

文章编号: 2097-1974(2024)02-0001-06

DOI: 10.7654/j.issn.2097-1974.20240201

新型零泊松比类蜂窝结构面内非线性刚度研究

廖学知¹, 王洪波², 李宝玉¹, 赵晓宁¹

(1. 中国运载火箭技术研究院, 北京, 100076; 2. 中国航天科技集团有限公司, 北京, 100048)

摘要: 几何非线性刚度研究对变形飞行器结构大变形的应用具有重要意义。为研究具有正弦波纹壁的零泊松比类蜂窝结构面内大变形时的非线性力学行为, 基于非线性梁理论, 考虑几何非线性建立了大变形下的非线性力学模型。利用有限元仿真验证了理论分析方法的正确性, 通过参数分析讨论了几何参数对等效应力-应变曲线的影响。结果表明, 随着应变的增加, 结构的几何非线性造成结构的等效拉伸刚度增大; 应力-应变曲线受波纹度、蜂窝角、厚度比的影响较大, 受高度比影响不明显。

关键词: 蜂窝结构; 波纹结构; 几何非线性; 力学性能; 零泊松比

中图分类号: TB332; V47

文献标识码: A

Study on the In-plane Nonlinear Stiffness of a Novel Zero Poisson's Ratio Quasi-honeycomb Structure

LIAO Xuezhi¹, WANG Hongbo², LI Baoyu¹, ZHAO Xiaoning¹

(1. China Academy of Launch Vehicle Technology, Beijing, 100076; 2. China Aerospace Science and Technology Co. Ltd, Beijing, 100048)

Abstract: The geometrically non-linear stiffness response of morphing aircraft structures is crucial for applications with large deformations. In order to study the nonlinear mechanical behavior of zero Poisson's ratio honeycomb structure with sinusoidal corrugated walls during large deformation in plane, a nonlinear mechanic model with consideration for geometric nonlinear is established based on nonlinear beam theory. It is verified by comparison with non-linear structural analysis with FEM. The stress-strain relationships with different parameters are obtained. The results show that the geometric nonlinear increases the equivalent stiffness with the increase in strain, and the stress-strain curves are greatly affected by corrugation ratio, thickness ratio, and inclination angle, but not by height ratio.

Keywords: honeycomb structure; corrugated structure; geometric nonlinearity; mechanical characteristic; zero Poisson's ratio

0 引言

变形飞行器已成为当今飞行器发展的一个主要研究方向, 而可变形结构无疑是其中最为关键的研究对象之一^[1]。为了适应结构的大变形, 结构需要具有较低的面内刚度及较大的变形能力, 以减小变形过程中对驱动力的要求并满足外形变化需求^[2]。

蜂窝结构作为可变形结构的典型代表, 自身的拓扑形式可呈现出不同的力学特性和泊松比效应, 以满足各种变形需求, 由于其具有轻质量以及可设计性强的优点, 吸引了国内外众多工程技术人员开展相关研究^[3-4]。其中零泊松比蜂窝结构由于其零泊松比特性,

在用于实现以变展长为例的一维变形过程时不会引起弦长等外形参数的变化, 可简化变形翼的结构设计, 降低控制系统的复杂度, 因此得到广泛关注。刘卫东等^[5-6]对零泊松比手风琴蜂窝结构的面内外等效模量进行了理论建模与参数分析。Chen等^[7]基于剪纸工艺研制了弯曲型零泊松比SILICOMB蜂窝样件, 并对其刚度性能进行了研究。Gong等^[8]提出了一种四角星形零泊松比蜂窝结构, 能在变形时保证整体结构曲率光滑。黄建等^[9-10]将传统六边形蜂窝结构与薄板连接组装在一起构成了一种新型零泊松比构型, 并建立了其面内等效拉伸、剪切、弯曲模量的理论表达式。

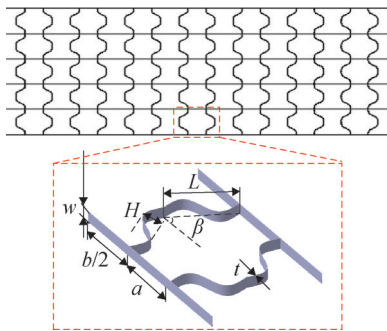
可以看出, 研究者们基于弹性小变形假设对各类蜂窝结构的力学性能进行了广泛研究。但值得注意的是, 几何非线性对蜂窝结构的力学性能也有显著影响, 上述方法在大变形情况下会出现较大的误差^[11-12]。葛萌等^[13]以六边形蜂窝结构为对象, 研究了几何非线性对蜂窝面内等效弹性模量和泊松比的影响。石庆华等^[14]针对手风琴式蜂窝结构, 基于梁模型建立了几何非线性模型。

综上所述, 几何非线性是影响蜂窝结构力学性能的重要因素, 而对于具有曲壁的零泊松比蜂窝结构, 几何大变形下的非线性行为尚未被充分考虑。本文针对具有正弦波纹壁的新型零泊松比类蜂窝结构, 基于几何非线性梁理论建立了其大变形下的力学模型, 利用有限元数值方法对其正确性进行验证, 详细讨论了结构几何参数对其大变形下力学性能的影响, 获得的相关结果可以为变形飞行器伸缩翼等大变形结构的设计提供重要支撑。

1 理论建模与仿真

1.1 结构介绍

新型零泊松比类蜂窝结构的详细几何构型如图1所示。该结构典型特征为以正弦波纹结构作为蜂窝结构的倾斜壁板, 依靠波纹结构出色的变形能力, 使其获得更优的面内伸缩变形能力。此外, 采用直梁连接各个胞元, 以使该结构在纵向伸缩时, 横向不会产生明显变形, 因此呈现出典型的零泊松比特性, 有利于一维伸缩变形。



L —胞元倾斜壁直线长度; H —幅值; a —单胞内波纹壁间隔长度; b —单胞间波纹壁间隔长度; β —蜂窝角; t —壁厚; w —壁高。

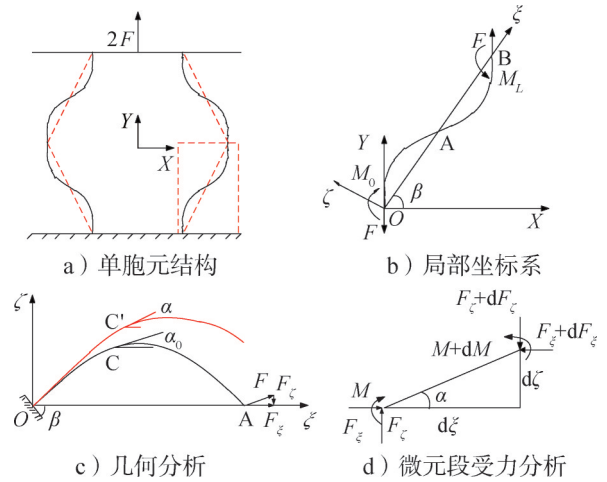
图1 新型零泊松比结构示意

Fig.1 Schematic diagram of the novel zero Poisson's ratio structure

1.2 理论模型

面内变形能力主要取决于如图2a所示单胞元结构, 选取最小特征单元进行分析。根据反对称性, 取半个周期的正弦波纹结构进行分析。为方便对波纹斜壁进行变形分析, 沿斜壁方向建立如图2b所示局部坐标系 $O\xi\zeta$, 在该坐标系下波纹斜壁板满足如下的几何关系:

$$\zeta = \frac{H}{2} \sin\left(\frac{2\pi\xi}{L}\right) \quad (1)$$



F —纵向拉伸力; M —弯矩。

图2 结构纵向拉伸示意

Fig.2 Force analysis of longitudinal tensile force

首先进行几何分析, 如图2c所示, 记变形前轴线上一点的直角坐标为 $C: (\xi, \zeta) = (\xi_c, \zeta_c)$, 其坐标满足式(1)所描述的几何关系, 此外记弧长坐标为 s_0 , 变形前轴线切线与 ξ 轴正向的夹角为 α_0 , 其满足:

$$\cos(\alpha_0) = \frac{1}{\sqrt{1 + \left[\frac{\pi H}{L} \cos\left(\frac{2\pi\xi}{L}\right)\right]^2}} \quad (2)$$

假设在变形后轴线上点 C 沿 ξ 和 ζ 方向上分别移动 u 和 v 后至 C' , 其坐标表示为 $C': (\xi', \zeta') = (\xi_c + u, \zeta_c + v)$, 变形后轴线切线与 ξ 轴正向的夹角变为 α 。根据微分几何关系可得:

$$\begin{cases} \frac{d\xi'}{ds_0'} = \cos \alpha \\ \frac{d\xi'}{ds_0'} = \sin \alpha \\ \frac{d\xi}{ds_0} = \cos \alpha_0 \\ \frac{d\xi}{ds_0} = \sin \alpha_0 \end{cases} \quad (3)$$

此外根据几何条件可得变形前后弧长 ds_0 、 ds_0' 分别满足以下关系:

$$ds_0 = \sqrt{(d\xi)^2 + (d\zeta)^2} \quad (4)$$

$$ds'_0 = \sqrt{(d\xi')^2 + (d\zeta')^2} = \lambda ds_0 \quad (5)$$

其中 λ 为轴线伸长率，进一步可用其来表示轴线应变 ε_0 ：

$$\varepsilon_0 = \frac{ds'_0 - ds_0}{ds_0} = \lambda - 1 \quad (6)$$

由于存在初始曲率，各纵向线段并不等长，与轴线平行的任意弧长微段可表示为

$$ds = ds_0 + \eta d\alpha_0, \left(\frac{-t}{2} \leq \eta \leq \frac{t}{2} \right) \quad (7)$$

式中 t 为波纹壁厚度； η 为截面上的局部纵向坐标。

假设变形后 ds 变为 ds' ，变形所引起的截面法线的变化角度 α_1 ，则变形后轴线切线与 ξ 轴正向的夹角满足 $\alpha = \alpha_0 + \alpha_1$ ，进一步可得变形后与轴线平行的任意弧长微段为

$$ds' = ds'_0 + \eta(d\alpha_0 + d\alpha_1) \quad (8)$$

同式 (6)，可将梁截面任意部位的应变表示如下：

$$\varepsilon = \frac{ds' - ds}{ds} \quad (9)$$

将式 (7)、(8) 代入式 (9) 可得：

$$\varepsilon = \frac{(\varepsilon_0 + \eta k_1)}{(1 + \eta k_0)} \quad (10)$$

其中 k_0 和 k_1 分别对应曲梁轴线初始曲率和曲率增量：

$$\begin{cases} k_0 = d\alpha_0/ds_0 \\ k_1 = d\alpha_1/ds_0 \end{cases} \quad (11)$$

因此变形后的曲率表示如下：

$$k = \frac{d\alpha}{ds'_0} = \frac{k_0 + k_1}{\lambda} \quad (12)$$

接下来对力的平衡关系进行分析。如图 2b 所示，将单元所受的纵向拉伸力沿波纹壁延伸方向 (ξ) 和垂直方向 (ζ) 进行分解，可得：

$$\begin{cases} F_\xi = F \sin(\beta) \\ F_\zeta = F \cos(\beta) \end{cases} \quad (13)$$

则对于任意截面，其所受轴向力 N 满足：

$$N = F_\xi \cos \alpha + F_\zeta \sin \alpha \quad (14)$$

对于轴线而言，其伸长率则可表示为

$$\lambda = \frac{N}{EA} + 1 \quad (15)$$

其中 EA 为截面所对应的拉伸刚度。

根据图 2d 的微元段受力分析，由于波纹壁只受到端部载荷作用，因此可以得到任意微段截面的剪力，轴力以及弯矩满足如下方程：

$$\begin{cases} \frac{dF_H}{ds_0} = 0 \\ \frac{dF_V}{ds_0} = 0 \\ \frac{dM}{ds_0} = \lambda(F_\xi \sin \alpha - F_\zeta \cos \alpha) \end{cases} \quad (16)$$

考虑到任意截面的内外力平衡关系，且尚不考虑材料的非线性，即假设物理关系为线弹性，结合式 (10) 可得轴向力 N 和弯矩 M 满足：

$$\begin{cases} N = EA_1 \varepsilon_0 + ES_1 k \\ M = ES_1 \varepsilon_0 + EI_1 k_1 \end{cases} \quad (17)$$

其中 A_1, S_1, I_1 为截面系数，定义为

$$(A_1, S_1, I_1) = \int_A \frac{1}{1 + k_0 \eta} (1, \eta, \eta^2) dA \quad (18)$$

根据式 (17) 则可用轴向力和弯矩来描述轴线应变和曲率：

$$\begin{cases} k_1 = \frac{A_1 M - S_1 N}{E(I_1 A_1 - S_1^2)} \\ \varepsilon_0 = \frac{I_1 N - S_1 M}{E(I_1 A_1 - S_1^2)} \end{cases} \quad (19)$$

综上，结合式 (2)、式 (14) ~ (16)、式 (19)，可将坐标 ξ 作为基本未知量，构成考虑几何非线性的用于求解大变形的微分方程组，具体如下：

$$\begin{cases} \frac{d\xi'}{d\xi} = \lambda \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_0} \\ \frac{d\zeta'}{d\xi} = \lambda \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha_0} \\ \frac{d\alpha}{d\xi} = \frac{k_0 + k_1}{\cos \alpha_0} \\ \frac{dF_H}{d\xi} = 0 \\ \frac{dF_V}{d\xi} = 0 \\ \frac{dM}{d\xi} = \frac{\lambda}{\cos \alpha_0} (F_\xi \sin \alpha - F_\zeta \cos \alpha) \end{cases} \quad (20)$$

该方程是一组高度非线性的微分方程组，实质上是边值问题。在受纵向拉伸载荷作用时，其边界条件如图 2c 所示，在固定端 O 满足：

$$\begin{cases} \xi' = 0 \\ \zeta' = 0 \\ \alpha = \arccos \frac{L}{\sqrt{L^2 + [\pi H]^2}} \\ F_\xi = F \sin \beta \\ F_\zeta = F \cos \beta \end{cases} \quad (21)$$

在 A 端由于反对称性，边界条件满足：

$$M = 0 \quad (22)$$

本文采用打靶法将其转换为初值问题，使用有限差分法进行初值迭代，并采用 Runge-Kutta 法对其

模型进行求解。根据求解所获得的A端位移变量 u_A 、 v_A ，结合坐标变换关系，可得单胞元整体纵向位移如下：

$$\delta_y = 4(u_A \sin \beta + v_A \cos \beta) \quad (23)$$

综上，对于该新型结构，通过求解 δ_y 可将其面内等效应力 σ_y 、等效应变 ε_y 以及等效刚度 K 表示如下：

$$\begin{cases} \sigma_y = \frac{2F}{w(a+b)} \\ \varepsilon_y = \frac{\delta_y}{2L \sin(\beta)} \\ K = \frac{2F}{\delta_y} \end{cases} \quad (24)$$

1.3 仿真模型

为验证理论分析结果的正确性，本文采用Abaqus软件对结构纵向大变形工况下的力学响应进行数值验证。本研究采用各向同性材料进行数值模拟，参数选用弹性模量 $E=200$ GPa和泊松比 $\nu=0.3$ 。选取典型单胞元进行分析，对底部施加固定约束，上表面施加力载荷，分别进行线性静力分析求解和考虑几何非线性的求解。其中在大变形情况下，采用完全牛顿法进行求解。模型使用S8R壳单元划分网格，经网格无关性检验，其网格尺寸设置为 $L/40$ 。为验证理论模型对各个几何参数变化的适用性，设计3组仿真与理论解进行对比验证，其模型参数见表1，分析模型如图3所示。

表1 仿真模型参数设计

Tab.1 Parameter design of simulation model

序号	波纹度(H/L)	蜂窝角(β)(°)	厚度比(t/L)	高度比(w/L)
A	0	30	0.01	0.2
B	0.2	45	0.02	0.4
C	0.4	60	0.04	0.8

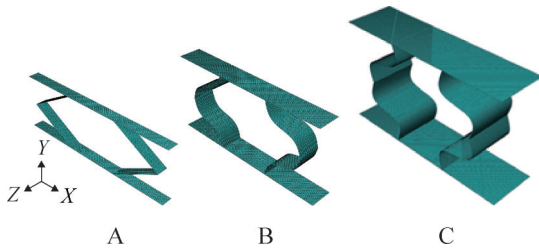


图3 有限元模型示意

Fig.3 Finite element calculation model

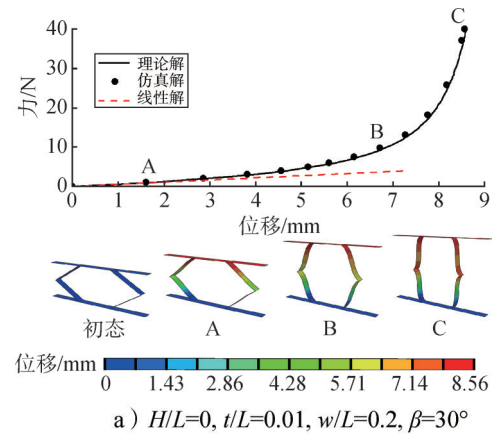
2 结果分析与讨论

2.1 仿真验证与分析

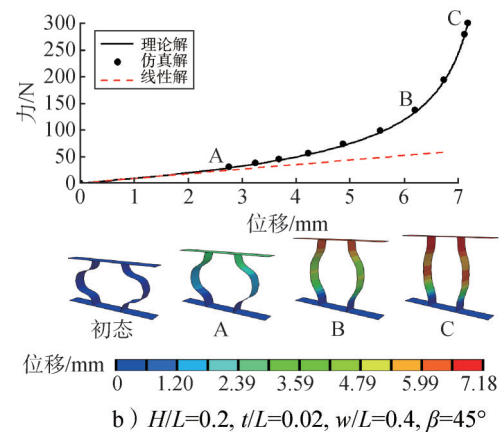
图4描述了不同结构参数下，载荷-位移曲线的理论求解结果与有限元求解结果的对比情况，并包含了

结构的初始态以及不同阶段的结构变形。从图4中可以看出在同样的载荷作用下，位移的理论求解结果略小于有限元数值计算结果，这是由于理论推导过程未考虑剪切变形的影响。载荷-位移的最大误差不超过4%，说明本文理论解与有限元仿真结果吻合程度较好，验证了理论分析方法在不同几何参数变化条件下的适用性和有效性。此外几何线性模型与几何非线性模型在变形较大的条件下存在较大的差异，因此线性模型无法适用于大变形条件。

从图4中可以看出载荷随着位移的增大先缓慢增加，再急剧增加，呈现典型的非线性特征。在小位移条件下，考虑几何非线性的求解结果与几何线性条件下的解接近，载荷与位移呈近似线性关系。结合变形图A，可以发现此时结构以弯曲变形为主，变形刚度较小。在大位移条件下，考虑几何非线性的求解结果远大于线性条件下的结果，载荷与位移也近似呈线性关系。从变形图C可以看出，大变形条件下，结构主要以拉伸变形为主，变形刚度较大。

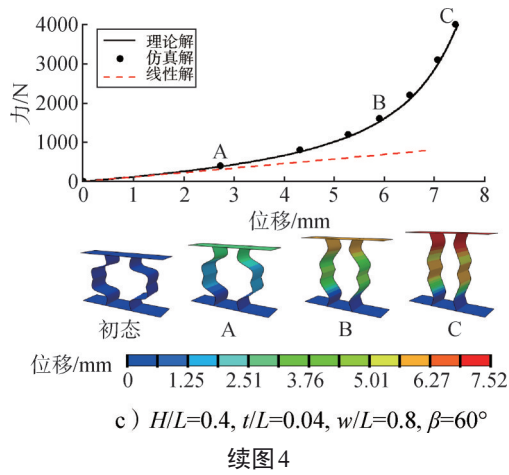


a) $H/L=0, t/L=0.01, w/L=0.2, \beta=30^\circ$



b) $H/L=0.2, t/L=0.02, w/L=0.4, \beta=45^\circ$

图4 有限元结果与理论结果的载荷-位移曲线对比及结构变形
Fig.4 The comparison between theoretical calculation results and FEM results of force VS displacement curve and structure deformations



续图4

此外，对比图4a~4c，可以发现不同的几何参数下，为达到同样的变形效果、实现同样的位移，需要施加的载荷具有较明显差异，这反映了结构参数对其力学性能有重要影响。

2.2 几何参数对等效应力-应变曲线的影响

图5展示了该结构大变形过程中典型的等效应力-应变曲线。由图5可以发现，该结构在纵向拉伸过程中可为分3个阶段，第I1阶段为以弯曲变形为主的拉直阶段，第I2阶段为过渡阶段，第I3阶段为以轴向变

形为主的拉伸阶段。其中拉直和拉伸阶段可近似为线性区，其斜率分别对应小变形阶段等效弹性模量 E_1 和大变形阶段等效弹性模量 E_2 。

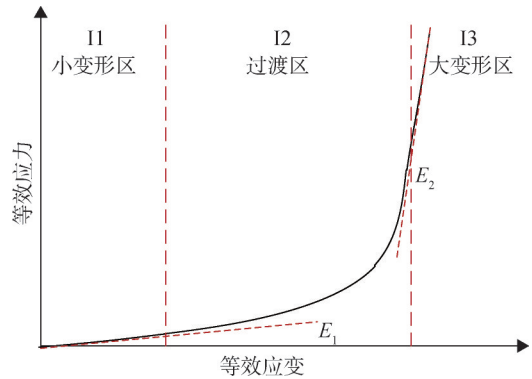


图5 典型非线性等效应力-应变曲线

Fig.5 Typical nonlinear equivalent stress vs strain curve

本研究采用无量纲化的方法，分析各几何参数对等效应力-应变曲线的影响。图6分别描述了不同的波纹幅值、蜂窝角、壁厚、壁高条件下的等效应力-应变曲线变化情况，可以发现整体均符合图5中典型非线性等效应力-应变曲线变化规律。此外该规律在不同的胞元大小下同样适用。

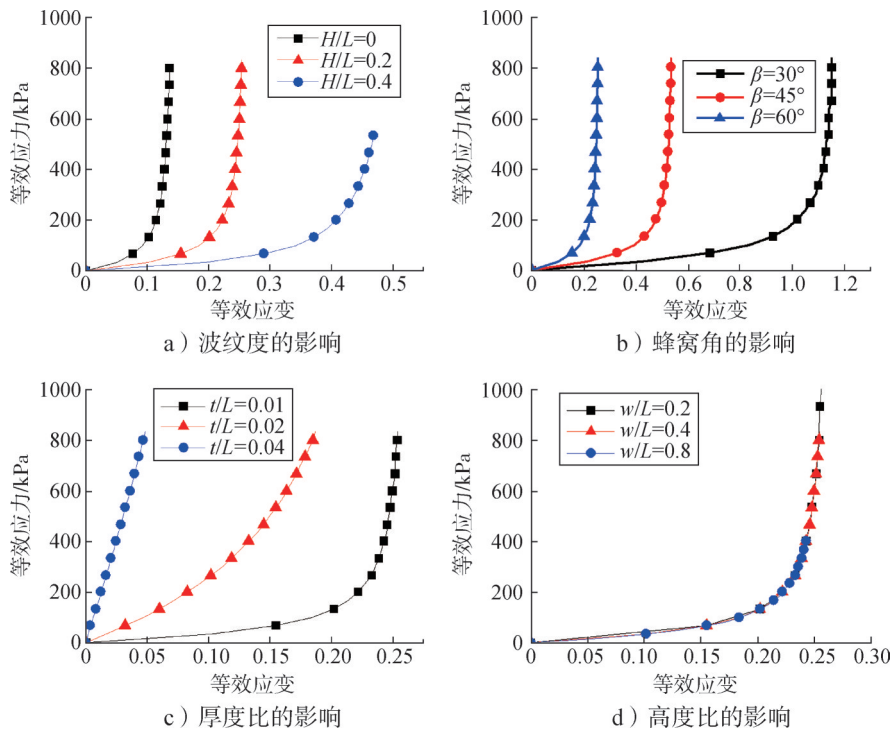


图6 等效应力-应变曲线随结构参数的变化

Fig.6 Variations of the equivalent stress vs strain performance with structural parameters

图 6a 展示了在 $t/L=0.01$, $w/L=0.4$, $\beta=60^\circ$ 时, H/L 分别为 0、0.2、0.4 情况下等效应力-应变的变化规律。当 $H/L=0$ 时, 结构将退化为手风琴式零泊松比蜂窝结构。从图 6 中可以看出, 与 H/L 为 0 时的结果对比, 可以发现波纹壁的引入, 一方面可以使得驱动结构产生大变形时的力减小, 另一方面可以增加线性变形的小变形区的范围, 这都有利于变形飞行器的结构实现。此外, 不同波纹幅值情况下, E_1 随波纹度的增大而减小, 另一方面小变形区的范围随波纹度的增大而增大。图 6b 展示了在 $H/L=0.2$, $t/L=0.01$, $w/L=0.4$ 时, β 分别为 30° 、 45° 、 60° 情况下等效应力应变的变化规律。根据图 6b 可以发现随着蜂窝角的增大, E_1 逐渐增大, 小变形区减小明显, E_2 则几乎不变。这是由于小变形区的拉直过程一定程度上可视为蜂窝角由小变大的过程, 当蜂窝角到达一定程度时进入了拉伸为主的变形区域, 而初始蜂窝角的增大则使其较早地进入该区域, 导致 I1、I2 阶段的弹性模量逐渐增大。进入大变形区后, 最终都进入了拉伸阶段, 该部分的弹性模量主要受截面属性的影响, 因此对初始蜂窝角的变化不敏感。图 6c 展示了在 $H/L=0.2$, $w/L=0.4$, $\beta=60^\circ$ 时, t/L 分别为 0.01、0.02、0.04 情况下等效应力-应变的变化规律, 根据图 6c 可以看出厚度比对等效应力-应变曲线影响明显, 随着厚度比的增大, 小变形段的弹性模量迅速增加, 这是由于厚度比的增大将使得波纹壁的弯曲刚度增大。图 6d 展示了在 $H/L=0.2$, $t/L=0.01$, $\beta=60^\circ$ 时, w/L 分别为 0.2、0.4、0.8 情况下等效应力-应变的变化规律, 可以看出应力应变曲线不受高度比的影响。

3 结论

本文针对以正弦波纹壁组成的零泊松比类蜂窝结构, 基于非线性梁理论建立了面内大变形条件下的非线性刚度理论模型, 揭示了其几何非线性行为, 为变形飞行器中大变形结构的设计与应用提供了理论支撑。文中通过有限元对比验证以及结构参数化分析, 得出以下结论:

a) 在大载荷的作用下, 结构变形依次经历以弯曲变形为主的小变形阶段、过渡阶段以及以拉伸变形为主大变形阶段, 在小变形和大变形阶段应力随应变近似线性增加, 大变形阶段弹性模量远大于小变形阶段;

b) 相比于直壁蜂窝结构, 波纹壁的引入不仅使

得结构小变形阶段的刚度降低, 并且使得线性区增加, 这有利于实现结构的大变形及工程应用;

c) 小变形区对应等效弹性模量随波纹度 H/L 的增大而减小, 随蜂窝角 β 、厚度比 t/L 的增大而增大, 小变形区的范围则与之相反, 两者对高度比 w/L 的变化均不敏感;

d) 大变形区对应等效弹性模量主要受壁厚影响, 随厚度比 t/L 的增大而显著增大, 其他几何参数对其影响较小。

参 考 文 献

- [1] 白鹏, 陈钱, 徐国武, 等. 智能可变形飞行器关键技术发展现状及展望[J]. 空气动力学学报, 2019, 37(3): 426-443.
BAI Peng, CHEN Qian, XU Guowu, et al. Development status of key technologies and expectation about smart morphing aircraft[J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2019, 37(3): 426-443.
- [2] 尹维龙, 石庆华. 变体飞行器蒙皮材料与结构研究综述[J]. 航空制造技术, 2017, 536(17): 24-29.
YIN Weilong, SHI Qinghua. Review of material and structure for morphing aircraft skin[J]. Aeronautical Manufacturing Technology, 2017, 536(17): 24-29.
- [3] QI C, JIANG F, YANG S. Advanced honeycomb designs for improving mechanical properties: a review[J]. Composites Part B: Engineering, 2021(227): 109393.
- [4] 郭瑜超, 王立凯, 聂小华, 等. 特殊内凹形蜂窝结构等效扭转刚度研究[J]. 导弹与航天运载技术, 2019(1): 122-126.
GUO Yuchao, WANG Likai, NIE Xiaohua, et al. Study on equivalent torsional stiffness of special honeycomb with concave cells[J]. Missiles and Space Vehicles, 2019(1): 122-126.
- [5] 刘卫东, 李红林. 零泊松比手风琴蜂窝等效模量[J]. 固体力学学报, 2018, 39(1): 100-112.
LIU Weidong, LI Honglin. Equivalent modulus of accordion honeycomb with zero Poisson's ratio[J]. Acta Mechanica Solida Sinica, 2018, 39(1): 100-112.
- [6] LIU W, ZHU H, ZHOU S, et al. In-plane corrugated cosine honeycomb for 1D morphing skin and its application on variable camber wing[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2013, 26(4): 935-942.
- [7] CHEN Y, SCARPA F, REMILLAT C, et al. Curved Kirigami SILICOMB cellular structures with zero Poisson's ratio for large deformations and morphing[J]. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, 2013, 25(6): 731-743.
- [8] GONG X B, HUANG J, SCARPA F, et al. Zero Poisson's ratio cellular structure for two-dimensional morphing applications[J]. Composite Structures, 2015, 134(15): 384-392.

- WU Qiong, MIAO Weishou ZHANG Yidui, et al. A mechanical tension overload protection device[P]. China: ZL201910289485.3, 2020-10-30.
- [9] 吴琼, 苗卫首, 张以都, 等. 一种连杆式的空中回收装置[P]. 中国: ZL201910290054.9, 2020-10-02.
- WU Qiong, MIAO Weishou ZHANG Yidui, et al. A connecting rod type air recovery device[P].China: ZL201910290054.9, 2020-10-02.
- [10] 史献林, 余莉. 翼伞空中回收系统的研究及其进展[J]. 航天返回与遥感, 2008, 29(1): 1-10.
- SHI Xianlin, YU Li. The study and development of the parafoil mid-air retrieval system[J]. Spacecraft Recovery & Remote Sensing,

2008, 29(1): 1-10.

作者简介

- 郑正路 (1985—), 男, 高级工程师, 主要研究方向为航天运输领域结构总体设计。
- 汪小卫 (1983—), 男, 研究员, 主要研究方向为航天运输领域总体设计。
- 吴 琼 (1980—), 男, 研究员, 主要研究方向为数字化仿真。
- 隋 毅 (1985—), 男, 高级工程师, 主要研究方向为翼伞总体设计。
- 徐振亮 (1984—), 男, 高级工程师, 主要研究方向为力学环境设计。

(上接第6页)

- [9] HUANG J, GONG X, ZHANG Q, et al. In-plane mechanics of a novel zero Poisson's ratio honeycomb core[J]. Composites Part B: Engineering, 2016(89): 67-76.
- [10] HUANG J, ZHANG Q H, SCARPA F, et al. Bending and benchmark of zero Poisson's ratio cellular structures[J]. Composite Structures, 2016(152): 729-736.
- [11] QIU K P, WANG Z, ZHANG W H. The effective elastic properties of flexible hexagonal honeycomb cores with consideration for geometric nonlinearity[J]. Aerospace Science and Technology, 2016 (58): 258-266.
- [12] ZHAO Y, GE M, MA W. The effective in-plane elastic properties of hexagonal honeycombs with consideration for geometric nonlinearity[J]. Composite Structure, 2020, 234(2): 1-11.
- [13] 葛萌, 赵阳, 马文来, 等. 考虑几何非线性的蜂窝芯结构弹塑性分析[J]. 中国科学: 技术科学, 2022, 52(3): 458-472.
- GE Meng, ZHAO Yang, MA Wenlai, et al. Elastoplastic analysis of honeycombs with consideration for geometric nonlinearity[J]. Scientia Sinica Technologica, 2022, 52(3): 458-472.

- [14] 石庆华, 尹维龙. 大变形蜂窝结构的几何非线性建模与力学分析[C]. 呼和浩特: 第二十一届全国复合材料学术会议(NCCM 21), 2020.
- SHI Qinghua, YIN Weilong. Geometrically nonlinear model and analysis of morphing honeycomb with large deformation[C]. Huhhot: Proceedings of the 21st National Conference on Composite Materials (NCCM-21), 2020.

作者简介

- 廖学知 (1996—), 男, 博士, 工程师, 主要研究方向为飞行器总体设计。
- 王洪波 (1972—), 男, 博士, 研究员, 主要研究方向为飞行器总体设计。
- 李宝玉 (1984—), 男, 博士, 研究员, 主要研究方向为飞行器总体设计。
- 赵晓宁 (1982—), 男, 博士, 研究员, 主要研究方向为飞行器总体设计。