文章编号:1674-7607(2026)02-0036-09 **DOI**:10.19805/j.cnki.jcspe.2026.240715

低雷诺数涡轮叶栅流场的数据同化方法

沈 斌, 彭 昊, 陈 榴, 戴 韧
(上海理工大学 能源与动力工程学院, 上海 200093)

摘 要: 低雷诺数涡轮叶栅流动的数值模拟结果与计算边界条件和湍流预测能力有关。应用集合卡尔曼滤波法,建立了基于少量实验测量数据与雷诺平均纳维-斯托克斯(RANS)方程计算流体力学(CFD)解的数据同化方法,并且在 2 种典型涡轮叶栅上验证了该方法。通过导向叶栅尾迹形态的测量值修正叶栅计算域入口的速度分布。同化后尾迹损失的平均相对误差减小了 30%。在 PakB 叶型上,以叶片表面静压测量值同化剪切应力输运(SST)模型的 8 个预设常数。同化后叶片表面静压系数的平均相对误差减小了 21%。基于实验测量的数据同化降低了 CFD 模拟中的不确定度,提升了 RANS 方程分析涡轮低雷诺数流动的可信度。

关键词: 涡轮叶栅; 低雷诺数; 数据同化; 集合卡尔曼滤波; 湍流模型
中图分类号:TK474 **文献标志码**:A **学科分类号**:470.30

Data Assimilation Method for Turbine Cascade Flow Field with Low Reynolds Number

SHEN Bin, *PENG Hao*, *CHEN Liu*, *DAI Ren*
(School of Energy and Power Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

Abstract: The numerical simulation results of low Reynolds number turbine cascade flows are related to the computational boundary conditions and turbulence prediction capabilities. By applying the ensemble Kalman filtration method, a data assimilation approach was established, which is based on computational fluid dynamics (CFD) solutions obtained from a small amount of experimental measurement data and Reynolds-averaged Navier-Stokes (RANS) equations. After which, the proposed method was validated on two typical turbine cascades. The velocity distribution at the inlet of the cascade computational domain was corrected through using the measured values of the trail profile in the guide cascade. After assimilation, the average relative error of trail loss is reduced by 30%. For the PakB blade profile, eight preset constants of shear stress transport (SST) model were assimilated by using the measured values of static pressure on the blade surface. After assimilation, the average relative error of static pressure coefficient on the blade surface is reduced by 21%. With data assimilation based on experimental measurements, uncertainties in CFD simulations are reduced, and the credibility of analyzing low Reynolds number turbine flows by RANS equations is enhanced.

收稿日期:2024-11-18 **修订日期**:2024-12-04
基金项目:国家自然科学基金资助项目(52276034)
作者简介:沈 斌(1992—),男,上海人,硕士研究生,主要从事叶轮机械气体动力学方面的研究。
陈 榴(通信作者),女,硕士研究生导师,博士,E-mail:chen_liu@usst.edu.cn。

Key words: turbine cascade; low Reynolds number; data assimilation; ensemble Kalman filtration; turbulence model

高空飞行器的小功率燃气轮机[1]低压涡轮(LPT)的雷诺数可能低于 2.5×10^4，并且叶片吸力面前半段边界层处于层流状态。随着涡轮级负荷的升高，吸力面后半段逆压梯度增强，边界层发生流动分离和转捩，流动损失增大，导致涡轮效率显著下降。研究低雷诺数涡轮叶栅流动的损失机理并准确预测损失，对提升高空飞行器的涡轮发动机性能具有重要的应用意义。

基于雷诺平均纳维-斯托克斯(RANS)方程的流动模拟是目前研究涡轮流动性能的主要方法，而其模拟效果取决于湍流模型对边界层流动的捕捉能力和模拟边界条件的设置，例如来流的湍流度和时均速度分布是否符合实验(或实际)工作条件等。在高雷诺数、无明显分离的涡轮叶栅流动中，将实验测量值作为边界条件时，常见的湍流模型通常能够提供相对满意的 RANS 方程模拟结果。但是，对于低雷诺数且有一定程度分离的流动，叶片吸力面分离区的再附点位置及下游尾迹损失区的模拟结果，与实验测量值还有一定程度的偏差[2-3]。

叶栅风洞实验为低雷诺数叶栅流动机理提供了重要的实证[4]，但是也存在一定的局限性。例如利用五孔探针测量平面叶栅流动时，受探针头部尺寸的限制，无法测得近壁面流场，尤其是近壁区的流动。在测量下游尾迹区时，探头尺寸会影响实验数据的准确性。综合风洞实验的可靠性和数值模拟的精细化特点，借助少量可靠的实验测量数据，校正数值模拟结果，同时提升预测能力并重构全局流场，是尤其重要的。

数据同化(DA)技术整合不同来源的数据[5-6]，运用贝叶斯理论，在有限观测数据条件下重建系统的全局状态，并且能确保系统状态严格遵循物理模型的约束，从而提高预测的准确性。Evensen[7]提出数据同化的集合卡尔曼滤波(EnKF)方法，将多个样本集合代替单一的最优估计来表示状态的概率分布。通过样本集合的形式反映过程噪声的影响，从而简化了数学模型，降低了运算成本，同时提升了算法自身的稳定性。Kato[8]改进了卡尔曼滤波同化方法，通过直接同化翼型表面压力、边界条件和湍流黏度，提高了翼型表面跨音速流动的预测精度。房培勋等[9]重新标定剪切应力输运(SST)湍流模型常数，可以显著提升相近开度下阀门通流特性的预测精度。刘锑韬等[10]使用两步集合卡尔曼滤波，通过数据同化修正湍流模型的预置系数，显著提升了 RANS 方程模拟预测型面分离的能力，并且准确预测了压气机叶栅吸力面尾缘处分离泡的尺寸和分离位置。Deng 等[11]通过设置容差阈值和最大迭代数实现内迭代，同化粒子图像测速(PIV)法测得的圆形射流的流向速度，从而显著改进了 4 种湍流模型，恢复了对全局流场的准确预测。

参考压气机叶栅应用数据同化预测分离流动的成功经验，本文尝试利用 EnKF 数据同化方法，提高基于 RANS 方程的低雷诺数涡轮叶栅流动预测精度，以期展现根据涡轮叶栅局部区域的实验数据，并且应用数据同化技术，提升流场细节预测能力的潜力。研究案例选择了 2 种典型叶栅：(1)常规涡轮导向叶栅，同时基于平面叶栅实测半叶高尾迹形态，同化叶栅进口的来流边界条件；(2)吸力面有明显流动分离的 PakB 叶型，同时基于实测叶片表面压力分布，同化 SST 湍流模型常数和来流边界条件。

1　数据同化方法

数据同化过程分为预测、观测和同化 3 个阶段。叶栅流场预测采用 RANS 方程，并且结合 SST 湍流模型和 Gamma-Theta(γ-Re_θ)转捩模型。观测数据来源于平面叶栅风洞实验。同化过程采用特定的插值法将 CFX 软件预测结果映射到观测点上，并且结合观测数据进行反演，完成对预置系数和边界条件的修正。

1.1　湍流模型方程

采用 k-ω SST 模型作为数值模拟的基础模型，同时选用 γ-Re_θ 转捩模型，模拟低雷诺数时叶片吸力面可能发生的流动转捩。

SST 模型 k-ω 方程为

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t}+\frac{\partial(\rho U_j k)}{\partial x_j}=P-\beta^*\rho\omega k+\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\mu+\frac{\mu_t}{\sigma_{k1}}\right)\frac{\partial k}{\partial x_j}\right] \tag{1}$$

$$\frac{\partial(\rho\omega)}{\partial t}+\frac{\partial(\rho U_j\omega)}{\partial x_j}=\frac{\gamma_1}{\upsilon_t}P-\beta_1\rho\omega^2+\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\mu+\frac{\mu_t}{\sigma_{\omega1}}\right)\frac{\partial\omega}{\partial x_j}\right] \tag{2}$$

式中：ω 为比耗散率；ρ 为密度；k 为湍动能；β^*、β_1、γ_1 为耗散系数；μ 为动力黏度；μ_t 为湍动力黏度；σ_{k1}、$\sigma_{\omega1}$ 为湍流普朗特数；P 为湍动能产生项；x_j 为空间坐标分量；U_j 为速度分量；υ_t 为涡黏度项；t 为时间。

SST 模型 k-ε 方程为

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t}+\frac{\partial(\rho U_j k)}{\partial x_j}=P-\beta^*\rho\omega k+\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\mu+\frac{\mu_t}{\sigma_{k2}}\right)\frac{\partial k}{\partial x_j}\right] \tag{3}$$

$$\frac{\partial(\rho\omega)}{\partial t}+\frac{\partial(\rho U_j\omega)}{\partial x_j}=\frac{\gamma_2}{\upsilon_t}P-\beta_2\rho\omega^2+\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\mu+\frac{\mu_t}{\sigma_{\omega2}}\right)\frac{\partial\omega}{\partial x_j}\right]+2\rho\frac{1}{\sigma_{\omega2}\omega}\frac{\partial k}{\partial x_j}\frac{\partial\omega}{\partial x_j} \tag{4}$$

式中：σ_{k2}、$\sigma_{\omega2}$ 为湍流普朗特数；β_2、γ_2 为耗散系数。

涡黏度项为

$$\upsilon_t=\frac{a_1 k}{\max(a_1\omega,SF_2)} \tag{5}$$

式中：a_1 为湍流黏度常数；S 为平均应变率张量的模；F_2 为混合函数。

SST 模型中涉及 3 组预置系数(共计 8 个)，分别为 k-ω 方程的 β^*、β_1、σ_{k1}、$\sigma_{\omega1}$，k-ε 方程的 β^*(与 k-ω 方程中相同)、β_2、σ_{k2}、$\sigma_{\omega2}$，以及涡黏度项中的 a_1。

1.2 集合卡尔曼滤波同化方法

预测低雷诺数定常流动，将同化过程视为由边界条件与模型常数决定的非线性系统(式(6)为预测模型，式(7)为观测模型)。

$$\boldsymbol{x}_{\mathrm{f}}=\boldsymbol{M}(\boldsymbol{\theta}) \tag{6}$$

$$\boldsymbol{y}=\boldsymbol{H}(\boldsymbol{x}_{\mathrm{f}})+\boldsymbol{\varphi} \tag{7}$$

式中：$\boldsymbol{x}_{\mathrm{f}}$ 为状态向量的预测结果；$\boldsymbol{M}$ 为模型算子；$\boldsymbol{\theta}$ 为边界条件和湍流模型预置系数组成的常数向量；$\boldsymbol{y}$ 为观测向量；$\boldsymbol{H}$ 为观测算子；$\boldsymbol{\varphi}$ 为观测误差。

在给定参数浮动区间内进行拉丁超立方抽样，生成包含 N 个常数向量的样本集合，记为 $\boldsymbol{\theta}_i$，$i=1,2,\cdots,N$，则每个样本对应的预测结果为

$$\boldsymbol{x}_{\mathrm{f}i}=\boldsymbol{M}((\boldsymbol{p}_{si})^{\mathrm{T}},(\boldsymbol{\theta}_i)^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}} \tag{8}$$

式中：$\boldsymbol{p}_{si}$ 为叶片表面静压；$\boldsymbol{x}_{\mathrm{f}i}$ 为样本预测结果；下标 i 表示样本序号。

定义样本协方差矩阵 $\boldsymbol{P}$ 为

$$\boldsymbol{P}=\frac{1}{N-1}\sum_{i=0}^{N}(\boldsymbol{x}_{\mathrm{f}i}-\boldsymbol{x}_{\mathrm{f}})(\boldsymbol{x}_{\mathrm{f}i}-\boldsymbol{x}_{\mathrm{f}})^{\mathrm{T}} \tag{9}$$

式中：$\boldsymbol{x}_{\mathrm{f}}$ 为样本预测结果 $\boldsymbol{x}_{\mathrm{f}i}$ 的均值。

$$\boldsymbol{x}_{ai}=\boldsymbol{x}_{\mathrm{f}i}+\boldsymbol{K}[\boldsymbol{y}_{\exp}+\boldsymbol{w}_i-\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}_{\mathrm{f}i}] \tag{10}$$

$$\boldsymbol{x}_{\mathrm{a}}=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{x}_{ai} \tag{11}$$

式中：$\boldsymbol{x}_{ai}$ 为状态变量；$\boldsymbol{x}_{\mathrm{a}}$ 为最终同化后的状态变量；$\boldsymbol{y}_{\exp}$ 为实验测量数据；$\boldsymbol{w}_i$ 为噪声向量；$\boldsymbol{A}$ 为状态空间向观测空间转化的映射矩阵，由 m 阶单位矩阵和 $m\times n$ 维全零矩阵按列拼接组成(m 为实验测点数量，n 为常数数量)；$\boldsymbol{K}$ 为卡尔曼增益矩阵。

其中，式(10)～式(11)为集合中每个状态向量的更新校正公式。

$$\boldsymbol{K}=\boldsymbol{P}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{A}\boldsymbol{P}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{R})^{-1} \tag{12}$$

$$\boldsymbol{R}=\frac{1}{N-1}\boldsymbol{W}\boldsymbol{W}^{\mathrm{T}} \tag{13}$$

式中：$\boldsymbol{R}$ 为观测误差协方差矩阵；$\boldsymbol{W}$ 为观测噪声矩阵。

为了更合理地反映观测过程，在引入观测值的同时采用随机正态分布抽样，生成 N 组 m 维列向量 $\boldsymbol{w}_N$，($\boldsymbol{W}=(\boldsymbol{w}_1,\boldsymbol{w}_2,\cdots,\boldsymbol{w}_N)$)。集合卡尔曼滤波算法同化流程如图 1 所示。

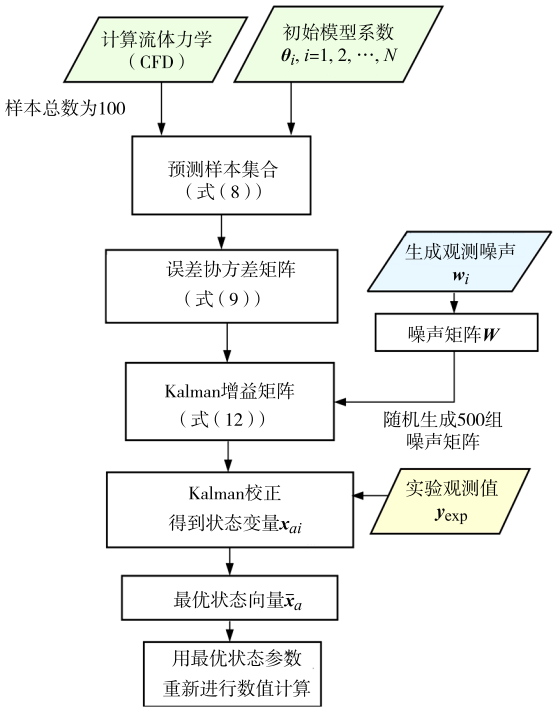


图 1 集合卡尔曼滤波数据同化流程

Fig. 1 Flow chart of data assimilation based on EnKF

1.3 数据同化方法验证

基于 Python 软件编写同化算法。测试函数由观测函数 $y_{\mathrm{obs}}(x)$ 和预测函数 $y_{\mathrm{pre}}(x)$ 构成。借鉴文献[12]的测试函数，即

$$y_{\mathrm{obs}}(x)=0.5(4x-3)^2\sin(15x+4)-2(x-1)+0.5 \tag{14}$$

$$y_{\mathrm{pre}}(x)=(ax-b)^2\sin(cx+d) \tag{15}$$

式中：x 为自变量，$x\in[0,1]$，每隔 0.1 长度取 1 个观

测点，共有 11 个观测点；a、b、c、d 为预测函数的初始待定系数，默认值为 $\boldsymbol{\theta}_0=[a,b,c,d]=[4,3,10,6]$。

在观测函数 $y_{\mathrm{obs}}(x)$ 和预测函数 $y_{\mathrm{pre}}(x)$ 上取值，可以得到待定系数下观测点处对应的先验估计向量 $\boldsymbol{y}_{\mathrm{pre}}$ 和确定系数的观测值函数向量 $\boldsymbol{y}_{\mathrm{obs}}$。状态向量 $\boldsymbol{X}=[\boldsymbol{y}_{\mathrm{pre}}^{\mathrm{T}},\boldsymbol{\theta}_i^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$，其中取 50 组样本集合，预测函数待定系数的浮动范围为±5%。由于观测噪声对最终函数同化结果的影响有限，此处取观测噪声方差为 0.5。

图 2 为测试函数的数据同化结果。经过集合卡尔曼滤波同化后的函数图像整体更近似于观测点数据，并且在函数极值点附近尤其明显。同时，同化结果并不完全包络在代表集合样本的浅蓝色线束中，证明本文的同化算法具备寻求全局最优解的能力。

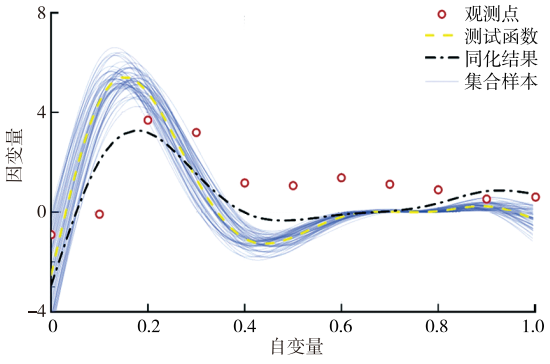


图 2　测试函数的数据同化结果

Fig. 2　Results of data assimilation of test function

2　边界条件的同化

2.1　叶栅模型与数值方法

实验平面叶栅[13]是一个常规轴向进气的涡轮导向叶栅，几何参数如表 1 所示。入口速度分布和下游尾迹的测量位置如图 3 所示，其中：z 为实际测量距离。为模拟低雷诺数流动，在低速实验中采用五孔探针测量叶栅在 $z/c_{\mathrm{ax}}=1.2$、1.3 处的总压分布。在边界层采用探针测量叶栅在 $z/c_{\mathrm{ax}}=-0.3$ 处的速度分布，入口边界层的排挤厚度 $\delta^*=1.69$ mm，动量损失厚度 $\theta=1.5$ mm。出口面平均速度为 21 m/s，基于轴向弦长的出口雷诺数为 1.54×10^5。

表 1　导向叶栅几何参数

Tab. 1　Geometric parameters of guide vane

导向叶栅参数	数值
叶片弦长 c/mm	111.13
叶高 h/mm	98.40
节距 s/mm	80
轴向弦长 c_{ax}/mm	81.10
几何出口角 α_2/(°)	65

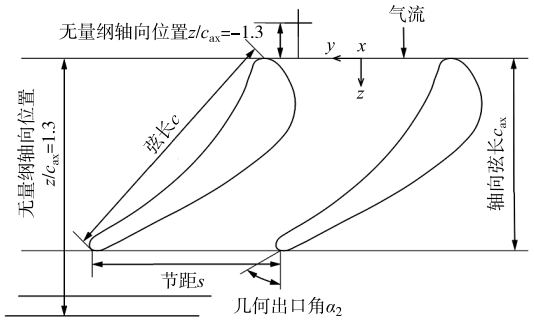


图 3　导向叶栅轴向平面测量示意图

Fig. 3　Axial plane measurement diagram of guide vane

采用 CFX 软件模拟叶栅流动，使用 AutoGrid5 软件模块绘制“O4H”结构化网格，如图 4 所示。计算域入口延伸 1 倍轴向弦长，出口延伸 1.5 倍轴向弦长。壁面第一层网格厚度为 0.01 mm。计算得到的第一层网格单元中心点到端壁上的无量纲距离 y^+ 控制在 1 附近。基于 $z/c_{\mathrm{ax}}=1.3$ 截面的面平均总压损失系数 C_{pt} 验证网格无关性，总网格数为 1.3×10^6，C_{pt} 的变化量小于 0.3%。

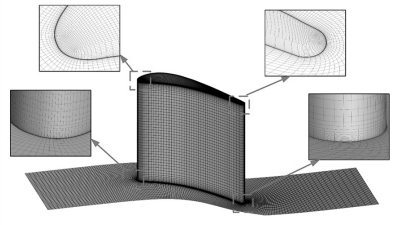


图 4　导向叶栅网格示意图

Fig. 4　Diagram of guide vane grid

2.2　数据同化参数的设置

叶栅入口展向速度分布的分段函数表达式[14]如下：

$$u=\begin{cases}U\left(\dfrac{y}{\delta}\right)^{\frac{1}{\tau}}, & y\leqslant\delta\\ U, & y>\delta\end{cases}\tag{16}$$

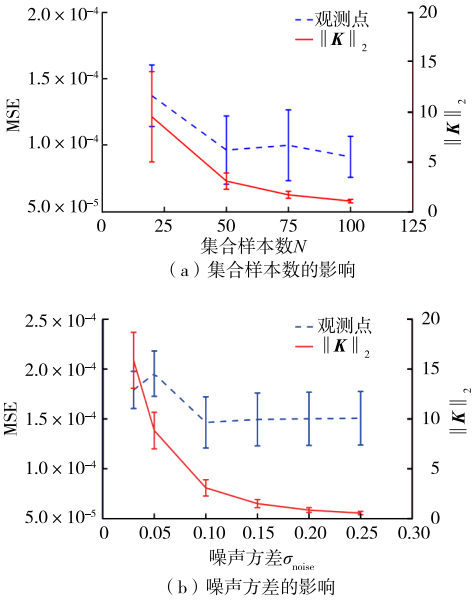
式中：u 为叶栅入口展向速度；U、δ 分别为主流处平均速度和边界层厚度，初始值分别为 9.72 m/s 和 9 mm；τ 为 Schlichting 边界层速度分布指数[15]，与流动的雷诺数有关，初始值取 7。

采用总压损失系数表征叶栅尾迹，将实验测量的叶栅后 $z/c_{\mathrm{ax}}=1.3$ 处尾迹的总压损失系数分布作为同化的观测值。

$$C_{\mathrm{pt}}=\frac{\bar{p}_{\mathrm{t1}}-p_{\mathrm{t}}}{\frac{1}{2}\rho\bar{V}_{1.3}^2}\tag{17}$$

式中：$\bar{V}_{1.3}$ 为 $z/c_{\mathrm{ax}}=1.3$ 处面平均速度；$\bar{p}_{\mathrm{t1}}$ 为入口面平均总压；p_{t} 为当地总压。

根据卡尔曼增益矩阵的二范数 $\|\boldsymbol{K}\|_2$ 和 $z/c_{ax}=1.3$ 处尾迹观测点的均方误差(MSE)确定样本数和观测噪声方差。图 5 为超参数对导向叶栅数据同化效果的影响,图中折线表示均值,误差带表示标准差。当二范数 $\|\boldsymbol{K}\|_2$ 在收敛转折点时,观测点数据的均方误差(MSE)处于收敛状态。通过拉丁超立方随机抽取 50 组样本,观测噪声符合均值为 0,方差 σ_{noise} 为 0.01 的正态分布。



(a) 集合样本数的影响

(b) 噪声方差的影响

图 5 超参数对导向叶栅数据同化效果的影响

Fig. 5 Effects of hyperparameters on data assimilation of guide vane

为了减少观测噪声由随机抽样而产生的随机误差,对每组样本进行重复抽样,生成 500 组观测噪声矩阵。为了确保分段函数中的 U、δ、τ 经随机抽样后分段函数集合能包络实验值,浮动范围依次设置为[−8%,12%]、[−5%,15%]、[−5%,45%]。导向叶栅的集合样本分布如图 6 所示。由图 6 可见,60%的实验观测点数据可以被集合样本线包络,未被包络的实验观测点数据主要集中在尾迹低损失区,此处预测值的范围较窄,并且整体为趋近于零的负值。

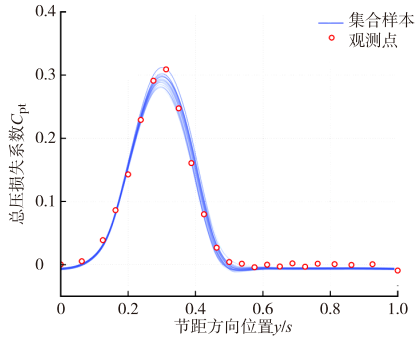


图 6 导向叶栅的集合样本分布($z/c_{ax}=1.3$)

Fig. 6 Distribution of ensemble samples of guide vane($z/c_{ax}=1.3$)

2.3 数据同化结果

图 7 比对了同化前、后叶栅入口速度分布。由图 7 可见,预设的分布函数($\tau=7$)整体接近实验值数据,但是近端壁处的速度整体均大于观测点数据。同化后,U、δ 和 τ 分别为 9.91 m/s、9.44 mm 和 8.38,浮动率分别为 1.92%、4.86%和 19.77%,均保持在预设的浮动范围内。同化后的速度分布可以在近端壁处贴合观测点数据,并且主流区域的速度有一定程度的增加。

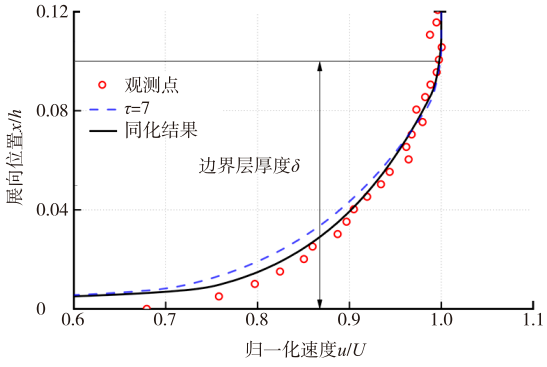


图 7 同化前、后入口速度分布

Fig. 7 Distribution of inlet velocity before and after assimilation

图 8 为同化前、后,叶栅半叶高处的尾迹总压损失系数的节向分布。经同化后,在节距方向位置(无量纲)$y/s=0.2\sim0.5$ 处的下游尾迹接近实验值。

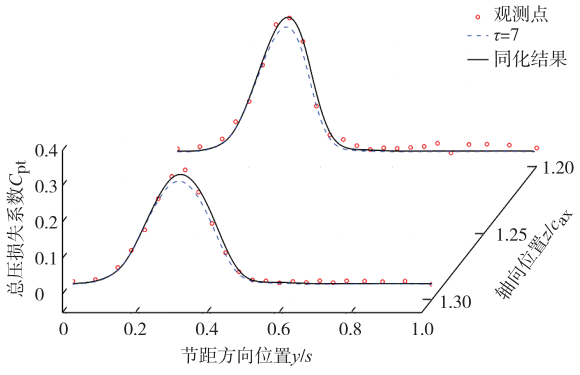


图 8 同化前、后导向叶栅下游总压损失系数

Fig. 8 Total pressure loss coefficients at downstream of guide vane before and after assimilation

在 $z/c_{ax}=1.3$ 处,原始预测值基于实验值的相对面积变化率为−5.77%,同化后为 2.82%。在 $z/c_{ax}=1.2$ 处,原始预测值基于实验值的相对面积变化率为−9.52%,同化后为 0.36%。尾迹分布的幅值和宽带增加,尤其在吸力面侧的尾迹加宽。选用平均相对误差(MRE)、均方根误差(RMSE)和决定系数 R^2 评估,结果如表 2 所示,可见同化后的各项指标均有显著提升。

表 2　导向叶栅同化前后评价指标

Tab. 2　Evaluation indicators before and after assimilation of guide vane

导向叶栅	$z/c_{ax}=1.2$			$z/c_{ax}=1.3$		
	原始预测	同化结果	相对误差	原始预测	同化结果	相对误差
MRE	3.080	2.518	−18.20%	8.310	5.802	−30.00%
RMSE	0.016	0.015	−5.30%	0.010	0.009	−7.40%
R^2	0.981	0.982	0.19%	0.990	0.991	0.14%

图 9 为同化入口边界条件后叶片吸力面的摩擦因数 C_f 分布，其中 C_f 为负值时即发生了流动分离。可以看出：同化前、后分离点的位置没有明显变化，均约在 50% 轴向弦长处；再附点位置被推迟了，并且分离区域扩大；模拟的尾迹损失区近吸力面侧范围扩大，尾迹损失略有增加。

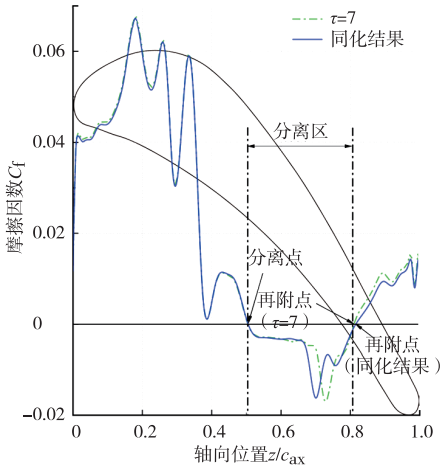


图 9　导向叶栅吸力面摩擦因数分布

Fig. 9　Friction coefficient distribution on suction surface of guide vane

3　湍流模型的同化

3.1　叶栅模型与数值方法

高负荷低压涡轮叶型 PakB 在低雷诺数工况下，叶型吸力面后段存在一定范围的分离区。文献[16]和文献[17]中提供了叶型和雷诺数为 5×10^4 的实验测量结果，对应入口气流速度为 10.35 m/s，入口自由湍流强度为 1.5%。

图 10 为 PakB 叶型的计算域网格。采用 AutoGrid5 绘制“O4H”结构化网格。计算域入口前延长 1 倍轴向弦长，出口后延长 1.5 倍轴向弦长。通过改变 O 形块网格层数调整叶片表面边界层网格的厚度，利用叶片表面静压系数 C_p 测评了 5 套网格方案，以验证网格无关性。最终确定的网格方案的 O 形块层数为 17，总网格数为 3.85×10^4。壁面第一层网格厚度为 0.01 mm，增长比为 1.85，计算得到的端壁上的 y^+ 控制在 1 附近。

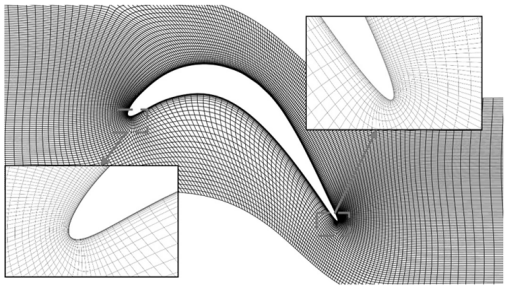
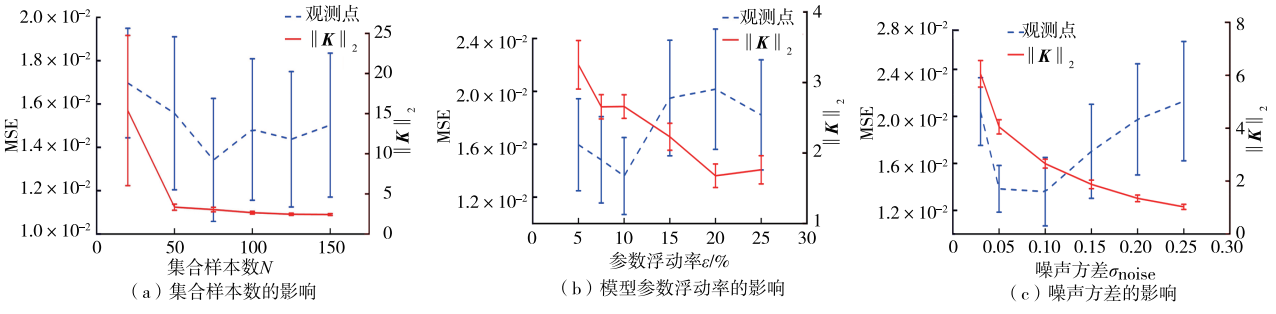


图 10　PakB 叶型网格示意图

Fig. 10　Grid diagram of PakB blade profile

3.2　数据同化参数的设置

结合实验测量不确定度，设置湍流模型参数浮动率 ε 为±10%，其入口速度浮动范围为±1 m/s，来流攻角浮动范围为±0.75°。通过拉丁超立方随机抽取 100 组样本。实际设定的噪声方差 σ_{noise} 应不小于实验不确定度[18]，观测噪声符合均值为 0，方差为 0.01 的正态分布。上述 3 个超参数根据卡尔曼增益矩阵的二范数 $\|\boldsymbol{K}\|_2$ 和叶片表面观测点的 MSE 进行选取。图 11 为超参数对 PakB 叶型数据同化



（a）集合样本数的影响　（b）模型参数浮动率的影响　（c）噪声方差的影响

图 11　超参数对 PakB 叶型数据同化效果的影响

Fig. 11　Effects of hyperparameters on data assimilation of PakB blade profile

效果的影响。当 $\|\boldsymbol{K}\|_2$ 在收敛转折点时，观测点的 MSE 处于收敛状态或最小值。对每组样本进行重复抽样，生成 500 组观测噪声矩阵，以减少观测噪声由随机抽样而产生的随机误差。同化算法中的观测值取自叶片表面静压系数的实验值，共计 20 个，并将其用红圈表示，如图 12 所示。PakB 叶型 70% 的实验观测点数据可以被浅蓝色的集合样本线包络，未包络区域主要集中在叶片吸力面处约 0.8 倍轴向弦长处的分离区。

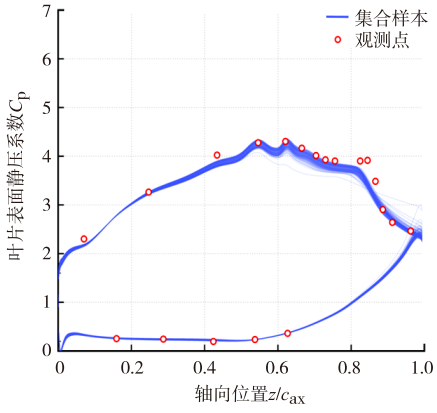


图 12 PakB 叶型的集合样本分布

Fig. 12 Distribution of ensemble samples of PakB blade profile

3.3 数据同化结果

表 3 为 PakB 叶型同化前、后 SST 湍流模型常数(相对误差以同化结果为基准)。大部分湍流模型常数经同化后均能保持在预先设定的浮动范围内。文献[19]中数据同化仅修正了湍流模型常数 a_1，并且将 a_1 调整为 1，从而提高了流动分离和逆压梯度流动的预测精度。本文同化后，常数 a_1 的变化率最大，但没有达到文献[19]中的程度。这说明应用涡黏度的湍流模型预测低雷诺数涡轮流动时，依据实际流动分离程度同化涡黏常数 a_1 的重要性。

表 3 PakB 叶型同化前、后 SST 模型预置常数

Tab. 3 SST model preset constants of PakB blade profile before and after assimilation

常数	默认值	同化结果	相对误差
a_1	0.31	0.34	11.37%
β^*	0.09	0.08	−0.15%
β_1	0.075	0.070	−6.06%
β_2	0.082 8	0.086 4	4.39%
σ_{k1}	1.176 5	1.217 8	3.51%
σ_{k2}	1.00	0.99	−0.37%
$\sigma_{\omega1}$	2.00	1.96	−1.83%
$\sigma_{\omega2}$	1.168 2	1.189 2	1.80%

图 13 比较了 PakB 叶型数据同化前、后的叶片表面静压系数分布。在 $z/c_{ax}\leqslant 0.6$ 的区域，同化前、后的叶片表面静压系数与测量结果均吻合良好。但在靠近叶片吸力面尾缘处的分离区，同化后压力平台相对平缓，更加贴近实验观测点数据。选用 MRE、RMSE 和 R^2 对 PakB 叶片表面的 20 个观测点的静压系数进行量化评价。原始预测值的 MRE 为 0.037，同化后为 0.029，减小了约 22%；原始预测值的 RMSE 为 0.126，同化后为 0.081，减小了约 35.7%；原始预测值的 R^2 为 0.98，同化后为 0.99，提高了近 1.0%。

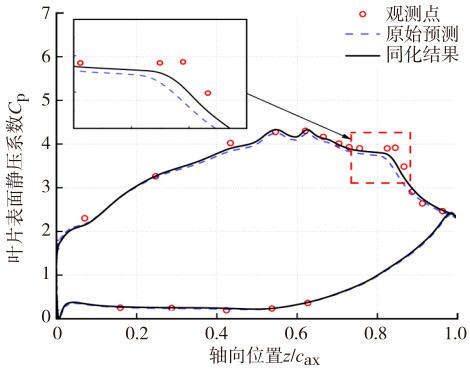


图 13 PakB 叶型表面静压系数分布

Fig. 13 Distribution of static pressure coefficient on surface of PakB blade profile

图 14 为 PakB 叶型吸力面摩擦因数。同化前、后分离点的位置没有明显变化，但同化后再附点的位置发生后移。吸力面分离区处同化后的拟合效果有所改善，但仍未能完全贴合观测点数据。模拟结果存在偏差的原因是 SST 模型存在局限性。同时，给出了一组预测效果更好的模型预置常数(见表 3)和入口边界条件(见图 7)，提升了模型的预测能力。

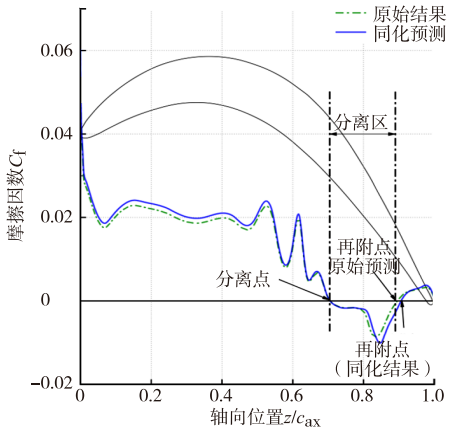


图 14 PakB 叶型吸力面摩擦因数分布

Fig. 14 Friction coefficient distribution on suction surface of PakB blade profile

4　结论

(1) 在低雷诺数条件下，涡轮叶栅中存在明显的来流边界层迁移效应和闭式分离。利用数据同化技术校正入口边界条件和湍流模型系数，可以减小涡轮叶栅局部位置处工况与实验工况的差异。同化后 2 种涡轮叶栅预测值与实验目标值的平均相对误差降低了 20%以上，同时也提高了对流场细节特征的还原度。

(2) 超参数的取值直接决定了同化结果的准确性，其中量化指标的收敛点尤其关键。为了降低计算成本，样本数的选择依据观测点均方误差和增益矩阵二范数的收敛起点。而参数浮动率和噪声方差的观测点均方误差达到极值点时的标准差最小，极值点对应的增益矩阵二范数即为其收敛点。

(3) 本文的同化算法属于单步同化，其同化效果较有限。由于常见的数值模拟方法缺乏实验数据支撑，难以准确预估速度分布函数系数的初始值，与真实值可能存在较大偏差。因此，需要进行多次迭代同化，直至同化后系数的变化率在给定的偏差范围内。

参考文献：

[1] BONS J P, SONDERGAARD R, RIVIR R B. The fluid dynamics of LPT blade separation control using pulsed jets[J]. Journal of Turbomachinery, 2002, 124(1): 77-85.

[2] 蓝吉兵，谢永慧，张荻. 低压高负荷燃气透平叶片边界层分离转捩数值模拟与流动控制[J]. 中国电机工程学报，2009，29(26)：68-74.
LAN Jibing, XIE Yonghui, ZHANG Di. Numerical simulation and control of separated transition flows in high-lift low-pressure gas turbine cascade[J]. Proceedings of the CSEE, 2009, 29(26): 68-74.

[3] LODEFIER K, DICK E. Modelling of unsteady transition in low-pressure turbine blade flows with two dynamic intermittency equations[J]. Flow, Turbulence and Combustion, 2006, 76(2): 103-132.

[4] YAMAMOTO A. Endwall flow/loss mechanisms in a linear turbine cascade with blade tip clearance[J]. Journal of Turbomachinery, 1989, 111(3): 264-275.

[5] 李永华，陈伟华，谢英柏. 基于数据驱动的燃气轮机性能监测方法[J]. 动力工程学报，2024，44(12)：1845-1853.
LI Yonghua, CHEN Weihua, XIE Yingbai. Data-driven gas turbine performance monitoring method[J]. Journal of Chinese Society of Power Engineering, 2024, 44(12): 1845-1853.

[6] 高尚鸿，汪翔宇，张韦馨，等. 数据驱动在透平叶片冷却设计中的应用进展[J]. 动力工程学报，2024，44(11)：1780-1789.
GAO Shanghong, WANG Xiangyu, ZHANG Weixin, et al. Progresses on the application of data-driven methods in turbine blade cooling design[J]. Journal of Chinese Society of Power Engineering, 2024, 44(11): 1780-1789.

[7] EVENSEN G. Sequential data assimilation with a nonlinear quasi-geostrophic model using Monte Carlo methods to forecast error statistics[J]. Journal of Geophysical Research: Oceans, 1994, 99(C5): 10143-10162.

[8] KATO H, OBAYASHI S. Data assimilation for turbulent flows[C]//Proceedings of the 16th AIAA Non-Deterministic Approaches Conference. National Harbor: AIAA, 2014: 1177.

[9] 房培勋，何创新，徐嗣华，等. 基于实验数据同化的湍流模型常数标定：含滤网蒸汽阀门通流特性数值预测[J]. 空气动力学学报，2021，39(2)：12-22.
FANG Peixun, HE Chuangxin, XU Sihua, et al. Calibration of turbulence model constants using measurement data assimilation: prediction of steam valve flow characteristics with filter[J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2021, 39(2): 12-22.

[10] 刘锬韬，李瑞宇，高丽敏，等. 基于数据同化的试验数据驱动的叶栅流场预测[J]. 航空学报，2023，44(14)：628201.
LIU Tantao, LI Ruiyu, GAO Limin, et al. Experimental data driven cascade flow field prediction based on data assimilation[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2023, 44(14): 628201.

[11] DENG Zhiwen, HE Chuangxin, WEN Xin, et al. Recovering turbulent flow field from local quantity measurement: turbulence modeling using ensemble-Kalman-filter-based data assimilation[J]. Journal of Visualization, 2018, 21(6): 1043-1063.

[12] FORRESTER A I J, SOBESTER A, KEANE A J. Engineering design via surrogate modelling: a practical guide[M]. New York, USA: John Wiley & Sons, Ltd., 2008.

[13] SIEVERDING C H. The influence of trailing edge ejection on the base pressure in transonic turbine cascades[J]. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 1983, 105(2): 215-222.

[14] DE CHANT L J. The venerable 1/7th power law turbulent velocity profile: a classical nonlinear bound-

ary value problem solution and its relationship to stochastic processes[J]. Applied Mathematics and Computation, 2005, 161(2): 463-474.

[15] SCHLICHTING H. Boundary layer theory[M]. New York, USA: McGraw-Hill, 1951.

[16] WU Dai. Steady aerodynamic performance of a very highly-loaded low-pressure turbine airfoil[D]. Ottawa: Carleton University, 2004.

[17] ALI M. Aerodynamics of a low-pressure turbine airfoil under steady and periodically unsteady conditions [D]. Ottawa, Canada: Carleton University, 2003.

[18] 刘钽韬，高丽敏，蔡明，等. 二维扩压叶栅流场的数据同化研究[J]. 工程热物理学报，2022，43(12)：3211-3218.
LIU Tantao, GAO Limin, CAI Ming, et al. Research of data assimilation on two-dimensional compressor cascade flow field[J]. Journal of Engineering Thermophysics, 2022, 43(12): 3211-3218.

[19] KATO H, ISHIKO K, YOSHIZAWA A. Optimization of parameter values in the turbulence model aided by data assimilation[J]. AIAA Journal, 2016, 54(5): 1512-1523.