

文章编号: 2097-1974(2024)04-0025-04

DOI: 10.7654/j.issn.2097-1974.20240404

空气舵绕轴转动动力学响应分析

隋鑫¹, 马之馨¹, 刘博¹, 马志赛², 王晓宇¹

(1. 中国运载火箭技术研究院, 北京, 100076; 2. 天津大学, 天津, 300350)

摘要: 针对空气舵绕轴转动动力学模型, 考虑含转动间隙、Stribeck效应的干摩擦模型, 建立含间隙、干摩擦空气舵转动受迫振动方程, 应用平均法解析分析转动方向幅频特性, 研究不同摩擦力矩系数及外激励频率对绕轴振动幅频响应的影响。结果表明: 外激励频率变化时, 绕轴振动幅频曲线呈现软硬不同的迟滞非线性特性, 频域出现多解频带, 且频域多解频带随摩擦力矩系数的增大而增大。

关键词: 空气舵; 非线性; 摩擦力矩; 迟滞; 间隙

中图分类号: V215

文献标识码: A

Dynamic Response Analysis of Air Rudder Rotating Around an Axis

SUI Xin¹, MA Zhixin¹, LIU Bo¹, MA Zhisai², WANG Xiaoyu¹

(1. China Academy of Launch Vehicle Technology, Beijing, 100076; 2. Tianjin University, Tianjin, 300350)

Abstract: This article focuses on the dynamic model of air rudder rotation around the rudder shaft, considering a dry friction model with rotational clearance and Stribeck effect, and establishing the forced vibration equation of air rudder rotation with clearance and dry friction. The average method is applied to analyze the amplitude frequency characteristics of the rotational direction. The influence of different friction torque coefficients and external excitation frequencies on the amplitude frequency response of axial vibration is studied. The results show that when the external excitation frequency changes, the amplitude frequency curve of the vibration around the axis exhibits hysteresis nonlinear characteristics of different softness and hardness. Multiple solution frequency bands appear in the frequency domain, and the frequency domain multiple solution frequency bands increase with the increase of the friction torque coefficient.

Keywords: air rudder; nonlinear dynamics; friction torque; hysteresis; clearance

0 引言

空气舵作为伺服系统的关键执行部件, 在非定常气动力的激励下, 呈现明显的非线性特征^[1]。工程上, 舵轴间隙和干摩擦等环节使得空气舵与连接舱段间的非线性特性更加明显, 难以精确预示及表征。飞行器在全弹道剖面飞行中, 非定常气动载荷使得舵结构系统出现自激振动, 具有非线性、不确定性和时变性等复杂性^[2]。

现有研究中, 根据矩阵特征值随参数连续变化的特点提出了模态跟踪方法^[3], 建立舵系统颤振回路分析模型^[4], 仿真结果复现试验现象, 证明了接触刚度和间隙对该伺服舵系统动力学特征的主导作用。然而, 气动力很难精确模拟, 在研究非定常气动力引起

的舵结构自激振动时, 学者普遍应用活塞理论作为气动力进行拟合, 而舵结构系统动力学模型通常采用一维或二维非线性振动方程。文献[1]中采用地流活塞理论, 近似非定常气动力作用, 建立含间隙和干摩擦的舵结构系统动力学模型, 研究系统自激振动规律, 通过试验对比, 得出在一定速度条件下, 舵结构系统能够发生自激振动的结论。

非定常气动力引起的结构响应频率通常与舵结构的低阶固有频率相近。气动力频率变化将导致结构出现主共振响应^[5], 而影响规律亟待分析研究。文献[6]通过试验参数辨识, 拟合出强非线性幅频特性。本文据此分析外激励气动力频率变化对系统响应的影响, 定性研究不同气动力矩激励频率下的空气舵

结构系统响应。

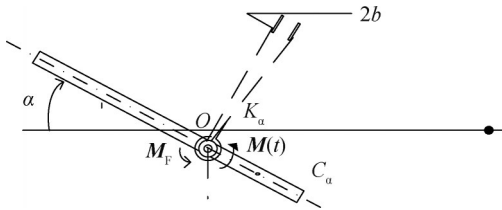
空气舵动力学方程中存在非线性项,可采用摄动法求解。平均法作为典型的摄动解析算法,适用于求解非线性振动微分方程的近似解,得到幅频响应方程,从而对其特性进行分析^[7]。应用平均法可以得到含间隙折叠舵面的主共振周期解^[5],然而模型中未考虑干摩擦力矩的影响,需要进一步分析探讨。

综上所述,本文引入Stribeck效应的干摩擦模型,表征舵段结构与空气舵轴存在相对偏转条件下的干摩擦动力学特性,并考虑非光滑间隙模型的影响。建立含间隙、干摩擦的空气舵转动受迫振动方程,应用平均法分析转动幅频特性,研究摩擦力矩系数及外激励频率对转动特性的影响。

1 动力学模型

1.1 空气舵结构模型

图1为空气舵转动特性动力学模型。



α —转动角位移;O—舵轴安装位置; K_a —扭转弹簧刚度; $2b$ —舵的转动间隙量(角度); C_a —转动阻尼; M_f —摩擦力矩; $M(t)$ —气动力矩(外激励)。

图1 空气舵转动动力学模型

Fig.1 Dynamic model of air rudder rotation

1.2 弹性恢复力拟合模型

转动特性的非线性恢复力为

$$g(\alpha) = \begin{cases} K_a \alpha - (K_{a0} - K_a) b, & \alpha < -b \\ K_{a0} \alpha, & -b < \alpha < b \\ K_a \alpha - (K_a - K_{a0}) b, & \alpha > b \end{cases} \quad (1)$$

式中 $g(\alpha)$ 为非光滑函数,可采用 N 阶多项式 $\sum_{i=0}^N P_i \alpha^i$ 拟合; k_{a0} 为接触刚度; P_i 为第 i 阶拟合系数,本文采用三阶函数拟合,如图2所示。

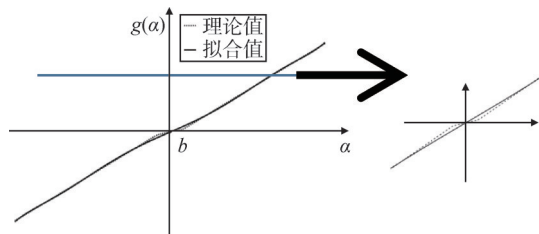


图2 转动弹性恢复力曲线

Fig.2 Elastic restoring force curve of rotation

1.3 干摩擦力模型

摩擦力表征接触面间的切向作用,与接触面特性有关。研究表明,摩擦力依赖于接触面间的相对速度,即存在临界滑动位移,同时,零相对速度附近摩擦力具有多值性。

库仑摩擦充分反映了摩擦力与正应力的关系,静摩擦表征物体从静止到产生相对运动期间的摩擦作用,Stribeck效应即相对速度变化引起的负黏性阻尼效应,是引起不稳定的因素。考虑三方面因素的摩擦力模型能够充分表征界面摩擦特性,现已被广泛应用。

考虑静摩擦、库仑摩擦和Stribeck效应的非线性形式干摩擦力模型为

$$f = M_f [\text{sgn}(\dot{\alpha} - v) - k_1(\dot{\alpha} - v) + k_3(\dot{\alpha} - v)^3] \quad (2)$$

$$\text{sgn}(\dot{\alpha} - v) = \begin{cases} 1, & \dot{\alpha} > v \\ 0, & \dot{\alpha} = v \\ -1, & \dot{\alpha} < v \end{cases}$$

式中 M_f 为最大静摩擦力矩值; k_1 , k_3 分别为相应阶次的摩擦系数, $k_1 = 1.5(1 - k_0)/V_m$, $k_3 = 0.5(1 - k_0)/V_m^3$, V_m 为Stribeck速度; v 为舵轴偏转角速度,即舵轴与舵段的相对偏转角速度;摩擦力矩与相对速度 v_r 大小有关, $v_r = \dot{\alpha} - v$, $\dot{\alpha}$ 为舵俯仰角速度。Stribeck干摩擦模型充分考虑到舵段与舵轴的相对角速度偏移,使得当俯仰角速度较小时,摩擦力方向存在转变,即黏滞-滑移现象,该现象普遍存在于大型机械结构中^[8]。

该摩擦力模型中,随着相对速度增加,摩擦力先减小,达到Stribeck速度后,再增加,见图3。

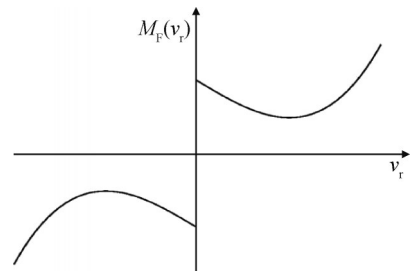


图3 静摩擦+库仑摩擦+Stribeck效应形式干摩擦模型

Fig.3 Dry friction model of static friction+coulomb friction+Stribeck effect

1.4 转动特性方程

空气舵转动特性的弹性运动微分方程为

$$I_a \ddot{\alpha} + C_a(\dot{\alpha} - v) + M_f [\text{sgn}(\dot{\alpha} - v) - k_1(\dot{\alpha} - v) + k_3(\dot{\alpha} - v)^3] + g(\alpha) = M(\Omega, t) \quad (3)$$

其中, Ω 为外激励频率; M 为外激励幅值, $M(\Omega, t) =$

$M\cos\Omega t$ 。

引入变量 $\xi = M\sqrt{P_1 I_a}$, $t = T\sqrt{P_1 I_a}$, 取坐标变换 $\bar{\alpha} = \alpha - (\alpha)_0$, 从而研究该系统的平衡点为 $(U)_0 = [(\alpha)_0, (\dot{\alpha})_0]$ 处的动力学响应, 并作 $\alpha = \bar{\alpha}$ 变换, 得到变换后的动力学方程为

$$\ddot{\alpha} + \varepsilon\chi_1\dot{\alpha} + \chi_2\alpha + \varepsilon\chi_3\alpha^2 + \varepsilon\chi_4\alpha^3 = \varepsilon M_0\cos\Omega T \quad (4)$$

其中, $\chi_1 = C_a/\sqrt{I_a P_1} + \zeta(3k_3v^2 - k_1)$, $\chi_2 = P_1 + 3\alpha_0^2 P_3 + 2\alpha_0 P_2/P_1$, $\chi_3 = P_2 + 3\alpha_0 P_3/P_1$, $\chi_4 = P_3/P_1$, $M_0 = M/P_1$ 。

式中 ε 是符号为正的小扰动参数; P_1, P_2, P_3 分别为非线性恢复力的一阶、二阶、三阶拟合系数; T 为无量纲时间尺度。

2 解析法分析

传统的摄动方法包括多尺度法、平均法、三级数法等。其中, 平均法通过三角函数变换, 能够较清晰

$$\begin{cases} \dot{a} = \frac{\sin\varphi}{w} [-aw^2\cos\varphi - \chi_1aws\sin\varphi + \chi_2acos\varphi + \chi_3a^2\cos^2\varphi + \chi_4a^3\cos^3\varphi - M_0\cos\Omega T] \\ \dot{\theta} = \dot{a}\cos\varphi/as\sin\varphi \end{cases} \quad (9)$$

其中, $\varphi = wT + \theta$ 。

当 ε 为小量时, 在周期 2π 内将 \dot{a} 与 $\dot{\theta}$ 沿 $0 \sim 2\pi$ 积分, 再作平均, 即:

$$\begin{cases} \frac{da}{dT} = \frac{1}{4\pi} \left\{ (\chi_2 - w^2) + \frac{3}{4}a^2\chi_4 - \frac{M_0}{a} \left[\frac{2\Omega \sin \frac{2\pi\Omega}{w} \cos\theta}{\Omega^2 - w^2} + \frac{2w \sin\theta \left(1 - \cos \frac{2\pi\Omega}{w}\right)}{\Omega^2 - w^2} \right] \right\} \\ \frac{d\theta}{dT} = \frac{1}{4\pi} \frac{\left[\frac{\chi_1 a (\Omega^2 - w^2)}{M_0} + 2w \cos\theta \left(\cos \frac{2\pi\Omega}{w} - 1 \right) \right]}{2\Omega \sin \frac{2\pi\Omega}{w}} \end{cases} \quad (11)$$

3 幅频特性分析

研究式 (11) 的定常解, 选取频率比 $\eta = \Omega/w$ 。当频率比取 $\eta \in (1.4, 1.5)$ 时, 系统幅频曲线如图 4 所示, 此时摩擦力矩系数 $\zeta = 1.2$ 。结果表明, 在该频率比区间内, 转动振动幅值随外激励频率增大而增大, 在 $\eta \in (1.47, 1.50)$ 范围内出现多解, 呈现非线性特征, 曲线存在滞后性, 表征为硬特性; 同时, 该现象呈现周期性, 在 $0.5n$ (n 为正整数) 倍频附近均出现同样现象, 幅频曲线特征相同。

如图 4b 所示, 在频率比为 $\eta = 0.5$ 附近, 出现幅频曲线滞后性, 且多解频带带宽较 $\eta = 1.5$ 附近值减小; 经分析, 随 n 值的增加, 多解频带带宽呈现增加趋势。

表征振幅和相位与未知参数间的关系, 并用周期平均值作变换, 其求解过程简单, 广泛适用于求解非线性系统的解析解。本文研究外激励幅值和频率对系统的影响, 因此通过平均法获取外激励和固有频率关系较为适宜。

采用平均法求解空气舵转动特性动力学方程 (4) 中的 α , 取:

$$\alpha = a \cos(wT + \theta) \quad (5)$$

则

$$\dot{\alpha} = -aws\sin(wT + \theta) - a\dot{\theta}s\sin(wT + \theta) + \dot{a}\cos(wT + \theta) \quad (6)$$

令

$$a\dot{\theta}s\sin(wT + \theta) - \dot{a}\cos(wT + \theta) = 0 \quad (7)$$

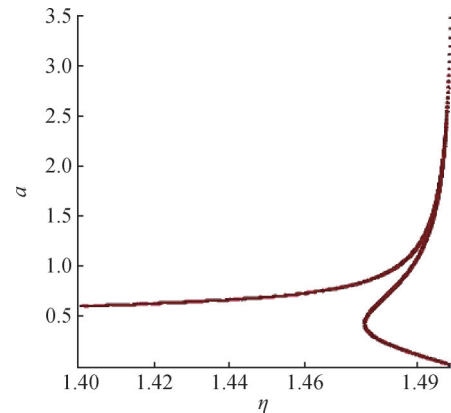
从而得到:

$$\ddot{\alpha} = -aw^2\cos(wT + \theta) - aw\dot{\theta}\cos(wT + \theta) - \dot{a}w\sin(wT + \theta) \quad (8)$$

将式 (5) ~ (8) 代入方程 (4), 得到:

$$\begin{cases} \frac{da}{dT} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \dot{a}d\varphi \\ \frac{d\theta}{dT} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \dot{\theta}d\varphi \end{cases} \quad (10)$$

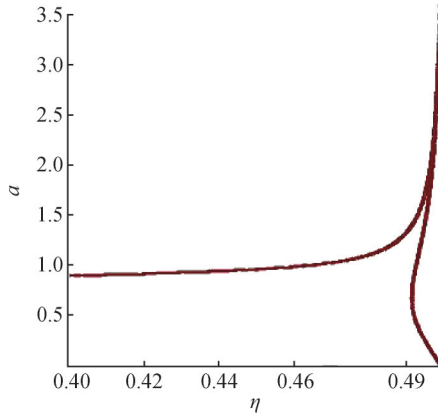
从而得到幅值和相位的导数, 即:



a) $\eta \in (1.4, 1.5)$

图4 不同频率比区间幅频曲线

Fig.4 Amplitude-frequency curves of different frequency ratios



b) $\eta \in (0.4, 0.5)$

续图4

取定频率比 $\eta \in (1.4, 1.5)$, 改变摩擦力矩系数, 得到不同摩擦参数对转动振动的幅频曲线, 见图5。随着摩擦力矩系数的增加, 多解频带带宽增加, 滞后特性更加显著。

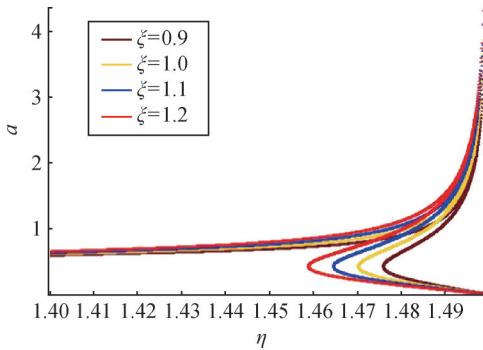


图5 不同摩擦力矩系数的幅频曲线

Fig.5 Amplitude-frequency curves of different friction moment coefficients

当摩擦力矩系数 $\zeta=1.8$ 时, 在频率比为 $\eta \in (1.5, 1.6)$ 范围内出现与图3相反的滞后特性, 幅频曲线表征为软特性, 如图6所示。

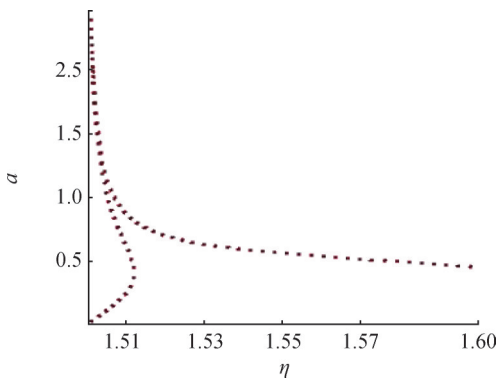


图6 $\zeta=1.8$ 时幅频特性曲线

Fig.6 Amplitude-frequency curves on $\zeta=1.8$

4 结论

本文研究空气舵转动特性振动模型, 应用平均法求解得到转动幅频响应曲线, 分析得到响应的非线性特性。结论如下:

- a) 在特定区间内, 空气舵转动特性振动幅值随外激励频率增大而增大;
- b) 外激励频率变化时, 幅频曲线呈现非线性特性, 频域出现多解频带;
- c) 转动特性多解频带在 $0.5n$ (n 为正整数) 倍频激励时均存在, 频带带宽随 n 值增加而增大;
- d) 频域多解频带随摩擦力矩系数的增大而增大, 且不同的摩擦力矩系数使得扭转幅频曲线在 $0.5n$ (n 为正整数) 倍频附近出现强弱不同的非线性迟滞特性。

参 考 文 献

- [1] 王成华, 及红娟, 童轶男. 舵结构系统的飞行自激振动特性[J]. 振动工程学报, 2014(6): 858-862.
WANG Chenghua, JI Hongjuan, TONG Yinan. Self-excited vibration for a rudder structure system in flight[J]. Journal of Vibration Engineering, 2014(6): 858-862.
- [2] 赵永辉, 胡海岩. 具有操纵面间隙非线性二维翼段的气动弹性分析[J]. 航空学报, 2003, 24(6): 521-525.
ZHAO Yonghui, HU Haiyan. Aeroelastic analysis of a two-dimensional airfoil with control surface freeplay nonlinearity[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2003, 24(6): 521-525.
- [3] 王乐, 朱辰, 周剑波. 空气舵系统连接刚度识别及颤振模态跟踪方法[J]. 战术导弹技术, 2017(2): 52-57.
WANG Le, ZHU Chen, ZHOU Jianbo. Method of joint stiffness identification and flutter mode tracking of air rudder system[J]. Tactical Missile Technology, 2017(2): 52-57.
- [4] 张仁嘉, 吴志刚, 杨超. 电动伺服舵系统动力学建模及颤振分析[J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(7): 1368-1376.
ZHANG Renjia, WU Zhigang, YANG Chao. Dynamic modeling and flutter analysis of a fin-actuator system[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(7): 1368-1376.
- [5] 刘芳, 丁千. 含间隙折叠舵面的主共振响应分析[J]. 航空动力学报, 2016, 31(12): 2965-2971.
LIU Fang, DING Qian. Primary resonance response analysis on folding rudder with gaps[J]. Journal of Aerospace Power, 2016, 31(12): 2965-2971.

(下转第33页)

- [3] WU Nan, CHEN Lei, LEI Yongjun. Adaptive Estimation algorithm of boost-phase trajectory using binary asynchronous observation[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering, 2016, 230(14): 2661-2672.
- [4] 周宏仁. 机动目标“当前”统计模型与自适应跟踪算法[J]. 航空学报, 1983, 4(1): 73-86.
ZHOU Hongren. A “current” statistical model and adaptive tracking algorithm for maneuvering targets[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 1983, 4(1): 73-86.
- [5] JULIER S, UHLMANN J. Unscented filtering and nonlinear estimation[J]. Proc. IEEE, 2004, 92(3): 401-422.
- [6] 吴楠. 助推滑翔飞行器预警探测滤波方法与误差链研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2015.
WU Nan. Study on filtering methods and error chain in the boost glide vehicle warning and detection[D]. Changsha: National Defense Science and Technology University, 2015.
- [7] 毛艺帆, 张多林, 王路. 美国SBIRS-HEO卫星预警能力分析[J]. 红外技术, 2014, 36(6): 467-470.
MAO Yifan, ZHANG Duolin, WANG Lu. Analysis on early warning capability of USA's SBIRS-HEO satellite[J]. Infrared Technology, 2014, 36(6): 467-470.
- [8] 刘尊洋, 李修和. SBIRS-GEO预警卫星工作机理与探测参数分析[J]. 激光与红外, 2018, 48(3): 363-368.
LIU Zunyang, LI Xiuhé. Study on working mechanism and detecting parameters of SBIRS-GEO early warning satellites[J]. Laser & Infrared, 2018, 48(3): 363-368.

作者简介

储雪峰 (1988—), 男, 助理工程师, 主要研究方向为空间目标数据处理及应用。

吴楠 (1984—), 男, 博士, 讲师, 主要研究方向为空间目标数据处理及应用。

王锋 (1975—), 男, 博士, 副教授, 主要研究方向为空间目标数据处理及应用。

皇甫列锋 (1978—), 男, 工程师, 主要研究方向为军械储存与管理。

(上接第28页)

- [6] 王强, 马志赛, 张欣, 等. 基于模态综合法的含间隙折叠舵面动态特性分析[J]. 航空学报, 2020, 41(5): 202-210.
WANG Qiang, MA Zhisai, ZHANG Xin, et al. Dynamic characteristics analysis for a folding fin with freeplay nonlinearities based on mode synthesis method[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2020, 41(5): 202-210.
- [7] 王树国, 郭丽峰, 廖鹏泰, 等. 基于平均法的单自由度非线性系统幅频分析[J]. 机械强度, 2019(2): 303-308.
WANG Shuguo, GUO Lifeng, LIAO Pengtai, et al. Based on averaging method analysis of the single degree of freedom amplitude frequency[J]. Journal of Mechanical Strength, 2019(2): 303-308.
- [8] 丁千, 翟红梅. 机械系统摩擦动力学研究进展[J]. 力学进展, 2013(1): 112-131.
DING Qian, ZHAI Hongmei. The advance in researches of friction dynamics in mechanics system[J]. Advances in Mechanics, 2013(1): 112-131.

作者简介

隋鑫 (1992—), 男, 博士, 高级工程师, 主要研究方向为飞行器总体设计、技术创新管理。

马之馨 (1993—), 女, 工程师, 主要研究方向为智能算法。

刘博 (1982—), 男, 博士, 研究员, 主要研究方向为载荷与力学环境设计。

马志赛 (1988—), 男, 博士, 副教授, 主要研究方向为航空航天结构动力学研究。

王晓宇 (1995—), 男, 工程师, 主要研究方向为飞行器总体设计。