文章编号：1007−7294(2026)09−1449−12

不同介质间湍流边界层脉动压力相似性问题研究

蒲汲君，李冯杰，赵　昱，章荣平，杨　玫
（中国空气动力研究与发展中心低速空气动力研究所，四川 绵阳 621000）

摘要：本文以湍流边界层壁面脉动压力为研究对象，从边界层脉动压力的控制方程出发，详细推导了边界层脉动压力在全波数段的统一无量纲表达形式，重点分析了马赫数对脉动压力自谱、波数−频率谱的影响规律。通过开展声学风洞和水槽中圆柱边界层脉动压力测量试验，获得了不同马赫数下（$0 < Ma < 0.176$）圆柱边界层脉动压力数据。基于试验数据分析，最终验证了上述关于马赫数影响规律分析的准确性。

关键词：湍流边界层；脉动压力波数−频率谱；理论模型
中图分类号：O357.5　O352　　**文献标识码：**A　　**doi:** 10.3969/j.issn.1007−7294.2026.09.005

Similarity of fluctuating pressure in turbulent boundary layer between different media

PU Ji−jun, LI Feng−jie, ZHAO Yu, ZHANG Rong−ping, YANG Mei
(Low Speed Aerodynamics Institute, China Aerodynamics Research and Development Center, Mianyang 621000, China)

Abstract: In this paper, the fluctuating pressure on the wall of turbulent boundary layer is studied. Based on the governing equations of the fluctuating pressure in the boundary layer, the unified dimensionless expression of the fluctuating pressure in the full wavenumber region is derived in detail, and the influence of Mach number on the self-spectrum and wavenumber-frequency spectrum of the fluctuating pressure is emphatically analyzed. The fluctuating pressure data of cylindrical boundary layer at different Mach numbers ($0 < Ma < 0.176$) were obtained by acoustic wind tunnel and water tank experiments. Based on the analysis of experimental data, the accuracy of the predicted Mach-number effect on fluctuating pressure is finally verified.

Key words: turbulent boundary layer; fluctuating pressure wavenumber-frequency spectrum; theoretical model

0 引　言

在众多流体力学问题中，湍流现象因其复杂性和普遍性而备受关注。湍流边界层不仅在学术上具有重要的研究价值，同时在航空、航天、航海、汽车工业及能源开发等众多实际应用中扮演着关键角色[1]。壁面脉动压力是平板湍流边界层研究中的关键物理量，它不仅会直接向外辐射噪声，还会激起壳体振动并产生辐射噪声。脉动压力属于时空随机分布载荷，因此研究上通常对脉动压力进行统计学分析，通过对脉动压力时域信号进行谱分析得到相关函数及傅里叶变换的功率谱结果，包括自功率谱、互

收稿日期：2026−04−20
作者简介：蒲汲君（1991–），男，博士，助理研究员，E-mail: 211982361@qq.com。

功率谱以及波数−频率谱。研究者通过理论推导，给出了湍流边界层脉动压力的表达形式，其中以Ffowcs Williams[2]、Bergeron[3]的研究工作最具代表性。Ffowcs Williams通过引入平板边界条件与无粘假设，求解Lighthill方程，得到了脉动压力在脉动压力波数−频率谱迁移区的表达形式；Bergeron则通过求解动量−连续性方程，推导得到了脉动压力波数−频率谱在声学区的表达形式。然而，以上两个表达式适用于不同波数段，在形式上并不一致，目前尚未给出适用于全波数段的脉动压力表达形式。

水气相似性的研究需求最早来源于航空领域，由于相同尺寸模型在同等流速下的水中雷诺数是空气雷诺数的15倍，受风洞尺寸和测量设备制约，早期在水洞中开展航空器模型力学性能以及流动显示测量实验更具优势[4]。在水气介质相似性研究领域，Deane、Davies、Suarez、Erickson等[5−13]开展了大量研究工作，他们分别在风洞和水洞中测量了航空器模型的定常力学性能和流场特征，并对这两种介质中的数据进行了细致比较。在风洞中进行实验时，一般控制马赫数在0.3以下，从而忽略介质压缩性的影响，此时雷诺数是两种介质中试验的唯一影响参数[5]。大量试验研究发现，在相同雷诺数下，两种介质间的流场特征和定常力学系数在攻角较小的线性影响区域能够很好地吻合[6]；当模型的攻角较大时，非线性影响主导流场特征，由于两种介质中模型对雷诺数变化的敏感程度有所不同，不同介质中大攻角状态下的力学性能测量数据呈现出一定差异[11]。

在两种介质中定常力学性能对比研究的基础上，研究者开始对两种介质中颤振模型的非定常力学特征的相似性开展了研究。Granlund[14]和Greenblatt等[15]分别在水洞和风洞中开展了不同雷诺数和斯特劳哈尔数下周期颤振翼段的力学性能测量试验，并对不同介质间的试验数据进行了详细对比。研究结果表明，在翼段攻角较小时，风洞和水洞中测量得到的脉动升力和阻力系数能够相互吻合；而当攻角较大时，非线性影响逐步增大，造成空气和水介质中的测量结果存在一定差别，这一点也与定常力学性能在两种介质中的相似性研究结论一致[14]。

目前，风洞测试技术已比较成熟。在风洞中开展水下装备性能测试具有成本低、效率高、操作便捷等优势，然而，现有水气相似性研究主要集中在流动力学性能的对比分析上，对于脉动压力在两种介质间相似性的研究不足，导致风洞试验数据无法有效指导水下装备流激振动、噪声的预测和分析。针对上述问题，本文推导了流动涡团产生的远场噪声和近场脉动压力在时域上的统一表达形式和脉动压力在全波数域的无量纲表达形式，研究了马赫数对脉动压力自谱和波数−频率谱的影响规律，并通过风洞和水槽试验进行了验证，为工程上利用风洞试验手段研究水下装备脉动压力和噪声特性提供了指导。

1 脉动压力无量纲表达式推导

1.1 脉动压力−噪声统一表达形式

在开展水动力噪声相关物理量无量纲表达式推导之前，我们需要认识到壁面脉动压力能量主要源自于边界层内不同尺度、不同频率的流动涡团，当这些流动涡团离壁面的接收点很近时，我们认为壁面的脉动压力主要受到流动涡团中“压”作用的影响；当流动涡团离壁面的接收点很远时，我们则认为壁面的脉动压力主要受到流动涡团中“声”作用的影响。随着接收点与源点之间距离的变化，“声”和“压”的表现形式差异显著，但它们之间到底有何关系，需要在本论文中进一步阐明。

1.2 量纲分析

根据流体力学基本理论，低马赫数下流动速度可以分解为

$$u_i = v_i + \frac{\partial \Psi}{\partial x_i} \tag{1}$$

式中：v_i为流动中涡速度，Ψ为速度势，Ψ主要通过连续方程得到

$$\rho^{-1}\frac{\mathrm{D}\rho}{\mathrm{D}t} + \nabla^2\Psi = 0 \tag{2}$$

进一步分析其量纲大小可以得到

$$\frac{1}{\rho}\frac{\mathrm{D}\rho}{\mathrm{D}t}=\frac{1}{\rho c^2}\frac{\mathrm{D}p}{\mathrm{D}t}=O\left(\frac{u}{\Lambda}Ma^2\right) \tag{3}$$

结合式(2)和式(3)可以得到

$$\Psi=O\left(\Lambda uMa^2\right) \tag{4}$$

$$\frac{\partial\Psi}{\partial x_i}=O\left(uMa^2\right) \tag{5}$$

式中: Λ为流动涡的特征尺度。分析发现, 在低马赫数流动中有

$$u_i\approx v_i \tag{6}$$

在等熵流动中, 以下关系式也基本成立

$$\rho'=p'/c^2=O\left(\rho_0Ma^2\right) \tag{7}$$

根据以上推导, 可以建立以下尺度律关系

$$u,v\sim U \tag{8}$$

$$\rho'\sim\rho_0Ma^2 \tag{9}$$

$$p'\sim\rho_0u^2 \tag{10}$$

$$\frac{\partial\Psi}{\partial x_i}\sim\mu Ma^2 \tag{11}$$

$$x_i\sim\Lambda/\mu \tag{12}$$

$$t\sim\Lambda/U \tag{13}$$

其中, μ 在 1 到马赫数 Ma 之间变化, 当 $\mu=1$ 时, 代表了近场; 当 $\mu=Ma$ 时, 代表了远场。

1.3 脉动压力–噪声理论模型

根据以上尺度律关系, 近场的无量纲连续方程和欧拉方程可以表达为

$$Ma^2\frac{\partial\widetilde{\rho}'}{\partial\widetilde{t}}+Ma^2\left(\widetilde{v}_j+Ma^2\frac{\partial\widetilde{\Psi}}{\partial\widetilde{x}_j}\right)\frac{\partial\widetilde{\rho}'}{\partial\widetilde{x}_j}+Ma^2\left(1+Ma^2\widetilde{\rho}'\right)\frac{\partial^2\widetilde{\Psi}}{\partial\widetilde{x}_j^2}=0 \tag{14}$$

$$\left(1+Ma^2\widetilde{\rho}'\right)\left[\frac{\partial}{\partial\widetilde{t}}\left(\widetilde{v}_i+Ma^2\frac{\partial\widetilde{\Psi}}{\partial\widetilde{x}_i}\right)+\left(\widetilde{v}_j+Ma^2\frac{\partial\widetilde{\Psi}}{\partial\widetilde{x}_j}\right)\frac{\partial}{\partial\widetilde{x}_i}\left(\widetilde{v}_i+Ma^2\frac{\partial\widetilde{\Psi}}{\partial\widetilde{x}_i}\right)\right]=-\frac{\partial\widetilde{p}'}{\partial\widetilde{x}_i} \tag{15}$$

其中, ˜代表无量纲结果。继续对以上两式进行数学变形可以得到[16]

$$Ma^2\frac{\partial^2\widetilde{\rho}'}{\partial\widetilde{t}^2}-\frac{\partial^2\widetilde{\rho}'}{\partial\widetilde{x}_i^2}=\frac{\partial^2\widetilde{T}_{ij}}{\partial\widetilde{x}_i\partial\widetilde{x}_j} \tag{16}$$

$$\widetilde{T}_{ij}=\left(1+Ma^2\widetilde{\rho}'\right)\left(\widetilde{v}_i+Ma^2\widetilde{\psi}_i\right)\left(\widetilde{v}_j+Ma^2\widetilde{\psi}_j\right)+\left(\widetilde{p}'-\widetilde{\rho}'\right) \tag{17}$$

$$\widetilde{p}'-\widetilde{\rho}'=O\left(Ma^2\right) \tag{18}$$

由于我们是在低马赫数条件下研究流动中的脉动压力和噪声问题, 因此马赫数的高阶项(二阶及以上)对最终结果的影响很小, 在忽略所有马赫数的高阶项, 通过式(16)和(17)可以得到如下关系式

$$-\frac{\partial^2\widetilde{p}'}{\partial\widetilde{x}_i^2}=\frac{\partial^2\widetilde{T}_{ij}}{\partial\widetilde{x}_i\partial\widetilde{x}_j} \tag{19}$$

$$\widetilde{T}_{ij}=\widetilde{v}_i\widetilde{v}_j \tag{20}$$

近场脉动压力的解为

$$\widetilde{p}'=\frac{1}{4\pi}\frac{\partial^2}{\partial\widetilde{x}_i\partial\widetilde{x}_j}\int\frac{(\widetilde{v}_i\widetilde{v}_j)}{\widetilde{r}}\mathrm{d}\widetilde{y}_1\mathrm{d}\widetilde{y}_2\mathrm{d}\widetilde{y}_3 \tag{21}$$

同样, 远场情况下, 无量纲连续方程和欧拉方程进行数学变换可以得到以下关系式

$$\frac{\partial^2\widetilde{\rho}'}{\partial\widetilde{t}^2}-\frac{\partial^2\widetilde{\rho}'}{\partial\widetilde{x}_i^2}=\frac{\partial^2\widetilde{T}_{ij}}{\partial\widetilde{x}_i\partial\widetilde{x}_j} \tag{22}$$

$$\widetilde{T}_{ij}=\left(1+Ma^2\widetilde{\rho}'\right)\left(\widetilde{v}_i+Ma^3\widetilde{\psi}_i\right)\left(\widetilde{v}_j+Ma^3\widetilde{\psi}_j\right)+\left(\widetilde{p}'-\widetilde{\rho}'\right) \tag{23}$$

忽略所有马赫数的高阶项,通过式(22)和(23)可以得到如下关系式

$$\frac{\partial^2\widetilde{p}'}{\partial\widetilde{t}^2}-\frac{\partial^2\widetilde{p}'}{\partial\widetilde{x}_i^2}=\frac{\partial^2\widetilde{T}_{ij}}{\partial\widetilde{x}_i\partial\widetilde{x}_j} \tag{24}$$

$$\widetilde{T}_{ij}=\widetilde{v}_i\widetilde{v}_j \tag{25}$$

远场噪声的解为

$$\widetilde{p}'=\frac{1}{4\pi}\frac{\partial^2}{\partial\widetilde{x}_i\partial\widetilde{x}_j}\int\frac{\left[\widetilde{v}_i\widetilde{v}_j\right]_{\widetilde{\tau}=\widetilde{t}-\widetilde{r}}}{\widetilde{r}}\mathrm{d}\widetilde{y}_1\mathrm{d}\widetilde{y}_2\mathrm{d}\widetilde{y}_3 \tag{26}$$

观察可以发现,近场和远场脉动压力(主要能量)的源项完全相同,控制方程从拉普拉斯方程变为波动方程。下面我们将对近场和远场之间的中场脉动压力进行分析。

中场情况下,无量纲连续方程和欧拉方程进行数学变换可以得到以下关系式

$$\left(\frac{Ma}{\mu}\right)^2\frac{\partial^2\widetilde{\rho}'}{\partial\widetilde{t}^2}-\frac{\partial^2\widetilde{\rho}'}{\partial\widetilde{x}_i^2}=\frac{\partial^2\widetilde{T}_{ij}}{\partial\widetilde{x}_i\partial\widetilde{x}_j} \tag{27}$$

$$\widetilde{T}_{ij}=\left(1+Ma^2\widetilde{\rho}'\right)\left(\widetilde{v}_i+\mu Ma^2\widetilde{\phi}_i\right)\left(\widetilde{v}_j+\mu Ma^2\widetilde{\phi}_j\right)+\left(\widetilde{p}'-\widetilde{\rho}'\right) \tag{28}$$

观察式(27),假设方程右边的$\widetilde{T}_{ij}$与$\widetilde{\rho}'$无关,那么该方程就是一个十分标准的波动方程,然而事实上$\widetilde{T}_{ij}$与$\widetilde{\rho}'$有关,因此无法对该方程进行严格求解。通过仔细观察就可以发现,在源项中,虽然$\widetilde{T}_{ij}$与$\widetilde{\rho}'$有关,但$\widetilde{\rho}'\sim1$、$\widetilde{\phi}_i\sim1$和$(\widetilde{p}'-\widetilde{\rho}')\sim Ma^2$,忽略 Ma 数的高阶量后(这些量对于主量来说的确是微小量),$\widetilde{T}_{ij}\approx\widetilde{v}_i\widetilde{v}_j$。在以上假设下,再对该微分方程进行求解就十分容易了。这里直接对该方程进行求解

$$\left(\frac{Ma}{\mu}\right)^2\frac{\partial^2\widetilde{\rho}'}{\partial\widetilde{t}^2}-\frac{\partial^2\widetilde{\rho}'}{\partial\widetilde{x}_i^2}=\frac{\partial^2\left(\widetilde{v}_i\widetilde{v}_j\right)}{\partial\widetilde{x}_i\partial\widetilde{x}_j} \tag{29}$$

$$\frac{\partial^2\widetilde{\rho}'}{\partial\widetilde{t}^2}-\left(\frac{\mu}{Ma}\right)^2\frac{\partial^2\widetilde{\rho}'}{\partial\widetilde{x}_i^2}=\left(\frac{\mu}{Ma}\right)^2\frac{\partial^2\left(\widetilde{v}_i\widetilde{v}_j\right)}{\partial\widetilde{x}_i\partial\widetilde{x}_j} \tag{30}$$

中场脉动压力/噪声的解为

$$\widetilde{\rho}'=\frac{1}{4\pi\left(\frac{\mu}{Ma}\right)^2}\left(\frac{\mu}{Ma}\right)^2\frac{\partial^2}{\partial\widetilde{x}_i\partial\widetilde{x}_j}\int\frac{\left[\widetilde{v}_i\widetilde{v}_j\right]_{\widetilde{\tau}=\widetilde{t}-\widetilde{r}\left(\frac{Ma}{\mu}\right)}}{\widetilde{r}}\mathrm{d}\widetilde{y}_1\mathrm{d}\widetilde{y}_2\mathrm{d}\widetilde{y}_3 \tag{31}$$

$$\widetilde{\rho}'=\frac{1}{4\pi}\frac{\partial^2}{\partial\widetilde{x}_i\partial\widetilde{x}_j}\int\frac{\left[\widetilde{v}_i\widetilde{v}_j\right]_{\widetilde{\tau}=\widetilde{t}-\widetilde{r}\left(\frac{Ma}{\mu}\right)}}{\widetilde{r}}\mathrm{d}\widetilde{y}_1\mathrm{d}\widetilde{y}_2\mathrm{d}\widetilde{y}_3 \tag{32}$$

从这里可以看出近场、中场和远场脉动压力/噪声的唯一区别只是在于延迟时间,即流动源需要传播到接收点的时间。

当 $\mu=Ma$ 时,该解与远场解完全一致;当 $\mu=1$ 时,由于$\widetilde{r}\sim O(1)$,因此$\widetilde{\tau}=\widetilde{t}-\widetilde{r}Ma\approx\widetilde{t}$,即忽略源点到接收点的传递时间,此时该解与近场解也完全一致。以上结果证明了脉动压力和噪声拥有统一的表达形式。

以上推导过程均建立在忽略源项中 Ma 数高阶量(二阶及以上)的基础假设上,因此推导的理论模型在脉动压力自谱、相关性以及均方根的预报上是适用的。然而,该推导结果是否适用于脉动压力波数–频率谱(特别是能量较小的声学区和低波数区)依然存疑,下面我们将重点研究脉动压力在波数上的无量纲表达形式。

1.4 湍流边界层脉动压力在波数上的无量纲表达形式

这里我们依然从无量纲方程式(14)和(15)出发,在引入等熵假设后($\widetilde{p}'=\widetilde{\rho}'$),能够将式(14)和式(15)简化为如下形式

$$\frac{\partial\widetilde{u}_j}{\partial\widetilde{x}_j}=-Ma^2\left[\frac{\partial\widetilde{p}'}{\partial\widetilde{t}}+\widetilde{u}_j\frac{\partial\widetilde{p}'}{\partial\widetilde{x}_j}\right] \tag{33}$$

$$\left(1+Ma^2\widetilde{p}'\right)\left[\frac{\partial}{\partial\widetilde{t}}\widetilde{u}_i+\widetilde{u}_j\frac{\partial}{\partial\widetilde{x}_i}\widetilde{u}_i\right]=-\frac{\partial\widetilde{p}'}{\partial\widetilde{x}_i} \tag{34}$$

这里将速度分解为平均速度和脉动速度，其表达式为

$$\widetilde{u}_i=U(\widetilde{x}_2)+\widetilde{u}_i \tag{35}$$

将上式代入式(33)和(34)，忽略所有平均量并化简后可以得到

$$L(\widetilde{u}_i')+\widetilde{u}_j\frac{\partial}{\partial\widetilde{x}_j}U(\widetilde{x}_2)+\frac{\partial\widetilde{p}'}{\partial\widetilde{x}_i}+\widetilde{T}_i+Ma^2\widetilde{S}_i=0 \tag{36}$$

$$\frac{\partial\widetilde{u}_j'}{\partial\widetilde{x}_j}=-Ma^2\left[L(\widetilde{p}')+\widetilde{u}_j'\frac{\partial\widetilde{p}'}{\partial\widetilde{x}_j}\right] \tag{37}$$

式中：

$$L=\frac{\partial}{\partial\widetilde{t}}+U(\widetilde{x}_2)\frac{\partial}{\partial\widetilde{x}_1} \tag{38}$$

$$\widetilde{T}_i=\frac{\partial\left(\widetilde{T}_{ij}\right)}{\partial\widetilde{x}_j} \tag{39}$$

$$\widetilde{T}_{ij}=\widetilde{u}_i'\widetilde{u}_j' \tag{40}$$

$$\widetilde{S}_i=\widetilde{u}_i'\left(L(\widetilde{p}')+\widetilde{u}_j\frac{\partial\widetilde{p}'}{\partial\widetilde{x}_j}\right)-\frac{1}{2}\frac{\partial\left(\widetilde{p}'^2\right)}{\partial\widetilde{x}_i} \tag{41}$$

对式(36)和(37)进行数学变换后可以得到

$$\frac{\partial^2\widetilde{p}'}{\partial\widetilde{x}_j^2}+2\frac{\partial U(\widetilde{x}_2)}{\partial\widetilde{x}_2}\frac{\partial\widetilde{u}_2}{\partial\widetilde{x}_1}+\frac{\partial\widetilde{T}_j}{\partial\widetilde{x}_j}+Ma^2\left\{\frac{\partial\widetilde{S}_i}{\partial\widetilde{x}_j}-L\left[L(\widetilde{p}')+\frac{\partial}{\partial\widetilde{x}_j}(\widetilde{p}'\widetilde{u}_j)\right]\right\}=0 \tag{42}$$

对式(42)进行时间和空间上的傅里叶变换后可以得到

$$\begin{aligned}&\left(\mathrm{D}^2-k^2\right)p+Ma^2(\omega-k_1U)^2p=2\mathrm{i}k_1\mathrm{D}Uu_2-\left[\mathrm{D}^2T_{22}-2\mathrm{i}(k_1T_{12}+k_3T_{32})\right]\\&+\left(k_1^2T_{11}+2k_1k_3T_{13}+k_3^2T_{33}\right)-Ma^2\left[\mathrm{D}\Gamma_2-\mathrm{i}(k_1\Gamma_1+k_3\Gamma_3)\right]\end{aligned} \tag{43}$$

$$\Gamma_i=S_i+\mathrm{i}(\omega-k_1U)(p'u_i) \tag{44}$$

$$k^2=k_1{}^2+k_3{}^2 \tag{45}$$

其中，$\mathrm{D}=\mathrm{d}/\mathrm{d}x_2$。考虑到 $\omega=O(1)$，因此低波数区乃至声学区内合适的波数尺度律应该有如下形式

$$k_1=\mu\alpha \tag{46}$$

$$k_3=\mu\beta \tag{47}$$

$$k=\mu\gamma \tag{48}$$

其中，μ 在 1 和 Ma 间取值，体现了迁移区到声学区之间的过渡。当波数在迁移峰时，$k_1=\alpha$；当波数在声学区时，$k_1=Ma\alpha$。将以上量纲代入式(43)，可以得到

$$\begin{aligned}&\mathrm{D}^2p-\left\{\mu^2\gamma^2-Ma^2\omega^2\right\}p=2\mathrm{i}\mu\alpha\mathrm{D}Uu_2-\left[\mathrm{D}^2T_{22}-2\mathrm{i}\mu(\alpha\mathrm{D}T_{12}+\beta\mathrm{D}T_{32})\right]\\&+\mu^2\left(\alpha^2T_{11}+2\alpha\beta T_{13}+\beta^2T_{33}\right)-Ma^2\left[\mathrm{D}\Gamma_2-\mathrm{i}\mu(\alpha\Gamma_1+\beta\Gamma_3)\right]\end{aligned} \tag{49}$$

以上方程可以简化为 $y''-a^2y=f(x)$形式，边界条件可以写成：当 $x=0$ 时，$f(x)=y'(0)=0$(Neumann 条件)；当 $x\to\infty$时，$f(x)=y=0$。

定义格林函数 $G(x,\xi)$满足以下关系

$$G''-a^2G=\delta(x-\zeta)\qquad x,\zeta>0 \tag{50}$$

边界条件为：当 $x=0$ 时，$\partial G/\partial x|_{x=0}=0$；当 $x\to\infty$时，$G(x,\xi)=0$。

格林函数 $G(x,\xi)$的解可以写成

$$G(x,\zeta)=\begin{cases}-\dfrac{1}{a}\mathrm{e}^{-a\zeta}\cosh(ax), & 0\leqslant x\leqslant\zeta\\[2ex]-\dfrac{1}{a}\cosh(a\zeta)\mathrm{e}^{-ax}, & 0\leqslant\zeta\leqslant x\end{cases} \tag{51}$$

此时 y 的解可以写成

$$y(x)=\int_0^{\infty}G(x,\zeta)f(\zeta)\mathrm{d}\zeta \tag{52}$$

当 $x=0$ 时，$y(0)$的解可以表达为如下形式

$$y(0)=\int_0^{\infty}G(0,\zeta)f(\zeta)\mathrm{d}\zeta=-\frac{1}{a}\int_0^{\infty}f(\zeta)\mathrm{e}^{-a\zeta}\mathrm{d}\zeta \tag{53}$$

回到式(49)，此时式(49)的解可以写成

$$\begin{aligned}p=&\frac{1}{\sqrt{\mu^2\gamma^2-Ma^2\omega^2}}\times\int_0^{\infty}\left\{2\mathrm{i}\mu\alpha\mathrm{D}Uu_2-\left[\mathrm{D}^2T_{22}-2\mathrm{i}\mu(\alpha\mathrm{D}T_{12}+\beta\mathrm{D}T_{32})\right]+\mu^2\left(\alpha^2T_{11}+2\alpha\beta T_{13}+\beta^2T_{33}\right)\right.\\&\left.-Ma^2\left[\mathrm{D}\Gamma_2-\mathrm{i}\mu(\alpha\Gamma_1+\beta\Gamma_3)\right]\right\}\mathrm{e}^{-\sqrt{\mu^2\gamma^2-\alpha\mu^2\alpha^2}}\mathrm{d}x_2\\=&\frac{1}{\sqrt{\gamma^2-(Ma/\mu)^2\omega^2}}\times\int_0^{\infty}\left\{2\mathrm{i}\alpha\mathrm{D}Uu_2-\mu\left(\gamma^2-(Ma/\mu)^2\omega^2\right)T_{22}+2\mathrm{i}\mu\sqrt{\gamma^2-(Ma/\mu)^2\omega^2}(\alpha T_{12}+\beta T_{32})\right.\\&\left.+\mu\left(\alpha^2T_{11}+2\alpha\beta T_{13}+\beta^2T_{33}\right)-Ma^2\left[\sqrt{\gamma^2-(Ma/\mu)^2\omega^2}\Gamma_2-\mathrm{i}(\alpha\Gamma_1+\beta\Gamma_3)\right]\right\}\mathrm{e}^{-\sqrt{\mu^2\gamma^2-\alpha t\alpha^2\omega^2}}\mathrm{d}x_2\end{aligned} \tag{54}$$

观察上式可以发现，在 p 的表达式中同时存在 Ma 的零阶、一阶(当 $\mu=Ma$ 时)和高阶量(二阶及以上)，因此这里可以直接忽略 Ma 的高阶量，最终 p 的表达式可以简化为

$$\begin{aligned}p=&\frac{1}{\sqrt{\gamma^2-(Ma/\mu)^2\omega^2}}\times\int_0^{\infty}\left\{2\mathrm{i}\alpha\mathrm{D}Uu_2-\mu\left(\gamma^2-(Ma/\mu)^2\omega^2\right)T_{22}+2\mathrm{i}\mu\sqrt{\gamma^2-(Ma/\mu)^2\omega^2}(\alpha T_{12}+\beta T_{32})\right.\\&\left.+\mu\left(\alpha^2T_{11}+2\alpha\beta T_{13}+\beta^2T_{33}\right)\right\}\mathrm{e}^{-\sqrt{\mu^2\gamma^2-4\alpha\alpha^2\omega^2}x_1}\mathrm{d}x_2\end{aligned} \tag{55}$$

现在开始检验上式的正确性。当 $\mu=1$ 时，式(55)可以写成

$$\begin{aligned}p=&\frac{1}{\sqrt{k^2-Ma^2\omega^2}}\times\int_0^{\infty}\left\{2\mathrm{i}k_1\mathrm{D}Uu_2-\left(k^2-Ma^2\omega^2\right)T_{22}+2\mathrm{i}\sqrt{k^2-Ma^2\omega^2}(k_1T_{12}+k_3T_{32})\right.\\&\left.+\left(k_1^2T_{11}+2k_1k_3T_{13}+k_3^2T_{33}\right)\right\}\mathrm{e}^{-\sqrt{k^2-Ma^2\omega^2}x_1}\mathrm{d}x_2\end{aligned} \tag{56}$$

注意到式(56)在有量纲化后与 Ffowcs Williams 推导的形式完全相同。

当 $\mu=Ma$ 时，式(55)可以写成

$$\begin{aligned}p=&\frac{1}{\sqrt{\gamma^2-\omega^2}}\times\int_0^{\infty}\left\{2\mathrm{i}\alpha\mathrm{D}Uu_2-Ma\left(\gamma^2-\omega^2\right)T_{22}+2\mathrm{i}Ma\sqrt{\gamma^2-\omega^2}(\alpha T_{12}+\beta T_{32})\right.\\&\left.+Ma\left(\alpha^2T_{11}+2\alpha\beta T_{13}+\beta^2T_{33}\right)\right\}\mathrm{e}^{-\Delta Ma\sqrt{\gamma^2-\omega^2}x_2}\mathrm{d}x_2\end{aligned} \tag{57}$$

这里需要将上式中的 u_2 项进行一定数学变换，根据式(36)可以得知

$$\frac{\partial\widetilde{u}_2}{\partial\widetilde{t}}+U\frac{\partial\widetilde{u}_2}{\partial\widetilde{x}_1}+\frac{\partial\widetilde{p}}{\partial\widetilde{x}_2}+\frac{\partial\widetilde{T}_{12}}{\partial\widetilde{x}_1}+\frac{\partial\widetilde{T}_{22}}{\partial\widetilde{x}_2}+\frac{\partial\widetilde{T}_{32}}{\partial\widetilde{x}_3}+Ma^2\widetilde{S}_2=0 \tag{58}$$

对上式进行空间和时间上的傅里叶变换后可以得到

$$\mathrm{i}\omega u_2-\mathrm{i}Uk_1u_2+\mathrm{D}p-\mathrm{i}k_1T_{12}+\mathrm{D}T_{22}-\mathrm{i}k_3T_{32}+Ma^2S_2=0 \tag{59}$$

对上式在波数上进行尺度律变换：

$$k_1=Ma\alpha \tag{60}$$

$$k_3=Ma\beta \tag{61}$$

$$k=Ma\gamma \tag{62}$$

此时，式(36)可以表达为

$$\mathrm{i}\omega u_2 - \mathrm{i}MaU\alpha u_2 + \mathrm{D}p - \mathrm{i}Ma\alpha T_{12} + \mathrm{D}T_{22} - \mathrm{i}Ma\beta T_{32} + Ma^2 S_2 = 0 \tag{63}$$

因此, u_2 的表达式可以写成如下形式

$$u_2 = \frac{1}{\mathrm{i}\omega}\left[-\mathrm{D}p - \mathrm{D}T_{22} + \mathrm{i}Ma(U\alpha u_2 + \alpha T_{12} + \beta T_{32}) - Ma^2 S_2\right] \tag{64}$$

这里需要进一步给出 $\mathrm{D}p$ 与 $\mathrm{D}T_{22}$ 的基本关系。根据式(49), 可以推导当 $\mu=Ma$ 时脉动压力的控制方程表示为

$$\mathrm{D}^2 p - Ma^2\left(\gamma^2-\omega^2\right)p = 2\mathrm{i}Ma\alpha\mathrm{D}Uu_2 - \left[\mathrm{D}^2T_{22} - 2\mathrm{i}Ma(\alpha\mathrm{D}T_{12} + \beta\mathrm{D}T_{32})\right]$$
$$+ Ma^2\left(\alpha^2T_{11} + 2\alpha\beta T_{13} + \beta^2T_{33}\right) - Ma^2\left[\mathrm{D}\Gamma_2 - \mathrm{i}Ma(\alpha\Gamma_1 + \beta\Gamma_3)\right] \tag{65}$$

采用摄动法的基本思路, 假设 $p=p_0+Map_1+Ma^2p_2+O(Ma^3)$, 代入式(65)后可以得到 p 关于 Ma 的各阶控制方程。

零阶控制方程如下所示

$$\mathrm{D}^2p_0 + \mathrm{D}^2T_{22} = 0 \tag{66}$$

因此 p_0 的解可以写成

$$p_0 = -T_{22} + p_0(0) + p_0^*(0)x_2 \tag{67}$$

一阶控制方程如下所示

$$\mathrm{D}^2p_1 = 2\mathrm{i}\alpha\mathrm{D}Uu_2 + 2\mathrm{i}(\alpha\mathrm{D}T_{12} + \beta\mathrm{D}T_{32}) \tag{68}$$

将式(64)代入上式并忽略 Ma 的二阶以上量后可以得到

$$\mathrm{D}^2p_1 = 2\mathrm{i}\alpha\mathrm{D}U\frac{1}{\mathrm{i}\omega}\left[-\mathrm{D}p - \mathrm{D}T_{22} + \mathrm{i}Ma(U\alpha u_2 + \alpha T_{12} + \beta T_{32})\right] + 2\mathrm{i}(\alpha\mathrm{D}T_{12} + \beta\mathrm{D}T_{32})$$
$$= 2\mathrm{i}\alpha\mathrm{D}U\frac{1}{\mathrm{i}\omega}\left[-\mathrm{D}p_0 - \mathrm{D}T_{22} + \mathrm{i}Ma(\mathrm{i}p_1 + U\alpha u_2 + \alpha T_{12} + \beta T_{32})\right] + 2\mathrm{i}(\alpha\mathrm{D}T_{12} + \beta\mathrm{D}T_{32}) \tag{69}$$

注意到上式中 Ma 的一阶量应当归属于下一阶摄动方程, 因此一阶控制方程的最终形式为

$$\mathrm{D}^2p_1 = 2\mathrm{i}\alpha\mathrm{D}U\frac{1}{\mathrm{i}\omega}(-\mathrm{D}p_0 - \mathrm{D}T_{22}) + 2\mathrm{i}(\alpha\mathrm{D}T_{12} + \beta\mathrm{D}T_{32}) = -2\mathrm{i}\alpha\mathrm{D}U\frac{1}{\mathrm{i}\omega}p_0^*(0) + 2\mathrm{i}(\alpha\mathrm{D}T_{12} + \beta\mathrm{D}T_{31}) \tag{70}$$

理论上式(70)和式(67)都为脉动压力的一阶控制方程, 因此应当有如下关系

$$-\frac{1}{\mathrm{i}\omega}p_0^*(0) = u_2 \tag{71}$$

这里 $p_0^*(0)$是与 x_2 无关的常数, 而 u_2 一定与 x_2 相关, 因此这里认为 $u_2 = u_2^0 + Mau_2^1 + Ma^2u_2^2 + O(Ma^3)$, 其中 $u_2^0 = p_0^*(0) = 0$, 即 $u_2 = O(Ma)$。这里还可以得到以下关系式

$$\mathrm{D}p_0 = 0 \tag{72}$$

继续往后推导, 还能得到以下关系式, 由于该推导较为繁杂, 这里不再赘述。

$$\mathrm{D}p_1 = 0 \tag{73}$$

将式(67)、式(70)、式(72)和式(73)代入式(64), 可以得到

$$u_2 = \frac{1}{\mathrm{i}\omega}\left[\mathrm{i}Ma(U\alpha u_2 - 2(\alpha T_{12} + \beta T_{32}) + \alpha T_{12} + \beta T_{32}) - Ma^2S_2\right] \tag{74}$$

由于在该波数区间 $u_2=O(Ma)$, 因此上式可以更进一步表达为

$$u_2 = -\frac{Ma}{\omega}(\alpha T_{12} + \beta T_{32}) + O\left(Ma^2\right) \tag{75}$$

将上式代入式(57), 可以得到当 $\mu=Ma$ 时脉动压力的表达式为

$$p = \frac{Ma}{\sqrt{\gamma^2-\omega^2}}\int_0^\infty\left\{\frac{2\mathrm{i}\alpha DU}{\omega}(\alpha T_{12} + \beta T_{32}) - \left(\gamma^2-\omega^2\right)T_{22} + 2\mathrm{i}\sqrt{\gamma^2-\omega^2}(\alpha T_{12} + \beta T_{32})\right.$$
$$\left. + \left(\alpha^2T_{11} + 2\alpha\beta T_{13} + \beta^2T_{33}\right)\right\}\mathrm{e}^{-Ma\sqrt{\gamma^2-\omega^2}x_2}\mathrm{d}x_2 \tag{76}$$

注意到式(76)与 Bergeron 推导的形式完全相同,因此上述比较证明了推导脉动压力表达式的正确性。观察以上结果,注意到不同波数段脉动压力结果的差别主要来自于 u_2 项,它在不同波数段的表现形式存在较大区别:当 $\mu=Ma$ 时,$u_2\sim O(Ma)$;当 $\mu=1$ 时,$u_2\sim O(1)$。此外,从上述推导结果中还可以发现,脉动压力在不同波数段幅值关于 Ma 的最小阶次为一阶,因此在低马赫数情况下所有 Ma 的二阶以上量都可忽略,该简化不影响最终结果。对于 Lighthill 声类比理论,运用该理论求解远场噪声或近场脉动压力都是建立在忽略源项中 Ma 二阶以上量的基本假设上,从以上推导过程可以发现,该假设是正确且自洽的,这更进一步拓宽了 Lighthill 声类比理论的适用范围。最后还可以发现,在迁移区(脉动压力能量主要集中区域),脉动压力的表达式(式(56))大致正比于马赫数的零次方,因此不同介质中该波数段的脉动压力能够归一化至一处(由于脉动压力自谱幅值主要取决于迁移区的脉动压力幅值,因此不同介质的脉动压力归一化自谱也能归一化至一处);在声学区脉动压力的表达式(式(76))正比于马赫数的一次方,因此不同介质中该波数段的脉动压力不能通过常规归一化方法归一化至一处。

2 脉动压力试验及结果分析

本研究一共开展了两期试验,其中第一期为在声学风洞中开展的 10 m 圆柱壳表面脉动压力测量试验,第二期为在水槽中开展的 5 m 圆柱表面脉动压力测量试验。

2.1 风洞试验

2.1.1 试验风洞

该风洞为一座单回流式、开闭口可更换的低速低湍流度声学风洞。开口试验段长 14 m、宽 5.5 m、高 4 m,横截面为矩形,最大风速 100 m/s,主要用于声学试验,其背景噪声为 75.6 dB(A)。开口试验段模型中心区域气流湍流度 $\varepsilon\leqslant 0.2\%$,动压场系数 $|\mu_i|\leqslant 0.3\%$,动压稳定性系数 $\eta\leqslant 0.002$,气流偏角 $|\Delta\alpha|\leqslant 0.3°$、$|\Delta\beta|\leqslant 0.3°$,轴向静压梯度 $L|\mathrm{d}C_p/\mathrm{d}x|\leqslant 0.003$。开口试验段外包围着一个内部净空尺寸为 26 m(宽)×18 m(高)×27 m(长)的全消声室,全消声室满足 ISO3745、ISO6798 和 GB/T 6882-2016 的要求,全消声室的截止频率为 100 Hz(1/3 倍频程),混响时间 $T_{60}\leqslant 0.1$ s,墙体噪声衰减指数≥50 dB(A)(截止频率 100 Hz,1/3 倍频程)。试验模型为标准圆柱壳模型。

2.1.2 测量设备

试验采用一维 MEMS 脉动压传感器阵列进行平板表面脉动压力测量,该阵列在薄钢片上等距分布了 32 个 MEMS 传感器,相邻传感器间距 4 mm,阵列长宽为 140 mm×34.5 mm,厚度为 1.5 mm。MEMS 脉压传感器为 InvenSense 公司的 ICS-40691 型号,该传感器具备小尺寸、高输出能力以及消除模拟噪声的优点。MEMS 传感器照片如图 1 所示。

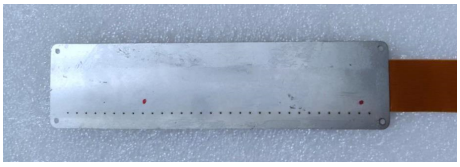


图 1 脉压传感器阵列

Fig.1 Fluctuating pressure sensors array

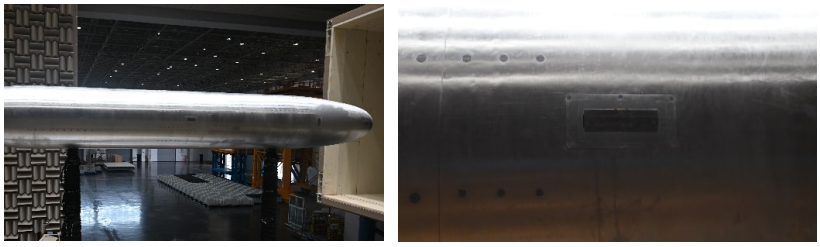
2.1.3 试验平台及模型

本试验模型为圆柱壳,模型总长 10 m,最大直径 1166.2 mm。模型通过两点腹撑支杆安装在腹撑平台上,模型中心标高 10.8 m。对模型中部区域进行了脉动压力测量,脉动压力测点位置如图 2 所示,测点起点位于 $x/L=0.45$(L 为模型总长),试验测量风速为 40 m/s、50 m/s 和 60 m/s。数据采集系统采集频率为 51.2 kHz,采样时间为 60 s。

2.2 水槽试验

2.2.1 试验水槽

水下试验在中国船舶科学研究中心大型低噪声循环水槽中开展,试验段尺寸:长 10.5 m、宽



（a）风洞实验模型　　（b）测量区域

图 2　风洞实验照片

Fig.2　Photograph of the wind tunnel test

2.2 m、高 2.0 m, 水速 1.0 ~ 15.0 m/s, 可进行各种舰艇(带推进器)模型的水动力性能试验、流场测量、空泡试验、脉动压力(激励力)试验和噪声试验等。如图 3 所示, 循环水槽下方有测声舱, 四壁采用吸声尖劈进行消声处理。

2.2.2 测量设备

循环水槽试验测试系统由脉动压力传感器、测量放大器、数据采集系统及测试电脑构成。采用 B&K 公司 PULSE 3660D 型采集仪, 仪器采样频率可达 65 kHz, 动态范围大于 80 dB, 可利用 LAN 进行多模块同步。传感器照片如图 4 所示。



图 3　大型循环水槽（2.2 m×2.0 m）

Fig.3　Large scale circulating water tank (2.2 m×2.0 m)

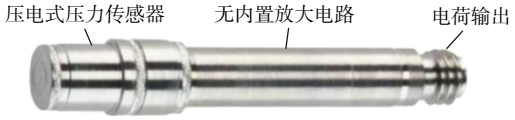


图 4　水槽试验脉动压力传感器

Fig.4　Fluctuating pressure sensor for the water tank test

2.2.3 试验平台及模型

本试验模型为圆柱壳, 模型总长 5 m, 最大直径 583.1 mm, 阻塞比为 6%, 如图 5 所示。模型通过单点背撑安装。对模型中部区域进行了脉动压力测量, 脉动压力测点位置如图 2 所示, 测点起点位于 $x/L=0.45$(L 为模型总长), 共 23 个传感器, 测点间隔 0.01 m。试验测量水速为 2 m/s、3 m/s 和 4 m/s。



图 5　水槽试验

Fig.5　Setup of the water tank test

2.3 试验结果分析

图 6 给出了不同介质中圆柱壳表面脉动压力的自谱归一化结果。结果显示, 外尺度律下不同马赫数的脉动压力自谱曲线能够在中频归一化至一处(其中低频差异较大的原因是背景噪声影响, 高频差异较大的原因是传感器尺寸带来的滤波作用), 该结果也证明了马赫数对脉动压力归一化自谱的影响可以忽略。

图 7~12 给出了不同风速和水速下不同无量纲频率下的脉动压力一维波数–频率谱归一化结果。结果显示, 归一化后的脉动压力一维波数–频率谱曲线能够吻合至一处(特别是在迁移峰区域), 证明了脉动压力在迁移区的幅值不受马赫数影响。

图 13 给出了不同介质下脉动压力一维波数–频率谱归一化结果, 结果显示, 在 $0 < Ma < 0.176$ 区间内归一化后的脉动压力一维波数–频率谱曲线能够吻合至一处, 再次证明了脉动压力在迁移区的幅值不受马赫数影响, 空气和水下湍流边界层脉动压力的相似性准则得到了充分验证。

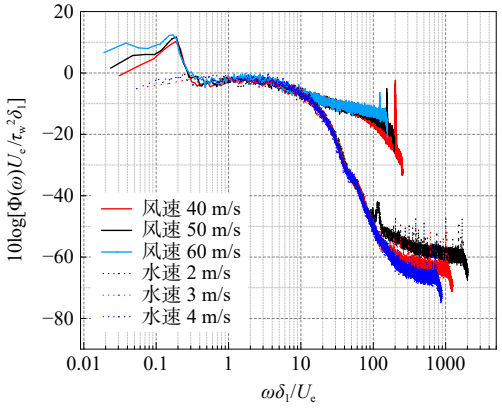


图 6 不同风速和水速下脉动压力自谱结果

Fig.6 Auto-power spectrum of fluctuating pressure under various inflow velocities in air and water

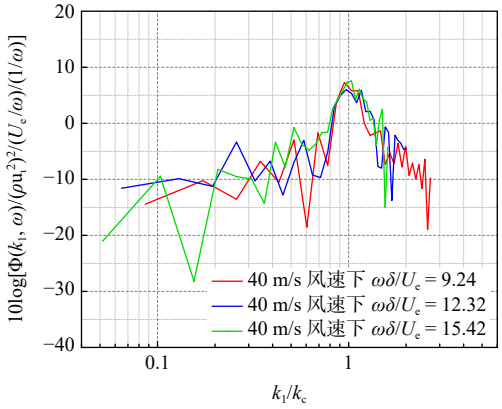


图 7 空气介质中脉动压力波数–频率谱实验结果归一化结果（40 m/s 风速）

Fig.7 Normalized wavenumber-frequency spectrum of the fluctuating pressure in air (Inflow velocity at 40 m/s)

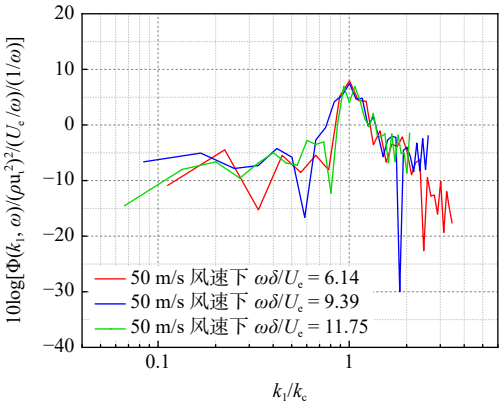


图 8 空气介质中脉动压力波数–频率谱实验结果归一化结果（50 m/s 风速）

Fig.8 Normalized wavenumber-frequency spectrum of the fluctuating pressure in air (Inflow velocity at 50 m/s)

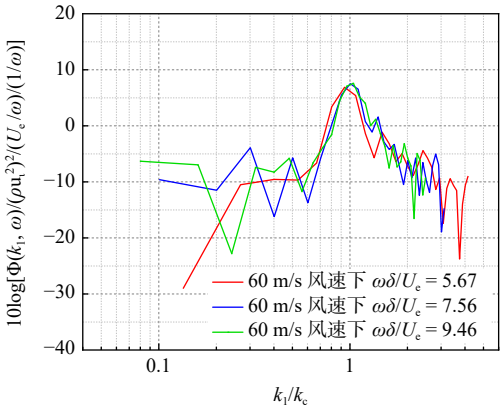


图 9 空气介质中脉动压力波数–频率谱实验结果归一化结果（60 m/s 风速）

Fig.9 Normalized wavenumber-frequency spectrum of the fluctuating pressure in air (Inflow velocity at 60 m/s)

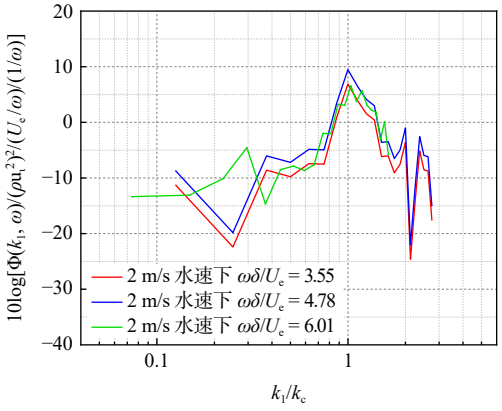


图 10 水介质中脉动压力波数–频率谱实验结果归一化结果（2 m/s 水速）

Fig.10 Normalized wavenumber-frequency spectrum of the fluctuating pressure in water (Inflow velocity at 2 m/s)

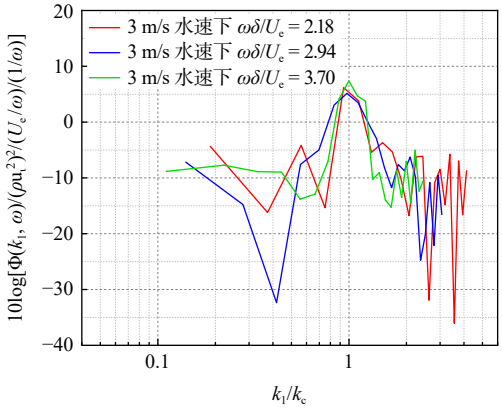


图 11 水介质中脉动压力波数–频率谱实验结果归一化结果（3 m/s 水速）

Fig.11 Normalized wavenumber-frequency spectrum of the fluctuating pressure in water (Inflow velocity at 3 m/s)

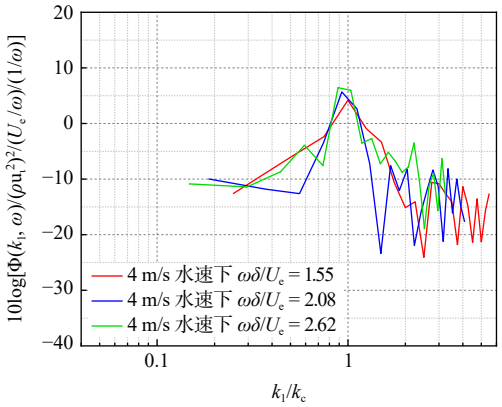


图 12　水介质中脉动压力波数−频率谱实验结果归一化结果（4 m/s 水速）

Fig.12　Normalized wavenumber-frequency spectrum of the fluctuating pressure in water (Inflow velocity at 4 m/s)

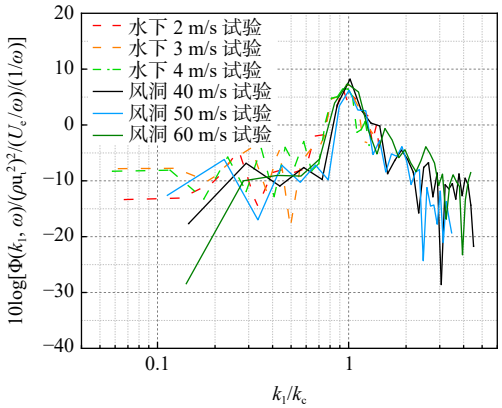


图 13　空气和水介质中脉动压力波数−频率谱实验结果归一化结果（$\omega\delta/U_e=6$）

Fig.13　Normalized wavenumber-frequency spectrum of the fluctuating pressure in air and water ($\omega\delta/U_e=6$)

3 结　论

本文通过理论推导与试验验证，研究了湍流边界层壁面脉动压力的相似性规律，主要得到以下结论：

（1）通过理论推导，得到了近场脉动压力和远场噪声在时域上的统一表达式，进一步拓宽了 Lighthill 声类比理论的适用范围。

（2）通过求解无量纲连续和动量方程，推导得到了脉动压力在全波数域的无量纲表达形式，最终分析得到了马赫数（在 $0<Ma<0.176$ 区间内）对脉动压力自谱和波数频−率谱的影响规律：马赫数主要影响脉动压力声学区（与声学区脉压幅值的一次方成正比）；马赫数对脉动压力迁移区的影响可以忽略。

（3）通过对实验数据的无量纲分析，验证了上述马赫数影响规律的正确性。

参　考　文　献：

[1] Bull M K. Wall-pressure fluctuations beneath turbulent boundary layers: some reflections on forty years of research[J]. Journal of Sound and Vibration, 1996, 190(3): 299–315.

[2] Williams J E F. Surface-pressure fluctuations induced by boundary-layer flow at finite Mach number[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1965, 22(3): 507–519.

[3] Bergeron R F. Aerodynamic sound and the low−wavenumber wall−pressure spectrum of nearly incompressible boundary - layer turbulence[J]. Acoustical Society of America Journal, 1973, 54(1): 123–133.

[4] Erickson G E, Peake D J, Del Frate J, et al. Water facilities in retrospect and prospect−an illuminating tool for vehicle design[R]. NASA, 1986.

[5] Deane J R. Wind and water tunnel investigations of the interaction of body vortices and the wing panels of a missile configuration[R]. AGARD, 1979.

[6] Davies A G. A comparative study of vortex flows in wind and water tunnels[R]. AGARD Fluid Dynamics Panel Symposium on Aerodynamic and Related Hydrodynamic Studies, 1986.

[7] Suarez C J, Malcolm G N. Water tunnel force and moment measurements on an FIA-18[C]//AIAA Applied Aerodynamics Conference, 12th, Colorado Springs, 1994.

[8] Cunningham A. Steady and unsteady force testing of fighter aircraft models in a water tunnel[C]//AIAA 8th Applied Aerodynamics Conference, Portland, 1990.

[9] Malcolm G N, Nelson R C. Comparison of water and wind tunnel flow visualization results on a generic fighter configuration at high angles of attack[C]//AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference, Monterey, 1987.

[10] Suarez C J, Ayers B F, Malcolm G N. Force and moment measurements in a flow visualization water tunnel[C]//AIAA 32nd Aerospace Sciences Meeting, Reno, 2012.

[11] Suarez C J, Kramer B R, Malcolm G N. Forebody vortex control on an FIA-18 using small, rotatable tip-strakes[C]//AIAA 11th Applied Aerodynamics Conference, Monterey, 1993.

[12] Lanser W R, Murri D G. Wind tunnel measurements on a full-scale FIA-18 with forebody slot blowing or forebody strakes[C]//AIAA Aerospace Design Conference, Irvine, 1993.

[13] Erickson G E, Hall R M, et al. Experimental investigation of the FIA-18 vortex flows at subsonic through transonic speeds[C]//AIAA 7th Applied Aerodynamics Conference, Seattle, WA, 1989.

[14] Granlund K, Monnier B, Ol M, et al. Airfoil longitudinal gust response in separated vs. attached flows[C]//AIAA 42nd Fluid Dynamics Conference, New Orleans, Louisiana, 2012.

[15] Greenblatt D, Müller-Vahl H, et al. High advance-ratio airfoil streamwise oscillations: wind tunnel vs. Water tunnel[C]//AIAA 54th Aerospace Sciences Meeting, San Diego, California, 2016.

[16] 戈尔茨坦. 气动声学[M]. 国防工业出版社, 2014.
Goldstein. Aeroacoustics [M]. National Defense Industry Press, 2014. (in Chinese)