot{\omega}_i = \frac{3p_n}{2J} \Psi_i i_{iq} - \frac{B}{J} \omega_i - \frac{T_{li}}{J} \quad (7)$$

下标 i 用来标记第 i 台电机各项变量。定义:

$$\begin{cases} a = \frac{3p_n}{2J} \Psi_i \\ u_i = i_{iq} \\ b = B/J \\ d_i = T_{li}/J \end{cases} \quad (8)$$

式(7)可简写为

$$\dot{\omega}_i = a u_i - b \omega_i - d_i \quad (9)$$

在电机工作时,由于受到温度、磁场等因素的干扰,电机的参数会发生变化,将变化量用 Δ 表示,式(9)可以表示为

$$\dot{\omega}_i = (a + \Delta a) u_i - (b + \Delta b) \omega_i - (d_i + \Delta d_i) \quad (10)$$

定义:

$$D_i = \Delta a u_i - \Delta b \omega_i - (d_i + \Delta d_i) \quad (11)$$

式中: D_i 为参数变化及外负载造成的干扰, $|D_i| \leq \alpha$, α 为常数。

将式(11)代入到式(10)中可得:

$$\dot{\omega}_i = a u_i - b \omega_i + D_i \quad (12)$$

2 中程偏差耦合控制

2.1 中程偏差耦合控制结构

传统偏差耦合控制如图1所示。

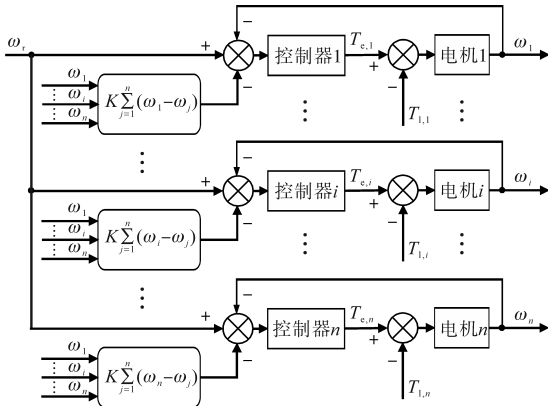


图1 偏差耦合控制框图

Fig.1 Deviation coupling control block diagram

在传统偏差耦合控制中,给各电机相同的转速信号 ω_r ,各电机输出转速为 ω_i 。此时多电机同步系统中存在电机的跟踪误差 $(\omega_r - \omega_i)$ 和各电机之间的同步误差 $(\omega_i - \omega_j, i \neq j)$ 。如图1所示,偏差耦合控制将电机的跟踪误差和同步误差整合处

理,通过控制器使得各电机转速一致实现系统同步。不难看出,偏差耦合控制存在以下不足:1)跟踪误差和同步误差整合处理容易影响系统的跟踪性能和同步性能,使得二者不能兼顾;2)系统的同步误差需要对所有的电机转速进行运算,结构复杂,运算量大。针对传统偏差耦合控制存在的不足,本文提出中程偏差耦合控制策略,其控制结构框图如图2所示。

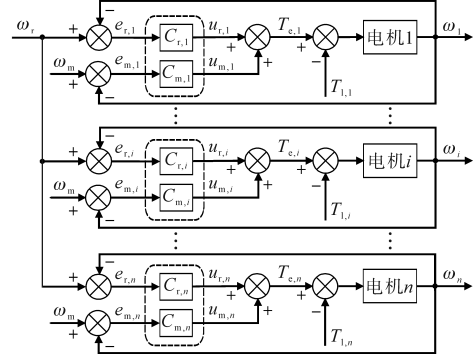


图2 中程偏差耦合控制框图

Fig.2 Mid-range deviation coupling control block diagram

给各电机一个参考转速 ω_r ,电机在启动或变速时实际转速与给定转速间存在误差,称之为速度跟踪误差 $e_{r,i}$:

$$e_{r,i} = \omega_r - \omega_i \quad (13)$$

在速度跟踪控制器 $C_{r,i}$ 的作用下, $e_{r,i}$ 将收敛到0:

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} e_{r,i} = 0 \quad (14)$$

由于各电机参数变化或外负载的干扰,使得各电机的转速不一致,造成了同步误差。为消除同步误差,采用中程偏差耦合控制得到多电机系统的中程速度 ω_m :

$$\omega_m = (\omega_{\max} + \omega_{\min})/2 \quad (15)$$

式中: ω_{\max} , ω_{\min} 分别为多电机系统中的最大转速和最小转速。

将各电机转速与中程转速比较,得到的误差值称为速度补偿误差 $e_{m,i}$:

$$e_{m,i} = \omega_m - \omega_i \quad (16)$$

速度补偿控制器 $C_{m,i}$ 作用下 $e_{m,i}$ 会收敛到0,从而实现多电机同步:

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} e_{m,i} = 0 \quad (17)$$

$$\omega_r = \omega_1 = \omega_2 = \dots = \omega_n = \omega_m \quad (18)$$

从上述控制过程可以看出,相比传统偏差耦合控制,中程偏差耦合控制具有以下几点优势:1)整个控制器由两个分控制器 $C_{r,i}$ 和 $C_{m,i}$ 组成,这使得系统的跟踪性能和同步性能互不影响,实现

了跟踪性能和同步性能的解耦调节;2)中程偏差耦合控制中各电机的同步误差通过中程数和各电机转速求差得到,这简化了偏差耦合控制的结构,大大减少了系统的计算量。

中程数作为反映数据集中趋势的一项指标,对于数据组的极值非常敏感,其他数据则会被忽略。而对于多电机同步系统来说,对其同步精度影响最大的就是最大速度和最小速度。因此,将中程转速选为对比转速,可以使最大转速与最小转速更快地向对比转速靠拢,从而提高同步精度。

2.2 中程偏差耦合控制性能分析

在中程偏差耦合控制中,单台电机的控制系统展开结构如图3所示。在进行性能分析时,控制结构由传递函数的形式表示。电机用积分环节 $G(s)$ 表示, $K_r F(s)$ 和 $K_m F(s)$ 分别表示速度跟踪控制器 $C_{r,i}$ 和速度补偿控制器 $C_{m,i}$, 为便于性能对比分析,本文假定可以通过调整 K_r 和 K_m 的值来调整分控制器的性能强弱,后续控制器设计中不涉及到 K_r 和 K_m 。

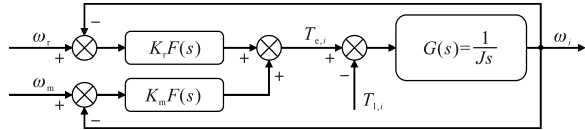


图3 单台电机的控制结构

Fig.3 The control structure of single motor

由于中程数是由多电机系统中最大速度和最小速度求均值得到,因此,传递函数推导过程应分为3种情况:1) ω_i 既不是最大转速也不是最小转速;2) ω_i 是最大转速;3) ω_i 是最小转速。下面依次对3种情况进行分析。

1) $\omega_i \neq \omega_{max}$ 且 $\omega_i \neq \omega_{min}$ 。当 ω_i 既不是最大转速也不是最小转速时,对于第 i 台电机,给定转速 ω_r 至输出转速的传递函数为

$$G_{R0i}(s) = \frac{K_r F(s)G(s)}{1 + K_r F(s)G(s) + K_m F(s)G(s)} \quad (19)$$

负载 $T_{l,i}$ 至其输出转速的传递函数为

$$G_{L0i}(s) = -\frac{G(s)}{1 + K_r F(s)G(s) + K_m F(s)G(s)} \quad (20)$$

应用叠加原理可以得到第 i 台电机的转速:

$$\omega_i(s) = \frac{K_r F(s)G(s)\omega_r(s) - G(s)T_{l,i}(s)}{1 + K_r F(s)G(s) + K_m F(s)G(s)} \quad (21)$$

进一步可以得到任意两台电机之间的同步误差如下:

$$\omega_i(s) - \omega_h(s) = \frac{G(s)T_{l,h}(s) - G(s)T_{l,i}(s)}{1 + K_r F(s)G(s) + K_m F(s)G(s)} \quad (22)$$

第 i 台电机的跟踪误差可以表示为

$$e_{r,i}(s) = \frac{\omega_r(s) + K_m F(s)G(s)\omega_r(s) + G(s)T_{l,i}(s)}{1 + K_m F(s)G(s) + K_r F(s)G(s)} \quad (23)$$

综合式(22)和式(23)可以看出,分控制器 $C_{r,i}$ 和 $C_{m,i}$ 的性能决定了系统的跟踪性能和同步性能。相比传统偏差耦合控制跟踪性能和同步性能只能进行统一调节的控制结构形式^[35],中程偏差耦合控制分控制器的设计使得 $C_{r,i}$ 和 $C_{m,i}$ 的性能可以单独调整,实现了系统跟踪性能和同步性能的解耦调节。例如,在不影响同步性能的前提下,可以通过适当增大 K_r 的值并减小 K_m 的值来提高系统的跟踪性能;当略微增大 K_m 的值时,式(23)分子的变化量要大于分母的变化量,此时再增大 K_r 的值使得跟踪误差大致不变,在不影响跟踪性能的前提下提高了系统的同步性能。

2) $\omega_i = \omega_{max}$ 。当 ω_i 是最大转速时,速度补偿控制器 $C_{m,i}$ 的输入量可以表示为

$$e_{m,i} = \omega_m - \omega_i = (\omega_{min} - \omega_i)/2 \quad (24)$$

与第1种情况相比, ω_i 反馈到速度补偿控制器时的系数由 -1 变为 $-1/2$,容易得到,第1种情况下分析得到的系统跟踪性能和同步性能的解耦调节同样适用于第2种情况。

3) $\omega_i = \omega_{min}$ 。当 ω_i 是最小转速时,速度补偿控制器 $C_{m,i}$ 的输入量可以表示为

$$e_{m,i} = \omega_m - \omega_i = (\omega_{max} - \omega_i)/2 \quad (25)$$

与第1种情况相比, ω_i 反馈到速度补偿控制器时的系数由 -1 变为 $-1/2$ 。同理,第1种情况下分析得到的系统跟踪性能和同步性能的解耦调节同样适用于第3种情况。

3 控制器设计

在第2节,给出了中程偏差耦合控制的结构,并对其进行了性能分析。分析结果表明可以通过单独调整 $C_{r,i}$ 和 $C_{m,i}$ 的性能实现多电机系统跟踪性能和同步性能的解耦调节。因此,控制器的设计对于多电机系统尤为重要。本节基于非奇异终端滑模控制算法设计转速控制器。NTSMC算法能够提高控制器的响应速度,抑制普通滑模控制中的抖振现象,有利于提高控制器的性能。

3.1 非奇异终端滑模控制

考虑一个二阶不确定非线性动态系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f(\mathbf{x}) + g(\mathbf{x})u + d(\mathbf{x},t) \end{cases} \quad (26)$$

式中: $f(\mathbf{x}), g(\mathbf{x})$ 为连续光滑函数,且 $g(\mathbf{x}) \neq 0, \mathbf{x} = [x_1, x_2]^T$; $d(\mathbf{x},t)$ 为不确定性干扰, $d(\mathbf{x},t) \leq L$ 。

非奇异Terminal滑模面为

$$s = x_1 + \beta^{-1} x_2^{p/q} \quad (27)$$

式中: $\beta > 0, p, q (p > q)$ 为正奇数。

非奇异Terminal滑模控制器设计为

$$u_i = -\frac{1}{g(\mathbf{x})} [f(\mathbf{x}) + \beta \frac{q}{p} x_2^{2-p/q} + (L + \eta) \text{sgn}(s)] \quad (28)$$

其中, $1 < p/q < 2, \eta > 0$ 。

3.2 速度跟踪控制器设计

速度跟踪误差的一阶导数为

$$\dot{e}_{r,i} = \dot{\omega}_r - \dot{\omega}_i = \dot{\omega}_r - au_{r,i} + b\omega_i - D_i \quad (29)$$

将速度跟踪控制器 $C_{r,i}$ 的系统状态变量设为

$$\begin{cases} x_{i1} = \int_0^t e_{r,i}(\tau) d\tau \\ x_{i2} = e_{r,i} \end{cases} \quad (30)$$

定义速度跟踪控制器的非奇异Terminal滑模面为

$$s_i = x_{i1} + \frac{1}{\beta} x_{i2}^{p/q} = \int_0^t e_{r,i}(\tau) d\tau + \frac{1}{\beta} e_{r,i}^{p/q} \quad (31)$$

将速度跟踪控制器设计为

$$u_{r,i} = \frac{1}{a} [\dot{\omega}_r + b\omega_i + \beta \frac{q}{p} e_{r,i}^{2-p/q} + (\alpha + \eta) \text{sgn}(s_i)] \quad (32)$$

3.3 速度补偿控制器设计

速度补偿误差的一阶导数为

$$\dot{e}_{m,i} = \dot{\omega}_m - \dot{\omega}_i \quad (33)$$

为了便于描述,设转速最大的电机编号为 j ,转速最小的电机编号为 k (j 和 k 不固定)。式(33)可表示为

$$\begin{aligned} \dot{e}_{m,i} &= \dot{\omega}_m - \dot{\omega}_i = 1/2(\dot{\omega}_j + \dot{\omega}_k) - \dot{\omega}_i \\ &= a\left(\frac{u_{r,j}}{2} + \frac{u_{r,k}}{2} - u_{r,i}\right) - b\left(\frac{\omega_j}{2} + \frac{\omega_k}{2} - \omega_i\right) + \frac{D_j + D_k}{2} - D_i \end{aligned} \quad (34)$$

将式(32)代入到式(34)中:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}u_{r,j} + \frac{1}{2}u_{r,k} - u_{r,i} &= \frac{1}{2a} [(\dot{\omega}_r + b\omega_j + \beta \frac{q}{p} e_{r,j}^{2-p/q} + (\alpha + \eta) \text{sgn}(s_j))] + \frac{1}{2a} [(\dot{\omega}_r + b\omega_k + \beta \frac{q}{p} e_{r,k}^{2-p/q} + (\alpha + \eta) \cdot \text{sgn}(s_k))] - \frac{1}{a} [(\dot{\omega}_r + b\omega_i + \beta \frac{q}{p} e_{r,i}^{2-p/q} + (\alpha + \eta) \text{sgn}(s_i))] \end{aligned} \quad (35)$$

式(35)可简化为

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}u_{r,j} + \frac{1}{2}u_{r,k} - u_{r,i} &= \frac{1}{a} \left\{ \beta \frac{q}{p} \left(\frac{1}{2} e_{r,j}^{2-p/q} + \frac{1}{2} e_{r,k}^{2-p/q} - e_{r,i}^{2-p/q} \right) + be_{m,i} + (\alpha + \eta) \cdot \left[\frac{1}{2} \text{sgn}(s_j) + \frac{1}{2} \text{sgn}(s_k) - \text{sgn}(s_i) \right] \right\} \end{aligned} \quad (36)$$

定义速度补偿控制器为

$$u_{m,i} = 1/2u_{r,j} + 1/2u_{r,k} - u_{r,i} \quad (37)$$

式(34)可以简化为

$$\dot{e}_{m,i} = au_{m,i} - be_{m,i} + \left(\frac{1}{2}D_j + \frac{1}{2}D_k - D_i \right) \quad (38)$$

将速度补偿控制器 $C_{m,i}$ 的系统状态变量设为

$$\begin{cases} y_{i1} = \int_0^t e_{m,i}(\tau) d\tau \\ y_{i2} = e_{m,i} \end{cases} \quad (39)$$

速度补偿控制器的非奇异Terminal滑模面设计为

$$\delta_i = y_{i1} + \frac{1}{\beta} y_{i2}^{p/q} = \int_0^t e_{m,i}(\tau) d\tau + \frac{1}{\beta} e_{m,i}^{p/q} \quad (40)$$

将速度补偿控制器设计为

$$u_{m,i} = -\frac{1}{a} [-be_{m,i} + \beta \frac{q}{p} e_{m,i}^{2-p/q} + (2\alpha + \eta) \text{sgn}(\delta_i)] \quad (41)$$

3.4 稳定性分析

考虑一个Lyapunov函数:

$$V = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n s_i^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \delta_i^2 \quad (42)$$

对 V 求一阶导数可得:

$$\dot{V} = \sum_{i=1}^n s_i \dot{s}_i + \sum_{i=1}^n \delta_i \dot{\delta}_i \quad (43)$$

对 s_i 求一阶微分可得:

$$\dot{s}_i = e_{r,i} + \frac{1}{\beta} \frac{p}{q} e_{r,i}^{p/q-1} \dot{e}_{r,i} \quad (44)$$

将式(29)代入到式(44)可得:

$$\dot{s}_i = e_{r,i} + \frac{1}{\beta} \frac{p}{q} e_{r,i}^{p/q-1} (\dot{\omega}_r - au_{r,i} + b\omega_i - D_i) \quad (45)$$

将式(31)代入到式(45)可得:

$$\dot{s}_i = -\frac{1}{\beta} \frac{p}{q} e_{r,i}^{p/q-1} [(\alpha + \eta) \text{sgn}(s_i) - D_i] \quad (46)$$

$$s_i \dot{s}_i = \frac{1}{\beta} \frac{p}{q} e_{r,i}^{p/q-1} [-(\alpha + \eta) |s_i| + D_i s_i] \quad (47)$$

对 δ_i 求一阶导数可得:

$$\dot{\delta}_i = e_{m,i} + \frac{1}{\beta} \frac{p}{q} e_{m,i}^{p/q-1} \dot{e}_{m,i} \quad (48)$$

将式(38)代入到式(48)可得:

$$\dot{\delta}_i = e_{m,i} + \frac{p}{\beta q} e_{m,i}^{p/q-1} [au_{m,i} - be_{m,i} + \frac{1}{2}D_j + \frac{1}{2}D_k - D_i] \quad (49)$$

将式(41)代入到式(49)可得:

$$\dot{\delta}_i = \frac{p}{\beta q} e^{\frac{p}{q-1}} [-(2\alpha + \eta) \text{sgn}(\delta_i) + \frac{1}{2} D_j + \frac{1}{2} D_k - D_i] \quad (50)$$

$$\delta_i \dot{\delta}_i = \frac{p}{\beta q} e^{\frac{p}{q-1}} [(\frac{1}{2} D_j + \frac{1}{2} D_k - D_i) \delta_i - (2\alpha + \eta) |\delta_i|] \quad (51)$$

将式(47)、式(51)代入到式(43)可得:

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \frac{p}{\beta q} \sum_{i=1}^n \{ e^{\frac{p}{q-1}} [-(\alpha + \eta) |s_i| + D_i s_i] + \\ & e^{\frac{p}{q-1}} [-(2\alpha + \eta) |\delta_i| + (\frac{D_j + D_k}{2} - \\ & D_i) \delta_i] \} \end{aligned} \quad (52)$$

由于 $1 < p/q < 2$, 则 $0 < p/q - 1 < 1$, 又由于 $\beta > 0, p, q (p > q)$ 为正奇数, 因此:

$$\begin{cases} e^{\frac{p}{q-1}} \geq 0 \\ e^{\frac{p}{q-1}} \geq 0 \end{cases} \quad (53)$$

由于 $|D_i| \leq \alpha$, 因此:

$$\begin{cases} [-(\alpha + \eta) |s_i| + D_i s_i] \leq -\eta |s_i| \\ [-(2\alpha + \eta) |\delta_i| + (\frac{D_j + D_k}{2} - D_i) \delta_i] \leq -\eta |\delta_i| \end{cases} \quad (54)$$

可得:

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \sum_{i=1}^n s_i \dot{s}_i + \sum_{i=1}^n \delta_i \dot{\delta}_i \\ \leq & -\frac{p\eta}{\beta q} \sum_{i=1}^n (e^{\frac{p}{q-1}} |s_i| + e^{\frac{p}{q-1}} |\delta_i|) \leq 0 \end{aligned} \quad (55)$$

根据 Lyapunov 第二稳定性定理, 所设计的控制器是渐进稳定的。

4 试验

为了验证本文提出的控制策略的有效性, 搭建了多电机同步控制试验平台如图4所示, 该控制平台由上位机、控制柜和4组参数相同的电机对拖平台组成, 电机参数如下: 磁链 $\Psi_f=0.175$ Wb; d 轴和 q 轴电感 $L_d=L_q=0.835$ mH; 转子电阻 $R=2.875$ Ω ; 转子转动惯量 $J=0.003$ kg·m²; 转子黏性阻尼 $B=0.008$ N·m·s; 极对数 $p_n=4$ 。两个 NTSMC 分控制器的系数相同, 其中, β 是非奇异 Terminal 吸引子的系数, 其大小决定着控制系统在远离平衡状态时系统的收敛速度; p 和 q 是状态变量 $x_{i,2}$ 的指数, 考虑到系统的奇异性问题, 其值应满足: $1 < p/q < 2$; α 是 NTSMC 中符号函数的系数, 其大小影响着控制器的抗干扰能力, 值越大, 系统抗干扰能力越强, 但较大的值不利于抑制抖振现象, 故其值略大于干扰即可; η 的作用是保证控制

器的稳定性, 在3.4节中指出, 只须使 $\eta > 0$ 即可。参考相关文献并结合本文试验内容, 设计的 NTSMC 系数如表1所示。

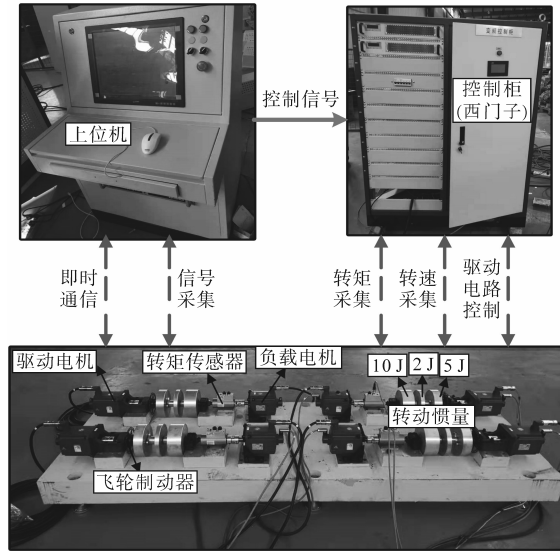


图4 多电机同步控制试验平台

Fig.4 Multi-motor synchronous control experimental platform

表1 NTSMC系数

Tab.1 Coefficient of NTSMC

系数符号	β	p	q	α	η
系数值	50	5	3	30	0.1

为使试验内容便于分析, 贴近实际工况, 试验使用3台 PMSM, 在两种工况下对控制策略进行试验验证, 分别是: 1) 不平衡负载启动; 2) 稳态时突增负载。

4.1 启动过程中的性能对比

给定电机的参考转速均为 $\omega_r=600$ r/min, 其中1号电机和2号电机空载启动, 3号电机启动时负载电机输出 10 N·m 的转矩。图5和图6分别为两种控制结构在启动过程中各电机的转速曲线和同步误差。

由图5可以看出, 传统偏差耦合控制结构电机达到稳态所需时间约为 420 ms, 中程偏差耦合控制结构电机达到稳态的时间约为 400 ms, 二者差距较小。值得注意的是, 相比传统偏差耦合控制, 中程偏差耦合控制在启动过程中3台电机的转速曲线聚集度更高, 图5a中3号电机的转速与1号电机和2号电机的转速差相比图5b中对应的转速差更大。

由图6a可以看出, 在启动阶段, 传统偏差耦合控制中1号电机和2号电机的同步误差约为 0 , 1号电机与3号电机的同步误差达到了 18 r/min, 同步误差收敛到 0 的时间超过了 300 ms。图6a

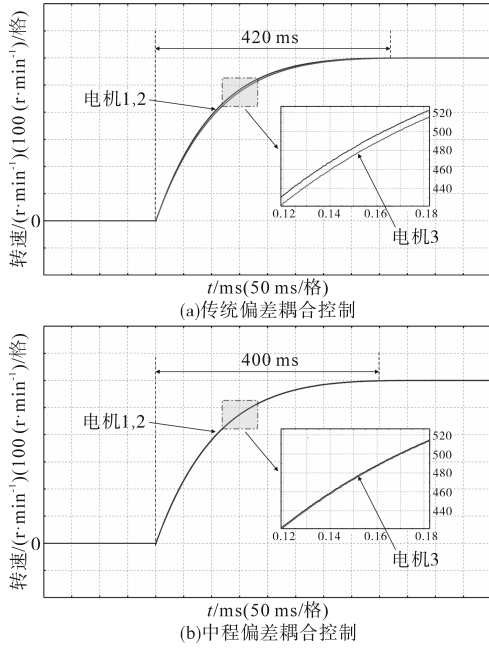


图5 两种控制结构启动过程电机转速曲线
Fig.5 Speed curves of motors during the start-up process of two control structures

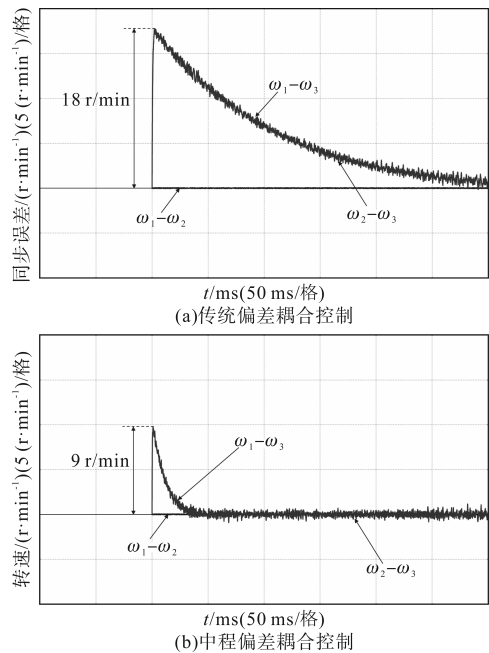


图6 两种控制结构启动过程中的同步误差
Fig.6 Synchronization error during the start-up process of two control structures

中,中程偏差耦合控制1号电机与3号电机的同步误差仅为9 r/min,误差减小了50%。同步误差收敛到0的时间不到100 ms,这得益于中程偏差耦合控制中分控制器较高的响应速度。

图5和图6表明,在不平衡负载启动工况下,中程偏差耦合控制能够减小多电机同步系统的同步误差,提高系统的同步性能。

4.2 突加负载时的性能对比

给定各电机的参考转速为 $\omega_r=600$ r/min,电机达到稳态后,对2号电机突加15 N·m的负载。图7和图8分别给出了两种控制结构在突加负载时各电机的转速曲线和同步误差曲线。

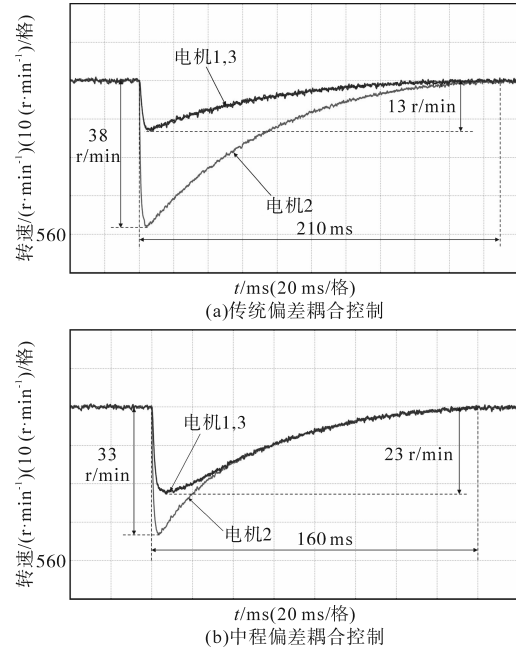


图7 突加负载时两种控制结构的电机转速曲线
Fig.7 Speed curves of motors under sudden load of two control structures

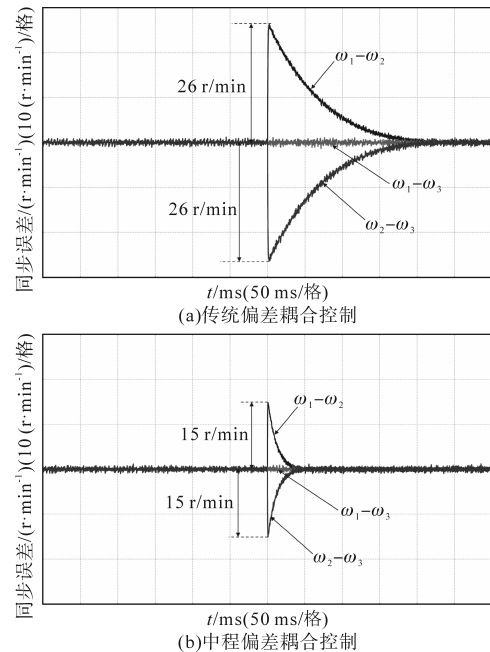


图8 突加负载时两种控制结构的同步误差
Fig.8 Synchronization error of two control structures under sudden load

由图7可以看出,传统偏差耦合控制结构在突加负载时,2号电机的转速波动达到了38 r/min,

1号电机和3号电机的转速波动较小,仅为13 r/min,整个多电机同步系统重新回到稳态所需时间约为210 ms。而中程偏差耦合控制结构在突加负载时,2号电机的转速波动为33 r/min,1号电机和3号电机的转速波动为23 r/min,系统重新回到稳态所需时间约为160 ms。

由图8可以看出,当2号电机突加负载时,1号电机和3号电机的转速差约为0。由于2号电机加载导致2号电机的转速低于给定转速,此时1号电机和2号电机的同步误差为正值,2号电机与3号电机的同步误差为负值。传统偏差耦合控制结构中对应的值分别为 ± 26 r/min,同步误差收敛到0所需时间约为225 ms;中程偏差耦合控制中同步误差为 ± 15 r/min,同步误差收敛到0所需的时间约为65 ms,同步误差减小了42%,收敛速度也得到了提高。

图7和图8表明,在突加负载的工况下,中程偏差耦合控制能够提高多电机同步系统的同步性能。

5 结论

多电机系统的同步精度依赖于多电机同步控制策略和电机控制算法。本文推导了多永磁同步电机的数学模型,提出了多电机同步系统中程偏差耦合控制策略,将控制器分为速度跟踪控制器和速度补偿控制器来设计。利用Lyapunov稳定性定理分析了所设计的控制器的稳定性。搭建了多电机同步控制试验平台。在不平衡负载启动和稳态时突加负载两种工况下验证控制策略的有效性。试验结果表明,相比传统偏差耦合控制策略,中程偏差耦合控制能够减小多电机同步系统的同步误差,缩短同步误差收敛到0的时间,提升了系统的同步性能。

参考文献

- [1] LI W. Application of PMSM control in electric vehicle[J]. *Internal Combustion Engine & Parts*, 2019, 298(22): 51-52.
- [2] LI L, SUN L, ZHANG S. Mean deviation coupling synchronous control for multiple motors via second-order adaptive sliding mode control[J]. *Isa Transactions*, 2016(62): 222-235.
- [3] SHI T, HAO L, QIANG G, et al. An improved relative coupling control structure for multi-motor speed synchronous driving system[J]. *IET Electric Power Applications*, 2016, 10(6): 451-457.
- [4] CORDEIRO A, MANUEL J, PIRES V F. Performance of synchronized master-slave closed-loop control of AC electric drives using real time motion over ethernet (RTMoE)[J]. *Mechatronics*, 2020, 69(4): 102400.
- [5] CHEN W, LIANG J, SHI T. Speed synchronous control of multiple permanent magnet synchronous motors based on an improved cross-coupling structure[J]. *Energies*, 2018, 11(2): 282.
- [6] CHEN C S, CHEN L Y. Robust cross-coupling synchronous control by shaping position commands in multi-axes system[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2012, 59(12): 4761-4773.
- [7] SU K H, CHENG M Y. Contouring accuracy improvement using cross-coupled control and position error compensator[J]. *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, 2008, 48(12-13): 1444-1453.
- [8] ZHAO D Z, LI C W, REN J. Speed synchronisation of multiple induction motors with adjacent cross-coupling control[J]. *IET Control Theory & Applications*, 2010, 4: 119-128.
- [9] ZHANG Y, DENG H, ZHANG Y. Synchronization control of space voltage vector controlled multi-PMSM based on adjacent cross-coupling[J]. *Advanced Materials Research*, 2012, 383-390: 6931-6937.
- [10] LIU R, SUN J Z, LUO Y Q, et al. Research on multi-motor synchronization control based on the ring coupling strategy for cutterhead driving system of shield machines[J]. *Applied Mechanics & Materials*, 2011, 52-54: 65-72.
- [11] 彭晓燕,刘威,张强.基于改进型偏差耦合结构的多电机同步控制[J]. *湖南大学学报(自然科学版)*, 2013, 40(11): 77-83.
- [12] PENG X Y, LIU W, ZHANG Q. Synchronized control of multi-motor based on the improved relative coupling control[J]. *Journal of Hunan University: Natural Sciences*, 2013, 40(11): 77-83.
- [13] DONG F, YANG J C, GAO T Z, et al. The research and design of virtual spindle vibration test system[J]. *Applied Mechanics & Materials*, 2014, 556-562: 2903-2905.
- [14] HUANG H, TU Q, JIANG C, et al. Dual motor drive vehicle speed synchronization and coordination control strategy[C]// *American Institute of Physics Conference Series*, 2018: 1-9.
- [15] LIANG P, ZHOU W, YANG Z. The multi-motor synchronous control based on fuzzy PID master-slave method[J]. *Microcomputer & Its Applications*, 2012(8): 36-41.
- [16] KOREN Yoram. Cross-coupled biaxial computer control for manufacturing systems[J]. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 1980, 102(4): 265-272.
- [17] WANG L, TANG Y. Fuzzy cross-coupling control for dual linear motors based on preview feedforward compensation[C]// *International Conference on Mechatronics and Automation*, Changchun, China, 2009: 2138-2142.
- [18] CHEN W, WANG D D, GENG Q, et al. Robust adaptive cross-coupling position control of biaxial motion system[J]. *Science China*, 2016, 59(4): 680-688.
- [19] CRISPIN A J, IBRANI L, TAYLOR G E, et al. Neural network

- cross-coupling gain controller for a bi-axial contouring system [C]//Proceedings of the 1999 American Control Conference, San Diego, CA, USA, 1999:351-357.
- [19] WEI C, WU Y, DU R, et al. Speed tracking and synchronization of a dual-motor system via second order sliding mode control[J]. *Mathematical Problems in Engineering*, 2013(9):831-842.
- [20] ZHU C, TU Q, JIANG C, et al. A cross coupling control strategy for dual-motor speed synchronous system based on second order global fast terminal sliding mode control[J]. *IEEE Access*, 2020, 8:217967-217976.
- [21] PEREZ-Pinal, NUNEZ C, ALVAREZ R, et al. Comparison of multi-motor synchronization techniques[C]//Industrial Electronics Society, IECON 2004, 30th Annual Conference of IEEE, IEEE, 2004:1670-1675.
- [22] LI P, WANG W, WAN Y. Multi-motor fuzzy PID synchronous control based on the adjacent deviation coupling strategy[J]. *Machine Design & Research*, 2013, 5(29):45-48, 58.
- [23] 王毅波,曹宽.多电机同步控制技术发展简介[J]. *微特电机*, 2019, 47(8):69-73.
WANG Y B, CAO K. Brief introduction of multi-motor synchronous control technology[J]. *Small & Special Electrical Machines*, 2019, 47(8):69-73.
- [24] 金鹏飞,谢源,王杰,等.基于负载转矩观测器的永磁同步电机积分滑模控制[J]. *微特电机*, 2018, 46(8):62-64, 69.
JIN P F, XIE Y, WANG J, et al. Sliding mode control of permanent magnet synchronous motor based on load torque observer [J]. *Small & Special Electrical Machines*, 2018, 46(8):62-64, 69.
- [25] 张晓光,孙力,赵克.基于负载转矩滑模观测的永磁同步电机滑模控制[J]. *中国电机工程学报*, 2012, 32(3):111-116, 8.
ZHANG X G, SUN L, ZHAO K. Sliding mode control of PMSM based on a novel load torque sliding mode observer[J]. *Proceedings of the CSEE*, 2012, 32(3):111-116, 8.
- [26] UTKIN A, GULDNER J, SHI J X. Sliding mode control in electromechanical systems[M]. London: Taylor & Francis, 1999.
- [27] SLOTINE J J, SATRY S S. Tracking control of nonlinear systems using sliding surfaces with application to robot manipulator[J]. *International Journal of Control*, 1983, 38(2):465-492.
- [28] 高为炳.变结构控制的理论及设计方法[M].北京:科学出版社, 1996.
GAO W B. Theory and design method of variable structure control[M]. Beijing: Science Press, 1996.
- [29] 孙宜标,郭庆鼎,孙艳娜.基于模糊自学习的交流直线伺服系统滑模变结构控制[J]. *电工技术学报*, 2001, 16(1):52-56.
SUN Y B, GUO Q D, SUN Y N. Sliding mode variable structure control based on fuzzy self-learning for AC linear servo system [J]. *Transactions of China Electrotechnical Society*, 2001, 16(1):52-56.
- [30] YU X H, XU J X. Variable structure systems: toward the 21st century[M]. Berlin: Springer, 2002.
- [31] YU X H, MAN Z H. Model reference adaptive control systems with terminal sliding modes[J]. *International Journal of Control*, 1996, 64(6):1165-1176.
- [32] MAN Z H, YU X H. Terminal sliding mode control of MIMO linear systems[C]//Kobe, Japan: Proceedings of the 35th Conference on Decision and Control, 1996:4619-4624.
- [33] WU Y, YU X H, MAN Z H. Terminal sliding mode control design for uncertain dynamic system[J]. *Systems and Control Letters*, 1998, 34(5):281-288.
- [34] FENG Y, YU X H, MAN Z H. Non-singular terminal sliding mode control of rigid manipulators[J]. *Automatica*, 2002, 28(12):2159-2167.
- [35] 耿强,王少炜,周湛清,等.改进型偏差耦合多电机转速同步控制[J]. *电工技术学报*, 2019, 34(3):474-482.
GENG Q, WANG S W, ZHOU Z Q, et al. Multi-motor speed synchronous control based on improved relative coupling structure[J]. *Transactions of China Electrotechnical Society*, 2019, 34(3):474-482.

收稿日期:2023-05-31

修改稿日期:2023-09-28