

DOI: 10.3979/j.issn.1673-825X.202407190185

## 基于量子卷积神经网络的图像分类研究

袁素真<sup>1,2</sup>, 邱婷婷<sup>1</sup>, 邓 达<sup>2</sup>, 夏书银<sup>3</sup>, 乔治钦<sup>1</sup>

(1. 重庆邮电大学 电子科学与工程学院, 重庆 400065; 2. 奥塔哥大学 计算机学院, 新西兰 达尼丁 9056;

3. 重庆邮电大学 人工智能学院, 重庆 400065)

**摘要:**为了解决经典神经网络在数据规模爆炸式增长情况下出现的算力瓶颈问题,探索基于量子计算的量子卷积神经网络(quantum convolutional neural network, QCNN)成为了研究热点。基于含噪中规模量子(noisy intermediate-scale quantum, NISQ)设备所能提供的有限资源,构建用于图像分类的量子卷积神经网络。采用角度编码,基于数据重载分类器设计了卷积层,构建四量子比特的池化层;设计了两种结构的量子全连接层对图像进行分类,并分析了其结构对 QCNN 分类性能的影响。仿真实验表明,提出的 QCNN 模型在二分类任务上具有更高的分类精度和更好的泛化性能,最高分类精度为 100.00%,最低为 94.55%,平均达到 97.29%;提高了模型的线路深度,可以使得模型在四分类任务中的分类精度超过 90%。

**关键词:**图像分类;卷积神经网络;参数化量子线路;量子卷积神经网络

中图分类号: TP18

文献标志码: A

文章编号: 1673-825X(2025)05-0748-10

## Research on image classification based on quantum convolutional neural networks

YUAN Suzhen<sup>1,2</sup>, QIU Tingting<sup>1</sup>, DENG Da<sup>2</sup>, XIA Shuyin<sup>3</sup>, QIAO Zhiqin<sup>1</sup>

(1. School of Electronic Science and Engineering, Chongqing University of Posts and Telecommunications,

Chongqing 400065, P. R. China;

2. School of Computing, University of Otago, Dunedin 9056, New Zealand;

3. School of Artificial Intelligence, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, P. R. China)

**Abstract:** To address the computational bottlenecks faced by classical neural networks under the explosive growth of data scale, quantum convolutional neural networks (QCNNs) based on quantum computing have become a research hotspot. This study constructs a QCNN for image classification within the limited resources provided by noisy intermediate-scale quantum (NISQ) devices. The model employs angle encoding and designs a convolutional layer based on a data re-uploading classifier, followed by a four-qubit pooling layer. Two different architectures of quantum fully connected layers are designed to perform image classification, and the impact of their structures on QCNN classification performance is analyzed.

收稿日期: 2024-07-19 修订日期: 2025-05-26 通讯作者: 袁素真 yuansuzhen@cqupt.edu.cn

基金项目: 国家自然科学基金项目(62222601, 62176033, 62221005); 国家留学基金委青年骨干教师出国研修项目(202107845003); 中国高校产学研创新基金-北创助教项目(二期)(2021BCA02004); 重庆市教委重点合作项目(HZ2021008)

**Foundation Items:** National Natural Science Foundation of China (62222601, 62176033, 62221005); National Scholarship Council's Young Backbone Teachers Study Abroad Program (202107845003); China University Industry University Research Innovation Fund-Beichuang Teaching Assistant Project (Phase II) (2021BCA02004); Key Cooperation Project of Chongqing Municipal Education Commission (HZ2021008)

Simulation results show that the proposed QCNN achieves high classification accuracy and good generalization in binary classification tasks, with a maximum accuracy of 100.00%, a minimum of 94.55%, and an average of 97.29%. Furthermore, increasing the circuit depth improves model performance, enabling the QCNN to achieve over 90% accuracy in four-class classification tasks.

**Keywords:** image classification; convolutional neural networks; parameterized quantum circuits; quantum convolutional neural networks

## 0 引言

量子神经网络 (quantum neural network, QNN) 是量子机器学习的代表算法之一,近年来涌现出许多与之相关的研究<sup>[1-9]</sup>。文献[6]提出的量子神经网络,可以较好地表示标签数据并通过监督学习进行训练,算法依赖于小量子系统的经典模拟,实现线路主体模块的全量子化,但是在分类任务上的识别率低,识别误差较大;文献[7]提出一种层次量子分类器 (hierarchical quantum classifiers, HQC), 主体模块全量子化,但是引入了较多参数,对一些分类项目的识别率较低;文献[8]将量子卷积层引入经典卷积神经网络 (convolutional neural network, CNN), 仅仅在经典 CNN 中加入了一层或者几层量子卷积层,是部分量子化电路,在分类任务上的识别率较好,但是无法完整地体现量子计算的优势,对个别分类任务的识别率还有待提升;文献[9]提出了一种变分卷积神经网络 (variational convolutional neural networks, VCNN), 结合多尺度纠缠重整化分析,网络的主体模块是部分量子化的,能够使用较少量子比特数目获得不错的分类识别率,但是网络中存在较多参数,会增加训练过程的复杂度。

尽管将量子计算引入卷积神经网络可以利用量子并行性加速某些任务,但由于含噪声的中规模量子 (noisy intermediate-scale quantum, NISQ) 设备只能提供数十个量子比特的计算,并且量子计算机在物理实现过程中存在各种噪声和干扰,许多算法无法在量子计算机中运行。基于参数化量子线路 (parameterized quantum circuit, PQC) 的量子卷积神经网络 (quantum convolutional neural network, QCNN) 提供了一种在 NISQ 设备实现量子算法的具体方法<sup>[10]</sup>。

本文基于 PQC 设计了量子卷积神经网络模型,具体贡献如下。

1) 基于量子数据重载分类器设计了量子卷积层,使得 QCNN 既保留了经典 CNN 中局部连接和权重共享的特性,又利用数据重载使得单个量子比特

具备了足够的计算能力构建量子分类器。

2) 设计了含参数的量子池化层,可以实现四量子比特到一量子比特的特征降维,通过对特征的下采样,降低模型的复杂度和计算量,同时还可以有效防止过拟合。

3) 设计了两种不同结构的量子神经网络,从而获得不同的线路表达能力,并在后续实验过程中讨论了两种量子全连接层对 QCNN 分类性能的影响。

本文实验部分,首先采用美国加州大学尔湾分校 (university of California and Irvine, UCI) 手写数据集来进行二分类实验并分析影响图像分类性能的因素;然后,利用 MNIST 数据集完成同类算法分类性能的对比;最后,利用训练好的模型进行了四分类实验,并获得相关的混淆矩阵。

## 1 基础理论

### 1.1 量子比特与量子门

量子比特有两个基态  $|0\rangle$  和  $|1\rangle$ , 其中“ $|\rangle$ ”是狄拉克符号。量子比特不仅能够处于  $|0\rangle$  和  $|1\rangle$  两个基态,还能处于  $|0\rangle$  和  $|1\rangle$  组成的叠加态,叠加态通常以二维复向量空间中的单位向量 (基态) 及其线性组合来表示,该二维复向量空间也称为希尔伯特空间。因此,一个叠加态可以表示为

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle = \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} \quad (1)$$

式(1)中: $\alpha$  和  $\beta$  通常是复数,表示量子态的概率幅度,  $|\alpha|^2$  和  $|\beta|^2$  分别为该量子叠加态经测量后塌缩到基态  $|0\rangle$  和  $|1\rangle$  的概率,两者满足归一性,即

$$|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1 \quad (2)$$

此外,量子计算机中的量子比特还具有纠缠性<sup>[11]</sup>,这种纠缠性表现为两个或多个量子比特之间状态的相互关联。复合量子系统的量子态空间可以用量子比特态空间的张量积表示为

$$|\Psi\rangle = |\psi_1\rangle \otimes |\psi_2\rangle \otimes \dots \otimes |\psi_n\rangle \quad (3)$$

式(3)中: $n$  表示复合量子系统中量子比特的数量; $\psi_i$  表示第  $i$  个量子态空间。

### 1.2 参数化量子线路

参数化量子线路指量子线路中包含可训练的参数,这些参数通常用变量表示,允许在执行量子算法时进行优化和调整,使得量子算法能够适应不同的计算任务,提高算法的灵活性和效率。因此,参数化量子线路是可编程的量子计算模型,可以调整参数以优化量子算法的性能。

### 1.3 量子测量

量子测量是指将量子比特构成的叠加系统拆分为单个量子基态,是高维向低维映射的过程<sup>[12]</sup>。量子测量会引起量子态的塌缩,测量的结果是一种概率分布,因此往往会对量子态进行多次测量,从而获得其塌缩到确定状态的概率值,实际测量得到的结果对应的是测量算符的本征值。量子测量中通常取测量的期望值,假设一个变量  $w$  有  $n$  种可能的取值  $w_1, w_2, w_3, \dots, w_n$ , 其中每个取值的概率分别是  $p_1, p_2, p_3, \dots, p_n$ , 那么它的测量期望值为

$$\bar{\omega} = \sum_{i=1}^n p_i \omega_i \quad (4)$$

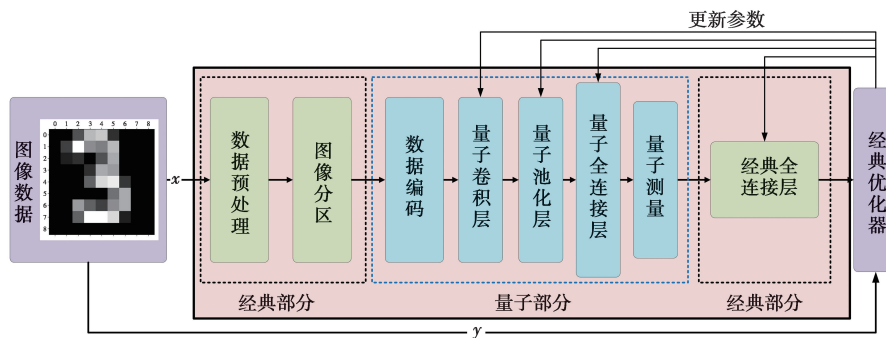


图 1 QCNN 的基本流程框架

Fig.1 Basic process framework of QCNN

前馈模块的核心设计包括量子卷积层、量子池化层和量子全连接层的设计,接下来详细介绍这几个模块。

1) 量子卷积层。本文受量子数据重载模型的启发<sup>[13]</sup>,设计了量子卷积层网络。数据重新上传是解决不可克隆定理限制的一种方式,使单个量子比特具备足够的计算能力来构建通用量子分类器。本文将单个量子比特作为一个卷积核,不同的量子比特分别对应图像不同的卷积区域。在单量子比特上进行卷积操作,每个处理单元都会重新编码以引入图像相应卷积区域内的数据。量子图像卷积层将数据编码和卷积操作相结合,将分区后每个区域内的

## 2 量子卷积神经网络模型设计

### 2.1 量子卷积神经网络前馈模块设计

本文设计的量子卷积神经网络模型主要分为量子部分和经典部分。量子部分主要负责前向传播;经典部分包括图像的预处理和量子线路的优化操作。QCNN 基本流程框架如图 1 所示。图 1 中,  $x$  为输入的图像数据,  $y$  为  $x$  所对应的标签。模型的前馈网络线路处理过程:①对图像像素进行标准化处理,对图像进行区域划分,并将相应区域的像素编码到各个量子比特上;②将编码后的数据输入到一系列量子逻辑门构成的量子线路中以执行卷积操作,提取图像特征;③将提取后的图像特征通过量子池化层作降维处理;④将剩余的特征输入到量子神经网络进行分类处理;⑤测量量子线路并作为单层经典神经网络的输入,从而得到分类结果。模型的反向传播过程采用经典的梯度下降法,基于参数移位规则来模拟计算损失函数对于模型参数的梯度,并根据量子梯度更新网络参数。通过不断重复这个步骤优化模型参数,从而达到提高模型准确率的目的。

像素点通过角度编码方法编码到量子比特中,然后对量子比特作用中含参数的量子门进行酉变换。由编码部分和参数部分组成的线路模块称为一个处理层,可以表示为

$$l_i(\vec{\phi}_i, \vec{x}) = U(\vec{\phi}_i)U(\vec{x}) \quad (5)$$

式(5)中:  $\vec{\phi}_i$  表示旋转门中的参数;  $\vec{x}$  表示输入数据;  $U(\vec{\phi}_i)$  表示第  $i$  个含参数的旋转门;  $U(\vec{x})$  表示数据编码的旋转门。如果一个卷积层有  $N$  个处理层,那么其量子线路的表达式为

$$L(\vec{\phi}_i, \vec{x}) = l_1(\vec{\phi}_1, \vec{x})l_2(\vec{\phi}_2, \vec{x}) \cdots l_N(\vec{\phi}_N, \vec{x}) \quad (6)$$

$N$  越大,线路的表达能力就越强,但线路深度与复杂度也越高。图 2 所示是对大小为  $3 \times 3$  的图像进行编码和卷积操作的量子线路。先根据经典卷积操作规则对图像进行分区,使用  $2 \times 2$  的卷积核,步长设置为 1,从而将图像分为 4 个卷积区域,对应图

2 中 4 种不同颜色的虚线框。图 2 中的编码部分通过旋转算符将每个卷积区域内的像素数据编码到单个量子比特上;参数部分利用含参数旋转门作用于编码后的量子线路,并且每个量子比特的参数都相同,很好地保留了经典 CNN 的权值共享特性。

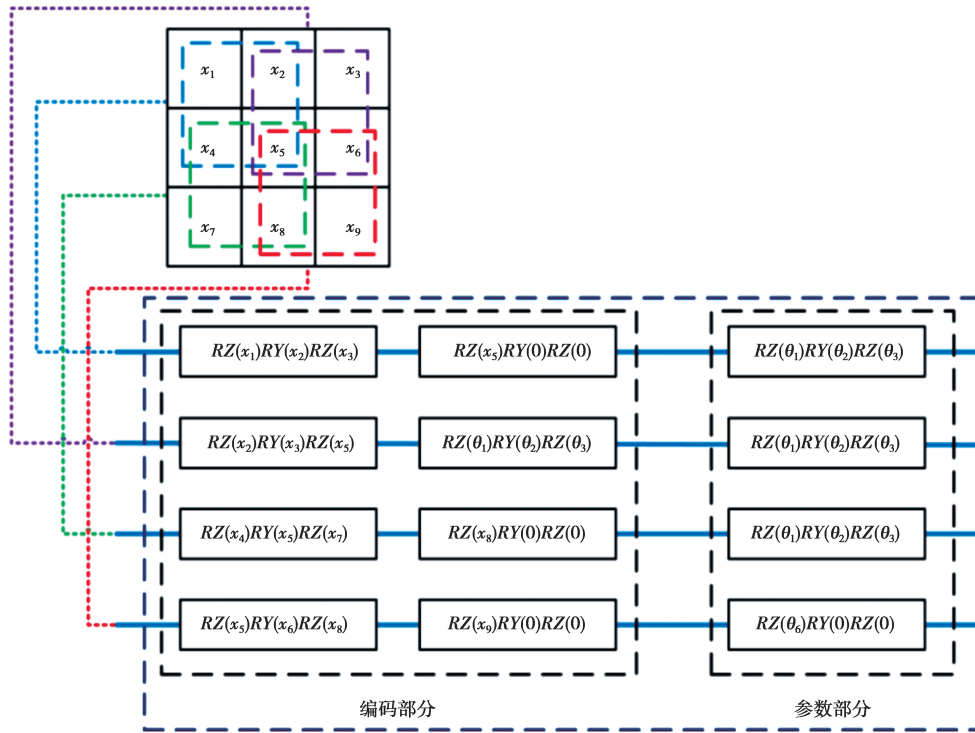


图 2 量子卷积层中处理层的量子线路

Fig.2 Quantum circuit of a processing layer quantum convolutional layer

2) 量子池化层。量子池化层主要对卷积层输出的特征图进行下采样,从而降低模型复杂度和计算量。本文设计的池化层量子线路如图 3 所示。该线路首先将 4 个特征量子比特通过环形连接的受控非 (controlled-NOT, CNOT) 门纠缠起来;然后将 4 个量子比特态分别作用于含参数的旋转门;最后依次测量 3 个量子比特,并根据测量结果判断是否将下一个量子比特作用于旋转门,测量时旋转门中的参数固定不变,这样最后一个量子比特就集合了前三个量子比特和自身的特征。

好地捕捉到各个特征之间的关联性。量子神经网络的输出可以表示为

$$|\Psi\rangle = U(\theta) |\psi\rangle \tag{7}$$

式(7)中:  $|\psi\rangle$  表示经量子卷积和池化操作后的量子态;  $U(\theta)$  表示参数可调的量子神经网络,即上面提到的由旋转门和 CNOT 门构成的参数化量子线路模块。

3) 量子全连接层。本文基于参数化量子线路,利用单量子比特与多量子比特排列组合的方式,设计了两种结构的量子全连接层,具体如图 4 所示。这两种结构分别使用  $R_1$  旋转门和  $R_2R_1R_2$  旋转算符作为单量子比特的演化部分,各自引入 4 个和 12 个可训练参数。纠缠部分都使用 CNOT 门以环形连接的方式对量子比特建立纠缠。通过叠加结构获得量子线路不同的表达能力,使量子神经网络能够更

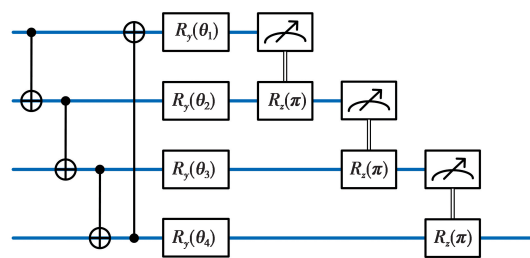


图 3 量子池化层的量子线路

Fig.3 Quantum circuit of quantum pooling layer

整合上述模块便可以搭建 QCNN 模型,其前馈量子线路模型如图 5 所示。整个模型由量子处理层

和经典全连接层共同组成。其中,量子处理层包括线路深度为  $N$  的量子卷积层、量子池化层和线路深度为  $M$  的量子全连接层。量子测量层的结果作为经典全连接神经网络的输入,输出的神经元采用

Softmax 激活函数。经过经典输出层处理后,量子测量输出的期望值会转换为一个概率分布,用于表示每个类别的概率。

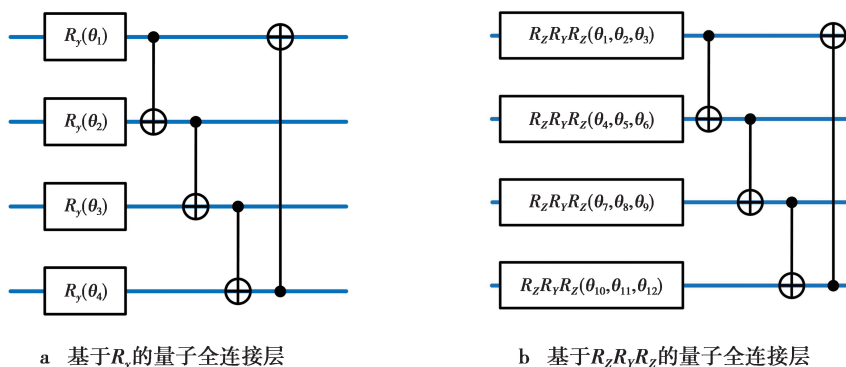


图 4 量子全连接层网络的两种量子线路实现

Fig.4 Implementation of two quantum circuits for quantum fully connected layer

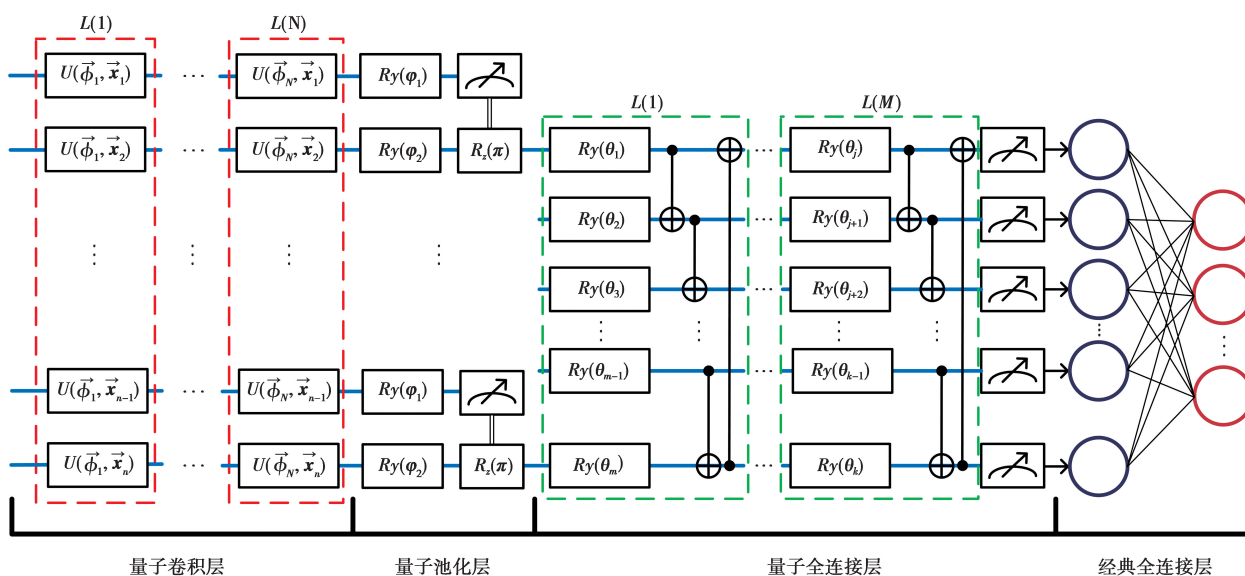


图 5 单卷积层的 QCNN 量子线路

Fig.5 QCNN quantum circuit with single layer convolutional layer

### 2.2 量子卷积神经网络优化算法设计

网络的优化算法构成了神经网络的反馈机制,量子线路使用与经典深度学习网络类似的随机梯度下降算法(stochastic gradient descent,SGD)来更新线路中的参数,参数化量子线路无法直接利用经典计算对量子线路内部某个具体的参数值计算其梯度信息,可以通过两次参数移位来计算和估计梯度的信息,这称为参数移位规则<sup>[14-15]</sup>。根据参数移位规则,参数化量子线路相对于某个参数的梯度可表示为具有相同结构不同参数位置的量子线路测量值的组合。运行相同结构的量子线路,仅对需要求取梯

度的相应参数进行移位,测量得到两个线路的期望值,即可得到量子线路对于相应参数  $\theta$  梯度的无偏估计,其表达式为

$$\frac{\partial \langle f \rangle_{\theta}}{\partial \theta_j} = \frac{\langle f \rangle_{\theta + \frac{\pi}{2} \hat{e}_j} - \langle f \rangle_{\theta - \frac{\pi}{2} \hat{e}_j}}{2} \quad (8)$$

式(8)中: $\theta$  表示量子神经网络模型中的可调参数; $\langle f \rangle_{\theta}$  表示量子线路经测量后的期望值; $\hat{e}_j$  与算子的特征值有关; $\langle f \rangle_{\theta \pm \frac{\pi}{2} \hat{e}_j}$  可以表示量子线路中第  $j$  个参数加减  $\pi/2$  所得到的两个测量期望值。

有了梯度信息之后,就可以根据梯度信息构造 SGD 优化算法。模型训练中,根据设置的批尺寸

(batch size, BS) 来抓取数据对模型的评估损失函数,再根据学习率和相关参数的梯度信息对参数进行更新。模型的 SGD 优化算法如算法 1 所示。

算法 1 SGD 优化算法

前置条件:QCNN 模型中的量子参数  $\theta$  和经典  $\varphi$ ,损失函数为  $L(\theta, \varphi)$ ,迭代次数为  $T$ ,批尺寸为  $b$ ,第  $t$  次循环的学习率为  $\eta(t)$ 。

步骤:优化参数  $\theta$  和  $\varphi$

- 1: 在  $[0; \pi]$  范围内随机初始化模型中的量子参数  $\theta$  和经典参数  $\varphi$
- 2: for  $t \in \{0, 1, \dots, T-1\}$
- 3: 随机选取一组训练样本,样本数量为  $b$
- 4: 计算损失函数  $L$ ,根据参数移位规则计算量子参数的梯度  $\nabla_{\theta} L(\theta, \varphi) |_{\theta=\theta^{(t)}}$  和,根据经典计算中的求偏导法则计算经典参数的梯度  $\nabla_{\varphi} L(\theta, \varphi) |_{\varphi=\varphi^{(t)}}$
- 5: 按照规则  $\theta^{(t+1)} = \theta^{(t)} - \eta(t) \cdot \nabla_{\theta} L(\theta, \varphi) |_{\theta=\theta^{(t)}}$  以及  $\varphi^{(t+1)} = \varphi^{(t)} - \eta(t) \cdot \nabla_{\varphi} L(\theta, \varphi) |_{\varphi=\varphi^{(t)}}$ ,更新模型中的量子参数和经典参数
- 6: end for
- 7: 输出优化参数  $\theta^{(T)}$  和  $\varphi^{(T)}$

3 实验与分析

3.1 实验过程设计

QCNN 模型的输入是  $8 \times 8$  的图像数据,按照经典卷积操作规则,可以将卷积窗口大小设置为  $3 \times 3$ ,横向、纵向步长均设置为 2。图像分区和量子池化线路如图 6 所示。在预处理时需要对图像进行填充和分区,从而获得 16 个卷积区域,具体见图 6a。将分区后的图像数据转换为独立的 16 个量子比特态,并作用于含参旋转门对输入的量子态进行演化,每次演化前都对相应的数据进行重新编码上传。16 个量子比特按每 4 个量子比特为一组进行量子池化操作,池化过程的具体量子线路见图 6b。将最后 4 个量子比特作为量子全连接层的输入,分别测量 4 个量子比特的 Z 期望值,并输入经典全连接层,使用 Softmax 作为激活函数,输出分量将对应于预测结果的概率。根据样本中模型预测正确的个数可以知道模型的分类精度。网络中使用交叉熵损失函数,并用 Adam 优化器对模型参数进行优化。

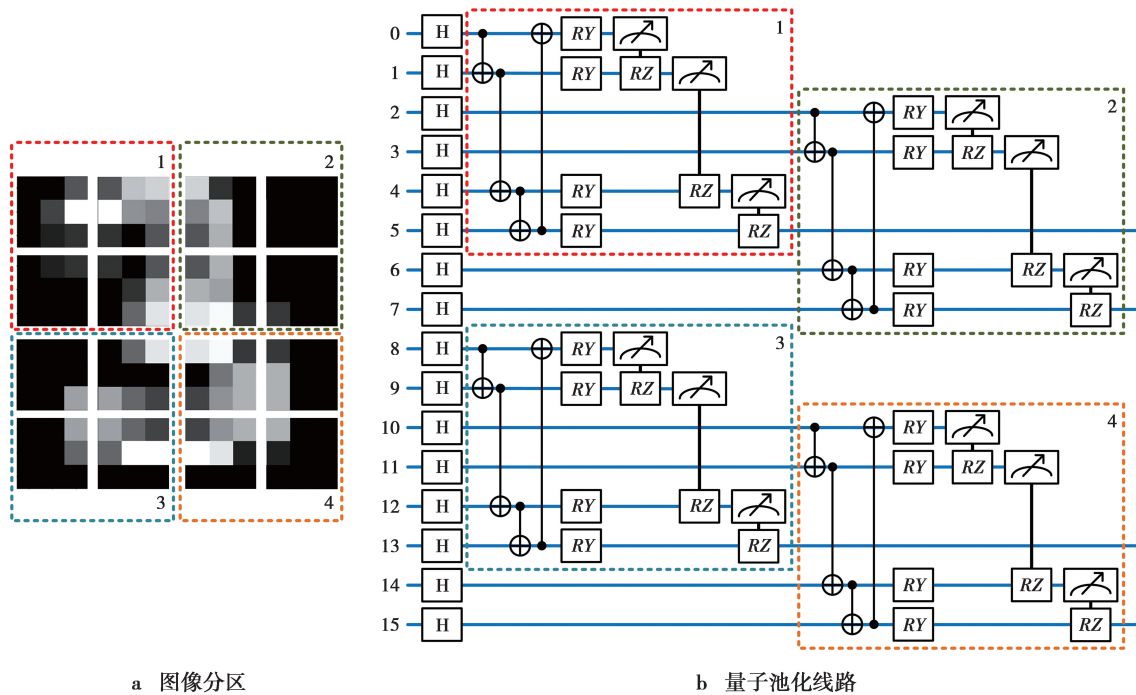


图 6 图像分区和量子池化线路

Fig.6 Image partitioning and specific quantum pooling circuit

3.2 二分类实验结果

本文利用 UCI 手写数据集进行图像的二分类实验,通过控制变量来测试影响 QCNN 模型性能的

因素。分别设计不同卷积层线路深度、不同卷积层数、不同结构的量子神经网络层实验对模型性能进行测试。实验结果分别对应图 7—图 9 所示。

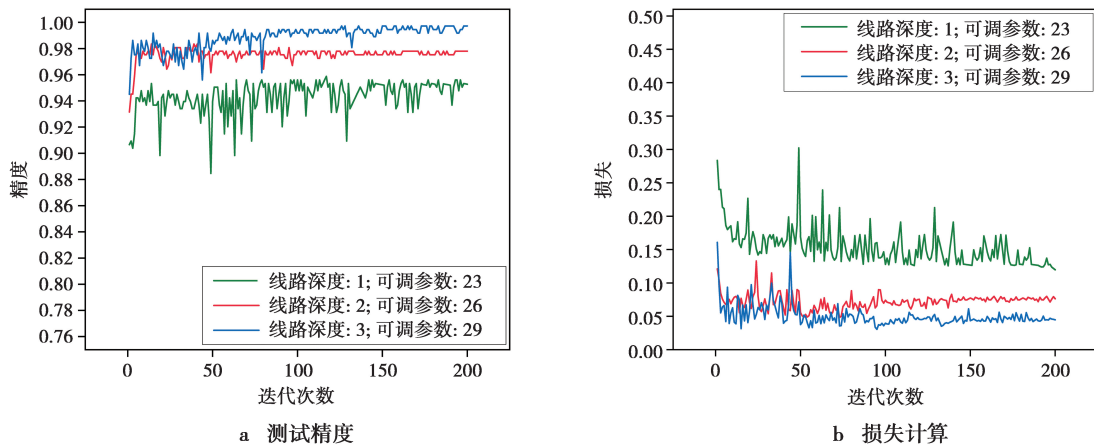


图 7 含有不同卷积层线路深度 QCNN 的测试精度与损失曲线

Fig.7 Testing accuracy and loss curves of QCNN with different convolutional layer line depths

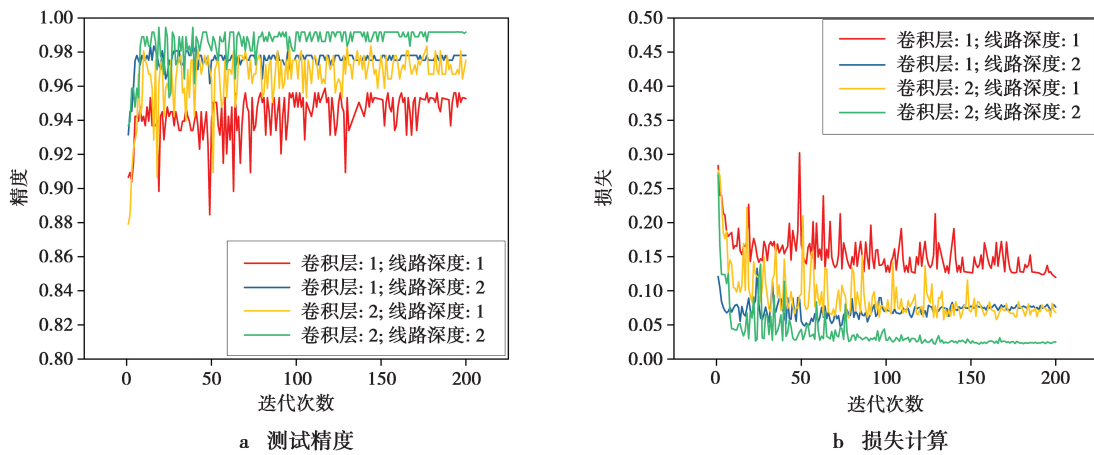


图 8 含有不同卷积层层数 QCNN 的测试精度与损失曲线

Fig.8 Test accuracy and loss curve of QCNN with different convolutional layers and different line depths

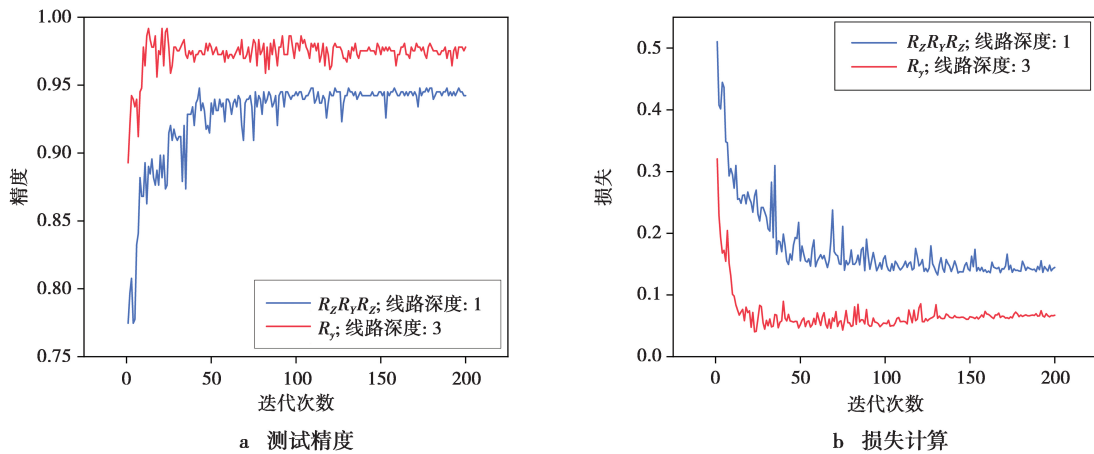


图 9 采用不同结构量子神经网络 QCNN 的测试精度与损失曲线

Fig.9 Testing accuracy and loss curve of QCNN using quantum neural networks with different structures

从图 7 可以发现, QCNN 在卷积层线路深度为 1 时效果一般, 最高只能达到 95.60% 的精度; 线路深

度为 2 时的最高精度 97.80%; 在量子卷积线路深度为 3 时, 模型的最高精度可以达到 99.73%。卷积层

线路深度越大, QCNN 的分类精度越高, 性能越好, 这是因为较大的线路深度可以更有效地提取图像特征。从图 8 可以看到, 在保证相同量子卷积线路深度的情况下, 两层卷积层 QCNN 模型相比于单层卷积层在二分类任务中表现出更高的分类精度, 具有更好的效果。这里将 QCNN 模型中的全连接层线路深度设置为 2。从图 9 不难看出, 在包含相同参数情况下, 选择  $R_y$  门结构的量子神经网络模型性能会更好。这是因为实验中为了控制全连接层量子线路的参数相同, 需要将  $R_y$  门的量子线路深度设置为 3, 而选择  $R_zR_yR_z$  门的线路深度只需要设置为 1, 因此会影响线路的表达能力。综上所述, QCNN 模型的性能不仅与模型中的可训练参数相关, 还与模型的线路深度、量子线路结构联系紧密。因此, 在设计线路模型的时候需要针对具体任务来权衡参数数量和线路深度等相关因素, 使得网络模型在特定任务中具有较好的性能。

本文提出的 QCNN 模型引入了两种结构的量子全连接层, 相比于经典全连接层, 这两种结构的量子全连接层训练参数量大幅度减少。下面对比两种结构的量子全连接层与经典全连接层在训练过程中的表现差异。这里全连接层线路深度设置为 3, 那么  $R_y$  门和  $R_zR_yR_z$  门的量子全连接层分别有 12 和 36 个可训练参数, 而经典全连接层有 60 个可训练参数。计算复杂度与参数数量呈正相关, 因此量子全连接层具有更小的计算复杂度, 同时具备更快的收敛速度。不同全连接层的性能差异如表 1 所示。

表 1 不同全连接层的性能差异

Tab.1 Performance differences among different fully connected layers

全连接层结构	参数量	到达稳定的迭代次数
$R_y$ 门	12	30
$R_zR_yR_z$ 门	36	100
经典	60	150

为了进一步测试模型的性能指标, 将本文设计的 QCNN 模型与其他类似的机器学习算法进行了二分类实验对比。实验采用的是 MNIST 手写数据集, 为了能够在 NISQ 量子器件上利用有限的量子比特实现图像的分类任务, 将原始图像大小重建为  $8 \times 8$ 。实验中每个任务训练迭代 25 次, 设置量子卷积层线路深度为 3, 卷积层在相同处理层中每个量子比特上都使用相同的参数, 保留了与经典 CNN 中

平移不变性类似的特性, 控制每层的参数数量为 3。量子池化层为 1 层, 参数数量为 4。量子全连接层线路深度设置为 3, 采用  $R_y$  门结构, 每层参数数量为 4。表 2 给出了 QNN<sup>[6]</sup>、HQC<sup>[7]</sup>、QuantNN<sup>[8]</sup>、VCNN<sup>[9]</sup>、CNN<sup>[16]</sup> 以及本文设计的 QCNN 算法的综合指标。表 2 中, “量子化程度” 列表示算法模型主体的量子化程度; “卷积核复用次数” 列表示量子卷积核卷积完整图像所需要运行的次数; “Qubits” 列表示算法所需的量子比特数量; “参数数量” 给出了模型各个模块详细参数分布。从表 2 可以看到, 本文提出的 QCNN 模型主体模块全量子化, 虽然在数据编码过程中消耗了较多量子比特数, 但是能够保证编码后的量子线路深度较浅, 更有利于后续的量子操作以及梯度计算, 同时也能够减少卷积核的复用次数。模型在参数数量上占绝对优势, 减少了算法在学习训练过程中的计算量。

表 2 不同算法的性能指标

Tab.2 Performance indicators of different algorithms

模型	量子化程度	Qubits	卷积核 复用 次数	参数数量			总计
				卷 积 层	池 化 层	全 连 接 层	
QNN <sup>[6]</sup>	全量子化	17	1				96
HQC <sup>[7]</sup>	全量子化	8	1				48
QuantvNN <sup>[8]</sup>	部分	4	4	30+	0	20	50+
VCNN <sup>[9]</sup>	部分	4	4	48	20	68	
CNN <sup>[16]</sup>		0		60	0	28	88
本文模型	全量子化	16	1	9	4	12+8	33

此外, 本文参照文献[9]设计的二分类实验, 将 0 到 9 十个数字两两一组, 生成了 5 个二分类任务, 分别是 0/1, 2/4, 3/6, 5/9, 7/8。几种模型在这五类任务中的具体表现如表 3 所示。

从实验结果可以看出: 一方面, 相比于同类量子机器学习算法, 本文提出的 QCNN 算法消耗的量子比特资源不多且使用了较少可训练参数; 模型在二分类任务上的平均精度高达 97.29%, 相比同类量子机器学习算法具有更高的平均分类精度; 本文算法在各批次分类任务上的分类精度普遍较高, 说明模型在分类任务上表现出很好的泛化能力和稳定性。另一方面, 相比于经典卷积神经网络, 本文设计的 QCNN 模型不仅提供了指数级别的计算加速, 还大幅减少了训练参数的数量, 最终在二分类任务中表现出更好的性能。

表 3 不同算法在二分类任务上的表现

Tab.3 Performance of different algorithms in binary classification tasks

模型	0/1	2/4	3/6	5/9	7/8
QNN <sup>[6]</sup>	87.18±0.03	78.83±0.41	91.52±0.24	72.33±0.23	75.47±0.06
HQC <sup>[7]</sup>	92.88±0.87	88.70±1.62	78.84±3.81	86.04±2.21	82.73±0.23
QuantvNN <sup>[8]</sup>	97.29±0.12	93.50±0.24	98.16±0.04	88.95±0.21	93.33±0.37
VCNN <sup>[9]</sup>	97.95±0.16	95.39±0.25	99.15±0.13	94.12±0.17	95.44±0.19
CNN <sup>[16]</sup>	96.43±0.24	91.68±0.15	97.51±0.11	84.47±0.53	94.91±0.59
本文模型	100±0.00	98.83±0.21	97.43±0.31	94.55±0.24	95.65±0.14

### 3.3 四分类实验结果

为进一步探究 QCNN 在图像分类任务上的潜力,实验提高学习难度,探究了 QCNN 在四分类任务上的分类表现。线路结构方面,分别设置总量子线路深度为 6、8、10、12 层的 QCNN,这里的线路深度包含了卷积层和全连接神经网络的线路深度。6 层量子线路深度的网络包含 2 层卷积层深度以及 4 层全连接层深度;8 层量子线路深度包含 2 层卷积层深度以及 6 层全连接层深度;10 层量子线路深度

包含了 4 层卷积层深度以及 6 层量子全连接层深度;12 层量子线路深度包含了 4 层卷积层深度以及 8 层量子全连接层深度。实验中全连接神经网络部分选取  $R_z R_y R_z$  旋转算符作为含参数的量子门,其他条件与前文相同。经过 100 次迭代之后 QCNN 模型的分精度和损失函数随迭代次数的变化曲线如图 10 所示。从图 10 可以看到,线路深度越大、参数越多,模型的分精度越好,当模型的分精度增加到 12 时,能控制模型的分精度在 90% 以上。

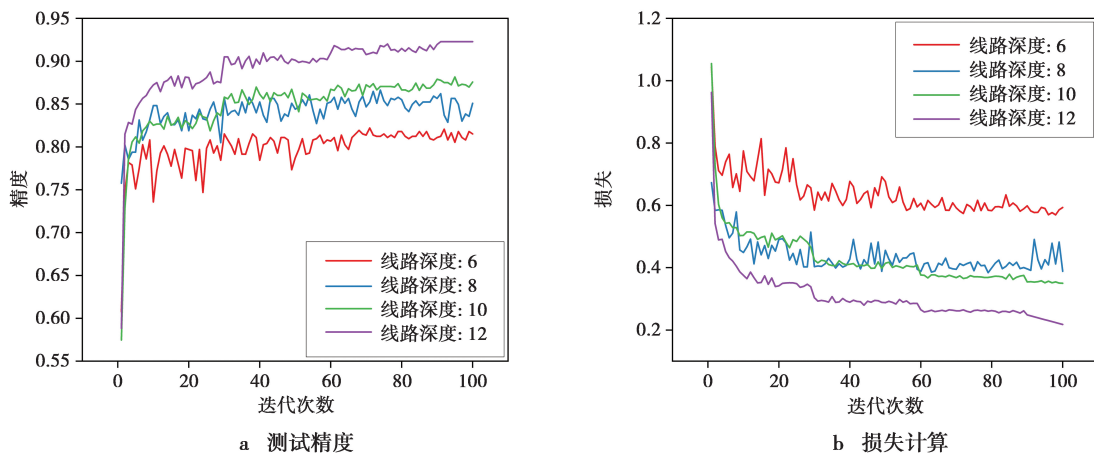


图 10 不同线路深度下的四分类任务的精度和损失

Fig.10 Accuracy and loss of four classification tasks at different line depths

为了能够更具体了解 QCNN 在面对更复杂任务时表现如何,实验统计了四分类任务中模型对各个类别的分类表现,给出经过 100 次迭代之后 QCNN 模型的混淆矩阵,如图 11 所示。

## 4 结束语

本文基于参数化量子线路设计了量子卷积神经网络模型。在 PennyLane 平台上完成模型搭建和实验设计。首先,通过二分类实验来分析影响 QCNN

模型分类性能的实际因素,实验结果表明参数数量并不是唯一决定模型分类性能的因素,在设计量子线路时,需要综合考虑线路结构、参数数量、线路深度等多个方面;其次,本文将自身算法与其他四种应用于图像分类的量子机器学习算法以及经典卷积神经网络算法进行对比实验表明,相比于同类量子机器学习算法,本文的 QCNN 模型在二分类任务上的平均精度达到 97.29%,具有更高的平均分类精度,在各批次的二分类任务上表现俱佳,表现出很好的

泛化性能;最后,进行了模型的四分类实验,通过增加模型的线路深度,使得模型的分精度达到 90% 以上。

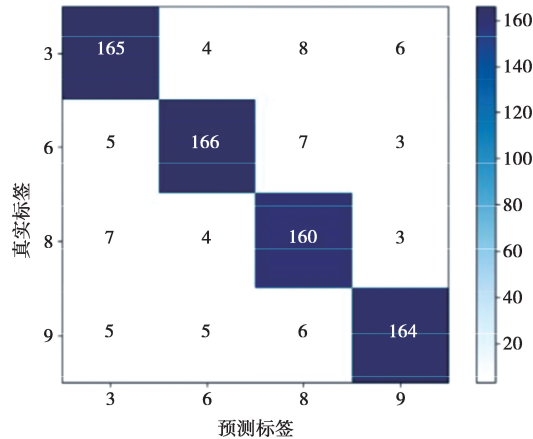


图 11 QCNN 模型的混淆矩阵

Fig.11 Confusion matrix of QCNN model

## 参考文献:

- [1] CONG I, CHOI S, LUKIN M D. Quantum convolutional neural networks [J]. Nature Physics, 2019, 15 (12): 1273-1278.
- [2] OH S, CHOI J, KIM J. A tutorial on quantum convolutional neural networks (QCNN) [C]//2020 International Conference on Information and Communication Technology Convergence (ICTC). Jeju Korea : IEEE, 2020: 236-239.
- [3] WEI S J, CHEN Y H, ZHOU Z R, et al. A quantum convolutional neural network on NISQ devices [J]. AAPPS Bulletin, 2022(32): 1-11.
- [4] HUR T, KIM L, PARK D K. Quantum convolutional neural network for classical data classification [J]. Quantum Machine Intelligence, 2022, 4(1): 3-4.
- [5] CHEN G, CHEN Q, LONG S, et al. Quantum convolutional neural network for image classification [J]. Pattern Analysis and Applications, 2023, 26(2): 655-667.
- [6] FARHI E, NEVEN H. Classification with quantum neural networks on near term processors [EB/OL]. (2018-02-18) [2024-07-19]. <http://arxiv.org/abs/1802.06002>.
- [7] GRANT E, BENEDETTI M, CAO S, et al. Hierarchical quantum classifiers [J]. NPJ Quantum Information, 2018, 4(1): 65-66.
- [8] HENDERSON M, SHAKYA S, PRADHAN S, et al. Quantum convolutional neural networks: Powering image recognition with quantum circuits [J]. Quantum Machine Intelligence, 2020, 2(1): 2-3.
- [9] HUANG F, TAN X, HUANG R, et al. Variational convolutional neural networks classifiers [J]. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 2022 (605): 128067-128068.
- [10] BENEDETTI M, LLOYD E, SACK S, et al. Parameterized quantum circuits as machine learning models [J]. Quantum Science and Technology, 2019, 4(4): 2058-9565.
- [11] SHOR P W. Quantum computing [J]. Documenta Mathematica, 1998(1000): 467-486.
- [12] BUSCH P, LAHTI P, PELLONPAA J P, et al. Quantum measurement [M]. Berlin: Springer, 2016: 287-315.
- [13] PEREZ SALINA A, CERVERALIER A, GILFUSTER E, et al. Data re-uploading for a universal quantum classifier [J]. Quantum, 2020(4): 226-227.
- [14] MITARAI K, NEGORO M, KITAGAWA M, et al. Quantum circuit learning [J]. Physical Review A, 2018, 98(3): 1-5.
- [15] SCHULD M, BERGHOLM V, GOGOLIN C, et al. Evaluating analytic gradients on quantum hardware [J]. Physical Review A, 2019, 99(3): 3-7.
- [16] LI Z, LIU F, YANG W, et al. A survey of convolutional neural networks: Analysis, applications, and prospects [J]. IEEE Transactions on Neural Networks and learning Systems, 2021, 33(12): 6999-7019.

## 作者简介:

袁素真,副教授,博士,主要研究方向为量子图形处理和量子机器学习。E-mail: yuansuzhen@cqupt.edu.cn。

邱婷婷,硕士研究生,主要研究方向为量子图形处理和量子机器学习。E-mail: momoko135792@126。

邓 达,教授,主要研究方向为经典机器学习和量子机器学习。E-mail: jeremiah.deng@otago.ac.nz。

夏书银,教授,博士,主要研究方向为经典机器学习、粒球生成过程。E-mail: xiasy@cqupt.edu.cn。

乔治钦,硕士,主要研究方向为经典机器学习、量子机器学习。E-mail: 994523474@qq.com。

(编辑:陈文星)