

文章编号: 2097-1974(2025)02-0031-06

DOI: 10.7654/j.issn.2097-1974.20250204

火箭发动机试验测试系统性能优化数字滤波器

耿卫国, 王晓磊

(北京航天试验技术研究所, 北京, 100074)

摘要: 在火箭发动机研制过程中, 试验工作极为重要, 而试验的主要结果是试车中所测量的大量数据, 所以测量有着十分重要的意义。火箭发动机工作环境恶劣、试验费用高且试验危险性大, 测点多、精度高、规模大, 要求测量量程广频率宽, 既要保证稳态参数测量精度高, 又要保证瞬态过程测量不失真, 因此对测试系统也提出了特殊的要求。为满足火箭发动机试验新要求, 提出火箭发动机试验测试系统性能优化数字滤波器, 可在不改变原有设备硬件的基础上, 根据需求, 优化测试系统动态特性, 满足发动机对稳态参数精度高、瞬态参数不失真的测试要求。试验验证结果表明, 此方法可以明显改善火箭发动机试验测试系统的性能。

关键词: 火箭发动机; 试验; 测试; 性能优化; 数字滤波器

中图分类号: V416

文献标识码: A

Performance Optimization Digital Filter for Rocket Engine Test System

GENG Weiguo, WANG Xiaolei

(Beijing Institute of Aerospace Testing Technology, Beijing, 100074)

Abstract: In the process of rocket engine development, the test work is very important, and the main result of the test is a large number of data measured in the test, so the measurement is very important. The rocket engine has a harsh working environment, high test cost, high test risk, many measuring points, high precision and large scale, and requires wide measuring range and frequency to ensure high accuracy of steady-state parameter measurement and no distortion of transient process measurement. Therefore, special requirements are also proposed for the test system. In order to meet the new requirements of rocket engine test, a digital filter is proposed for optimizing the performance of rocket engine test system, which can optimize the dynamic characteristics of the test system on the basis of not changing the original equipment hardware, and meet the requirements of high accuracy of steady-state parameters and no distortion of transient parameters. The experimental results show that the proposed method can obviously improve the performance of rocket engine test system.

Keywords: rocket engine; test; measurement; performance optimization; digital filter

0 引言

在火箭发动机研制过程中, 试验工作极为重要。这是因为试验能推动发动机设计理论的完善和发展, 能帮助解决发动机设计中遇到的各种问题, 是检验发动机生产工艺可靠性和稳定性的主要手段, 还能检验发动机或组合件对工作环境的适应能力, 是确定发动机性能指标、评价发动机可靠性和寿命的唯一方法。而试验的主要结果是试车中所测量的大量数据, 所以测量有着十分重要的意义^[1]。

火箭发动机试验既要保证稳态参数测量精度高又要保证瞬态过程测量不失真^[2], 因此对测量系统也提

出了特殊的要求, 例如:

a) 脉动压力用于评估发动机是否存在不稳定燃烧, 并为发动机结构改进提供依据^[3], 但由于使用条件限制, 系统动态特性并不理想, 希望能够进一步提高;

b) 试验中的稳定段性能参数往往都是稳态参数, 其测试系统动态响应性能不佳, 但在某些情况下需要分析发动机瞬态特性时, 又希望某些性能参数的测试能够有较高的动态响应;

c) 轨姿控发动机试验过程中, 由于稳态推力测量系统动态特性不佳, 测得的脉冲推力波形失真严

重, 动态推力测量系统精度不高, 无法评估发动机性能是否合格, 因此, 往往需要用两套系统分别做两次试验才能获得完整的参数;

d) 新型发动机研制过程中, 参数和频率范围不能确定, 同时发动机状态变化大, 需要测试系统的性能能够动态调整。

为解决上述问题, 满足火箭发动机试验新要求, 本文提出火箭发动机试验测试系统性能优化数字滤波器的设计方案。

1 整体方案

1.1 二阶系统优化滤波器的设计

若原测试系统等效为二阶系统 $H(s)$, 假设其数学模型为

$$H(s) = \frac{k\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (1)$$

式中 $H(s)$ 为系统的传递函数; k 为系统增益; ω_n 为系统的自然频率; ζ 为阻尼比。

可设计优化滤波器的传递函数为

$$H_{\text{opt}}(s) = \frac{1}{k} \left(\frac{\omega_1}{\omega_n} \right) \cdot \frac{s^2 + 2\zeta\omega_n + \omega_n^2}{s^2 + 2\zeta_1\omega_1 + \omega_1^2} \quad (2)$$

式中 ω_1 , ζ_1 分别为系统设计要求的自然频率和阻尼比。

则整个系统的等效传递函数为

$$\tilde{H}(s) = H(s) \cdot H_{\text{opt}}(s) = \frac{\omega_1^2}{s^2 + 2\zeta_1\omega_1 + \omega_1^2} \quad (3)$$

对 $H_{\text{opt}}(s)$ 离散化转换, 得:

$$H_{\text{opt}}(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}} \quad (4)$$

式中 $H_{\text{opt}}(z)$ 为离散化的优化滤波器传递函数; z^{-1} 为延迟算子; b_0, b_1, b_2 为输入系数; a_1, a_2 为反馈系数。

写成差分方程为

$$y(i) = -a_1 y(i-1) - a_2 y(i-2) + b_0 x(i) + b_1 x(i-1) + b_2 x(i-2) \quad (5)$$

式中 $y(i)$ 为第 i 个时刻的输出; $x(i)$ 为第 i 个时刻的输入。

1.2 高阶系统优化滤波器的设计

对于复杂系统或精度要求较高的系统, 不能简单等效为二阶系统, 应等效为高阶系统。设有一系统 $H(s)$, 性能不符合要求, 便可以给它加一个优化数字滤波器 $H_{\text{opt}}(z)$ 来改善。假设我们要求加数字滤波器后的整个系统等效为一个已设计好的符合要求的系统 $\tilde{H}(s)$ 。那么 $H_{\text{opt}}(z)$ 的输入为 $x(t)$ 经采样变成的离散信号 $x(k)$, 其输出 $\hat{y}(k)$ 为充分逼近等效系统 \tilde{H} 的输出

$y(k)$, 如图1所示。

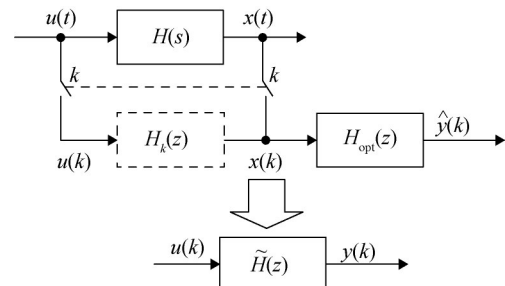


图1 等效系统

Fig.1 Equivalent system

因此, 若把优化滤波器看成一个系统, 把 $x(k)$, $y(k)$ 看成是优化滤波器系统的输入与输出观测系列, 那么就可以用系统辨识的方法来求出优化滤波器的差分方程模型和传递函数模型, 从而就设计出了优化滤波器, 基本思路见图2。

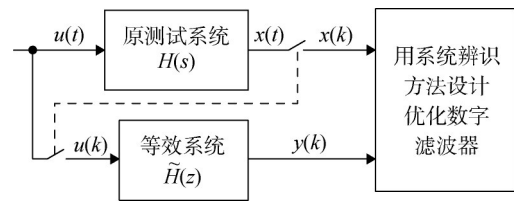


图2 系统优化数字滤波器的设计方法

Fig.2 Design method of system optimization digital filter

2 等效系统的设计

由于连续时间信号处理和系统设计技术已经历相当长的发展历史, 为满足时域和频域给出的各种要求, 设计一个连续时间系统的方法和技术已相当成熟。通过从连续时间系统到离散时间系统的各种变换就可将有关连续时间系统中行之有效的一套设计方法和技术, 变换到离散时间系统的设计中^[4]。所以, 本文的等效系统, 先由连续传递函数 $\tilde{H}(s)$ 给出, 再经离散化变换得到 $\tilde{H}(z)$ 。

最常用的两种从模拟到数字的转换方法是脉冲响应不变法^[5-6]和双线性变换法^[7]。

a) 脉冲响应不变法设计。

脉冲响应不变法^[8-9] (Impulse Invariance Method, IIM) 的基本思想是保持模拟系统的脉冲响应和数字系统的脉冲响应在采样时刻的一致性, 以此来设计与模拟系统性能相似的数字系统。

其基本原理是从系统的脉冲响应出发, 对具有传递函数 $\tilde{H}(s)$ 的模拟系统的冲激响应 $\tilde{h}(t)$, 以周期 T_s 采样所得的离散序列 $\tilde{h}(nT_s)$ 作为数字系统的脉冲响

应^[10]。具体步骤如下:

- 1) 对已有的模拟系统传递函数 $\tilde{H}(s)$ 进行反拉氏变换, 求出该系统的脉冲响应 $\tilde{h}(t)$;
- 2) 对连续时间脉冲响应 $\tilde{h}(t)$ 进行周期为 T_s 的采样, 获得数字系统的离散时间脉冲响应 $\tilde{h}(nT_s)$;
- 3) 对 $\tilde{h}(nT_s)$ 进行 z 变换, 得到数字系统的传递函数 $\tilde{H}(z)$ 。

模拟系统的传递函数 $\tilde{H}(s)$ 用通式表达为

$$\tilde{H}(s) = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} \dots + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} \dots + a_n} \quad (6)$$

式中 b_0, b_1, \dots, b_m 为分子多项式的系数; a_0, a_1, \dots, a_n 为分母多项式的系数; s 为拉普拉斯变换的复变量。

$\tilde{H}(s)$ 一般都满足 $m \leq n$ 。因此, 可以化成许多部分分式之和的形式, 即:

$$\tilde{H}(s) = \sum_{i=1}^N \frac{A_i}{s - s_i} \quad (7)$$

式中 s_i 为模拟系统的极点; A_i 为极点 s_i 对应的残差。

通过脉冲响应不变法得到的数字系统的传递函数为

$$\tilde{H}(z) = \sum_{i=1}^N \frac{A_i}{1 - e^{s_i T_s} z^{-1}} \quad (8)$$

式中 z 为 z 变换的复变量。

脉冲响应不变法设计的数字系统与其原型模拟系统比较, 时域特性较好, 频率变换线性, 但存在频谱混叠。

b) 双线性变换法设计。

脉冲响应不变法设计的数字系统产生频率混叠的原因在于, 设计的数字系统的频响是其原型模拟系统频响的周期拓展^[11]。从 s 平面到 z 平面的映射来看, 频率特性是 s 平面虚轴仅在 $(-\pi/T_s, \pi/T_s)$ 这一段映射为 z 平面上整个单位圆弧, 而其他相继的各段则在单位圆上重复。

双线性变换^[9] (Bilinear Transformation) 首先将整个 s 平面压缩到 s_1 平面的一条带状区域; 再通过一定的变换将此带状区域映射到 z 平面上, 这样就保证了 s 平面到 z 平面的单值映射关系, 可以消除频谱混叠现象。如图3所示。

根据上述原理, 得到 s 平面到 z 平面的映射关系为^[12]

$$s = \frac{2}{T_s} \cdot \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}} \quad (9)$$

对已有的模拟系统 $\tilde{H}(s)$, 将 s 替换为双线性变换公式, 并对传递函数进行代数运算, 就可得到数字系统的传递函数:

$$\tilde{H}(z) = \tilde{H}\left(\frac{2}{T_s} \cdot \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}}\right) \quad (10)$$

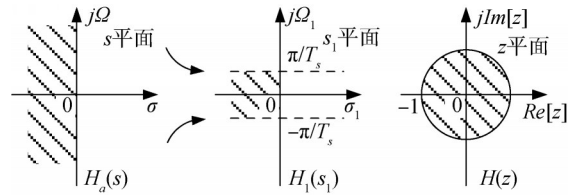


图3 双线性变换映射示意

Fig.3 Schematic diagram of bilinear transformation mapping

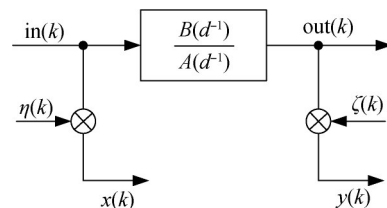
从上面的分析可以看出, 双线性变换法通过频率的非线性变换, 解决了频谱混叠问题, 得到了广泛应用^[13], 适于火箭发动机试验测试复杂信号环境下的应用。

3 优化滤波器的设计

3.1 设计的基本方法

如前所述, 优化滤波器的设计, 是把原系统的输出作为优化滤波器的输入, 把等效系统的输出作为优化滤波器的输出, 采用系统辨识的方法进行设计。

由于火箭发动机试验环境恶劣, 系统复杂, 测试对象特性未知且对测试结果要求较高, 因而需要设计一个高阶滤波器。实际中, 还存在输入、输出观测噪声, 见图4。



$\frac{B(d^{-1})}{A(d^{-1})}$ —滤波器的传递函数; $B(d^{-1})$ —系统输入信号的多项式; $A(d^{-1})$ —系统输出信号的多项式; d^{-1} —时间滞后算子; $in(k), out(k)$ —滤波器的输入、输出离散信号; $\eta(k), \zeta(k)$ —输入、输出观测噪声; $x(k), y(k)$ —输入、输出观测序列。

图4 输入、输出均有噪声时的方框图

Fig.4 Block diagram when both input and output have noise

因此优化滤波器可以看做带噪声的单输入单输出系统 (Single Input Single Output System, SISO)。最小二乘法 (Least Squares, LS) 是系统辨识中常用的基本方法, 尤其适用于带噪声的 SISO 系统。最小二乘法的基本原理是以观测输出与模型预测输出之间的误差平方和最小作为最优估计准则, 来估计系统的参数。

在应用最小二乘法进行系统辨识时,首先要建立滤波器的系统方程,针对图4的滤波器系统,可以用如下的方程描述:

$$A(d^{-1})y(k)=B(d^{-1})x(k)+e(k) \quad (11)$$

式中 $e(k)=[A(d^{-1})\zeta(k)-B(d^{-1})]\eta(k)$

然后再利用输入、输出观测序列构建回归方程,如下:

$$y=\Phi\theta+e \quad (12)$$

其中:

$$\Phi = \begin{bmatrix} y(n+1) & y(n+2) & \cdots & y(n+N) \\ -y(n) & \cdots & -y(1) & x(n+1) & \cdots & x(1) \\ -y(n+1) & \cdots & -y(2) & x(n+2) & \cdots & x(2) \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ -y(n+N-1) & \cdots & -y(N) & x(n+N) & \cdots & x(N) \end{bmatrix}$$

θ 为待估计的滤波器系统参数向量, $\theta=[a_1, \cdots, a_n, b_0, b_1, \cdots, b_n]^T$, 其中, a_1, \cdots, a_n 和 b_0, b_1, \cdots, b_n 为滤波器系统传递函数 $H_{\text{opt}}(d^{-1})$ 的系数; $e=[e(n+1), e(n+2), \cdots, e(n+N)]^T$, 其中, n 为系统的阶数, N 为观测序列的样本数据个数,且满足 $N>2n+1$ 。

因此,优化滤波器的设计可以认为是在给定 n 、 y 和 Φ 的情况下,以 e 为残差,对 θ 进行最小二乘估计,参数估计值通常记为 $\hat{\theta}_{\text{LS}}$ 。

最小二乘估计的统计性质表明,当残差序列 $\{e(k)\}$ 为独立的零均值白噪声序列时,最小二乘估计是无偏的、有效的和一致的^[14-16]。

工程计算时,求矛盾方程最小二乘解的方法有多种,多以直接对观测数据矩阵的“正交-三角”分解为基础,常称QR分解。常见的矩阵QR分解方法有3种:基于消元的Gram-Schmidt方法、基于镜像映射的Householder方法和基于平面旋转的Givens方法。其中,Householder变换算法具有精确度高、计算量小、不易出现病态、计算数值稳定等优点,适合于火箭发动机试验测试系统的应用^[17-19]。关于Householder变换算法的原理及算法程序可参见文献[20]~[27],这里不做过多的分析。

3.2 高精度的设计方法

从图2可以看出,用于估计优化滤波器模型参数的观测数据中,通常, $u(k)$ 是由标准源产生的,并且是用标准传感器测得的,故其干扰和观测噪声很小,可以忽略; $x(k)$ 是原测量系统输出的测量值,往往含有较大噪声成分,噪声不能忽略; $y(k)$ 是用设计的等效系统对 $u(k)$ 计算得到的,故噪声也可忽略。此时式(11)的残差为

$$e(k)=-B(d^{-1})\eta(k) \quad (13)$$

显然,其残差是自相关函数,这时用普通的最小二乘法来估计其模型参数是有偏估计,在精度要求较高时,应对设计的方法进行改进。

在火箭发动机试验测试系统中,可近似地假定 $x(k)$ 的观测噪声 $\eta(k)$ 为白噪声。这样就可以用滤波器 $\frac{-1}{B(d^{-1})}$ 对残差进行白化滤波。此时,滤波器系统方程变为

$$A(d^{-1})\tilde{y}(k)=B(d^{-1})\tilde{x}(k)+\eta(k) \quad (14)$$

其中, $\tilde{y}(k)=\frac{-y(k)}{B(d^{-1})}$, $\tilde{x}(k)=\frac{-x(k)}{B(d^{-1})}$ 。

残差 $\eta(k)$ 为白噪声,故可用最小二乘法求得模型参数的无偏估计。但由于求 $\tilde{y}(k)$ 、 $\tilde{x}(k)$ 时也要用到模型参数,因而需要利用迭代法加以估计,其步骤如下^[28]:

a)由输入、输出的观测序列 $\{x(k), y(k), k=1, 2, \cdots, N\}$,用最小二乘法估计模型的初值 $\hat{a}_{\text{LS}}, \hat{b}_{\text{LS}}$,作为迭代运算的初值,即令:

$$\hat{a}^{(1)}=\hat{a}_{\text{LS}}, \hat{b}^{(1)}=\hat{b}_{\text{LS}} \quad (15)$$

$$\hat{a}_{\text{LS}}=[\hat{a}_{1\text{LS}} \hat{a}_{2\text{LS}} \cdots \hat{a}_{n\text{LS}}]^T \quad (16)$$

$$\hat{b}_{\text{LS}}=[\hat{b}_{0\text{LS}} \hat{b}_{1\text{LS}} \cdots \hat{b}_{n\text{LS}}]^T \quad (17)$$

b)设迭代第 p 次时求得:

$$\hat{a}^{(p)}=[\hat{a}_1^{(p)} \hat{a}_2^{(p)} \cdots \hat{a}_n^{(p)}]^T \quad (18)$$

$$\hat{b}^{(p)}=[\hat{b}_0^{(p)} \hat{b}_1^{(p)} \cdots \hat{b}_n^{(p)}]^T \quad (19)$$

便可计算:

$$\tilde{y}^{(p)}(k)=\frac{-y(k)}{\hat{B}^{(p)}(d^{-1})} \quad (20)$$

$$\tilde{x}^{(p)}(k)=\frac{-x(k)}{\hat{B}^{(p)}(d^{-1})} \quad (21)$$

c)由 $\{\tilde{x}^{(p)}(k), \tilde{y}^{(p)}(k), k=1, 2, \cdots, N\}$ 序列对下式作最小二乘法估计:

$$A(d^{-1})\tilde{y}^{(p)}(k)-B(d^{-1})\tilde{x}^{(p)}(k)=\eta(k) \quad (22)$$

求得参数 $\hat{a}^{(p+1)}$ 与 $\hat{b}^{(p+1)}$ 。

d)令 $p=p+1$,回到第2步,直至迭代收敛或达到最大迭代次数为止。

3.3 滤波器模型阶次的确定

上述模型参数的估计,通常都是在假定模型阶次的前提下进行的,但应对假定的阶次是否合适作出判断。一种简单有效的方法是残差平方和法,也被称为模型拟合优良度检验法。一般来讲,残差平方和 J 将随着模型阶次 n 的增大而减小,而当 n 变得比实际阶

数 n_0 大时, J 的下降就不明显了。利用这个原理就可以判定模型的阶次 [29], 其步骤为:

a) 分别计算阶次 $n=1, 2, 3, \dots$ 时的参数估计值 $\hat{\theta}_{LS}$ 和相应的残差平方和 J ;

b) 选择当 J 下降不明显时的阶次作为合适的模型阶次。

如图 5 所示, 当阶次为 n_0 时, J 出现最后一次显著下降, 往后 J 近似保持不变或变化缓慢, 则滤波器的模型阶次取为 $n=n_0$ 。

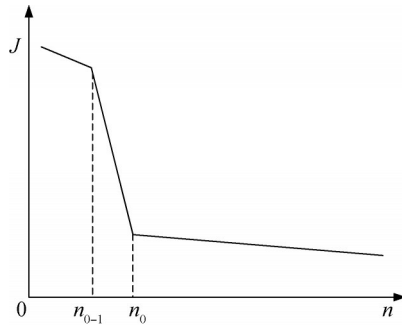


图5 残差平方和法示意

Fig.5 Schematic diagram of residual sum of squares method

4 试验验证

采用本文的方法, 利用动态校准数据对某液体火箭发动机试验推力测试系统进行动态性能提升。设计出的性能优化滤波器传递函数为

$$H_{opt}(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + b_3 z^{-3} + b_4 z^{-4}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + a_3 z^{-3} + a_4 z^{-4}} \quad (23)$$

其中:

$$\begin{cases} b_0 = 11.4503 \\ b_1 = 1.7508 & a_1 = 1.3838 \\ b_2 = -20.069 & a_2 = 0.2006 \\ b_3 = 0.4111 & a_3 = -0.1021 \\ b_4 = 10.7805 & a_4 = 0.2203 \end{cases} \quad (24)$$

采用优化数字滤波器进行补偿的效果可见图 6~8, 其中图 6 是设计要求的输出曲线和系统补偿前的输出曲线, 可以看出补偿前系统输出有很大的超调和振荡, 动态性能较差。图 7 是设计要求的输出曲线和系统优化补偿后的输出曲线, 可以看出, 系统优化补偿后, 动态性能有很大提高, 与要求的输出一致。图 8 显示了设计要求的幅频特性以及系统优化补偿前后的幅频特性, 可以看出, 补偿后的频带明显比补偿前的宽且接近设计要求。

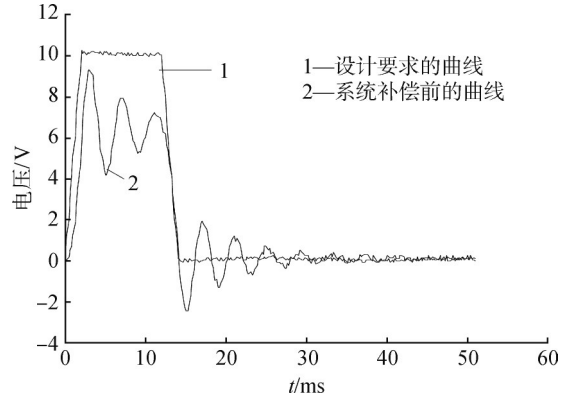


图6 设计要求的曲线与系统补偿前的输出曲线

Fig.6 The curve required by the design and the output curve before system compensation

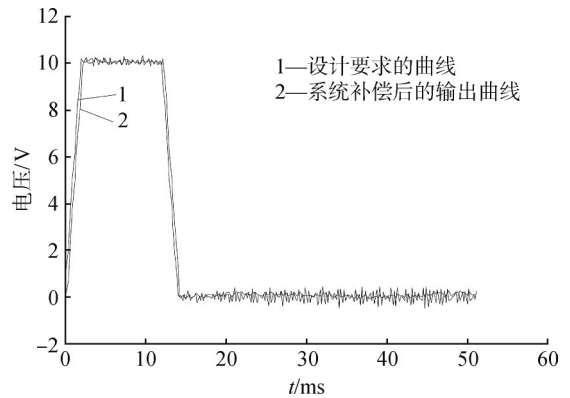


图7 设计要求的曲线与系统补偿后的输出曲线

Fig.7 The curve required by the design and the output curve after system compensation

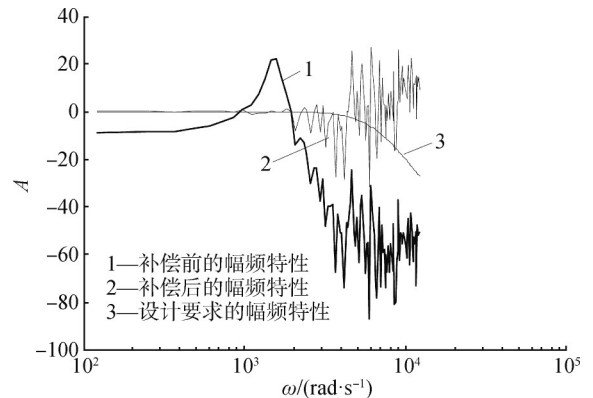


图8 系统补偿前后的幅频特性

Fig.8 Frequency response before and after system compensation

5 结论

本文研究得出以下结论:

a) 火箭发动机试验测试系统可以通过设计性能优化数字滤波器, 在不改变原有设备硬件的情况下, 改善性能指标, 得到较为理想的测试结果;

b) 火箭发动机试验测试的信号是复杂信号,在设计等效系统时,应采用双线性变换设计法,避免频谱混叠;

c) 火箭发动机试验测试的信号往往含有噪声,在设计优化滤波器时,普通最小二乘法不适用,对噪声信号特点进行分析后,采用白化滤波迭代算法,可以获得高精度的模型参数;

d) 试验验证结果表明,本文的方法可以明显改善火箭发动机试验测试系统的性能。

参 考 文 献

- [1] 郭霄峰,李耀华.液体火箭发动机试验[M].北京:中国宇航出版社,1990.
GUO Xiaofeng, LI Yaohua. Liquid rocket engine testing[M]. Beijing: China Astronautic Publishing House, 1990.
- [2] 曹晨,郭红杰,梁国柱.液体火箭发动机试验测控系统设计[C].苏州:第六届空天动力联合会会议暨中国航天第三专业信息网第四十二届技术交流会,2022.
CAO Chen, GUO Hongjie, LIANG Guozhu. Design of measurement and control system for liquid rocket engine testing[C]. Suzhou: The 6th Joint Conference on Aerospace Power and The 42nd Technical Exchange of China Aerospace Third Professional Information Network, 2022.
- [3] 陈海峰,邝奇,翟文化,等.液体火箭发动机试验脉动压力测量技术研究[J].火箭推进,2016,42(5):104-109.
CHEN Haifeng, KUANG Qi, ZHAI Wenhua, et al. Research on pulsating pressure measurement technology in liquid rocket engine testing[J]. Journal of Rocket Propulsion, 2016, 42(5): 104-109.
- [4] 徐守时.信号与系统:理论·方法和应用[M].合肥:中国科学技术大学出版社,1999.
XU Shoushi. Signals and systems: theory, methods and applications [M]. Hefei: University of Science and Technology of China Press, 1999.
- [5] PARKS T W, BURRUS C S. Digital filter design[M]. New York: Wiley-Interscience, 1987.
- [6] ANTONIOU A. Digital filters: analysis, design, and applications[M]. New York: McGraw-Hill, 1993.
- [7] OPPENHEIM A V, SCHAFER R W. Discrete-time signal processing [M]. Upper Saddle River: Prentice Hall, 2010.
- [8] 门爱东.数字信号处理[M].北京:人民邮电出版社,2003.
MEN Aidong. Digital signal processing[M]. Beijing: Posts and Telecom Press, 2003.
- [9] 俞一彪,孙兵.数字信号处理理论与应用[M].南京:东南大学出版社,2005.
YU Yibiao, SUN Bing. Theory and application of digital signal processing[M]. Nanjing: Southeast University Press, 2005.
- [10] 曹晓宇.无限冲击响应滤波器的设计及比较[J].硅谷,2012,5(14):46+52.
CAO Xiaoyu. Design and comparison of infinite impulse response filters[J]. Silicon Valley, 2012, 5(14): 46+52.
- [11] 邹理和.数字滤波器[M].北京:国防工业出版社,1979.
ZOU Lihe. Digital filters[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 1979.
- [12] 吴湘淇.信号、系统与信号处理(下)[M].北京:电子工业出版社,1996.
WU Xiangqi. Signals, systems and signal processing (Vol. 2) [M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 1996.
- [13] 张登奇,彭鑫,陈海兰.双线性变换法在IIR滤波器设计中的应用[J].湖南理工学院学报(自然科学版),2016,29(3):21-25.
ZHANG Dengqi, PENG Xin, CHEN Hailan. Application of bilinear transformation in IIR filter design[J]. Journal of Hunan Institute of Science and Technology (Natural Sciences), 2016, 29(3): 21-25.
- [14] 张汉全,肖建,汪晓宁.自动控制理论新编教程[M].成都:西南交通大学出版社,2000.
ZHANG Hanquan, XIAO Jian, WANG Xiaoning. New course on automatic control theory[M]. Chengdu: Southwest Jiaotong University Press, 2000.
- [15] 肖建.现代控制系统综合与设计[M].北京:中国铁道出版社,2000.
XIAO Jian. Modern control system synthesis and design[M]. Beijing: China Railway Publishing House, 2000.
- [16] HSIA T C.系统辨识与应用[M].吴礼民,译.长沙:中南工业大学出版社,1986.
HSIA T C. System identification and application[M]. WU Limin, translate. Changsha: Central South University of Technology Press, 1986.
- [17] SEBER G A F.线性回归分析[M].方开泰,译.北京:科学出版社,1987.
SEBER G A F. Linear regression analysis[M]. FANG Kaitai, translate. Beijing: Science Press, 1987.
- [18] 冯康.数值计算方法[M].北京:国防工业出版社,1978.
FENG Kang. Numerical computation methods[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 1978.
- [19] 王德人.非线性方程组解法与最优化方法[M].北京:人民教育出版社,1979.
WANG Deren. Solutions for nonlinear equations and optimization methods[M]. Beijing: People's Education Press, 1979.
- [20] 刘德贵.新编工程实用算法与FORTRAN77程序[M].北京:国防工业出版社,1977.
LIU Degui. New practical engineering algorithms and FORTRAN77 programs[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 1977.
- [21] 张洪巨. BASIC语言程序库——自动化工程中常用算法[M].北京:清华大学出版社,1983.
ZHANG Hongju. BASIC language program library: common algorithms in automation engineering[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1983.

- tive guidance for hypersonic vehicles[J]. Science China Technological Sciences, 2012, 55(3): 856-866.
- [9] LU P. Entry guidance and trajectory control for reusable launch vehicle[J]. Journal of Guidance Control & Dynamics, 1997, 20(1): 143-149.
- [10] LI D W, YANG B. Reentry guidance for reusable launching vehicle [J]. Journal of Solid Rocket Technology, 2010, 33(2): 119-124.
- [11] LIU X, SHEN Z, LU P. Entry trajectory optimization by second-order cone programming[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2015, 39(2): 227-241.
- [12] WANG Z, GRANT M J. Constrained trajectory optimization for planetary entry via sequential convex programming[C]. Washington, D. C.: AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference, 2016.
- [13] 杨奔, 李天任, 马晓媛. 基于序列凸优化的多约束轨迹快速优化[J]. 航天控制, 2020, 38(3): 25-30.
YANG Ben, LI Tianren, MA Xiaoyuan. Rapid optimization of multi-constrained trajectories based on sequential convex optimization[J]. Aerospace Control, 2020, 38(3): 25-30.
- [14] SUTTON R S, BARTO A G. Reinforcement learning: an introduction [M]. Cambridge: MIT Press, 2018.
- [15] VOLODYMYR M, KORAY K, DAVID S, et al. Human-level control through deep reinforcement learning[J]. Nature, 2015(518): 529-533.
- [16] HASSELT H V, GUEZ A, SILVER D. Deep reinforcement learning with double Q-Learning[C]. Phoenix: Proceedings of the Thirtieth AAAI Conference on Artificial Intelligence, 2016.
- [17] WANG Ziyu, SCHAUL T, HESSEL M, et al. Dueling network architectures for deep reinforcement learning[C]. New York: The 33rd International Conference on Machine Learning, 2016.
- [18] SCHULMAN J, LEVINE S, MORITZ P, et al. Trust region policy optimization[EB/OL]. (2017-04-20) [2024-05-10]. <http://arxiv.org/abs/1502.05477v5>.
- [19] SCHULMAN J, WOLSKI F, DHARIWAL P, et al. Proximal policy optimization algorithms[EB/OL]. (2017-08-28) [2024-05-10]. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1707.06347>.
- [20] LILLICRAP T P, HUNT J J, PRITZEL A, et al. Continuous control with deep reinforcement learning[EB/OL]. (2019-07-05) [2024-05-10]. <http://arxiv.org/abs/1509.02971>.
- [21] FUJIMOTO S, VAN H H, MEGER D. Addressing function approximation error in actor-critic methods[EB/OL]. (2018-10-22) [2024-05-10]. <http://arxiv.org/abs/1802.09477?context=stat>.
- [22] HAARNOJA T, TANG H, ABBEEL P, et al. Reinforcement learning with deep energy-based policies[EB/OL]. (2017-07-21) [2024-05-10]. <http://arxiv.org/abs/1702.08165>.
- [23] WANG T, BAO X, CLAVERA I, et al. Benchmarking model-based reinforcement learning[EB/OL]. (2019-07-03) [2024-05-10]. <http://arxiv.org/abs/1907.02057?context=stat.ML>.
- [24] 李天任, 杨奔, 汪韧, 等. 基于Q-Learning算法的再入飞行器制导方法[J]. 战术导弹技术, 2019(5): 44-49.
LI Tianren, YANG Ben, WANG Ren, et al. Reentry vehicle guidance method based on Q-Learning algorithm[J]. Tactical Missile Technology, 2019(5): 44-49.
- [25] 张秦浩, 敖百强, 张秦雪. Q-Learning强化学习制导律[J]. 系统工程与电子技术, 2020, 42(2): 414-419.
ZHANG Qin hao, AO Baiqiang, ZHANG Qinxue. Q-Learning reinforcement learning guidance law[J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2020, 42(2): 414-419.
- [26] GAUDET B, FURFARO R, LINARES R. Reinforcement learning for angle-only intercept guidance of maneuvering targets[J]. Aerospace Science and Technology, 2019, 99(4): 1-10.
- [27] 赵恩娇. 多飞行器编队控制及协同制导方法[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2018.
ZHAO Enjiao. Multi-aircraft formation control and coordinated guidance methods[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2018.

作者简介

- 滕庆骅 (1999—), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为飞行器制导与控制。
- 惠俊鹏 (1981—), 男, 研究员, 主要研究方向为飞行器总体设计。
- 李天任 (1993—), 男, 工程师, 主要研究方向为飞行器制导与控制。
- 杨奔 (1994—), 男, 工程师, 主要研究方向为飞行器制导与控制。

(上接第36页)

- [22] 王林, 张晓卫. 微型计算机算法与程序——扩展BASIC[M]. 上海: 上海科学技术文献出版社, 1983.
WANG Lin, ZHANG Xiaowei. Microcomputer algorithms and programs: extended BASIC[M]. Shanghai: Shanghai Scientific and Technical Literature Press, 1983.
- [23] 郑宗成, 王振堂. 实用预测方法BASIC程序[M]. 广州: 中山大学出版社, 1985.
ZHENG Zongcheng, WANG Zhentang. Practical forecasting methods with BASIC programs[M]. Guangzhou: Sun Yat-sen University Press, 1985.
- [24] 毛宗秀. BASIC语言常用数理统计方法程序汇编[M]. 杭州: 浙江科学技术出版社, 1983.
MAO Zongxiu. BASIC language program collection for common statistical methods[M]. Hangzhou: Zhejiang Science and Technology Press, 1983.
- [25] 安鸿志, 顾岚. 统计模型与预报算法[M]. 北京: 气象出版社, 1986.
AN Hongzhi, GU Lan. Statistical models and prediction algorithms [M]. Beijing: China Meteorological Press, 1986.
- [26] 徐士良. FORTRAN常用算法程序集[M]. 北京: 清华大学出版社, 1992.
XU Shiliang. FORTRAN algorithm program collection[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1992.
- [27] 张启锐. 实用回归分析[M]. 北京: 地质出版社, 1988.
ZHANG Qirui. Applied regression analysis[M]. Beijing: Geological Publishing House, 1988.
- [28] 黄俊钦. 静、动态数学模型的实用建模方法[M]. 北京: 机械工业出版社, 1988.
HUANG Junqin. Practical modeling methods for static and dynamic mathematical models[M]. Beijing: China Machine Press, 1988.
- [29] 王行愚. 控制论基础[M]. 上海: 华北工学院出版社, 1989.
WANG Xingyu. Fundamentals of cybernetics[M]. Shanghai: North China Institute of Technology Press, 1989.

作者简介

- 耿卫国 (1971—), 男, 研究员, 主要研究方向为液体火箭发动机试验与测试。
- 王晓磊 (1974—), 女, 高级工程师, 主要研究方向为液体火箭发动机试验与测试。