文章编号：1007−7294(2026)08−1245−10

基于复杂网络科学的流体动力学分析与建模

王子豪[1]，回　达[2]，张桂勇[1]，孙铁志[1]，史崇镔[1]，黄华坤[3]
（1. 大连理工大学 工业装备结构分析优化与 CAE 软件全国重点实验室，辽宁 大连 116024；2. 大连海事大学 航海学院，辽宁 大连 116026；3. 南方科技大学 工学院，广东 深圳 518055）

摘要：在船舶与海洋工程领域，流体力学分析对于设计和优化海洋结构至关重要。随着大数据技术的发展，数据驱动方法逐渐成为流体力学分析的主流。然而，现有方法在处理复杂的非线性关系时存在局限。因此，本文将复杂网络科学引入流体力学领域，重新定义了瞬态流场，并利用聚类方法简化了流场描述，有效捕捉了关键结构和特征。同时，运用网络理论描述了流体流动过程，揭示了其中的重要模式和相互作用。最后，构建了非定常流动力系数的模型，实现了对流体动力学中非定常行为的准确预测和描述。这一研究将网络科学与流体动力学相结合，为解决复杂流体力学问题提供了新的思路和工具，尤其对于船舶和海洋工程中的流体动力学问题具有重要应用价值。

关键词：复杂网络；流体动力学；数据驱动；系统建模
中图分类号：O351　　**文献标识码：**A　　**doi:** 10.3969/j.issn.1007−7294.2026.08.003

Fluid dynamics analysis and modeling based on complex network science

WANG Zi−hao[1], *HUI Da*[2], *ZHANG Gui−yong*[1], *SUN Tie−zhi*[1], *SHI Chong−bin*[1], *HUANG Hua−kun*[3]
(1. Dalian University of Technology, State Key Laboratory of Structure Analysis, Optimization and CAE Software for Industrial Equipment, Dalian 116024, China; 2. Navigation College, Dalian Maritime University, Dalian 116026, China; 3. College of Engineering, Southern University of Science and Technology, Shenzhen 518055, China)

Abstract: In the field of ship and ocean engineering, fluid dynamics analysis plays a crucial role in the design and optimization of marine structures. With the development of big data technologies, data-driven methods have gradually become mainstream in fluid dynamics analysis. However, existing methods have limitations in handling complex nonlinear relationships. Therefore, this paper introduced complex network science into the field of fluid dynamics, redefined the transient flow field and simplified its description through clustering methods, thus effectively captured key structures and features. Additionally, network theory was applied to describe the fluid flow process, revealing important patterns and interactions within it. Finally, a model for unsteady hydrodynamic coefficients was constructed, enabling accurate prediction and description of unsteady behaviors in fluid dynamics. This research integrates network science with fluid dynamics, providing new ideas and tools for solving complex fluid dynamics problems, particularly in the context of ship and ocean engineering applications.

收稿日期：2026−03−05
基金项目：国家自然科学基金资助项目（524B2148；52325108）；装备发展部教育部联合基金创新团队项目（8091B042205）
作者简介：王子豪（1995–），男，博士研究生，E-mail: wangzihao2022@mail.dlut.edu.cn；
张桂勇（1978–），男，博士，教授，通讯作者，E-mail: gyzhang@dlut.edu.cn。

Key words: complex network; fluid dynamics; data-driven; system modeling

0 引 言

流体力学领域正在经历一场深刻的革命,这得益于高精度实验工具和高性能数值算法的快速发展。这一革命引领了以大数据分析为核心的数据驱动方法的新时代,特别是在船舶和海洋工程的应用中显得尤为重要[1]。在这些领域,流体力学的分析不仅涉及复杂的动力学行为,还直接关系到结构设计、性能优化以及环境适应性等方面,推动了海洋工程的技术进步。

纳维-斯托克斯方程(N-S 方程)描述了流体力学中的动量传递和质量守恒。这些方程通常以偏微分方程的形式呈现,描述了流体中速度场和压力场随时间和空间的演化。N-S 方程包含的非线性项使其在数学上变得复杂且难以直接求解。这种非线性行为导致了流体力学中许多复杂的现象,如湍流、涡旋等,尤其在船舶运动、海上平台以及海洋环境的流体流动模拟中尤为明显[2]。当前的流体力学数据驱动分析方法严重依赖于基础过程的线性假设,这在某些应用场景下会导致信息的丢失。例如,船舶的动态响应、海洋结构物的稳定性以及水下流体的流动模式等,往往涉及复杂的非线性效应。这些依赖于线性假设的分析方法包括本征正交分解[3−5]、动力学模态分解[6] 以及全局稳定性分析[7] 等,线性假设虽能捕获流体力学中的重要信息,却忽略了复杂的非线性关系,因而限制了其在实际工程中的应用。

在动力系统和统计物理学的背景下,真实世界的复杂性可以被复杂网络科学所描述。不同学科的数据可以自然地映射到网络中[8]。社交网络、航空公司网络、通信网络、神经网络和食物链网络是一些众所周知的网络示例[9]。网络科学已成为了解这些复杂系统的特征、结构和动态的关键交叉学科。图是网络理论的基本数据结构,通过欧拉或者拉格朗日角度将流场离散化为元素,利用图论将流体中的元素抽象为节点,而它们的相互作用被描述为图中的边,将流场表示为图已成为一种有前景的方法[10]。从方法论上看,复杂网络科学以图论为基础,将复杂系统抽象为由节点及其连接关系构成的网络,并通过节点、边及相应的拓扑统计量刻画系统中的局部相互作用与整体组织结构。

在自然现象和工业应用中,流体流动通常表现为湍流运动,其特征是强烈的涡流结构和混沌行为[11]。网络分析侧重于理解图中的信息如何随时间和空间演变,其目的是了解复杂系统内节点和边缘的交互和演化。通过深入研究这些关系,网络分析致力于揭示系统的潜在属性和行为[12]。利用网络理论捕捉流体流动复杂相互作用中所表现出的丰富动力学特征,是一种新颖且具有挑战性的探索。Taira 等[13] 证明了复杂流体流动中涡流之间的相互作用可以使用加权无标度网络来表征。此外,从拉格朗日的角度可以实现在网络理论和流体流动之间建立桥梁。Schlueter-Kuck 等 [14] 通过绘制拉格朗日流轨迹的光谱图来检测相干结构。这些进步强调了网络理论和复杂的流体动力学之间的不断完善和跨学科融合。Meena 等[15] 首创了一种基于网络社区的降阶模型,以捕获高维非平稳涡旋内相干结构之间的关键相互作用。Iacobello 等[16] 利用空间邻近标准,将一组流体粒子的动力学几何变换为时变加权网络。

与网络科学中通常研究的物理相互作用相比,流体动力学在量化物理相互作用方面具有独特的挑战。网络科学需要扩展应用才能使其适应流体力学应用。国内外对网络科学与流体力学的结合研究相对较少,因此本研究尝试给出一个基于网络科学的流体动力学分析和建模的基本框架。首先,我们利用复杂网络重新定义瞬态流场,通过利用聚类建立瞬态流场的空间信息分区,从而简化流场的描述。这样做可以有效地捕捉流场中的关键结构和特征。随后,我们利用网络理论来描述流体流动过程,以识别流体动力学中的重要模式和相互作用。通过将流场元素抽象为网络节点,将它们之间的相互作用表示为图中的边,我们可以更好地理解流体流动的复杂性。最后,我们构建非定常流动力系数的模型,这可以帮助我们更准确地预测和描述流体动力学中的非定常行为。通过将网络科学与流体动力学相结合,为理解和解决流体力学中的复杂问题提供了新的思路和工具。

1 数学方法

1.1 复杂网络表达

本文采用无向加权网络来描述瞬态流场。在这种网络中，任意两个节点之间的连接表示其相似度，并且连接的权重取决于节点之间的距离。具体来说，我们使用高斯核函数来定义节点之间的相似度，权重随着节点之间的距离变化而变化。高斯核函数的表达式如下

$$w_{ij} = \exp^{\frac{\left\|x_i - x_j\right\|_2^2}{2\delta^2}} \tag{1}$$

式中：w_{ij} 是节点x_i和x_j之间的权重，$\left\|x_i - x_j\right\|_2^2$是节点之间的欧氏距离的平方，$\delta$是可调节参数。与网络表达等价的是此网络的邻接矩阵，它可以被定义为

$$\boldsymbol{A}_{ij} = w_{ij} \tag{2}$$

值得注意的是，每个网络节点包含三个维度的数据特征：节点的面积加权数据值a_n、节点的 x 坐标和节点的 y 坐标。为使离散节点属性同时反映局部物理量及其对应网格单元的面积贡献，原始数据值采用网格尺寸 Δx 和 Δy 进行面积加权，得到a_n，即

$$a_n = a \times \triangle x \times \triangle y \tag{3}$$

1.2 谱聚类

通过网络科学获得瞬时流场的网络抽象，利用谱聚类[17] 对网络表达进行离散化。首先从获取的邻接矩阵 $\boldsymbol{A}$ 中求解未标准化的拉普拉斯矩阵 $\boldsymbol{L}$，其表达式为

$$\boldsymbol{L} = \boldsymbol{D} - \boldsymbol{A} \tag{4}$$

式中：$\boldsymbol{D}$ 表示度矩阵，它是一个对角矩阵

$$\boldsymbol{D}_{ij} = \begin{cases} 0, i \neq j \\ \sum\limits_j w_{ij}, i = j \end{cases} \tag{5}$$

基于未标准化的拉普拉斯矩阵 $\boldsymbol{L}$，可以构建对称归一化的拉普拉斯矩阵如下

$$\boldsymbol{L}_{\mathrm{sym}} = \boldsymbol{D}^{-\frac{1}{2}}\boldsymbol{L}\boldsymbol{D}^{-\frac{1}{2}} = \boldsymbol{I} - \boldsymbol{D}^{-\frac{1}{2}}\boldsymbol{A}\boldsymbol{D}^{-\frac{1}{2}} \tag{6}$$

利用特征值分解求解 $\boldsymbol{L}_{\mathrm{sym}}$ 的特征值问题，找到前 k 个最小特征值 $\lambda_1, \lambda_2, \cdots, \lambda_{\mathrm{k}}$及其对应的特征向量 $\boldsymbol{u}_1, \boldsymbol{u}_2, \cdots \boldsymbol{u}_k$ 得到创建特征向量矩阵 $\boldsymbol{U}$，特征矩阵 $\boldsymbol{U}$ 中的每一行代表一个样本。可以利用 K-means++[18] 聚类算法对这些样本进行聚类。

1.3 动力学网络表达

通过谱聚类，流场网络被降维为几个代表性节点，称为质心。使用以下数学公式计算识别每个类别的质心位置$(x_c[i], y_c[i])$和平均通量$\Gamma_{\mathrm{c}}[i]$

$$x_{\mathrm{c}}[i] = \frac{\sum_{i\mathrm{dc}} x_{\mathrm{new}}[i\mathrm{dc}] \cdot \Gamma_{\mathrm{v}}[i\mathrm{dc}]}{\sum_{i\mathrm{dc}} \Gamma_{\mathrm{v}}[i\mathrm{dc}]} \tag{7}$$

$$y_{\mathrm{c}}[i] = \frac{\sum_{i\mathrm{dc}} y_{\mathrm{new}}[i\mathrm{dc}] \cdot \Gamma_{\mathrm{v}}[i\mathrm{dc}]}{\sum_{i\mathrm{dc}} \Gamma_{\mathrm{v}}[i\mathrm{dc}]} \tag{8}$$

$$\Gamma_{\mathrm{c}}[i] = \overline{\sum_{i\mathrm{dc}} \Gamma_{\mathrm{v}}[i\mathrm{dc}]} \tag{9}$$

其中，$i$dc 表示属于第 i 个聚类的全部网格节点索引组成的集合，这些索引对应每个识别类别内的数据点或样本；$\Sigma_{i\mathrm{dc}}$表示对该索引集合中的所有节点进行求和；$x_{\mathrm{new}}[i\mathrm{dc}]$和$y_{\mathrm{new}}[i\mathrm{dc}]$表示识别分类中的坐标，而$\Gamma_{\mathrm{v}}[i\mathrm{dc}]$为识别分类中的通量数据。涡量场是描述流体运动非稳定特性的重要工具，它可以有效地捕

捉流动中的涡旋结构。本文选取涡量作为代表关键流动特征的指标。质心网络的动态演化也是流体动力学研究中的一项重要内容,它可以帮助我们理解流体的动力学网络结构。本文采用 Pearson 相关系数来描述质心网络的演化特征,该系数是一种用于衡量两个连续变量之间线性相关性的统计方法[19]。Pearson 相关系数ρ_{XY}的定义如下

$$\rho_{XY}=\frac{\operatorname{cov}(X,Y)}{\sqrt{D(X)}\sqrt{D(Y)}} \tag{10}$$

式中: $\operatorname{cov}(X,Y)$ 表示变量 X 和 Y 之间的协方差。 $D(X)$ 表示变量 X 的方差, $D(Y)$表示变量 Y 的方差。

1.4 非定常力建模

降维后质心的属性变化代表了流场的基本特征,本文选择了多项式函数作为基函数来构建非定常力(升力 C_{L} 和阻力 C_{D})的模型。假设存在 N 个未知量,并且它们的一般形式可以表示为集合θ,以二阶多项式为例,其中包括每个未知量ξ_i、每个未知量的平方ξ_i^2以及每对未知量的乘积$\xi_i\xi_j$。i 和 j 表示这些未知量的不同索引。一般形式的公式可以表示为

$$\theta=\left\{\xi_1,\xi_2,\xi_1^2,\xi_2^2,\xi_1\xi_2,\cdots\xi_j,\xi_i^2,\xi_j^2,\xi_i\xi_j,\cdots\right\} \tag{11}$$

随后,假设目标$Y=\{C_{\mathrm{L}},C_{\mathrm{D}}\}$是基函数的线性组合,则它可以表示为

$$Y=[\theta_{\mathrm{L}},\theta_{\mathrm{D}}]\begin{bmatrix}B_{\mathrm{L}}\\B_{\mathrm{D}}\end{bmatrix} \tag{12}$$

式中: B 代表系数组合。这些系数的确定依赖于最小二乘法,最小二乘法是一种常用的参数估计方法,用于拟合模型的参数以使模型预测值与实际观测值之间的残差平方和最小化。它的目标函数是

$$E=\arg\min_{B}\left\|\dot{Y}-\theta B\right\|_2^2 \tag{13}$$

R^2 是回归模型评估中常用的指标,评估模型对观测数据的拟合程度和其预测准确性。其计算方法为

$$R^2=1-(SSR/SST) \tag{14}$$

式中: SSR 为残差平方和,表示回归模型的拟合误差; SST 为总平方和,表示数据的总变异性。

1.5 数据集

流体动力学中经典的物理现象之一是在圆柱绕流中形成的冯·卡门涡街。这一现象在流体力学数据驱动算法的开发中得到了广泛应用[20]。为了模拟流经圆柱体的二维不可压缩流动,本文采用格子玻尔兹曼方法(Lattice Boltzmann Method, LBM)。LBM 是一种基于微观粒子模型的计算流体力学方法,通过在一个离散的空间网格上追踪流体分布函数的演化来模拟流体流动。圆柱直径 $D=1$ m,计算域的大小为$35D\times30D$,圆柱体的圆心位置为$(10D,15D)$。计算域的左侧为入口边界,入口速度$U_\infty=1$ m/s,其余边界为周期边界条件,如图 1 所示。LBM 的网格尺寸 $\mathrm{d}x=0.02$,圆柱表面网格尺寸$\mathrm{d}s=\mathrm{d}x$。流体的密度为$\rho=1000\ \mathrm{kg/m^3}$,雷诺数为$Re=\dfrac{U_\infty D}{\rho v}$, $Re=100$。

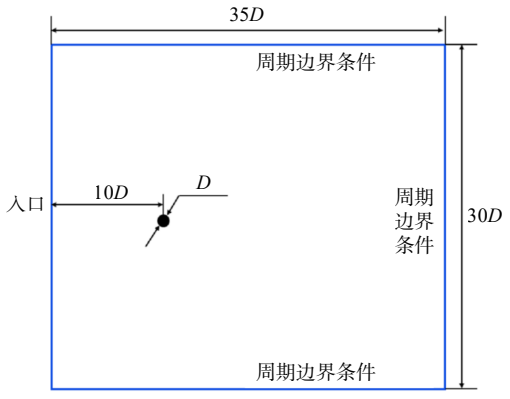


图 1 计算域和边界条件

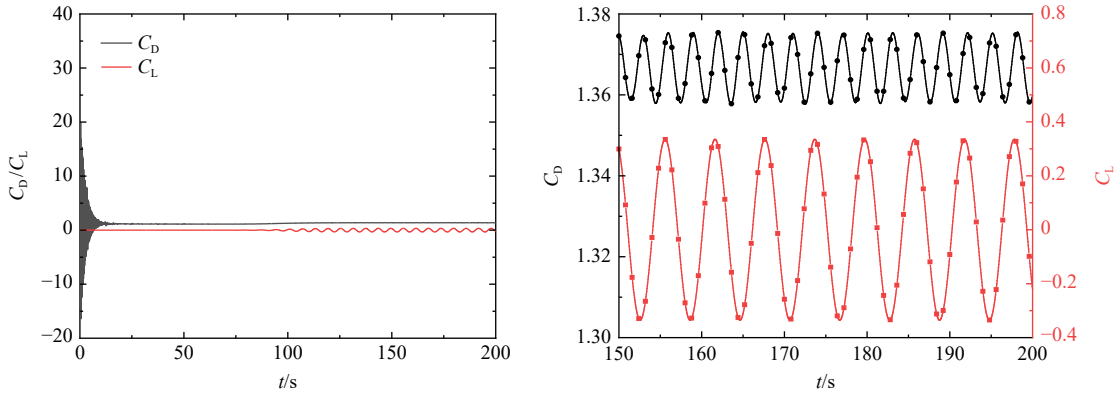
Fig.1 Computation domain and boundary conditions

即使在层流状态下,尾流中的涡旋脱落也会导致圆柱表面产生不稳定的力。如图 2 所示,计算了阻力系数和升力系数,计算公式分别为

$$C_{\mathrm{D}}=\frac{F_{\mathrm{drag}}}{0.5\rho U_\infty^2 D} \tag{15}$$

$$C_{\mathrm{L}}=\frac{F_{\mathrm{lift}}}{0.5\rho U_\infty^2 D} \tag{16}$$

这是一个典型的非线性非定常流动问题。流动初期经历瞬态发展过程，随后逐渐进入稳定的周期性涡旋脱落状态。本文从 200 s 开始提取流场数据，此时初始瞬态已基本衰减，流动已进入稳定的周期性涡旋脱落阶段。



（a）　（b）

图 2 阻力系数与升力系数的演变

Fig.2 Evolution of drag coefficient and lift coefficient

表 1 中统计了稳定后流场的平均升力和阻力系数以及斯特劳哈尔数。通过将本文的数值模拟结果与参考文献中的数值模拟结果进行比较，发现本文结果与参考文献结果具有良好的一致性，验证了本文数值方法的正确性和可靠性。

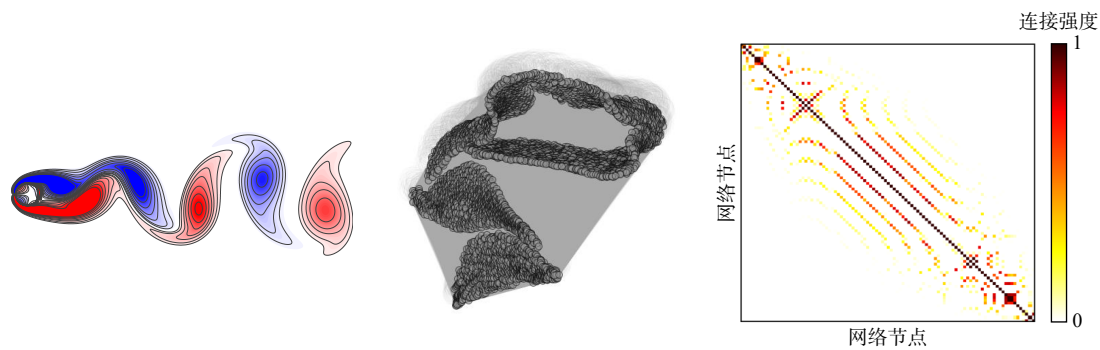
表 1 模拟结果与参考结果的对比

Tab.1 Comparison between simulated results and reference results

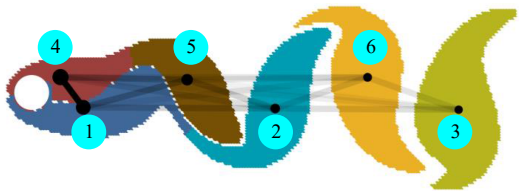
数据类型	C_D	C_L	St
本文结果	1.367	±0.335	0.166
Wu等[21]	1.364	±0.344	0.163
Le等[22]	1.39	±0.346	0.160
Cai等[23]	1.354	±0.329	0.165

2 结果分析

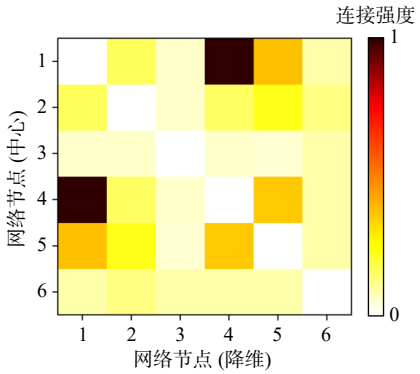
流场数据是从欧拉角度获取的。由于流场节点的数量，导致数据空间中的流场表达是高维的，因此需对其进行降维处理。本文基于聚类的网络理论实现流场的降维与特征提取，如图 3 所示。



（a）瞬时流场　（b）网络表达　（c）网络表达（邻接矩阵）



（d）降维静态流场网络



（e）静态流场网络（邻接矩阵）

图 3 基于聚类的网络理论实现流场的降维与特征提取

Fig.3 Dimensionality reduction and feature extraction of flow fields through network theory based on clustering

从瞬时涡量场快照出发，利用高斯核函数构建了此瞬时涡量场的无向加权网络。网络节点呈现多集群分布，集群之间存在连接，代表了此流场离散化的本质特征和内在联系。无向加权网络可以通过邻接矩阵完整描述，其中节点之间的关联体现在矩阵元素中。此邻接矩阵是稀疏的，大部分节点之间的关联度较低，具有强关联的节点可以被划分为一个集群。本文通过谱聚类实现了集群的划分。

瞬时涡量场通过谱聚类离散为多个涡结构，本文算例被分割成 6 个明显的涡旋。其中，涡旋 1、2、3 代表正涡旋，涡旋 4、5、6 代表负涡旋。通过计算这 6 个单独涡旋的质心，利用质心的物理信息代替单个涡旋的基本属性，实现瞬时涡量场的降维。

这 6 个涡旋质心在物理流场中均位于涡旋中心，确认了这一维度约简结果的物理意义。连续时间步的涡旋质心运动代替了连续的瞬时流场，成功实现了欧拉视角到拉格朗日视角的转变。

基于降维方法提取质心并构建降维流场的静态网络模型。在该模型中，每个质心被视为一个网络节点，其空间坐标定义节点位置，其平均通量则反映节点强度。节点之间的连接强度通过毕奥–萨伐尔定律进行量化，该定律在此用于描述不同涡旋结构之间的诱导速度关系，从而刻画涡旋单元在流场中的物理相互作用机制。

具体而言，连接边的透明度直观反映了节点间相互作用的强度，该数值由毕奥–萨伐尔公式计算得出，体现了涡旋间速度诱导效应的强弱。分析结果表明，近场区域的涡旋具有较高的平均通量，说明流场中的能量主要集中在这些涡结构中。进一步观察发现，正负涡旋对之间展现出最强的连接强度，表明它们在流场演化中相互诱导、彼此制约，主导着尾迹区的主要流动特性。静态网络对应的邻接矩阵清晰展示了 6 个简化涡旋之间的相互作用模式，进一步验证了近场涡旋对全局流动的支配作用。

流场的演化可以简化为拉格朗日视角下质心属性的时间演化。通过可视化质心位置的运动轨迹，我们可以分析流体网络的动力学特性，如图 4 所示。图 4 给出了 6 个涡旋质心在观测时段内的运动轨迹，用于直观表征各涡结构的空间迁移范围及其相互对应关系。在图中，质心位置随时间变化并在笛卡尔坐标系中可视化呈现。我们观察到不同涡旋的质心运动存在固定范围，并且正负涡旋的运动是对称的。通过分析质心位置的变化，可以推断出涡旋的运动规律和相互作用方式，为理解流体网络动态行为提供了一种更为直观有效的方法。

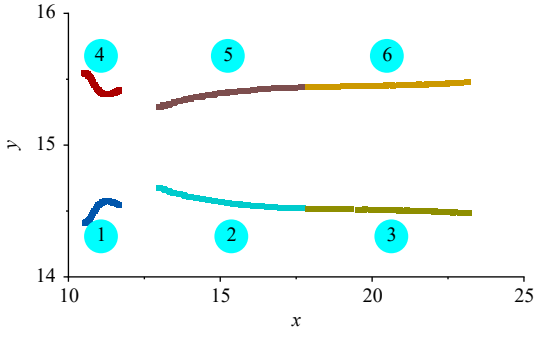
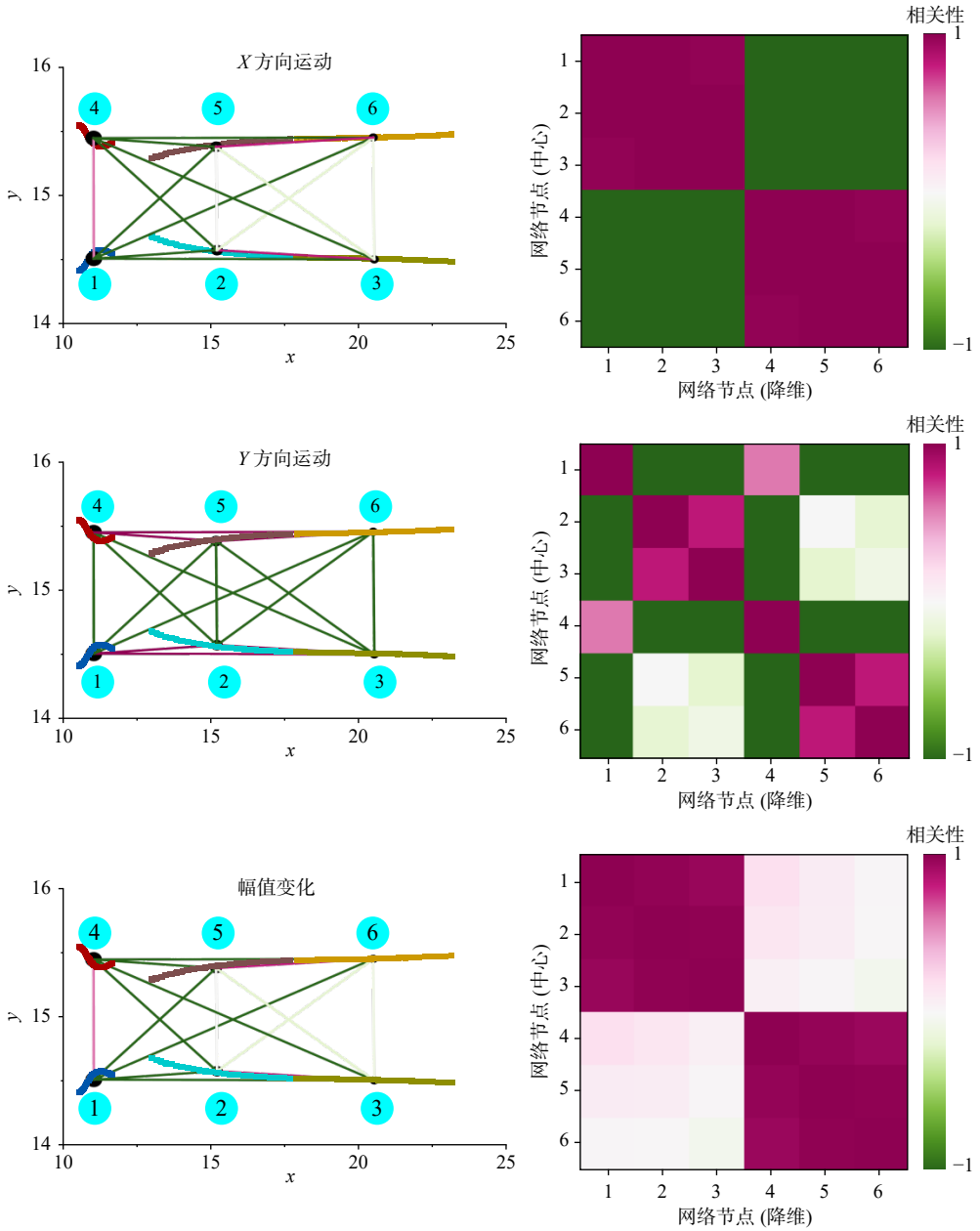


图 4 质心的运动轨迹

Fig.4 Moving trajectory of the mass center

进一步地，将各质心在观测时段内的时间平均位置作为动态网络节点的位置，并以对应质心的平均通量表征节点大小，如图 5 所示。本文所

指“通量”为节点物理量经网格单元面积加权后得到的量；对于本文采用的涡量场，a 为节点涡量，因此该量反映局部涡量对对应网格单元面积的加权贡献。同一聚类内各节点通量按照式(9)求和得到质心通量，在构建全局动态网络时以其观测时段内的平均值表征节点大小。本文采用皮尔逊相关性来衡量两个节点间线性关系的强度和方向，形成全局动态网络中节点之间的连接边。皮尔逊相关系数是对两个连续变量间线性关系强度和方向的统计度量，由两个变量的协方差除以两者标准差的乘积得到，取值范围为−1~+1，+1 表示完全正相关，−1 表示完全负相关，0 表示变量之间没有线性关系。连接边的颜色反映了节点之间相关性的强度。基于上述三种不同的物理属性，派生出了三种不同的全局动态网络连接。对于 X 坐标来说，正(负)涡旋内部存在完全正相关，正负涡旋之间存在完全负相关。就平均通量而言，正(负)涡旋内部存在强烈的正相关，而正负涡旋之间的线性关系较弱。关于 Y 坐标，相关性更为



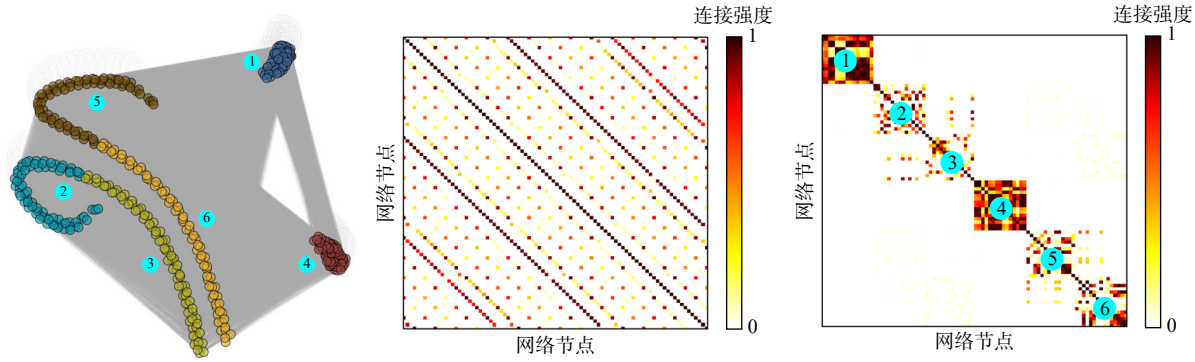
（a）动力学网络表达　　（b）动力学网络表达（邻接矩阵）

图 5　基于皮尔逊相关性的全局动力学网络表达

Fig.5　Global dynamics network representation based on Pearson correlation

复杂。在正(负)涡旋内部,一级涡旋(1,4)与二级涡旋(2,5)、三级涡旋(3,6)是完全负相关;而二级涡旋和三级涡旋之间是正相关。正(负)涡旋之间,一级涡旋(1,4)存在正相关,其他涡旋之间的关系较弱。这证明了靠近圆柱的一级涡旋的 Y 方向运动是更强烈的。

根据皮尔逊相关性构建了流体的全局动力学网络。进一步地,本文尝试对连续的网络质心变化进行抽象,分析动态演变的细节,如图 6 所示。我们根据质心序号对获得的动态网络进行了上色。由图可见一级涡旋的网络动态运动是集中的,而二级涡旋的网络动态运动是集中且弯曲的,并且与三级涡旋紧密连接。而三级涡旋的网络动态运动则呈现接近直线的趋势,说明它们的状态是相对稳定的。对这个网络进行邻接矩阵的重新表征,并根据质心序号进行排序,可以得到不同质心在邻接矩阵上的分布特征。从中可以观察到一级涡旋的内部作用更强,外部作用相对较弱;而二级和三级涡旋的外部作用和内部作用的强度接近。

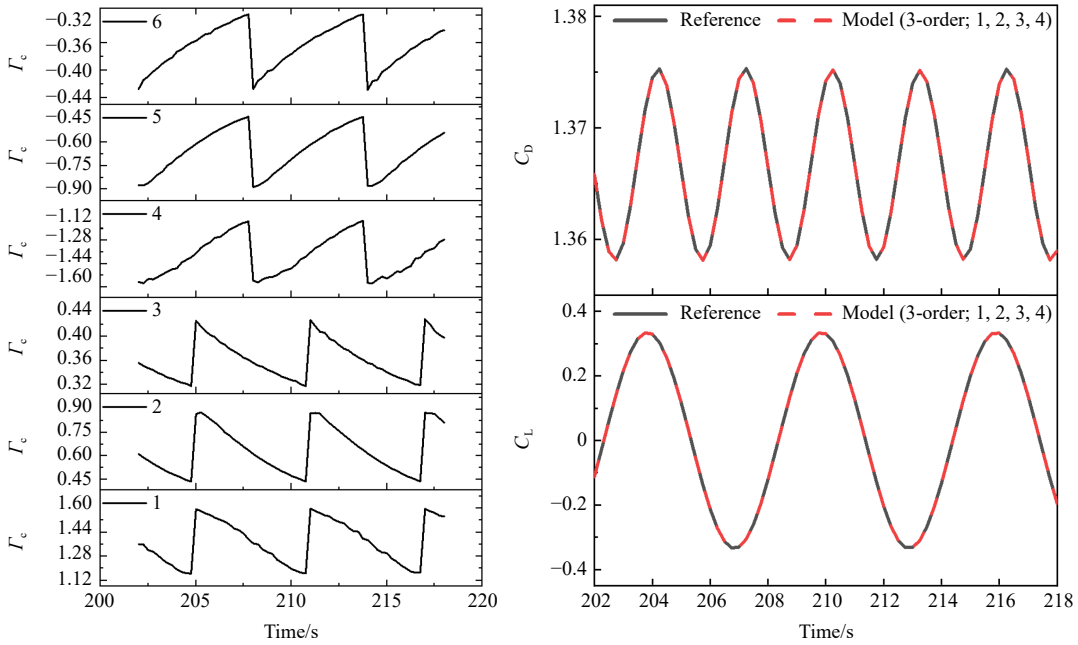


(a) 动力学网络表达 (b) 动力学网络表达(邻接矩阵)

图 6 动态动力学网络表达

Fig.6 Dynamic kinetic network representation

流场的时空演化可以简化为离散质心基本属性的时间演化。本研究选取平均通量作为建模非定常力的基本输入,如图 7 所示。模型的准确性取决于输入流场信息的质量以及模型的阶数。图中展示



(a) 6 个质心平均通量的演化过程 (b) 模型预测结果与参考结果的比较

图 7 流场的非定常力建模

Fig.7 Modeling of unsteady forces in the flow field

了使用一级涡旋和二级涡旋(1,2,3,4)进行三阶模型的力建模预测与参考值的对比。预测值与参考值具有良好的一致性,这证明了利用网络理论对非定常力建模的有效性。

表 2 统计了输入流场信息和模型阶数对模型预测准确度的影响。模型准确度利用 R^2 来衡量,R^2 越接近 1,表明此模型更具说服力。从统计结果来看,模型的准确度随着输入流场信息的增加和模型阶数的增加而提升。特别地,结合前两级涡旋的信息的三阶模型表现出了优秀的预测能力。

表 2 模型预测流场非定常力的准确度统计

Tab.2 Accuracy statistics of model predictions for unsteady forces in flow fields

多项式阶数	R^2（1,4）	R^2（1,2,3,4）	R^2（1,2,3,4,5,6）
一阶	0.1497	0.4856	0.6792
二阶	0.3834	0.955	0.9695
三阶	0.9542	0.9994	1
四阶	0.9847	1	1
五阶	0.9933	1	1

3 结　语

本研究基于网络理论方法实现流场的降维与特征提取,并通过将流体动力学与网络科学相结合,为理解和解决流体力学中的复杂问题提供了新的思路和工具。首先,通过复杂网络重新定义瞬态流场。利用聚类方法对流场进行空间信息分区,从而实现了对流场的简化描述,并有效捕捉了其中的关键结构和特征。其次,运用网络理论描述了流体流动过程,识别了流体动力学中的重要模式和相互作用,揭示其中隐藏的规律和机制。最后,构建了非定常流动力系数的模型,将平均通量作为建模非定常力的基本输入,实现了对流场的非定常力建模,从而有效地预测和描述了流体动力学中的非定常行为。

参　考　文　献:

[1] 宋洪庆, 都书一, 王九龙, 等. 数智流体力学的发展及油气渗流领域应用[J]. 力学学报, 2023, 55(3): 765–791.
Song H Q, Du S Y, Wang J L, et al. Development of digital intelligence fluid dynamics and applications in the oil & gas seepage fields[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2023, 55(3): 765–791. (in Chinese)

[2] 孟昭远, 卢　臻, 熊诗颖, 等. 流体力学量子计算研究进展[J]. 力学进展, 2025, 55: 1–26.
Meng Z, Lu Z, Xiong S, et al. Advances in quantum computing for fluid dynamics[J]. Advances in Mechanics, 2025, 55: 1–26. (in Chinese)

[3] 崔　凯, 杨　靖, 常思源, 等. 基于 POD 和代理模型的高压捕获翼表面流场快速预测方法[J]. 力学学报, 2025, 57(4): 883–894 .
Cui K, Yang J, Chang S Y, et al. Rapid prediction method for high-pressure capturing wing surface flow field based on proper orthogonal decomposition and surrogate model[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2025, 57(4): 883–894. (in Chinese)

[4] 董锦昊, 董锦洋, 唐怀平. 基于 POD-神经网络的格尼襟翼压力分布预测[J]. 力学学报, 2025, 57(4): 829–842.
Dong J H, Dong J Y, Tang H P. Prediction of pressure distribution on Gurney flaps based on POD-neural network model[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2025, 57(4): 829–842. (in Chinese)

[5] Wang Z, Zhang G, Xing X, et al. Comparison of dimensionality reduction techniques for multi-variable spatiotemporal flow fields[J]. Ocean Engineering, 2024, 291: 116421.

[6] Schmid P J. Dynamic mode decomposition of numerical and experimental data[J]. Journal of Fluid Mechanics, 2010, 656: 5–28.

[7] Theofilis V. Global linear instability[J]. Annual Review of Fluid Mechanics, 2011, 43(1): 319–352.

[8] Newman M E J. The structure and function of complex networks[J]. SIAM Review, 2003, 45(2): 167–256.

[9] Cimini G, Squartini T, Saracco F, et al. The statistical physics of real-world networks[J]. Nature Reviews Physics, 2019, 1(1): 58–71.

[10] Wang Z, Zhang G, Sun T, et al. Development and application of a fluid mechanics analysis framework based on complex network theory[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2025, 435: 117677.

[11] 马静雯, 王诗平, 杨英狄, 等. 考虑热效应的空化流动研究进展[J]. 力学学报, 2024, 56(8): 2165–2183.
Ma J W, Wang S P, Yang Y D, et al. A review on cavitation flows considering thermal effects[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2024, 56(8): 2165–2183. (in Chinese)

[12] Newman M. Networks[M]. Oxford: Oxford University Press, 2018.

[13] Taira K, Nair A G, Brunton S L. Network structure of two-dimensional decaying isotropic turbulence[J]. Journal of Fluid Mechanics, 2016, 795: R2.

[14] Schlueter-kuck K L, Dabiri J O. Coherent structure colouring: Identification of coherent structures from sparse data using graph theory[J]. Journal of Fluid Mechanics, 2017, 811: 468–486.

[15] Gopalakrishnan Meena M, Nair A G, Taira K. Network community-based model reduction for vortical flows[J]. Physical Review E, 2018, 97(6): 063103.

[16] Iacobello G, Scarsoglio S, Kuerten J G M, et al. Lagrangian network analysis of turbulent mixing[J]. Journal of Fluid Mechanics, 2019, 865: 546–562.

[17] Ng A, Jordan M, Weiss Y. On spectral clustering: Analysis and an algorithm[J]. Advances in Neural Information Processing Systems, 2001, 14: 849−856.

[18] Arthur D, Vassilvitskii S. k-means++: The advantages of careful seeding[C]//Proceedings of the Eighteenth Annual ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms. New Orleans: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2007.

[19] Coscia M. Pearson correlations on complex networks[J]. Journal of Complex Networks, 2021, 9(6): cnab036.

[20] Wang Z, Zhao W, Pan Z, et al. Temporal information sharing-based multivariate dynamic mode decomposition[J]. Physics of Fluids, 2024, 36(2): 025174.

[21] Wu J, Shu C. Implicit velocity correction-based immersed boundary-lattice Boltzmann method and its applications[J]. Journal of Computational Physics, 2009, 228(6): 1963–1979.

[22] Le D V, Khoo B C, Lim K M. An implicit-forcing immersed boundary method for simulating viscous flows in irregular domains[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2008, 197(25-28): 2119–2130.

[23] Cai Y, Lu J, Li S. Direct simulation of acoustic scattering problems involving fluid-structure interaction using an efficient immersed boundary-lattice Boltzmann method[J]. Journal of the Acoustical Society of America, 2018, 144(4): 2256–2268.