

文章编号: 2097-1974(2026)02-0045-07 DOI: 10.7654/j.issn.2097-1974.20260206

# 火箭发动机悬臂涡轮泵转子动力学特性分析与试验

聂卫健<sup>1,2</sup>, 唐虎标<sup>1</sup>, 马伟东<sup>1</sup>

(1. 中国航发湖南动力机械研究所, 株洲, 412002; 2. 航空发动机振动学科与技术研究中心, 株洲, 412002)

**摘要:** 为了研究火箭发动机悬臂涡轮泵转子的动力学特性, 分别采用三维实体单元、二维梁单元建立转子动力特性有限元模型开展动力特性分析, 获取转子叶轮、涡轮对不平衡的敏感程度, 在高速旋转试验器上进行了转子高速动平衡试验研究, 结果表明有限元模型很好地反映了转子真实动力特性, 计算误差均不大于5%, 相比于二维梁单元模型, 三维实体单元模型的计算精度更高; 转子对涡轮上的不平衡最为敏感, 为高速动平衡试验时平衡面的选取提供了参考; 高速动平衡后, 转子在临界转速下的振幅降幅不低于70.27%、弹支应力降幅不低于84.38%, 动平衡效果良好。研究为悬臂涡轮泵转子动力学特性分析和高速动平衡试验提供了参考。

**关键词:** 火箭发动机; 悬臂涡轮泵转子; 动力学特性; 高速动平衡

中图分类号: V231 文献标识码: A

## Dynamic Characteristics Analysis and Experiment of Cantilever Turbopump Rotor in Rocket Engine

NIE Weijian<sup>1,2</sup>, TANG Hubiao<sup>1</sup>, MA Weidong<sup>1</sup>

(1. AECC Hunan Aviation Powerplant Research Institute, Zhuzhou, 412002;

2. Research Center for Aero-engine Vibration Discipline and Technology, Zhuzhou, 412002)

**Abstract:** To study the dynamic characteristics of the cantilever turbopump rotor in rocket engines, finite element models of the rotor dynamic characteristics are established using 3D solid elements and 2D beam elements to conduct dynamic characteristic analysis. The sensitivity of the impeller and turbine to unbalance on the rotor is obtained. High speed dynamic balance tests of the rotor are conducted on a high-speed rotating tester, and the results show that the finite element model well reflects the true dynamic characteristics of the rotor, with a calculation error of no more than 5%. Compared with 2D beam element model, the calculation accuracy of the 3D solid elements model is higher. The rotor is most sensitive to the imbalance on the turbine, providing a theoretical reference for high-speed dynamic balancing test. After high-speed dynamic balancing, the amplitude reduction of the rotor at critical speed is not less than 70.27%, and the reduction of elastic support stress is not less than 84.38%, indicating good dynamic balancing effect. The research provides a reference for the analysis of the dynamic characteristics of the rotor of a large cantilever turbopump and high-speed dynamic balancing tests.

**Keywords:** rocket engine; cantilever turbopump rotor; dynamic characteristics; high-speed dynamic balance

## 0 引言

涡轮泵转子系统是火箭发动机的核心动力系统, 能提供高速推力, 合理的动力学设计<sup>[1]</sup>和高转速下的运转平稳是保障发动机良好性能的基础。为了简化密封结构, 最大限度减少泄漏风险, 同时使整个转子结构紧凑, 减轻质量, 综合考虑装配便捷性, 多采用涡轮端悬臂的结构形式。在转子的设计阶段, 需要综合考虑密封耦合效应<sup>[2]</sup>、支承刚度和轴向位置<sup>[3]</sup>等

因素对动力学特性的影响, 以及密封<sup>[4]</sup>、配合间隙<sup>[5]</sup>对转子稳定性的影响。动力学建模分析是转子动力学设计的重要研究内容<sup>[6]</sup>, 目前多采用有限元法, 如杜家磊等<sup>[7]</sup>建立了转子系统有限元模型, 开展了设计参数对临界转速和稳定性的影响分析, 为转子系统动力学优化设计提供了方向, 同时提出考虑支承结构参与振动的转子动特性计算方法<sup>[8]</sup>, 该方法可将临界转速计算误差由8%降低至2%, 并基于该模型分析了涡

轮泵转子的瞬态响应特性<sup>[9]</sup>；窦唯等<sup>[10]</sup>基于有限元模型提出了轴系弹性模量的等效方法，并通过试验验证了方法的有效性，提供了转子的结构优化设计方向；张明根等<sup>[11]</sup>采用 APDL 参数化建模有限元法研究了航天伺服涡轮泵转子的临界转速、模态振型及不平衡响应等动力学特性。

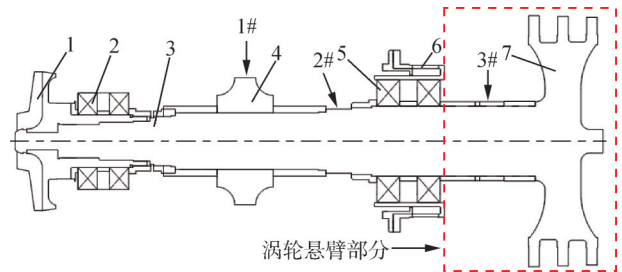
低速动平衡是刚性涡轮泵转子装配过程中的重要环节，通过控制残余不平衡大小可有效减小刚性转子的振动。金路等<sup>[12]</sup>建立了转轴与零件配合间隙对低速动平衡影响的理论模型，基于试验结果验证了模型的准确性。然而，随着航天技术的发展和火箭发动机高性能的要求，涡轮泵转子多设计为跨临界转速工作的柔性转子，此时低速动平衡无法确保转子在临界转速和高转速下保持良好的振动特性，需要对转子进行高速动平衡以降低转子的振动。黄金平等<sup>[13-14]</sup>针对涡轮泵转子具体的结构特点，通过优化平衡方法，将平衡效率由30%提高至73.70%；郑继坤等<sup>[15]</sup>针对某氧涡轮泵转子的临界转速影响因素、模态试验和高速动平衡进行了研究，表明高速动平衡对跨临界转速的柔性转子具有良好的减振效果，但未对高速动平衡过程进行详细说明。

为了达到燃气密封、结构紧凑和高可靠性要求，火箭发动机涡轮泵转子采用悬臂结构，这样使得其动力特性更加复杂，增加了动力学分析和动平衡难度。本文以其为研究对象，通过三维实体单元和二维梁单元分别建立转子动力特性有限元计算模型，得到转子工作转速范围内的临界转速分布和对应的振型，对比了两种方法的计算精度，完成了转子上轮盘（预燃室叶轮、主泵叶轮和涡轮）对不平衡量的敏感程度分析。此外，开展了转子动力特性和高速动平衡试验，基于转子振幅降幅和弹支应力降幅进行了动平衡效果分析，并对比分析了试验获取的临界转速与计算结果，为悬臂涡轮泵转子的动力学特性分析和高速动平衡提供了参考。

## 1 转子结构

转子设计工作转速约为15 000 r/min，主要由预燃室叶轮、主泵叶轮、涡轮、轴、叶轮端轴承及涡轮端轴承组成，其中预燃室叶轮、主泵叶轮、涡轮、轴材料均采用GH4169，轴承均采用双排并列球轴承的形式，涡轮端轴承处采用弹性支承。转子为双悬臂结构（预燃室叶轮和涡轮均悬臂），其中，涡轮端悬臂质量达30 kg，约占转子总质量30%，悬臂长度

185.5 mm，约占转子总长度28%。转子结构见图1。



1—预燃室叶轮；2—叶轮端轴承；3—轴；4—主泵叶轮；  
5—涡轮端轴承；6—弹支；7—涡轮。

图1 转子结构

Fig.1 Rotor structure

## 2 动力学特性分析

为了分析采用三维实体单元和二维单元建立的转子动力学特性有限元模型对转子动力学特性的影响，分别采用两种方法建立模型，进行临界转速和振型分析。

### 2.1 三维实体单元建模及计算结果

采用 Ansys 软件对转子进行三维实体单元网格划分，通常包括10节点四面体单元和20节点六面体单元。四面体单元能更好地模拟不规则形状，对复杂几何体进行自动填充和离散化，因此多用于不规则的实体（如叶轮）；六面体单元很难实现复杂几何体的网格填充，相对四面体单元更适用于形状规则的几何体（如轴）。因此，针对研究的转子实际结构，采用混合网格策略，对形状规则的轴段采用20节点六面体单元，而形状不规则的预燃室叶轮、主泵叶轮和涡轮采用10节点四面体单元，网格划分见图2，网格模型共计61 065个单元、105 323个节点。建模时，各零件之间采用刚性单元连接，按表1赋予零件材料属性（包括弹性模量、密度、泊松比等），同时在支点处赋予支承刚度。

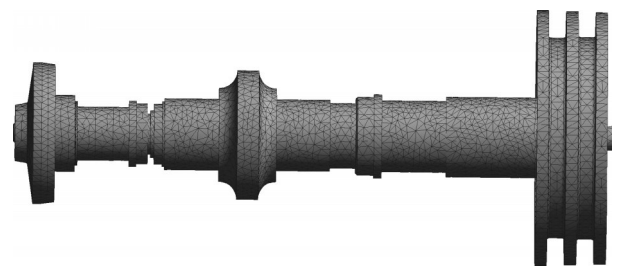


图2 三维实体单元模型

Fig.2 3D solid unit model

表1 GH4169材料属性  
Tab.1 Material properties of GH4169

材料	弹性模量 $E/\text{GPa}$	泊松比 $\mu$	密度 $\rho/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$
GH4169	204	0.30	8 240

图3给出了采用三维实体单元有限元法计算得到的临界转速和对应振型。

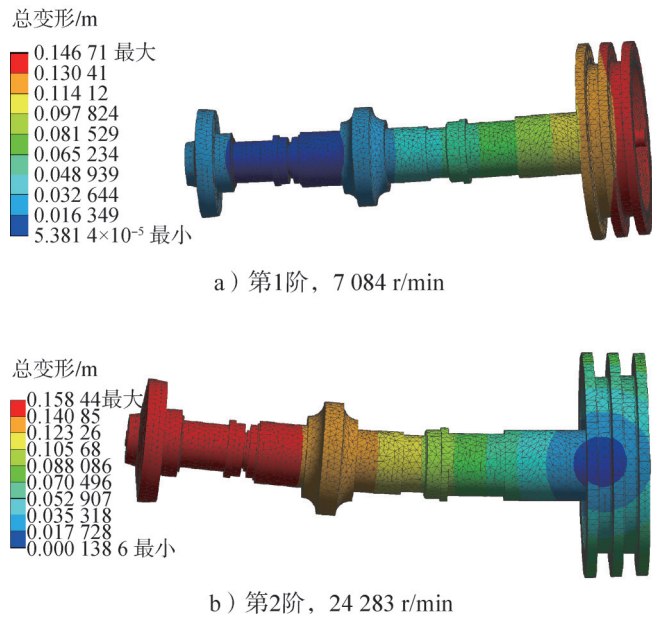


图3 临界转速及对应振型(三维实体单元)

Fig.3 Critical speeds and corresponding vibration modes (3D solid element)

### 2.2 二维梁单元建模及计算结果

通过SAMCEF/ROTOR软件对转子采用二维梁单元进行网格划分,有限元模型如图4所示,用梁单元模拟转子实体部分,轴承单元模拟轴承,集中质量单元模拟涡轮部分实体,集中质量单元的集中质量为20.332 kg,极转动惯量  $I_x=223\ 796\ \text{kg}\cdot\text{mm}^3$ , 径向转动惯量  $I_y、I_z=120\ 697\ \text{kg}\cdot\text{mm}^3$ 。模型共645个梁单元、2 207个节点,含3个轴承单元和1个集中质量单元,各零件之间采用刚性单元连接,按表1赋予零件材料属性,同时在支点处赋予支承刚度。图5给出了采用二维梁单元建模计算得到的临界转速和对应的振型。



图4 二维梁单元模型

Fig.4 2D beam element model

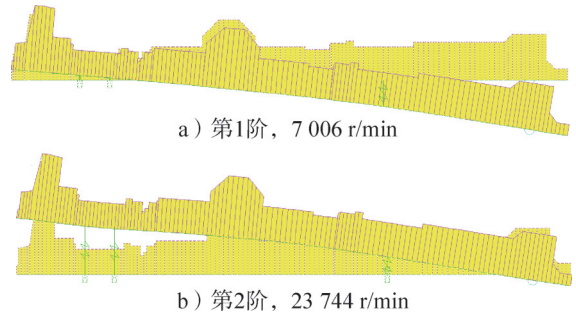


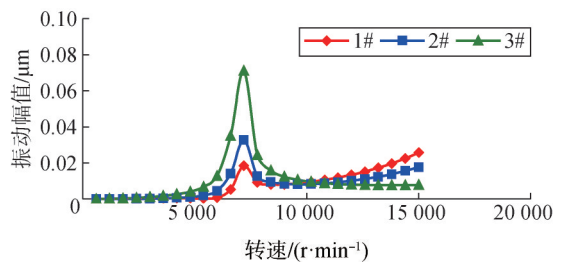
图5 临界转速及对应振型(二维梁单元)

Fig.5 Critical speeds and corresponding vibration modes (2D beam element)

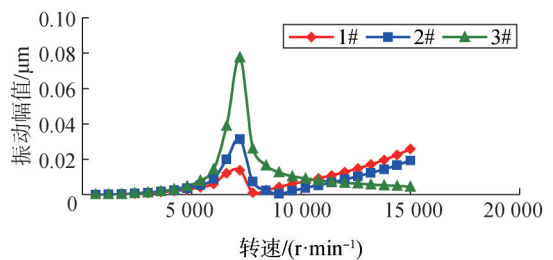
综合三维实体单元和二维梁单元模型计算结果可知,在工作转速范围内,转子存在一阶临界转速。从振型来看,1阶振型为平动,2阶振型为摆动。

### 2.3 不平衡响应

为了分析转子系统预燃室叶轮、主泵叶轮和涡轮不平衡对转子振动响应的敏感程度,为高速动平衡时选择平衡面提供参考,分别在预燃室叶轮、主泵叶轮和涡轮上施加  $1\ \text{g}\cdot\text{mm}$  的单位不平衡量(不平衡量值仅做敏感程度分析),计算得到转子响应特征位置(取图1中1#、2#和3#位置,与试验时振幅测量位置一致)的不平衡响应,见图6。



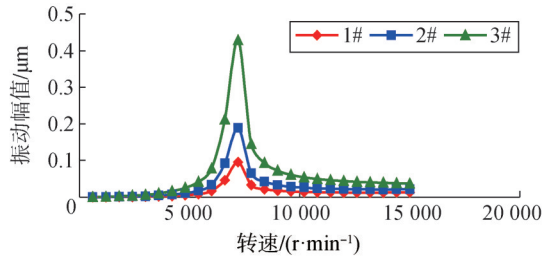
a) 预燃室叶轮上有单位不平衡量



b) 主泵叶轮上有单位不平衡量

图6 转子上特征位置不平衡响应曲线

Fig.6 Response curves of unbalanced characteristic position on the rotor



c) 涡轮上有单位不平衡量

续图6

由图6可得到单位不平衡量引起的3个特征位置在临界转速下的不平衡响应值,见表2。由表2可知,临界转速下的振动响应对涡轮上的不平衡量最敏感(从侧面也反映出涡轮悬臂结构对转子上不平衡响应较为敏感),因此,如需在临界转速下进行高速动平衡,优先选取涡轮作为平衡面。

表2 临界转速下不平衡响应值

Tab.2 Unbalanced response value at critical speed

单位不平衡量位置	特征位置的不平衡响应值/ $\mu\text{m}$		
	1#	2#	3#
预燃室叶轮	0.018	0.033	0.071
主泵叶轮	0.014	0.031	0.078
涡轮	0.095	0.189	0.428

### 3 动力学试验

为了验证转子动力学设计的合理性和计算结果的准确性,在高速旋转试验器上开展动力学试验。试验器主要包括驱动系统、支承系统、真空系统、润滑系统和测量系统,试验在真空环境(由真空系统提供)下进行。涡轮泵转子轴承在火箭发动机中处于液氢/液氧冷却环境中,而动力学试验时无法提供液体环境,需要单独提供冷却,在试验中采用直喷方式对轴承冷却。

#### 3.1 试验方案

转子的安装测试示意图如图7,试验时,由两端带花键的浮动轴带动转子运转至所需要的试验转速,在转子上布置3个位移传感器( $D_1 \sim D_3$ )测量相应位置的振动响应。此外,如图8所示,在弹支正上方肋条垂直方向和水平方向各粘贴应变计( $s_1$ 、 $s_2$ ),测量转子运转过程中弹支的应力。

由前述动力学特性分析结果可知,转子在工作转速范围内临界转速在7 000 r/min左右,因此出于安全考虑,试验时该转速附近避免停留,此外结合转子对不平衡响应敏感分析,临界转速附近平衡优先选取涡轮作为平衡面。

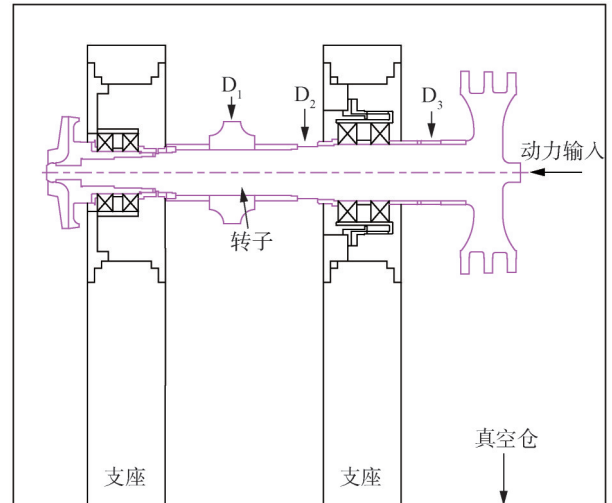


图7 转子安装测试示意

Fig.7 Diagram of rotor installation and test

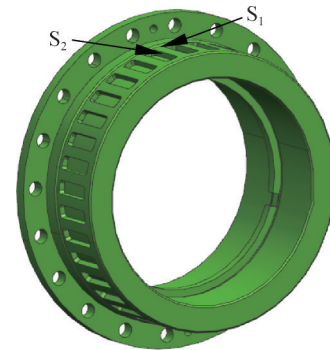


图8 弹支应力测点

Fig.8 Elastic support stress measuring point

#### 3.2 高速动平衡

驱动试验器带动转子运转过程中发现:由 $D_3$ 传感器测得转子在临界转速下的挠度达590  $\mu\text{m}$ ,不利于转子平稳运行,须进行高速动平衡。然而,安装状态的转子开展高速动平衡试验具有较大的难度,主要体现在:a)转子上平衡面和去材料位置十分有限(仅在涡轮上预留了去材料的位置),且操作空间狭窄;b)转子涡轮端悬臂长、质量大,对不平衡量非常敏感,去材料操作时难以把控量值,易造成转子不平衡状态时刻变化。

由第2节中不平衡响应计算结果可知,转子在临界转速下的振动响应对涡轮上的不平衡量最为敏感,因此选取涡轮作为平衡面,平衡转速取临界转速附近值(7 200 r/min)开展高速动平衡,测量传感器选 $D_3$ ,平衡过程见表3。

表3 平衡过程

Tab.3 The process of dynamic balancing

转速 ( $r \cdot \text{min}^{-1}$ )	平衡过程	D <sub>3</sub> 传感器测量值	
		幅值/ $\mu\text{m}$	相位/ $(^\circ)$
7 200	在涡轮盘0°位置施加一定质量的试配重后(约2 g)	519	12
7 200	将原0°位置配重取下,在347°位置加0.862倍原配重质量后(约1.7 g)	144	253
7 200	在涡轮347°位置对面(167°)打磨去材料后(约1.7 g)	80	167
7 200	在涡轮盘0°位置施加一定质量的试配重后(约2 g)	45	88

平衡后,由D<sub>3</sub>传感器测得转子在7 200 r/min下的振动幅值从519  $\mu\text{m}$ 减小至45  $\mu\text{m}$ ,降幅达91.33%,高速动平衡起到很好的效果。同时,为了进一步验证高速动平衡后转子的振动特性,给出了转子在高速动平衡前、后转子的振动幅值和弹支应力对比曲线,分别见图9~10。

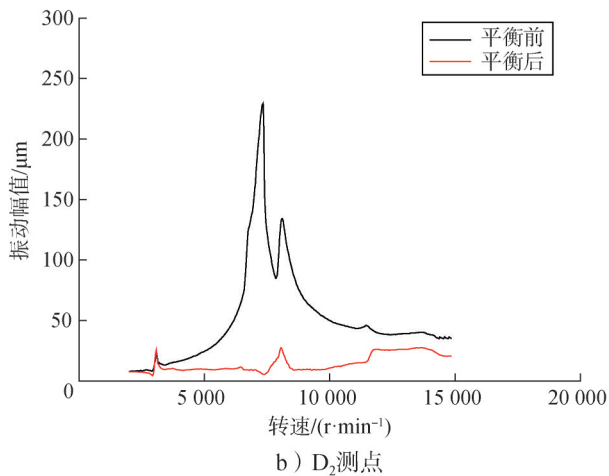
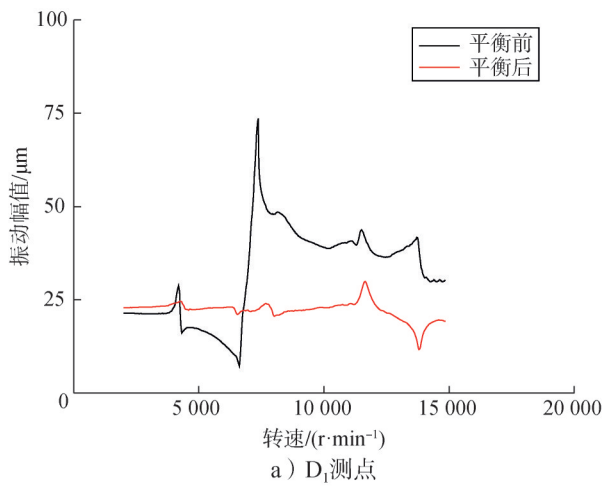
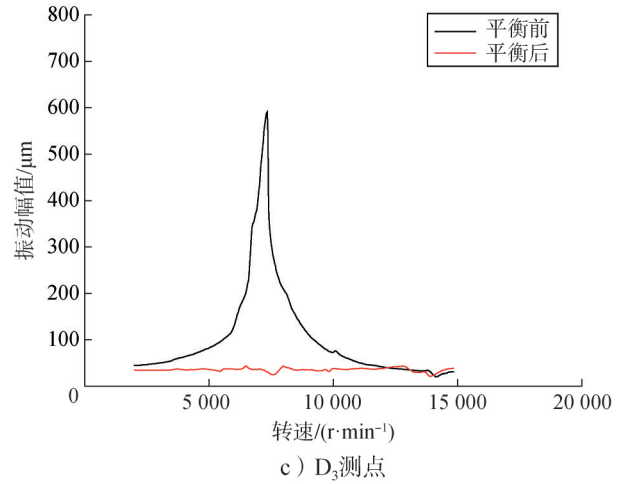


图9 转子振动幅值

Fig.9 Vibration amplitude of the rotor



续图9

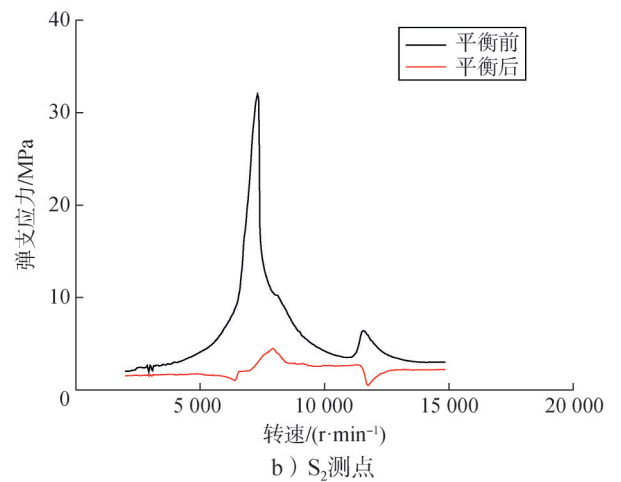
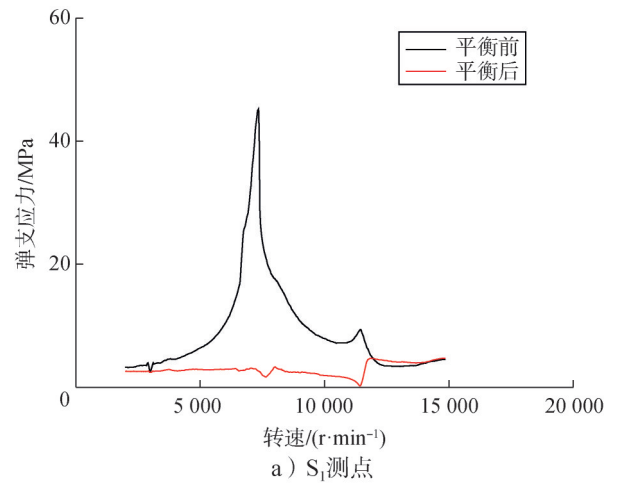


图10 弹支应力

Fig.10 Elastic support stress of the rotor

## 4 结果分析

### 4.1 高速动平衡效果

由图9~10得到高速动平衡前、后转子在临界转速下振动幅值和弹支应力值,见表4。

表4 高速动平衡前、后转子在临界转速下的振动幅值和弹支应力

Tab.4 Vibration amplitude and elastic stress of the rotor at critical speed before and after high-speed dynamic balancing

类别	传感器	平衡前	平衡后	降幅/%
振动幅值/ $\mu\text{m}$	$D_1$	74	22	70.27
	$D_2$	230	18	92.17
	$D_3$	590	31	94.75
弹支应力/MPa	$S_1$	45	3	93.33
	$S_2$	32	5	84.38

由表4可知,高速动平衡后,转子在临界转速下的振动幅值和弹支应力均有较大幅度的减小,其中,振动幅值降幅不低于70.27%,弹支应力降幅不低于84.38%,高速动平衡取得良好的效果。

#### 4.2 计算误差

根据高速动平衡试验前的振动曲线(高速动平衡后振动量值很小,临界峰值不明显,故采用高速动平衡前的振动曲线识别转子临界转速),得到转子的临界转速值为7345 r/min(取各测点的平均值),将计算结果与试验结果进行对比分析,见表5。因高速动平衡操作在转子上去材料质量仅为1.7 g,量值很小,对转子临界转速几乎无影响。因转子工作转速远低于二阶临界转速,故对一阶临界进行分析。相比于试验结果,采用三维实体单元建模分析的计算误差为3.55%,采用二维梁单元建模分析的计算误差为4.62%,两者的计算误差均小于5%,其中三维实体单元建模精度较高。

表5 计算值和试验值临界转速对比

Tab.5 Comparison of critical speed between calculated and experimental values

转速计算值/( $\text{r}\cdot\text{min}^{-1}$ )	三维实体单元	二维梁单元
		7084
转速试验值/( $\text{r}\cdot\text{min}^{-1}$ )	7345	
误差/%	3.55	4.62

## 5 结论

本文采用三维实体单元和二维梁单元分别建立了转子动力学特性有限元模型,开展了动力学特性和不平衡响应分析,在高速旋转试验器上开展了高速动平衡试验,研究为大悬臂涡轮泵转子动力学特性分析和高速动平衡试验提供了借鉴,主要结论如下:

a) 采用三维实体单元和二维梁单元建立的有限元模型计算得到的转子临界转速误差分别为3.55%、4.62%,均很好地反映了转子真实的动力学特性,可

以满足工程上转子动力学特性的分析,相比于二维梁单元模型,三维实体单元模型的计算精度更高;

b) 转子涡轮端悬臂质量大、悬臂长度长,导致其对转子不平衡量十分敏感,临界转速下转子的振动响应对涡轮上的不平衡量最敏感,优先选取涡轮作为平衡面进行高速动平衡;

c) 基于转子对不平衡敏感程度的理论分析,开展高速动平衡试验研究,动平衡后转子在临界转速下的振幅和弹支应力均大幅下降,振幅降幅不低于70.27%,弹支应力降幅不低于84.38%,高速动平衡效果良好。

#### 参考文献

- [1] 夏德新. 高压多级氢涡轮泵转子动力学设计与试验研究[J]. 导弹与航天运载技术, 2001(6): 21-26.  
XIA Dexin. Design and experimental study on rotor dynamics of high pressure multistage  $\text{LH}_2$  turbopump[J]. Missiles and Space Vehicles, 2001(6): 21-26.
- [2] 杨宝锋, 金路, 许开富, 等. 考虑密封耦合效应的涡轮泵转子动力学特性[J]. 火箭推进, 2022, 48(3): 16-24.  
YANG Baofeng, JIN Lu, XU Kaifu, et al. Analysis on rotor dynamic of a turbopump considering seal coupling effect[J]. Journal of Rocket Propulsion, 2022, 48(3): 16-24.
- [3] 窦唯, 刘占生. 液体火箭发动机涡轮泵轴承支承刚度及轴向位置对转子系统临界转速的影响[J]. 导弹与航天运载技术, 2013(3): 18-22.  
DOU Wei, LIU Zhansheng. Effect of turbo-pump bearing supporting stiffness and axial position on critical speed of rotor system in liquid rocket engine[J]. Missiles and Space Vehicles, 2013(3): 18-22.
- [4] 李瑜, 付瑜, 许开富, 等. 涡轮转子叶片可靠性提升[J]. 上海航天(中英文), 2023, 40(S1): 213-219.  
LI Yu, FU Yu, XU Kaifu, et al. Reliability improvement of turbine rotor blade[J]. Aerospace Shanghai (Chinese & English), 2023, 40(S1): 213-219.
- [5] 窦唯, 叶志明, 闫宇龙. 涡轮泵叶轮/转子配合间隙对稳定性的影响[J]. 火箭推进, 2016, 42(4): 26-34.  
DOU Wei, YE Zhiming, YAN Yulong. Effect of tolerance clearance between turbine rotor and impeller in liquid-propellant rocket engine on stability[J]. Journal of Rocket Propulsion, 2016, 42(4): 26-34.
- [6] 肖明杰, 黄金平, 李锋. 基于传递矩阵法的涡轮泵转子系统瞬态动力学特性预测和分析[J]. 机械强度, 2011, 33(6): 900-906.  
XIAO Mingjie, HUANG Jinping, LI Feng. Prediction and analysis to the transient dynamic characteristics of the turbo-pump rotor system based on the transfer matrix method[J]. Journal of Mechanical Strength, 2011, 33(6): 900-906.
- [7] 杜家磊, 王怡萱, 李铭, 等. 超高速氢涡轮泵柔性转子动特性仿真分析[J]. 火箭推进, 2022, 48(2): 86-93.  
DU Jialei, WANG Yixuan, LI Ming, et al. Dynamic characteristics simulation and analysis for the flexible rotor of an ultrahigh speed

- hydrogen turbopump[J]. Journal of Rocket Propulsion, 2022, 48(2): 86-93.
- [8] 杜家磊, 李铭, 王怡萱, 等. 支承结构参与振动对涡轮泵转子动特性的影响[J]. 推进技术, 2023, 44(4): 190-196.  
DU Jialei, LI Ming, WANG Yixuan, et al. Effects of vibration of supporting structure on dynamic characteristics of a turbopump rotor[J]. Journal of Propulsion Technology, 2023, 44(4): 190-196.
- [9] 杜家磊, 李铭, 姜绪强, 等. 液体火箭发动机涡轮泵转子瞬态响应特性[J]. 振动, 测试与诊断, 2025, 45(2): 290-295+411.  
DU Jialei, LI Ming, JIANG Xuqiang, et al. Transient response characteristics of turbine pump rotor of liquid rocket engine[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2025, 45(2): 290-295+411.
- [10] 窦唯, 叶志明, 闫宇龙. 液体火箭发动机氢涡轮泵转子动力学特性研究[J]. 导弹与航天运载技术, 2016(4): 17-21.  
DOU Wei, YE Zhiming, YAN Yulong. Dynamic characteristics analysis of hydrogen turbine pump rotor of liquid-propellant rocket engine[J]. Missiles and Space Vehicles, 2016(4): 17-21.
- [11] 张明根, 郝小龙, 赵经明, 等. 航天伺服超高速涡轮泵转子动力学特性研究[J]. 机械研究与应用, 2021, 34(5): 22-26.  
ZHANG Minggen, HAO Xiaolong, ZHAO Jingming, et al. Study on rotor dynamic characteristics of aerospace servo hyperspeed turbopump[J]. Mechanical Research and Application, 2021, 34(5): 22-26.
- [12] 金路, 李爱民, 陈晖, 等. 配合间隙对涡轮泵转子低速平衡的影响研究[J]. 火箭推进, 2017, 43(4): 14-17+40.  
JIN Lu, LI Aimin, CHEN Hui, et al. Effect of tolerance clearance on low-speed dynamic balance of turbopump rotor[J]. Journal of Rocket Propulsion, 2017, 43(4): 14-17+40.
- [13] 黄金平, 王珺, 黄道琼, 等. 涡轮泵滚动轴承-转子系统高速运行试验研究[J]. 火箭推进, 2020, 46(2): 50-56.  
HUANG Jinping, WANG Jun, HUANG Daoqiong, et al. Experimental study on high-speed running of rolling bearing-rotor system of turbopump[J]. Journal of Rocket Propulsion, 2020, 46(2): 50-56.
- [14] 黄金平, 薛杰, 窦昱, 等. 涡轮泵准刚性转子的临界转速识别[J]. 火箭推进, 2022, 48(3): 25-31.  
HUANG Jinping, XUE Jie, DOU Yu, et al. Critical speed identification of quasi-rigid rotor for turbo-pump[J]. Journal of Rocket Propulsion, 2022, 48(3): 25-31.
- [15] 郑继坤, 吴建军. 氢氧火箭发动机高速氧涡轮泵转子动力学特性研究[J]. 导弹与航天运载技术, 2005(5): 5-9.  
ZHENG Jikun, WU Jianjun. Research on rotor dynamics of LOX turbopump of LH<sub>2</sub>/LO<sub>x</sub> engine[J]. Missiles and Space Vehicles, 2005(5): 5-9.

#### 作者简介

聂卫健 (1991—), 男, 高级工程师, 主要研究方向为转子动力学。

唐虎标 (1991—), 男, 工程师, 主要研究方向为转子动力学。

马伟东 (1997—), 男, 工程师, 主要研究方向为转子动力学。

(上接第36页)

- [11] FENG Y, LEUNG K L, LI Y K, et al. An AI-based workflow for fast registration of UAV Produced 3D point clouds[J]. Remote Sensing, 2023, 15(21): 5163.
- [12] ZHANG J, YAO Y, DENG B. Fast and robust iterative closest point[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2021, 44(7): 3450-3466.
- [13] 秦世伟, 潘国荣, 谷川, 等. 基于遗传算法的三维空间柱面拟合[J]. 同济大学学报(自然科学版), 2010, 38(4): 604-607.  
QIN Shiwei, PAN Guorong, GU Chuan, et al. 3D cylindrical fitting based on genetic algorithm[J]. Journal of Tongji University (Natural Science), 2010, 38(4): 604-607.
- [14] 刘元朋, 张定华. 逆向工程中圆柱体几何特征参数评估方法的研究[J]. 机械科学与技术, 2005, 24(3): 310-311.  
LIU Yuanpeng, ZHANG Dinghua. Research on the method of evaluating the cylindrical geometric characteristic parameters in reverse engineering[J]. Mechanical Science & Technology, 2005, 24(3): 310-311.
- [15] 王解先. 工业测量中一种二次曲面的拟合方法[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2007, 32(1): 47-50.  
WANG Jiexian. A quadric surface fitting method in industrial measurement[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2007, 32(1): 47-50.

#### 作者简介

巫恒 (1999—), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为固体火箭发动机测控技术。

沈飞 (1976—), 男, 研究员, 主要研究方向为固体火箭发动机测控技术。

谢俊彦 (1971—), 女, 高级工程师, 主要研究方向为图像数据处理。