

文章编号: 2097-1974(2024)01-0064-07

DOI: 10.7654/j.issn.2097-1974.20240112

基于MIMO-ESO的高速飞行器自抗扰控制

樊轶, 秦昌茂, 董添, 王兴
(中国运载火箭技术研究院, 北京, 100076)

摘要: 针对高速飞行器无动力再入过程中具有强耦合、气动参数摄动及不确定性的非线性姿态模型, 设计了高速飞行器MIMO-ESO自抗扰姿态控制器。考虑各通道间的耦合影响, 结合自抗扰控制中的扩张状态观测器及非线性状态误差反馈律, 将不确定性、耦合及参数摄动等干扰作为“总和干扰”, 利用扩张状态观测器进行估计并动态反馈补偿, 再利用非线性状态误差反馈律抑制补偿残差。仿真结果表明, MIMO-ESO自抗扰控制器能够克服干扰及气动参数大范围摄动的影响, 在获取良好的动态品质和跟踪性能的同时, 具有较强的鲁棒性, 克服了实际工程中难以建立精确被控模型并获取参数摄动范围的困难, 具有工程应用价值。

关键词: 高速飞行器; 总和干扰; 扩张状态观测器; 非线性状态误差反馈律; 自抗扰控制器

中图分类号: V448.22

文献标识码: A

ADRC Attitude Controller Design for Hypersonic Vehicle based on MIMO-ESO

FAN Yi, QIN Changmao, DONG Tian, WANG Xing
(China Academy of Launch Vehicle Technology, Beijing, 100076)

Abstract: For the hypersonic vehicle nonlinear attitude mode in reentry process with a strong coupling, aerodynamic parameter perturbations and non-deterministic, the hypersonic vehicle MIMO-ESO ADRC attitude controller is designed. Extended state observer and nonlinear law state error feedback are combined, interference such as uncertainty, coupling and parameter perturbations as is put "the sum of interference", the extended state observer is used to estimate and dynamic feedback compensation, nonlinear law state error feedback is used to inhibit residual of compensation. ADRC controller is charged without a precise model of vehicle, and without precise perturbation boundaries of aerodynamic parameters. Simulation results show that the MIMO-ESO ADRC attitude controller can overcome the impact of large-scale perturbations of interference and aerodynamic parameters, have good dynamic qualities and tracking capabilities, also have strong robustness. It overcomes the difficulty of establishing accurate controlled model and obtaining parameter perturbation range in practical engineering, and has engineering application value.

Keywords: hypersonic vehicle; the sum of interference; MIMO-ESO; nonlinear law state error feedback; active disturbance rejection control

0 引言

高速飞行器近年来成为研究的热点^[1], 无动力再入过程中具有的复杂非线性、控制通道间强耦合及气动参数不确定性的因素增加了控制器设计的困难。目前已有的鲁棒控制^[2-3]、自适应控制^[4-5]等方法, 被控系统的线性化模型包含复杂的高阶导数函数, 不便于工程实际应用。滑模控制^[6-8]通过设计虚拟控制量来补偿不确定性的影响, 但是滑模控制是基于不确定性的上界设计的, 要求其界为已知或是为状态变量的已

知函数, 这在实际应用中很难实现。

自抗扰控制器^[9] (Auto Disturbance Rejection Controller, ADRC) 是一种依靠过程误差来消除误差的方法, 不依赖于系统模型, 通过扩张状态观测器 (Extended States Observer, ESO) 估计“总和扰动”来获得对象模型中的内扰和外扰的实时作用量, 并进行实时动态反馈补偿, 实现系统的线性化, 又采用了非线性反馈控制律 (Nonlinear States Error Feedback Control Laws, NLSEF) 来抑制补偿残差, 提高控制

性能^[10-11]。自抗扰控制技术经过十几年的发展,已逐步成熟,德州仪器在2013年发布以自抗扰技术为核心的运动控制芯片,进一步证明了自抗扰技术在工程应用上的巨大潜力^[12-13]。

本文基于高速飞行器无动力再入姿态非线性模型,设计了MIMO-ESO自抗扰姿态控制器。将不确定项、未建模动态、耦合影响、参数摄动及干扰影响作为“总和干扰”,利用ESO进行估计并动态反馈补偿,再利用NLSEF抑制补偿残差,依靠自抗扰不依赖模型的特点,解决了模型复杂线性化及滑模控制需要摄动界的问题。按照ESO稳定性条件选择参数,可以获得良好的动态品质和跟踪性能,并能够克服干扰及气动参数大范围摄动的影响,具有较强的鲁棒性。

1 高速飞行器建模

将飞行器绕质心运动方程投影到弹体坐标系并展开得到以下方程组:

$$\begin{aligned}\dot{\omega}_x &= \frac{(I_y - I_z)}{I_x} \omega_y \omega_z + \frac{1}{I_x} l \\ \dot{\omega}_y &= \frac{(I_z - I_x)}{I_y} \omega_x \omega_z + \frac{1}{I_y} m\end{aligned}\quad (1)$$

$$\begin{aligned}\dot{\omega}_z &= \frac{(I_x - I_y)}{I_z} \omega_y \omega_x + \frac{1}{I_z} n \\ \dot{\alpha} &= \omega_z - \omega_x \cos \alpha \tan \beta + \omega_y \sin \alpha \tan \beta - \frac{1}{mV \cos \beta} \\ &\quad (Y + mg \cos \theta \cos \gamma_c)\end{aligned}\quad (2)$$

$$\dot{\beta} = \omega_x \sin \alpha + \omega_y \cos \alpha + \frac{1}{mV} (Z - mg \cos \theta \sin \gamma_c) \quad (3)$$

$$\dot{\gamma}_c = \omega_x \frac{\cos \alpha}{\cos \beta} - \omega_y \frac{\sin \alpha}{\cos \beta} + \frac{1}{mV} [Y (\sin \theta \sin \gamma_c + \tan \beta) +$$

$$Z \sin \theta \cos \gamma_c + mg \cos \theta \cos \gamma_c \tan \beta]$$

式中 ω_x 、 ω_y 和 ω_z 分别为滚转、偏航和俯仰角速度; θ 为飞行器弹道倾角; α 、 β 和 γ_c 分别为飞行器的攻角、侧滑角和速度倾斜角; I_x 、 I_y 和 I_z 为飞行器的主转动惯量; m 为飞行器质量,无动力再入过程中一般为常值。

X 、 Y 和 Z 分别是阻力、升力和侧向力。

$$\begin{aligned}X &= C_X \rho V^2 S / 2 = C_X q S \\ Y &= C_Y \rho V^2 S / 2 = C_Y q S \\ Z &= C_Z \rho V^2 S / 2 = C_Z q S\end{aligned}\quad (5)$$

式中 ρ 为大气密度; V 为飞行速度; S 为飞行器的翼面参考面积; q 为动压; C_X 、 C_Y 和 C_Z 分别为阻力系数、升力系数和侧向力系数。

$$\begin{aligned}C_X &= C_{X,\alpha} + C_{X,\delta_e} + C_{X,\delta_a} + C_{X,\delta_r} \\ C_Y &= C_{Y,\alpha} + C_{Y,\delta_e} + C_{Y,\delta_a} \\ C_Z &= C_{Z,\beta} + C_{Z,\delta_e} + C_{Z,\delta_a} + C_{Z,\delta_r}\end{aligned}\quad (6)$$

式中 δ_e 、 δ_a 、 δ_r 分别为左、右升降副翼和方向舵3个舵面的偏转角; l 、 m 和 n 分别为滚转力矩、偏航力矩和俯仰力矩。

$$\begin{aligned}l &= C_l q b S \\ m &= C_m q b S + X_{cg} Z \\ n &= C_n q c S + X_{cg} (X \sin \alpha + Y \cos \alpha)\end{aligned}\quad (7)$$

式中 b 为翼展长度; c 为平均气动翼弦; C_l 、 C_m 和 C_n 分别为滚转、偏航和俯仰力矩系数。

$$\begin{aligned}C_l &= C_{l,\beta} + C_{l,\delta_e} + C_{l,\delta_a} + C_{l,\delta_r} + C_{l,\omega_x} \frac{\omega_x b}{2V} + C_{l,\omega_y} \frac{\omega_y b}{2V} \\ C_m &= C_{m,\beta} + C_{m,\delta_e} + C_{m,\delta_a} + C_{m,\delta_r} + C_{m,\omega_x} \frac{\omega_x b}{2V} + C_{m,\omega_y} \frac{\omega_y b}{2V} \\ C_n &= C_{n,\alpha} + C_{n,\delta_e} + C_{n,\delta_a} + C_{n,\delta_r} + C_{n,\omega_z} \frac{\omega_z c}{2V}\end{aligned}\quad (8)$$

设状态变量 $\mathbf{x} = [\alpha \ \beta \ \gamma_c \ \omega_x \ \omega_y \ \omega_z]^T$, $\boldsymbol{\delta} = [\delta_e \ \delta_a \ \delta_r]^T$, 将上述方程组改写为MIMO非线性系统形式,则高速飞行器无动力再入姿态模型为如下包含不确定项的非线性系统:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x}) \boldsymbol{\delta} \quad (9)$$

其中:

$$\begin{aligned}\mathbf{f}(\mathbf{x}) &= [f_\alpha \ f_\beta \ f_{\gamma_c} \ f_{\omega_x} \ f_{\omega_y} \ f_{\omega_z}]^T \\ f_\alpha &= \omega_z - \omega_x \cos \alpha \tan \beta + \omega_y \sin \alpha \tan \beta - \\ &\quad \frac{1}{mV \cos \beta} [qSC_{Y,\alpha} + mg \cos \theta \cos \gamma_c] \\ f_\beta &= \omega_x \sin \alpha + \omega_y \cos \alpha + \frac{1}{mV} [qSC_{Z,\beta} - mg \cos \theta \sin \gamma_c] \\ f_{\gamma_c} &= \omega_x \frac{\cos \alpha}{\cos \beta} - \omega_y \frac{\sin \alpha}{\cos \beta} + \frac{g}{V} \cos \theta \cos \gamma_c \tan \beta + \\ &\quad \frac{1}{mV} [qSC_{Y,\alpha} (\sin \theta \sin \gamma_c + \tan \beta) + qSC_{Z,\beta} \sin \theta \cos \gamma_c] \\ f_{\omega_x} &= \frac{(I_y - I_z)}{I_x} \omega_y \omega_z + \frac{1}{I_x} q b S \left(C_{l,\beta} + C_{l,\omega_x} \frac{\omega_x b}{2V} + C_{l,\omega_y} \frac{\omega_y b}{2V} \right) \\ f_{\omega_y} &= \frac{(I_z - I_x)}{I_y} \omega_x \omega_z + \frac{1}{I_y} q b S \left(C_{m,\beta} + C_{m,\omega_x} \frac{\omega_x b}{2V} + C_{m,\omega_y} \frac{\omega_y b}{2V} \right) + \\ &\quad \frac{1}{I_y} X_{cg} q S C_{Z,\beta} \beta \\ f_{\omega_z} &= \frac{(I_x - I_y)}{I_z} \omega_y \omega_x + \frac{1}{I_z} q c S \left(C_{n,\alpha} + C_{n,\omega_z} \frac{\omega_z c}{2V} \right) + \\ &\quad \frac{1}{I_z} X_{cg} q S (C_{X,\alpha} \sin \alpha + C_{Y,\alpha} \cos \alpha)\end{aligned}$$

$\mathbf{g}(\mathbf{x})$ 是一个6×3的矩阵:

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \mathbf{g}_{\alpha,\delta_e} & \mathbf{g}_{\alpha,\delta_a} & 0 \\ \mathbf{g}_{\beta,\delta_e} & \mathbf{g}_{\beta,\delta_a} & \mathbf{g}_{\beta,\delta_r} \\ \mathbf{g}_{\gamma_c,\delta_e} & \mathbf{g}_{\gamma_c,\delta_a} & \mathbf{g}_{\gamma_c,\delta_r} \\ \mathbf{g}_{\omega_x,\delta_e} & \mathbf{g}_{\omega_x,\delta_a} & \mathbf{g}_{\omega_x,\delta_r} \\ \mathbf{g}_{\omega_y,\delta_e} & \mathbf{g}_{\omega_y,\delta_a} & \mathbf{g}_{\omega_y,\delta_r} \\ \mathbf{g}_{\omega_z,\delta_e} & \mathbf{g}_{\omega_z,\delta_a} & \mathbf{g}_{\omega_z,\delta_r} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{g}_{\alpha,\delta_e} = -\frac{qSC_{Y,\delta_e}}{mV \cos \beta}, \mathbf{g}_{\alpha,\delta_a} = -\frac{qSC_{Y,\delta_a}}{mV \cos \beta}, \mathbf{g}_{\beta,\delta_e} = \frac{qSC_{Z,\delta_e}}{mV}$$

$$\begin{aligned}
g_{\beta, \delta_a} &= \frac{qSC_{Z, \delta_a}}{mV}, g_{\beta, \delta_r} = \frac{qSC_{Z, \delta_r}}{mV} \\
g_{\gamma, \delta_c} &= \frac{qS [C_{Y, \delta_c} (\sin \theta \sin \gamma_c + \tan \beta) + C_{Z, \delta_c} \sin \theta \cos \gamma_c]}{mV} \\
g_{\gamma, \delta_a} &= \frac{qS [C_{Y, \delta_a} (\sin \theta \sin \gamma_c + \tan \beta) + C_{Z, \delta_a} \sin \theta \cos \gamma_c]}{mV} \\
g_{\gamma, \delta_r} &= \frac{qSC_{Z, \delta_r} \sin \theta \cos \gamma_c}{mV}, g_{\omega_x, \delta_c} = \frac{qbSC_{l, \delta_c}}{I_x} \\
g_{\omega_x, \delta_a} &= \frac{qbSC_{l, \delta_a}}{I_x}, g_{\omega_x, \delta_r} = \frac{qbSC_{l, \delta_r}}{I_x} \\
g_{\omega_y, \delta_c} &= \frac{qbSC_{m, \delta_c}}{I_y} + \frac{X_{cg} qSC_{Z, \delta_c}}{I_y} \\
g_{\omega_y, \delta_a} &= \frac{qbSC_{m, \delta_a}}{I_y} + \frac{X_{cg} qSC_{Z, \delta_a}}{I_y} \\
g_{\omega_y, \delta_r} &= \frac{qbSC_{m, \delta_r}}{I_y} + \frac{X_{cg} qSC_{Z, \delta_r}}{I_y} \\
g_{\omega_z, \delta_c} &= \frac{qcSC_{n, \delta_c}}{I_z} + \frac{X_{cg} qS (\sin \alpha C_{X, \delta_c} + \cos \alpha C_{Y, \delta_c})}{I_z} \\
g_{\omega_z, \delta_a} &= \frac{qcSC_{n, \delta_a}}{I_z} + \frac{X_{cg} qS (\sin \alpha C_{X, \delta_a} + \cos \alpha C_{Y, \delta_a})}{I_z} \\
g_{\omega_z, \delta_r} &= \frac{qcSC_{n, \delta_r}}{I_z} + \frac{X_{cg} qS \sin \alpha C_{X, \delta_r}}{I_z}
\end{aligned}$$

上述符号中 $g_{i,j}$ 为气动参数项, 具体参数详见文献 [15]。与一般低速飞行器不同的是, 各个气动参数项都是攻角和马赫数的函数, 并且包含气动参数摄动引起的不确定性, 增强了通道间的耦合, 导致控制器设计更加复杂和困难。

2 基于MIMO-ESO的自抗扰控制

2.1 基于MIMO-ESO的自抗扰控制器设计

针对式 (9), 扩张状态观测器ESO的设计是整个自抗扰控制器的核心。每个通道均为一阶系统, 因而只需重构二阶扩张状态观测器ESO。控制量 δ 的输入矩阵参数 B 与气动参数相关, 虽然有相关参数可参考, 但是并不是精确值, 故 B 取参考的气动参数作为标称值 B_0 。由于 $f(x)$ 也存在参数摄动及不确定项, 因此用 $f(\cdot)$ 代替, $f(\cdot)$ 为总的项, 包括 $f(x)$ 及外部环境、未建模动态、耦合影响等干扰。

用估计值 g_0 代替 $g(x)$, $f(\cdot)$ 代替 $f(x)$, 则式 (9) 可等效为

$$\dot{x} = a(t) + U \quad (10)$$

其中:

$$\begin{aligned}
a(t) &= f(\cdot) + (g(x) - g_0)\delta \\
U &= g_0\delta
\end{aligned}$$

系统测量方程为

$$y = x = [\alpha \quad \beta \quad \gamma_c \quad \omega_x \quad \omega_y \quad \omega_z]^T$$

对式 (10) 的6个通道均配置相同结构、相同参数的二阶ESO。推广的二阶MIMO-ESO方程为

$$\begin{aligned}
e_1 &= z_{11} - x \\
\dot{z}_{11} &= z_{12} - b_{11}e_1 + U \\
\dot{z}_{12} &= -b_{12} \text{fal}(e_1, a_1, \sigma_1)
\end{aligned} \quad (11)$$

其中, b_{11} , b_{12} , a_1 , σ_1 均为标量, $b_{11} > 0$, $b_{12} > 0$, $0 < a_1 < 1$ 。 e_1 , z_{11} , \dot{z}_{11} , z_{12} , \dot{z}_{12} 均为 6×1 的矢量。

$$e_1 = \begin{bmatrix} e_{11} \\ e_{12} \\ e_{13} \\ e_{14} \\ e_{15} \\ e_{16} \end{bmatrix}, \text{fal}(e_1, a_1, \sigma_1) = \begin{bmatrix} \text{fal}(e_{11}, a_1, \sigma_1) \\ \text{fal}(e_{12}, a_1, \sigma_1) \\ \text{fal}(e_{13}, a_1, \sigma_1) \\ \text{fal}(e_{14}, a_1, \sigma_1) \\ \text{fal}(e_{15}, a_1, \sigma_1) \\ \text{fal}(e_{16}, a_1, \sigma_1) \end{bmatrix} \quad (12)$$

上式中非线性函数 $\text{fal}(e, a, \sigma)$ 为

$$\text{fal}(e, a, \delta) = \begin{cases} e \times \delta^{a-1} & |e| \leq \delta \\ |e|^a \text{sgn}(e) & |e| > \delta \end{cases}$$

式中 $\text{sgn}(e)$ 为 e 的符号函数。

只要ESO中参数选择合适, 满足二阶ESO的稳定性条件: $b_{11}^2 > 4b_{12}\sigma_1^{a_1-1}$, 则稳态时, ESO状态将有下列收敛关系:

$$z_{11} \rightarrow x, z_{12} \rightarrow a(t) = f(\cdot) + (g(x) - g_0)\delta$$

即ESO状态将分别实时估计出弹体角速度和模型中总不确定项 $a(t)$ 。利用估计值 z_{12} , 对式 (8) 实施下列动态反馈补偿律:

$$U = U_0 - z_{12} \quad (13)$$

则式 (10) 被动态反馈线性化为单积分系统: $\dot{x} = U_0$ 。

可见, 动态补偿后, 从控制输入 U_0 至输出 x 之间的6个通道成为并行的6个单积分器系统, 6个通道得到了解耦, 并且采用ESO实现这种动态反馈补偿无需已知 $f(\cdot)$ 和精确的参数值, 允许带有参数摄动、不确定项和干扰影响, 因而无需精确的弹体姿态动力学模型。

尽管ESO对系统总扰动有出色的估计能力, 动态反馈补偿后, 不可避免地仍存在补偿残差。为了快速抑制补偿残差, 控制律采用具有非线性(非光滑)反馈效应的非线性状态误差反馈律, 对积分系统进行控制。

非线性状态误差反馈律:

$$\begin{aligned}
e_0 &= x^* - z_{11} \\
U_0 &= b_0 \text{fal}(e_0, a_0, \sigma_0)
\end{aligned} \quad (14)$$

其中:

$$\begin{aligned}
e_0 &= [e_{01} \quad e_{02} \quad e_{03} \quad e_{04} \quad e_{05} \quad e_{06}]^T \\
x^* &= [\alpha^* \quad \beta^* \quad \gamma_c^* \quad \omega_x^* \quad \omega_y^* \quad \omega_z^*]^T
\end{aligned}$$

式中 b_0, a_0, σ_0 可通过调整, 避免在零点附近产生颤振, $b_0 > 0, 0 < a_0 < 1$ 。 $[\alpha^*, \beta^*, \gamma_c^*]$ 为期望姿态角, $[\omega_x^*, \omega_y^*, \omega_z^*]$ 为跟踪期望姿态角所需要的期望角速度, 为实时仿真量。

由式 (10) 可得飞行器操纵舵面的控制指令 δ (下式称为静态解耦律):

$$\delta = \mathbf{g}_0^{-1} \mathbf{U} \quad (15)$$

式 (11) ~ 式 (15) 构成了自抗扰姿态控制器。

2.2 稳定性分析及误差分析

式 (9) 在 MIMO-ESO 自抗扰控制器作用下成为如下系统:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{a}(\mathbf{t}) + \mathbf{U}_0 - \mathbf{z}_{12} \\ \mathbf{U}_0 &= b_0 \mathbf{fal}(e_0, a_0, \sigma_0) \end{aligned} \quad (16)$$

其中:

$$\begin{aligned} e_1 &= \mathbf{z}_{11} - \mathbf{x}, e_2 = \mathbf{z}_{12} - \mathbf{a}(\mathbf{t}) \\ \dot{e}_1 &= e_2 - b_{11} e_1, \dot{e}_2 = -b_{12} \mathbf{fal}(e_1, a_1, \sigma_1) - \dot{\mathbf{a}}(\mathbf{t}) \end{aligned}$$

下面对自抗扰控制系统的稳定性进行证明, 先定义如下函数:

$$V_1 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m g_{2i}^2(e_{1i}, e_{2i}) \quad (17)$$

$$g_{2i}(e_{1i}, e_{2i}) = \begin{cases} |h_{2i}(e_{1i}, e_{2i})| |h_{2i}(e_{1i}, e_{2i})| > g_{1i}(e_{1i}) \\ g_{1i}(e_{1i}) & |h_{2i}(e_{1i}, e_{2i})| \leq g_{1i}(e_{1i}) \end{cases} \quad (18)$$

$$h_{2i}(e_{1i}, e_{2i}) = e_{2i} - b_{11} e_{1i} + k g_{1i}(e_{1i}) \operatorname{sgn}(e_{1i}) \quad (19)$$

$$g_{1i}(e_{1i}) = \frac{b_{12}}{k b_{11}} |\mathbf{fal}(e_{1i}, a_1, \sigma_1)|, k > 1, i = 1, \dots, m \quad (20)$$

引理 1: $G_2 = \{(e_{1i}, e_{2i}) : |h_{2i}(e_{1i}, e_{2i})| \leq g_{1i}(e_{1i})\}$ 为系统的自稳定域^[14]。

定理 1: 对系统 (13), 假设扩张状态量 $a(t)$ 对时间变化量 $-\dot{\mathbf{a}}(t) = [-\dot{a}_1(t), \dots, -\dot{a}_m(t)]^T$ 有界, 即 $|\dot{a}_i(t)| < w, i = 1, 2, \dots, m$ 时, $w > 0$, 若系统满足:

$$\text{a) } b_{11}^2 > (1+k)c_2 b_{12} \sigma^{a_1-1} \quad (21)$$

$$\text{b) } b_{11} g_{2i} > \frac{c_2}{c_2-1} w (c_2 > 1, i = 1, \dots, m) \quad (22)$$

则 $\dot{V}_1 < 0$, 系统为稳定系统。

证明: $\dot{V}_1 = \sum_{i=1}^m [g_{2i}(e_{1i}, e_{2i}) \dot{g}_{2i}(e_{1i}, e_{2i})]$,

当 $|h_{2i}(e_{1i}, e_{2i})| > g_{1i}(e_{1i})$ 时,

$$\begin{aligned} \dot{V}_{1i} &= g_{2i}(e_{1i}, e_{2i}) \dot{g}_{2i}(e_{1i}, e_{2i}) = h_{2i} \dot{h}_{2i} = \\ & h_{2i} \left[\frac{\partial h_{2i}}{\partial e_{2i}} \cdot \dot{e}_{2i} + \frac{\partial h_{2i}}{\partial e_{1i}} \cdot \dot{e}_{1i} \right] < h_{2i} w + \frac{\partial h_{2i}}{\partial e_{1i}} h_{2i}^2 - \\ & h_{2i} \left(b_{12} \frac{|\mathbf{fal}_{1i}|}{g_{1i}} + k \frac{\partial h_{2i}}{\partial e_{1i}} \right) g_{1i} \operatorname{sgn}(e_{1i}) = h_{2i} w + \frac{\partial h_{2i}}{\partial e_{1i}} h_{2i}^2 + \\ & k^2 h_{2i} g_{1i} \left| \frac{d g_{1i}}{d e_{1i}} \right| \leq h_{2i} w - b_{11} h_{2i}^2 + k h_{2i}^2 \left| \frac{d g_{1i}}{d e_{1i}} \right| + k^2 h_{2i} g_{1i} \left| \frac{d g_{1i}}{d e_{1i}} \right| \end{aligned}$$

将式 (21)、(22) 代入可得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_{1i} &\leq \frac{(c_2-1)}{c_2} b_{11} h_{2i} g_{1i} - b_{11} h_{2i}^2 + (1+k) h_{2i}^2 \frac{b_{12}}{b_{11}} \left| \frac{d \mathbf{fal}_{1i}}{d e_{1i}} \right| = \\ & -\frac{1}{c_2} b_{11} h_{2i}^2 + (1+k) h_{2i}^2 \frac{b_{12}}{b_{11}} \left| \frac{d \mathbf{fal}_{1i}}{d e_{1i}} \right| < 0 \end{aligned}$$

由上式成立, 可设:

$$b_{11}^2 > (1+k)c_2 b_{12} \left| \frac{d \mathbf{fal}_{1i}}{d e_{1i}} \right| \quad (23)$$

若 $d \mathbf{fal}_{1i} = |e_{1i}|^{a_1}$, 设 $b_{11}^2 > (1+k)c_2 b_{12} a_1 |e_{1i}|^{a_1-1}$,

当 $e_{1i} \rightarrow 0$ 时, $b_{11} \rightarrow \infty$ 。

为此将 $\mathbf{fal}_{1i} = \begin{cases} |e_{1i}|^{a_1} \operatorname{sgn}(e_{1i}) & |e_{1i}| > \sigma \\ e_1 \sigma^{a_1-1} & |e_{1i}| \leq \sigma \end{cases}$ 代入, 可得

$b_{11}^2 > (1+k)c_2 b_{12} \sigma^{a_1-1}$, 当满足式 (23) 时, $\dot{V}_{1i} < 0$ 且 $\dot{V}_1 = \sum_{i=1}^m \dot{V}_{1i} < 0$ 。

当 $|h_{2i}(e_{1i}, e_{2i})| \leq g_{1i}(e_{1i})$, 即:

$$\begin{aligned} |e_{2i} - b_{11} e_{1i} + k g_{1i} \operatorname{sgn}(e_{1i})| &\leq g_{1i} - k g_{1i} \operatorname{sgn}(e_{1i}) - g_{1i} \\ &\leq e_{2i} - b_{11} e_{1i} \leq -k g_{1i} \operatorname{sgn}(e_{1i}) + g_{1i} \end{aligned}$$

此时,

$$\dot{V}_{1i} = \left(\frac{b_{12}}{k b_{11}} \right)^2 |\mathbf{fal}_{1i}| \left| \frac{d \mathbf{fal}_{1i}}{d e_{1i}} \right| \dot{e}_{1i} \operatorname{sgn}(e_{1i}) = \left(\frac{b_{12}}{k b_{11}} \right)^2 |\mathbf{fal}_{1i}| \left| \frac{d \mathbf{fal}_{1i}}{d e_{1i}} \right| \frac{e_{1i} \dot{e}_{1i}}{|e_{1i}|}$$

令 $\left(\frac{b_{12}}{k b_{11}} \right)^2 |\mathbf{fal}_{1i}| \left| \frac{d \mathbf{fal}_{1i}}{d e_{1i}} \right| = F$, 则,

$$\begin{aligned} \dot{V}_{1i} &= F e_{1i} \dot{e}_{1i} = F e_{1i} (e_{2i} - b_{11} e_{1i}) \leq F e_{1i} (-k g_{1i} \operatorname{sgn}(e_{1i}) + g_{1i}) = \\ & F (-k g_{1i} |e_{1i}| + g_{1i} e_{1i}) < -F (k-1) g_{1i} |e_{1i}| < 0 \end{aligned}$$

于是, 定理 1 得证。

由定理 1 及式 (19) 可知 $g_{1i} = \frac{c_2}{(c_2-1)b_{11}} w$ 为自稳定域边界。

$$|h_{2i}| = \frac{c_2}{(c_2-1)b_{11}} w \quad |h_{2i}| > g_{1i} \quad (24)$$

$$g_{1i} = \frac{c_2}{(c_2-1)b_{11}} w \quad |h_{2i}| \leq g_{1i}$$

即:

$$\begin{aligned} e_{1i}^* &= \max \{|e_{1i}|\} = \left[\frac{k c_2 w}{b_{11} (c_2-1)} \right]^{\frac{1}{a_1}} \\ e_{2i}^* &= \max \{|e_{2i}|\} = b_{11} e_{1i}^* - \frac{(k-1)c_2 w}{b_{11}(c_2-1)} \end{aligned}$$

式中 e_{1i}^*, e_{2i}^* 分别为反应扩张状态观测器对状态量 $x(t)$ 及扩张状态量 $a(t)$ 的最大估计误差。

当 $b_{11} > \frac{k c_2 w}{(c_2-1)}$ 时, a_1 越小, e_{1i}^*, e_{2i}^* 也越小, 表示 a_1

越小, 扩张观测器对总和的扰动的估计越精确, 且抗干扰能力越强。

再定义函数 $V_2 = \frac{1}{2}(x^* - x)^T(x^* - x)$,

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= \frac{1}{2}(\dot{x}^* - \dot{x})^T(x^* - x) = (\dot{x}^* - a(t) - U_0 + z_{12})^T(x^* - x) = \\ &= -V_0^T(x^* - x) + (\dot{x}^* - a(t) + z_{12})^T(x^* - x) = \\ &= -b_0 \sum_{i=1}^m |(x^* - x)_i|^{1-a_0} + (\dot{x}^* - e_2)^T(x^* - x) \end{aligned}$$

因此, 当满足不等式 $b_0 |(x^* - x)_i| > |[\dot{x}^* + e_2]_i|$ 时, $\dot{V}_2 < 0$ 成立。

其中, $[A]_i$ 表示 A 的第 i 个元素。

因此, 自抗干扰控制系统的静态跟踪误差为

$$|(x^* - x)_i| < \left| \frac{[\dot{x}^* + e_2]_i}{b_0} \right|^{\frac{1}{a_0}} \quad (25)$$

当 $b_0 > |[\dot{x}^* + e_2]_i|$ 时, a_0 越小, 跟踪误差越小。

定义 $V = V_1 + V_2$, 当同时满足式 (22) 和式 (25) 时, $\dot{V} = \dot{V}_1 + \dot{V}_2 < 0$ 自抗干扰控制系统稳定。

3 仿真分析

以某型BTT导弹模型为例进行仿真^[15], α^* 和 γ_c^* 分别如图1和图3中实线对应的制导指令信号所示, 由BTT导弹的协调要求直接令 $\beta^* = 0$ 。仿真中角度为弧度单位, 输出转换为角度单位, 气动参数摄动范围为 $\pm 50\%$, 考察控制系统在气动参数大范围摄动情况下的性能。

选择设计参数: $b_{11} = 80$, $b_{12} = 0.001$, $a_1 = 0.5$, $\sigma_1 = 0.01$; $b_0 = 200$, $a_0 = 1$, $\sigma_0 = 0.01$ 。

将上述参数代入式 (21), 计算可得:

$$(1+k)c_2 b_{12} \sigma_1^{a_1-1} = 0.01 \times (1+k)c_2 b_{11}^2 = 6400 \quad (26)$$

取 k 、 c_2 满足式 (26), 为便于计算, 取 $k=2$ 、 $c_2=2$, 则 $e_1^* = \frac{w^2}{400}$, $e_2^* = \frac{w^2}{5} - \frac{w}{40}$ 。对于常值跟踪, \dot{x}^* 可取 0, 当 $\frac{w^2}{5} - \frac{w}{40} < 200 = b_0$ 时, $0 < w < 31$, 即扩张状态量 $a(t)$ 对时间变化量 $|\dot{a}_i(t)| < 31$ 时, 自抗干扰控制系统稳定。当 c_2 取较大值且满足式 (26), $\frac{c_2}{c_2-1} \approx 1$, 此时, 计算可知 $0 < w < 63$, 表明自抗干扰控制器参数可适用范围较大。

仿真结果如图1~6所示, 图1为攻角响应曲线, 图2为侧滑角响应曲线, 图3为倾侧角响应曲线, 图4~6为角速度响应曲线。其中, 实线为标准参数下的跟踪曲线, 虚线为气动参数摄动50%时的跟踪曲线, 点线为气动参数摄动-50%时的跟踪曲线。

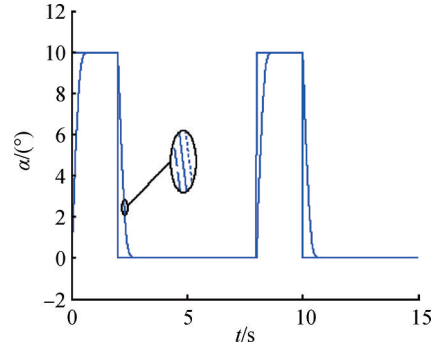


图1 攻角响应曲线

Fig.1 Attack angle

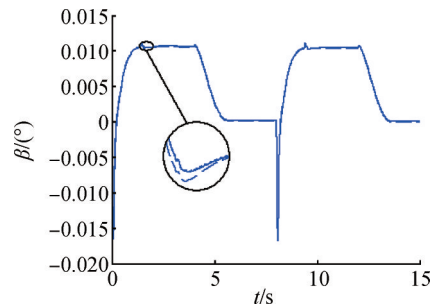


图2 侧滑角响应曲线

Fig.2 Sideslip angle

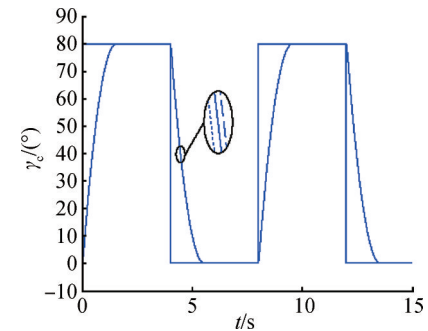


图3 倾侧角响应曲线

Fig.3 Pitch angle

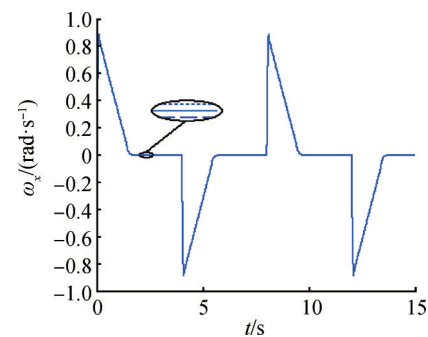


图4 轴向角速度曲线

Fig.4 Axial angular velocity

仿真结果表明, 在标准参数情况下, 攻角及倾侧角均能快速、无超调地跟踪制导指令信号, 具有

良好的动态品质和较高的跟踪精度，侧滑角满足 $|\beta| \leq 0.3^\circ$ 的指标，导弹的最大舵偏转角为 10° ，最大舵偏转角速度为 $40 (\circ) / s$ 。在气动参数大范围摄动的情况下，三通道也均能满足稳定性要求，控制系统仍表现出良好的稳定性和跟踪性能，具有很强的鲁棒性。

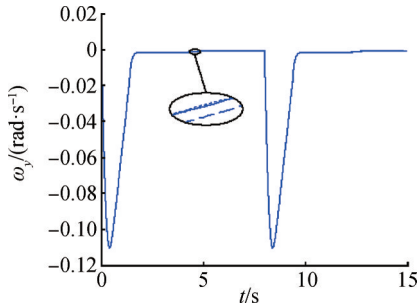


图5 纵向角速度曲线

Fig.5 Longitudinal angular velocity

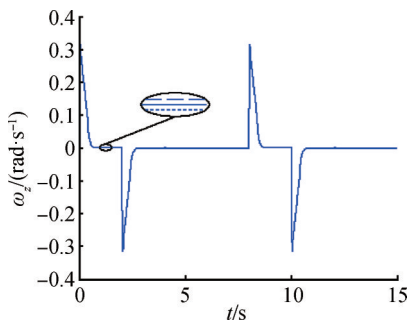


图6 横向角速度曲线

Fig.6 Lateral angular velocity

采用相同的被控对象，分别对传统PID、自抗扰及分数阶PID（Fractional Order PID，FOPID）进行仿真对比分析。在期望输入 $\alpha=10^\circ$ 的输入信号中加入噪声及幅值为 10° （第5s）的脉冲信号，仿真结果如图7所示。

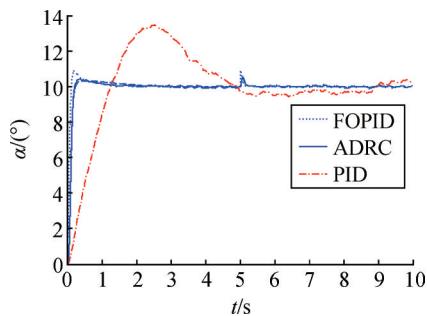


图7 控制器仿真结果

Fig.7 Simulation results of controller

仿真结果统计见表1。从仿真结果数值可以看出，ADRC和FOPID控制器均比传统PID控制效果

好，上升时间短，响应快。ADRC相较于FOPID控制器，上升时间稍大，但超调最小，且具有更高的稳定精度。

表1 仿真结果数值

Tab.1 Simulation results of value

控制器	上升时间/s	超调量/(°)	稳态时间/s	稳态误差/(°)
PID	1.8	0.35	4.7	0.18
FOPID	0.15	0.10	0.5	0.015
ADRC	0.2	0.05	0.4	0.005

4 结束语

本文针对高速飞行器再入的姿态非线性模型，结合自抗扰控制中的扩张状态观测器及非线性状态误差反馈律，设计了具有较强鲁棒性的MIMO-ESO自抗扰姿态控制器，证明自抗扰控制系统稳定性的同时，给出了ESO参数选择和跟踪误差计算方法。该方法能够克服干扰及气动参数大范围摄动的影响，在获取良好的控制性能同时，无需精确的飞行器被控模型，并且对于气动参数也只需标准值或是估计值，无需知道气动参数摄动的界限，克服了实际工程中难以建立精确被控模型并获取参数摄动范围的困难，具有工程应用价值。

参 考 文 献

- [1] BOLENDER M A. An overview on dynamics and controls modelling of hypersonic vehicles[C]. Missouri: 2009 American Control Conference, 2009.
- [2] WANG Q, STENGEL R F. Robust nonlinear control of a hypersonic aircraft[J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 2000, 23(4): 577-584.
- [3] ITO D, WARD D, VALASEK J. Robust dynamic inversion controller design and analysis for the X-38[C]. Montreal: AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, 2001.
- [4] XU H J, MIRMIRANI M, IOANNOU P A. Robust neural adaptive control of a hypersonic aircraft[C]. Texas: AIAA Guidance, Navigation, and Control conference and Exhibit, 2003.
- [5] WALLNER E M, WELL K H. Nonlinear flight control design for the X-38 using CMAC neural networks[C]. Montreal: AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit, 2001.
- [6] XU H J, IOANNOU P A, MIRMIRANI M. Adaptive sliding mode control design for a hypersonic flight vehicle[J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 2004, 25(5): 829-838.
- [7] YANG Junchun, HU Jun, LYU Xiaole. Design of sliding mode tracking control for hypersonic reentry vehicles[C]. Zhangjiajie:

- Proceedings of the 26th Chinese Control Conference, 2007.
- [8] ZHOU Yanxia, WU Yuxiang, HU Yueming. Robust backstepping sliding mode control of a class of uncertain MIMO nonlinear systems[C]. Guangzhou: 2007 IEEE International Conference on Control and Automation, 2007.
- [9] HAN J. From PID to active disturbance rejection control[J]. Industrial Electronics IEEE transactions on, 2009, 56(3): 900-906.
- [10] 朱承元, 杨滌, 翟坤. 无陀螺大挠性多体卫星的自抗扰姿态控制[J]. 计算机仿真, 2005, 22(1): 43-47.
- ZHU Chengyuan, YANG Di, ZHAI Kun. Active disturbance rejection attitude controller for large flexible multi-body satellite without gyroscopes[J]. Computer Simulation, 2005, 22(1): 43-47.
- [11] QI N M, QIN C M, SONG Z G. Improved ADRC cascade decoupling controller design of hypersonic vehicle[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2011, 43(11): 34-38.
- [12] HERBST G. A simulative study on active disturbance rejection control (ADRC) as a control tool for practitioners[J]. Electronics, 2013, 2(3): 246-279.
- [13] TI. TMS320F28069M[R]. TMS320F28068M InstaSPIN(TM) MOTION Software Technical Reference Manual: TEXAS INSTRUMENTS, 2013.
- [14] 黄一, 韩京清. 非线性二阶连续扩张状态观测器的分析与设计[J]. 科学通报, 2000, 45(13): 1373-1379.
- HUANG Yi, HAN Jingqing. Analysis and design of nonlinear second order continuous extended state observer[J]. Science Bulletin, 2000, 45(13): 1373-1379.
- [15] SHAUGHNESSY J D, PINCKNEY S Z, MCMINN J D. Hypersonic vehicle simulation model: winged-cone configuration[R]. NASA TM-102610, 1990.

作者简介

- 樊 轶 (1973—), 女, 工程师, 主要研究方向为信息系统和仿真。
- 秦昌茂 (1985—), 男, 博士, 高级工程师, 主要研究方向为飞行器弹道制导及姿控设计、软件设计和系统仿真。
- 董 添 (1993—), 女, 工程师, 主要研究方向为飞行控制系统。
- 王 兴 (1994—), 男, 工程师, 主要研究方向为飞行力学及仿真。