文章编号：1007−7294(2026)07−1090−16

亚临界区圆柱绕流低频不稳定特性壁面模化混合模型研究

季　梦[1], 尤云祥[1,3], 韩盼盼[1], 邱小平[2], 马　乔[2], 吴凯健[2]
（1. 上海交通大学 海洋工程国家重点实验室, 上海 200240; 2. 上海君昱信息科技有限公司, 上海 201800;
3. 上海交通大学 三亚崖州湾深海科技研究院, 海南 三亚 572000）

摘要：亚临界雷诺数圆柱绕流 CFD 模拟面临多重挑战，包括剪切层 K-H 不稳定性、低频不稳定性及尾流“V/U”型速度剖面形成机制的精准预测。本文通过重构 Transitional *k-ω* Turbulence（TNT）模型的 *k* 方程，提出新型壁面模化混合模型（TNT WM-XLES），显著提升剪切层湍动能解析能力。数值验证表明，该模型不仅能准确捕捉尾流一阶二阶统计量，还捕捉到三个关键频谱特征——反映剪切层失稳的 K-H 高频峰、表征涡脱落的主频峰及指示回流区脉动的低频峰。通过引入瞬时回流区长度参数 $L_r(t)$，其频谱主频与低频信号呈现定量一致性，首次通过动态特征参数建立了圆柱绕流低频不稳定性与回流区周期性收缩舒张机制的直接关联。研究成果突破了传统 RANS/LES 方法在低频特征捕捉方面的局限，为复杂钝体绕流问题的工程化高精度模拟提供了创新解决方案。

关键词：圆柱绕流；相干结构；K-H 不稳定性；TNT WM-XLES 模型
中图分类号：U661.1　　**文献标识码：**A　　**doi:** 10.3969/j.issn.1007−7294.2026.07.005

Numerical investigation of low-frequency instability characteristics of flow past a cylinder at sub-critical Reynolds numbers using a wall-modeled enhanced-resolution hybrid model

JI Meng[1], *YOU Yun−xiang*[1,3], *HAN Pan−pan*[1], *QIU Xiao−ping*[2], *MA Qiao*[2], *WU Kai−jian*[2]
(1. State Key Laboratory of Ocean Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China; 2. Shanghai Junyu Information Technology Limited, Shanghai 201800, China; 3. Sanya Yazhou Bay Deep Sea Technology Research Institute, Shanghai Jiao Tong University, Sanya 572000, China)

Abstract: CFD simulations of flow past a circular cylinder at subcritical Reynolds numbers pose several challenges, including the accurate prediction of shear-layer Kelvin-Helmholtz (K-H) instabilities, low-frequency unsteady behavior, and the formation mechanisms of V-shaped and U-shaped wake velocity profiles. In this study, a novel wall-modeled hybrid turbulence model, termed TNT WM-XLES, is developed by reconstructing the turbulent kinetic energy (*k*) equation of the Transitional *k–ω* Turbulence (TNT) model, thereby significantly enhancing the resolution of turbulent kinetic energy within the shear layer. Numerical validations demonstrate that the proposed model not only accurately reproduces the first- and second-order wake statistics, but also successfully captures three characteristic spectral features: the high-frequency peak associated with shear-layer K–H instability, the dominant peak corresponding to vortex shedding, and the low-frequency peak related to recirculation-zone oscillations. By introducing the instantaneous recirculation-

收稿日期：2025−11−26
作者简介：季　梦（1994–），女，博士；
尤云祥（1963–），男，博士，教授，通讯作者，E-mail: youyx@sjtu.edu.cn。

zone length parameter, $L_r(t)$, a quantitative consistency is observed between its dominant spectral frequency and the low-frequency signal. This finding establishes, for the first time, a direct link between the low-frequency instability of cylinder wake flows and the periodic contraction–expansion dynamics of the recirculation zone through a dynamic characteristic parameter. The proposed model overcomes the limitations of conventional RANS/LES approaches in capturing low-frequency flow features and provides an effective and practical tool for high-fidelity simulations of complex bluff-body flows in engineering applications.

Key words: flow past cylinder; coherent structures; K-H instability; TNT WM-XLES model

0 引　言

钝体绕流低频不稳定性是流体力学研究的关键问题，表现为流动分离区存在显著低于主频的周期性脉动。该现象广泛存在于圆柱、圆球、椭球等钝体绕流中，其形成机制与回流区动力学行为密切相关。研究表明，低频信号可能源于多重物理机制：Berger 等[1] 通过实验发现圆盘绕流中轴对称回流区脉动会诱发低频不稳定特征；张新太等[2] 采用大涡模拟（LES）方法结合瞬时回流区长度参数 L_r 的小波分析，证实圆盘近尾迹低频特征与回流区收缩舒张直接关联；Jiang 等[3] 和 Strandenes 等[4] 通过直接数值模拟（DNS）指出椭球体尾流低频振荡与尾涡循环运动相关；而 Zhang 等[5] 在弹体绕流中观察到低频信号可能由分离泡 Görtler 不稳定性主导。最具代表性的是 Lehmkuhl 等[6] 在 Re 为 3900 圆柱绕流中发现频率仅为涡脱落频率 1/33 的超低频信号，并提出“U/V”型尾流剖面交替机制——当回流区呈现长而宽的“U”型时，流动处于低能模式；当回流区转变为短而窄的“V”型时，流动切换至高能模式，两者周期性交替构成超低频动力学的物理基础。

尽管上述研究取得重要进展，但高精度数值方法的工程适用性仍是瓶颈。DNS 方法需解析全尺度湍流，如 Strandenes 等[4] 对 Re 为 8000 椭球体的模拟需 20.77 亿网格，计算成本极高。LES 方法虽通过亚格子模型降低网格需求，但 Cao 等[7] 对 Re 为 40000 方柱的显式 LES 仍需 4.6 亿网格，难以满足工程需求。更严峻的是，传统混合 RANS/LES 方法如 DES 普遍无法捕捉低频信号，而工业界广泛采用的 SST 模型在分离流预测中存在固有缺陷：其对边界层厚度的简化处理导致转捩预测精度不足，难以准确刻画回流区动态特性。相比之下，TNT k-ω 模型[8] 通过改进湍动能输运方程，显著提升了分离区模拟能力，尤其在预测层流–湍流转捩方面展现出优势。

基于此，本文发展新型壁面模化混合 RANS/LES 模型 TNT WM-XLES。该模型属于 eXtra-LES 方法框架。其核心思想是在 TNT k-ω 模型基础上引入壁面模化处理，并通过修改湍动能 k 方程中的耗散长度尺度，实现 RANS/LES 自适应切换。具体而言，模型以混合长度尺度替代原 TNT k-ω 模型中的单一 RANS 长度尺度，使近壁区保持 RANS 求解，远离壁面及剪切层失稳区域逐步转入 LES 解析，从而提高剪切层区域湍动能的解析比例，确保 K-H 不稳定性等小尺度结构的捕捉。融合季梦等[9] 提出的自适应混合函数，使模型在剪切层失稳起始区域自动切换至 LES 主导模式；同时，通过壁面模化技术降低近壁网格分辨率要求，使模型兼具高精度与工程实用性。

研究采用多尺度验证框架：通过时均速度场、雷诺应力等统计量与经典实验数据对比，验证基础流场重构能力；提取速度脉动功率谱密度，分析模型对 K-H 高频峰、涡脱落主频峰及超低频峰的同步捕捉性能；创新引入 L_r 时程信号进行频谱分析，建立其主频与流动模态的定量映射关系，揭示低频不稳定性起源。本研究旨在突破传统方法在低频特征模拟中的技术壁垒，为船舶海洋、航空航天、车辆工程等领域的钝体绕流问题提供高置信度数值模拟工具。

1 理论模型

考虑不可压缩流体的钝体绕流问题。设流体密度为ρ_0，运动粘度系数为ν。建立直角坐标系为

o-$x_1x_2x_3$, 其中ox_3轴垂直向上为正, $\boldsymbol{u}=(u_1,u_2,u_3)$为流体运动的速度矢量。对于混合 RANS/LES 模型, 钝体近壁面区采用 RANS 计算, 远离钝体的区域采用 LES 计算。两者均采用如下 RANS 统一框架下的控制方程对流场进行计算

$$\frac{\partial \overline{u}_k}{\partial x_k}=0,\quad \frac{\partial \overline{u}_i}{\partial t}+\overline{u}_k\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_k}=-\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i}+\frac{\partial}{\partial x_k}\left(\nu\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_k}\right)+\frac{\partial \tau_{ki}}{\partial x_k} \tag{1}$$

其中, 字母上面的"—"表示雷诺时均。τ_{ki}为雷诺应力, 采用 Boussinesq 假设计算

$$\tau_{ki}=2\nu_{\mathrm{t}}\overline{S}_{ki}-\frac{2}{3}k\delta_{ki} \tag{2}$$

其中, k为湍动能, ω为比耗率, $\overline{S}_{ki}$为形变率张量。为封闭 RANS 方程(1), 引入 TNT k-ω 模型。Kok 等[8]基于该模型, 提出了一种无需平衡流假设的 RANS/LES 混合模型, 其通过修改 TNT k-ω 模型中的 k 方程而建立

$$\frac{\partial k}{\partial t}+\overline{u}_i\frac{\partial k}{\partial x_i}=P_k-\frac{k^{3/2}}{\tilde{l}_{\mathrm{hyd}}}+\frac{\partial}{\partial x_j}\left[(\nu+\sigma_k\nu_{\mathrm{t}})\frac{\partial k}{\partial x_j}\right] \tag{3}$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t}+\overline{u}_i\frac{\partial \omega}{\partial x_i}=\frac{\alpha_\omega}{\nu_{\mathrm{t}}}P_k-\beta\omega^2+\frac{\partial}{\partial x_j}\left[(\nu+\sigma_\omega\nu_{\mathrm{t}})\frac{\partial \omega}{\partial x_j}\right]+\frac{\sigma_{\mathrm{d}}}{\omega}\max\left(\frac{\partial k}{\partial x_j}\frac{\partial \omega}{\partial \mathrm{x}_j},0.0\right) \tag{4}$$

其中, 相关模型系数取值为[8]

$$\sigma_k=2/3,\ \alpha_\omega=0.55,\ \beta_\omega=0.075,\ \sigma_\omega=0.5,\ \sigma_{\mathrm{d}}=0.5 \tag{5}$$

在方程(3)中, $\tilde{l}_{\mathrm{hyd}}$为混合长度尺度, Kok 等[8] 沿用了 DES 混合函数的构造形式, 仍难以避免模化应力不足(Modeled Stress Depletion, MSD)及网格诱导分离(Grid Induced Separation, GIS)等问题。为此, 本文参考季梦等[9]WM-HRL 方法下的构造, 定义如下

$$\tilde{l}_{\mathrm{hyd}}=f_{\mathrm{nd}}\ l_{\mathrm{RANS}}+(1-f_{\mathrm{nd}})\ l_{\mathrm{LES}} \tag{6}$$

其中, f_{nd}为混合函数。在式(5)中, l_{RANS}为 RANS 长度尺度, l_{LES}为 LES 长度尺度, 它们的定义如下

$$l_{\mathrm{RANS}}=k^{1/2}/(\beta^*\omega),\ l_{\mathrm{LES}}=C_{\mathrm{DES}}\Delta \tag{7}$$

其中, β^*和C_{DES}为模型系数[8], 分别取值为 0.09 和 0.61。Δ为 LES 滤波宽度。

为保证迭代求解的稳定性, Menter 等[10] 加入了湍流粘度限制条件, 对湍流动能生成项P_k进行修正

$$P_k=\min\left\{\nu_{\mathrm{t}}|\overline{S}|^2,10\beta^*k\omega\right\} \tag{8}$$

为避免近壁面亚格子涡粘系数过大, Shur 等[11] 引入阻尼系数Fr, 针对 Re 为 3900 圆柱绕流特征, 本文对Fr进行优化

$$Fr=1-\exp\left[-A^3\right],\ A=\frac{2(y_A^+-y_{\mathrm{LON}}^+)}{y_{\mathrm{LOFF}}^+-y_{\mathrm{LON}}^+},\ y_A^+=\max(y^+,y_{\mathrm{LON}}^+) \tag{9}$$

其中, y_{LON}^+为 LES 阻尼模式开启边界之y^+值, y_{LOFF}^+为 LES 阻尼模式结束边界之y^+值。通过式(12), 可灵活地调整阻尼函数Fr的生效区间。进一步地, 对涡粘系数ν_{t}进行修正

$$\nu_{\mathrm{t}}=(F_{\mathrm{r}}+(1-F_{\mathrm{r}})f_{\mathrm{nd}})\beta^*\sqrt{k}\tilde{l}_{\mathrm{hyd}} \tag{10}$$

对于混合函数f_{nd}的构造, 本文作者季梦等[9] 在采用改进的壁面模化大涡模拟方法(WM-HRL)研究 Re 为 3900 圆柱绕流问题时, 提出了一个仅与当地网格空间分布尺寸相关的湍动能解析度指标参数r_k, 并在此基础上构造了一种新的混合函数f_{nd} , 其构造如下

$$f_{\mathrm{nd}}=1-\mathrm{sign}[r_{k1}-m_k]f_{\mathrm{s}},\quad m_k=\min[r_{k1},r_k] \tag{11}$$

$$f_{\mathrm{s}}(m_k)=\min\left[2\exp\left(-11\alpha^2\right),1.0\right] \tag{12}$$

$$\alpha=\min(-0.25,\ \frac{1}{2(r_{k2}-r_{k1})}m_k+\frac{r_{k1}-3r_{k2}}{4(r_{k2}-r_{k1})}) \tag{13}$$

其中, $r_{k1}>r_{k2}$为自定义参数, 且取值在 0 和 1 之间。

本文利用作者团队自研 CFD 软件 NUWA: FLOWUV 系统, 对如上所述 TNT WM-XLES 模型开发了相应的植入式程序。该自研 CFD 软件系统, 采用有限体积法(FVM)求解 RANS 方程。其中, 压力–

速度耦合求解采用 PISO 算法，对流项及扩散项的空间离散采用二阶中心差分格式，时间离散格式为二阶隐式格式。

2 数值模拟

2.1 一阶和二阶统计量特性

本研究采用新发展的 TNT WM-XLES 模型对雷诺数 Re 为 3900 下圆柱绕流的一阶和二阶统计量进行解析，评估其在复杂流动现象中的数值模拟能力。计算区域为矩形区域，如图 1 所示。具体设置如下：圆柱底面中心位于坐标原点(0,0,0)，入口边界位于$x_1/D=-10$；出口边界位于$x_1/D=15$；前后两个边界分别位于$x_2/D=\pm4$；展向高度为$x_3/D=\pi$。

本文数值模拟采用的网格与季梦等[9]文中所述一致，在此不再赘述。湍流模型参数设置延续了作者团队早前提出的 WM-HRL 方法[9]的原则，通过合理选取 RANS/LES 混合转换边界位置及湍动能解析度指标（如 LES 区对湍动能的解析度≥80%），确保模型在相同网格系统下能够捕捉“U”和“V”型两种速度剖面分支结构。

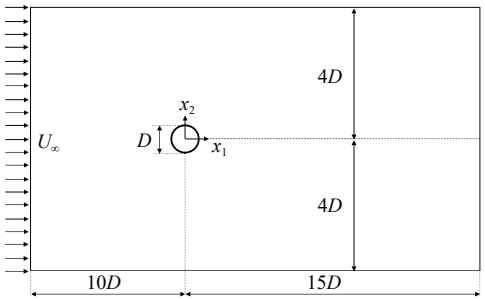


图 1　计算区域示意图

Fig.1　Schematic of computational domain

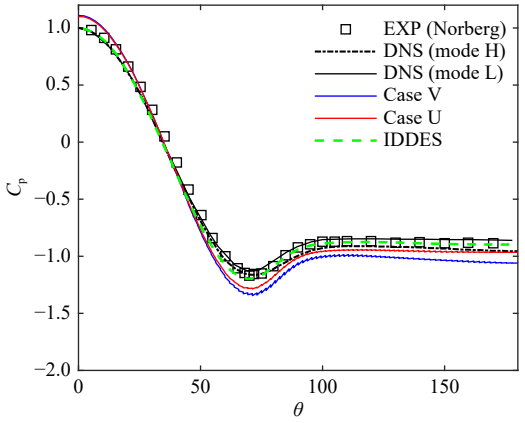


图 2　圆柱表面周向压力系数 C_p 分布特性

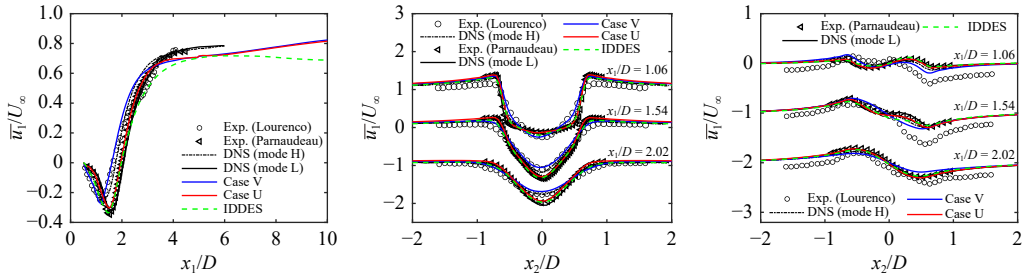
Fig.2　Azimuthal distribution characteristics for pressure coefficient along the circular cylinder surface

为便于图表说明，本文将获得的两类统计状态分别记为 Case U 和 Case V。Case U 表示尾流站位$x_1/D=1.06$处流向平均速度剖面呈“U”型的工况，对应长回流区、低能量分支；Case V 表示尾流站位$x_1/D=1.06$处流向平均速度剖面呈“V”型的工况，对应短回流区、高能量分支。图 2~4 中，Case U 和 Case V 均为本文 TNT WM-XLES 模型的计算结果，IDDES 为同一网格下的对比模型结果，实验和 DNS 数据用于验证。

由图 2 和图 3 可见，TNT WM-XLES 模型在一阶统计量的解析上与实验及 DNS 结果高度吻合。圆柱表面周向压力系数分布与 Norberg[12]实验数据的最大相对误差为 12.6%，尾流中心线平均流向速度剖面的回流区长度计算值与 Parnaudeau 等[13]（U 型）及 Lourenco 等[14]（V 型）实验的误差分别低至 −1.3% 和−5.0%。相比之下，在同一套计算网格下采用同属 RANS/LES 混合模型的 IDDES 模型进行模拟时，其一阶统计量虽能解析 U 型速度剖面分支，但无法复现 V 型速度剖面，表明其对流动多态特性的捕捉存在局限。

在图 4 的二阶统计量方面，各向同性流向雷诺应力剖面中，U 型工况成功复现了实验观测的双峰特征，而 V 型工况则呈现单峰特性，与 DNS 之 Mode H 结果一致。横向雷诺应力及各向异性雷诺应力剖面的计算值在多数站位与实验数据偏差小于 10%，仅在剪切层过渡区（$x_1/D=1.54$）出现局部误差（最

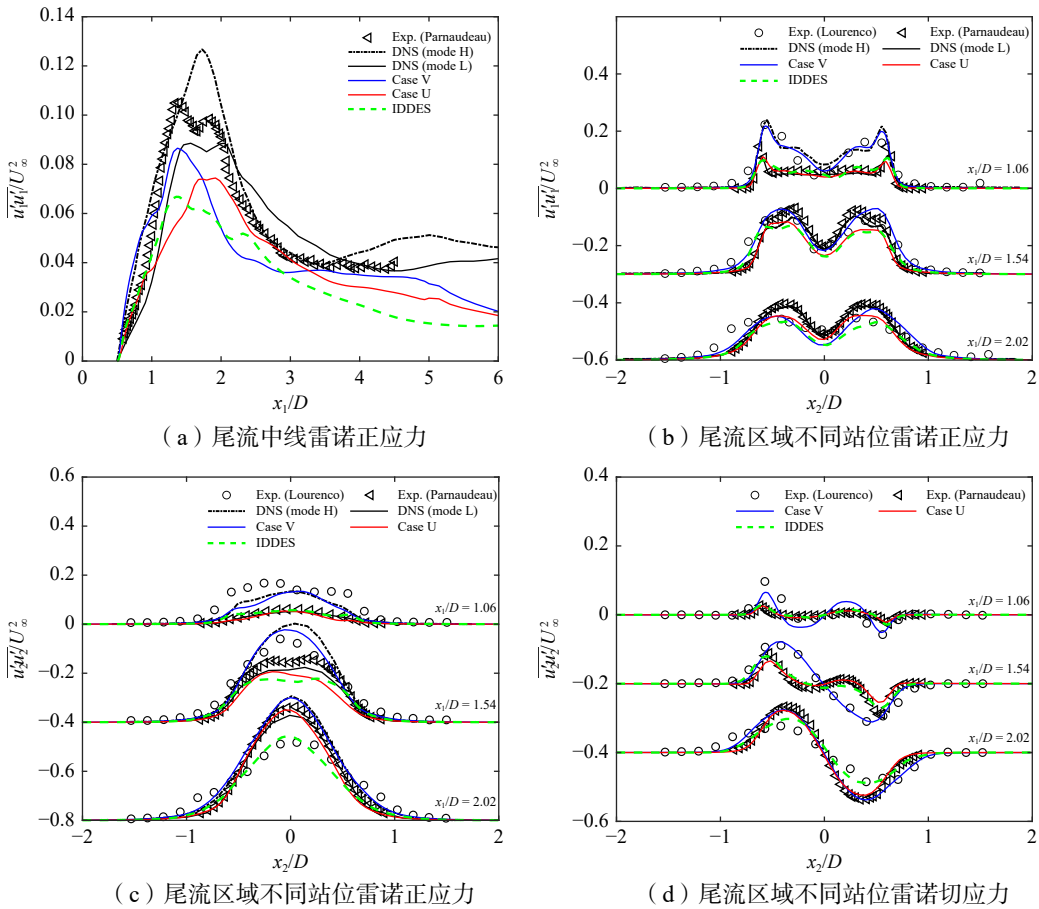
大约 59.8%), 主要源于模型对强梯度区域脉动特性的敏感性。而 IDDES 模型在二阶统计量的预测中, 仅在近尾流场 $x_1/D=1.06$ 和 1.54 处与 Parnaudeau[13] 的实验结果较为吻合, 在 $x_1/D=2.02$ 处误差显著增大, 远高于 TNT WM-XLES 模型在该位置的误差。



（a）尾流中线　（b）尾流区域不同站位　（c）尾流区域不同站位

图 3 圆柱尾流区域的速度分布

Fig.3 Velocity distribution in the wake region of a circular cylinder



（a）尾流中线雷诺正应力　（b）尾流区域不同站位雷诺正应力

（c）尾流区域不同站位雷诺正应力　（d）尾流区域不同站位雷诺切应力

图 4 圆柱尾流区域的雷诺应力分布

Fig.4 Reynolds stress distributions in the wake region of a circular cylinder

总体而言, TNT WM-XLES 模型在一阶和二阶统计量的捕捉能力上与 WM-HRL 方法[9] 持平, 且显著优于 IDDES 模型对多态流动及远尾流区脉动特性的解析效果, 验证了其在高雷诺数钝体绕流模拟中的可靠性。

2.2 相干结构频谱特征

本节基于 *Re* 为 3900 圆柱绕流数值分析结果, 针对“U”型(Case U)和“V”型(Case V)两类尾流剖面的工况, 研究其频谱特性的空间演变规律。根据文献[6], 尾流频谱中可识别出三类典型特征信号: 由

尾流大尺度涡周期性脱落引起的涡泄频率信号f_{vs}、剪切层 K-H 不稳定性引起的高频信号f_{kh}，以及低频不稳定信号f_m。为精准捕捉上述信号特征，监测点需布设在有效剪切层区域内——由 Dong 等[15] 通过 PIV 测定及 DNS 模拟后定义为展向平均涡量达到最大涡量 80% 的窄带区域。

图 5 展示了 TNT WM-XLES 模型计算的有效剪切层区域（实线）与回流区轮廓（虚线），其中，L_s为有效剪切层区域的长度。结果显示：对于“U”型剖面，模型预测的有效剪切层长度 $L_s/D=1.63$，与 Dong 等[15] DNS 结果的相对误差为 2.52%；“V”型剖面对应 $L_s/D=1.51$，相对误差 5.60%。此精度验证了模型在关键流动结构捕捉方面的可靠性，为后续频谱分析奠定基础。

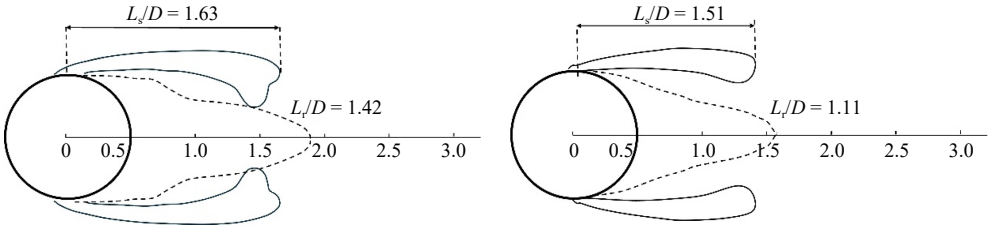


图 5　Case U 和 Case V 工况下的有效剪切层区域及回流区轮廓

Fig.5　Effective shear layer area and recirculation zone contours for Case U and Case V

由图 5 可以看出，尽管“U”与“V”型剖面的有效剪切层形态相似，但“U”型 $L_s/D=1.63$ 较“V”型（$L_s/D=1.51$）长 8%。两类剖面的剪切层末端均终止于回流区前端。由于该空间差异性，需采用差异化监测策略，其监测点位的设置如图 6，坐标见表 1~2。

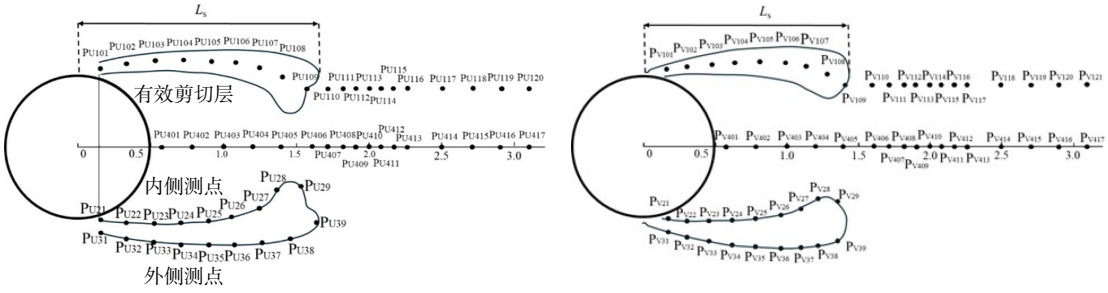


图 6　在“U”型与“V”型剖面下圆柱绕流场相干结构频谱特性监测点分布

Fig.6　Location configuration of the probes for instability structure in the wake flow for“U” shape and“V”shape

表 1　圆柱绕流场不稳定性结构“U”型监测点坐标信息

Tab.1　Coordinate information of the probes in the effective shear layer for“U” shape

剪切层中间测点	坐标	剪切层内侧测点	坐标	剪切层外侧测点	坐标	尾流中线测点	坐标
P_{U101}	(0.020, 0.559)	P_{U21}	(0.161, 0.510)	P_{U31}	(0.161, 0.603)	P_{U401}	(0.570, 0.000)
P_{U102}	(0.277, 0.588)	P_{U22}	(0.336, 0.531)	P_{U32}	(0.337, 0.644)	P_{U402}	(0.790, 0.000)
P_{U103}	(0.459, 0.599)	P_{U23}	(0.526, 0.535)	P_{U33}	(0.527, 0.669)	P_{U403}	(1.000, 0.000)
P_{U104}	(0.716, 0.612)	P_{U24}	(0.718, 0.529)	P_{U34}	(0.713, 0.689)	P_{U404}	(1.210, 0.000)
P_{U105}	(0.957, 0.603)	P_{U25}	(0.904, 0.519)	P_{U35}	(0.901, 0.683)	P_{U405}	(1.400, 0.000)
P_{U106}	(1.188, 0.566)	P_{U26}	(1.059, 0.493)	P_{U36}	(1.085, 0.687)	P_{U406}	(1.610, 0.000)
P_{U107}	(1.373, 0.518)	P_{U27}	(1.255, 0.434)	P_{U37}	(1.270, 0.671)	P_{U407}	(1.720, 0.000)
P_{U108}	(1.502, 0.414)	P_{U28}	(1.380, 0.305)	P_{U38}	(1.465, 0.645)	P_{U408}	(1.820, 0.000)
P_{U109}	(1.559, 0.379)	P_{U29}	(1.542, 0.279)	P_{U39}	(1.644, 0.535)	P_{U409}	(1.910, 0.000)
P_{U110}	(1.720, 0.379)					P_{U410}	(2.000, 0.000)
P_{U111}	(1.820, 0.379)					P_{U411}	(2.080, 0.000)
P_{U112}	(1.910, 0.379)					P_{U412}	(2.170, 0.000)

续表 1

剪切层中间测点	坐标	剪切层内侧测点	坐标	剪切层外侧测点	坐标	尾流中线测点	坐标
P_{U113}	(2.000, 0.379)					P_{U413}	(2.260, 0.000)
P_{U114}	(2.080, 0.379)					P_{U414}	(2.500, 0.000)
P_{U115}	(2.170, 0.379)					P_{U415}	(2.710, 0.000)
P_{U116}	(2.260, 0.379)					P_{U416}	(2.900, 0.000)
P_{U117}	(2.500, 0.379)					P_{U417}	(3.100, 0.000)
P_{U118}	(2.710, 0.379)						
P_{U119}	(2.900, 0.379)						
P_{U120}	(3.100, 0.379)						

表 2 圆柱绕流场不稳定性结构“V”型监测点坐标信息.

Tab.2 Coordinate information of the probes in the effective shear layer for “V” shape

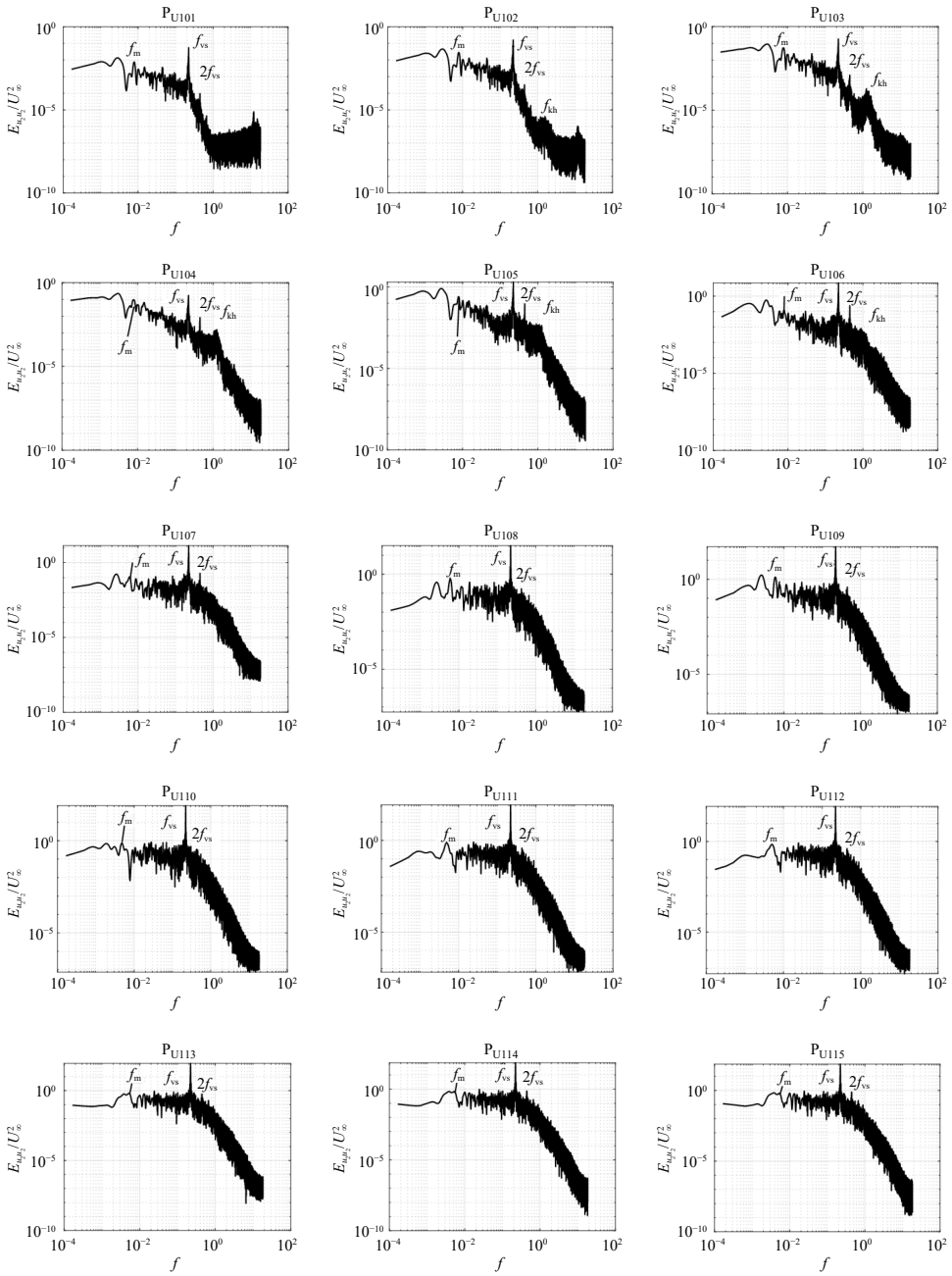
剪切层中间测点	坐标	剪切层内侧测点	坐标	剪切层外侧测点	坐标	尾流中线测点	坐标
P_{V101}	(0.149, 0.559)	P_{V21}	(0.182, 0.515)	P_{V31}	(0.183, 0.603)	P_{V401}	(0.570, 0.000)
P_{V102}	(0.290, 0.588)	P_{V22}	(0.314, 0.532)	P_{V32}	(0.312, 0.643)	P_{V402}	(0.790, 0.000)
P_{V103}	(0.466, 0.599)	P_{V23}	(0.465, 0.528)	P_{V33}	(0.468, 0.670)	P_{V403}	(1.000, 0.000)
P_{V104}	(0.624, 0.612)	P_{V24}	(0.624, 0.523)	P_{V34}	(0.627, 0.702)	P_{V404}	(1.210, 0.000)
P_{V105}	(0.801, 0.603)	P_{V25}	(0.790, 0.519)	P_{V35}	(0.790, 0.716)	P_{V405}	(1.400, 0.000)
P_{V106}	(0.977, 0.566)	P_{V26}	(0.962, 0.492)	P_{V36}	(0.966, 0.729)	P_{V406}	(1.610, 0.000)
P_{V107}	(1.120, 0.518)	P_{V27}	(1.107, 0.442)	P_{V37}	(1.112, 0.720)	P_{V407}	(1.720, 0.000)
P_{V108}	(1.270, 0.414)	P_{V28}	(1.224, 0.371)	P_{V38}	(1.227, 0.706)	P_{V408}	(1.820, 0.000)
P_{V109}	(1.400, 0.379)	P_{V29}	(1.362, 0.394)	P_{V39}	(1.368, 0.670)	P_{V409}	(1.910, 0.000)
P_{V110}	(1.610, 0.379)					P_{V410}	(2.000, 0.000)
P_{V111}	(1.720, 0.379)					P_{V411}	(2.080, 0.000)
P_{V112}	(1.820, 0.379)					P_{V412}	(2.170, 0.000)
P_{V113}	(1.910, 0.379)					P_{V413}	(2.260, 0.000)
P_{V114}	(2.000, 0.379)					P_{V414}	(2.500, 0.000)
P_{V115}	(2.080, 0.379)					P_{V415}	(2.710, 0.000)
P_{V116}	(2.170, 0.379)					P_{V416}	(2.900, 0.000)
P_{V117}	(2.260, 0.379)					P_{V417}	(3.100, 0.000)
P_{V118}	(2.500, 0.379)						
P_{V119}	(2.710, 0.379)						
P_{V120}	(2.900, 0.379)						
P_{V121}	(3.100, 0.379)						

监测点按空间分布分为四类:(1)位于有效剪切层核心及延伸区,记为 P_{U101}~P_{U120} 及 P_{V101}~P_{V121};(2)位于有效剪切层内侧边界,记为 P_{U21}~P_{U29} 及 P_{V21}~P_{V29};(3)位于有效剪切层外侧边界,记为 P_{U31}~P_{U39} 及 P_{V31}~P_{V39};(4)位于ox_1轴上,分别记为 P_{U401}~P_{U417} 及 P_{V401}~P_{V417}。沿圆柱轴向在底部、顶部及三个四等分断面分层布设,其中“U”型剖面共 275 个测点,“V”型 280 个测点,差异源于剪切层延伸长度不同导致的轴向布点密度调整。

在此基础上,利用本文 TNT WM-XLES 模型进行系列数值模拟,对所得各监测点处的横向脉动速度做 Lomb 频谱分析。Lomb 谱分析所用信号为各监测点沿圆柱展向方向 5 个对应位置处横向速度脉动的平均值。

在 Case U 中,图 7 中第一类监测点(P_{U101}~P_{U120})的 Lomb 谱均显示明显的涡泄频率(f_{vs})及其二倍

频成分（$2f_{vs}$），在 P_{U116}~P_{U120} 处还出现了三倍频成分（$3f_{vs}$）；K-H 不稳定性频率的峰值仅在 P_{U102}~P_{U106} 处出现，而所有监测点均存在低频非稳态特征。图 8 中，Case V 的第一类监测点（P_{V101}~P_{V121}）谱特性与 Case U 类似，同样可见涡泄频率及二倍频成分，并在 P_{V115}~P_{V121} 处出现三倍频成分；但 K-H 不稳定性频率 f_{kh} 仅在 P_{V101}~P_{V106} 处出现，且其位置更靠近圆柱壁面，同时 21 个监测点均呈现明显低频峰值信号 f_m。对于第二类（P_{U21}~P_{U29}、P_{V21}~P_{V29}）及第三类监测点（P_{U31}~P_{U39}、P_{V31}~P_{V39}），Lomb 谱均显示明显的涡泄频率和二倍频成分，三倍频峰值则不存在；低频成分普遍存在，而 K-H 不稳定性频率 f_{kh} 仅在部分点（分别为 P_{U22}~P_{U26} 和 P_{U32}~P_{U36} 或 P_{V21}~P_{V25} 和 P_{V31}~P_{V35}）呈现。结合图 9~10 可知，第四类监测点（Case U: P_{U401}~P_{U417}; Case V: P_{V401}~P_{V417}）的谱特征为明显的涡泄频率和低频不稳定性，在 P_{U408}~P_{U417}（或 P_{V408}~P_{V417}）处能清晰观察到与涡泄频率相关的三倍频成分，但 K-H 不稳定性频率峰值未出现。



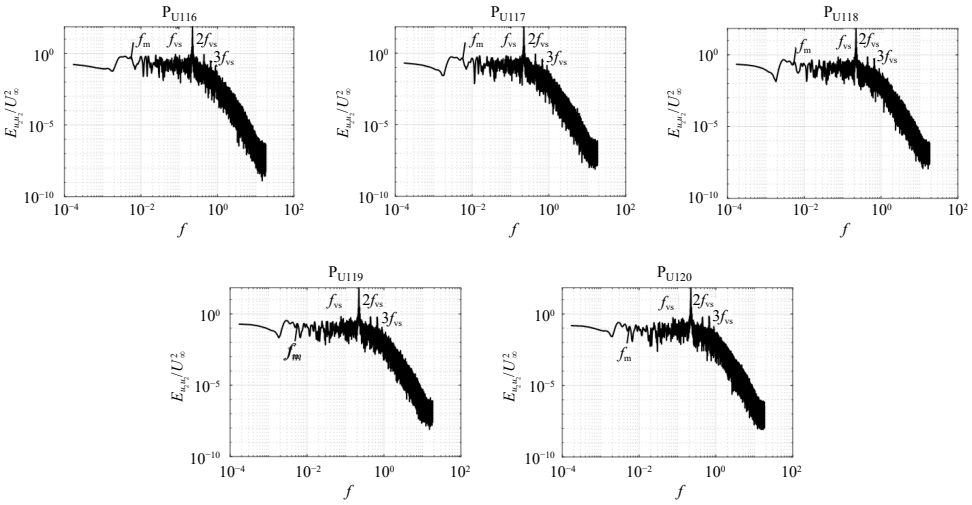
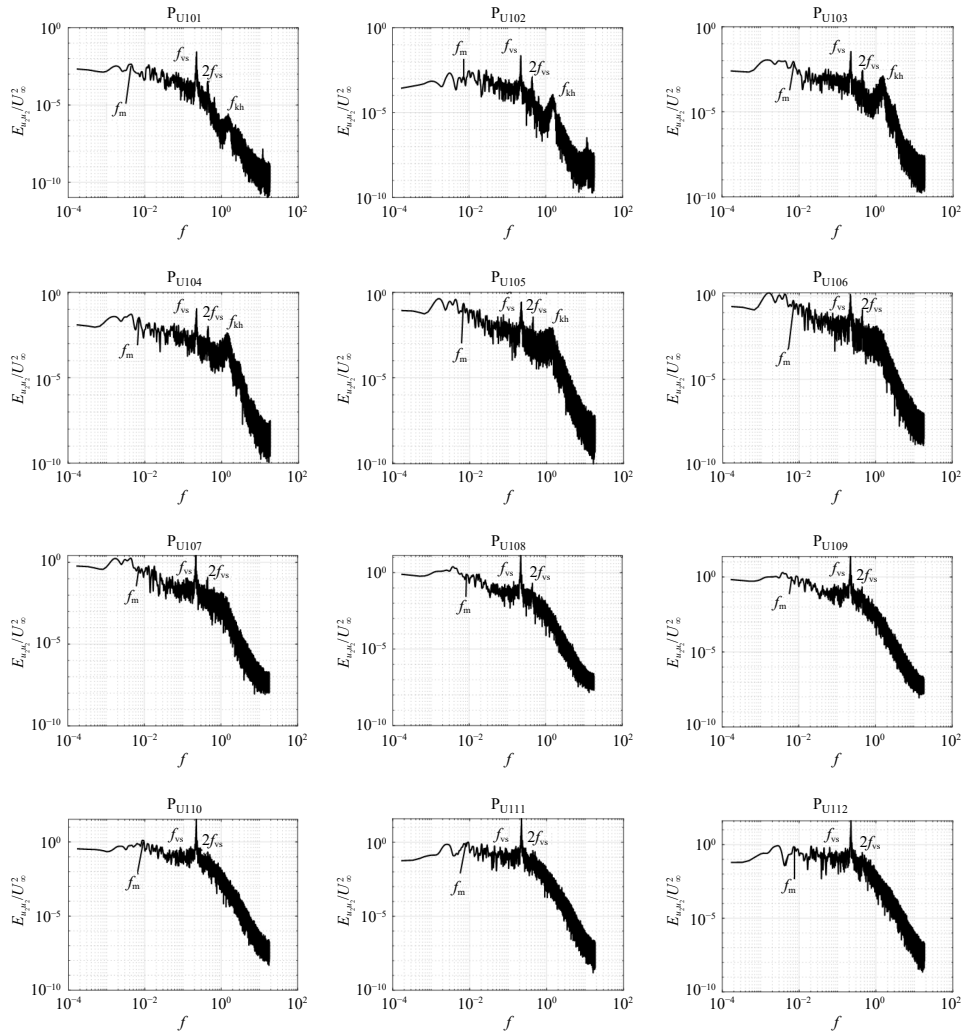


图 7 在 Case U 工况下，第一类监测点（P_{U101}~P_{U120}）处的 Lomb 频谱特征

Fig.7 Lomb spectra of the first type of monitoring points （P_{U101}~P_{U120}） for Case U



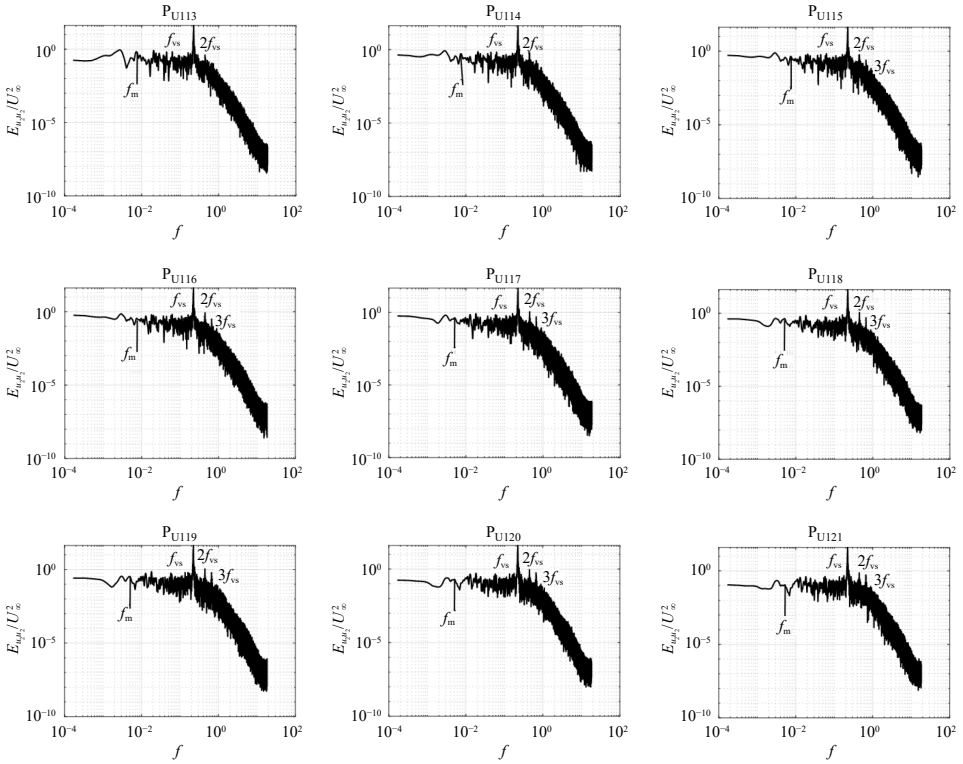
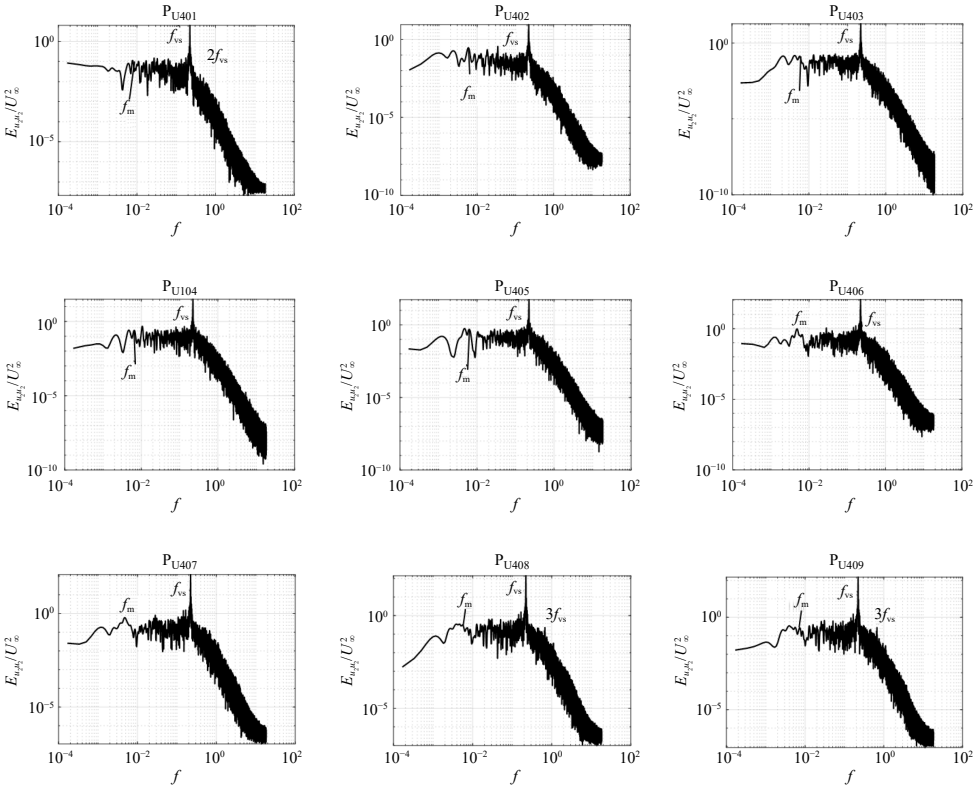


图 8　在 Case V 工况下，第一类监测点（P_{V101}~P_{V120}）处的 Lomb 频谱特征

Fig.8　Lomb spectra of the first type of monitoring points （P_{V101}~P_{V120}） for Case V



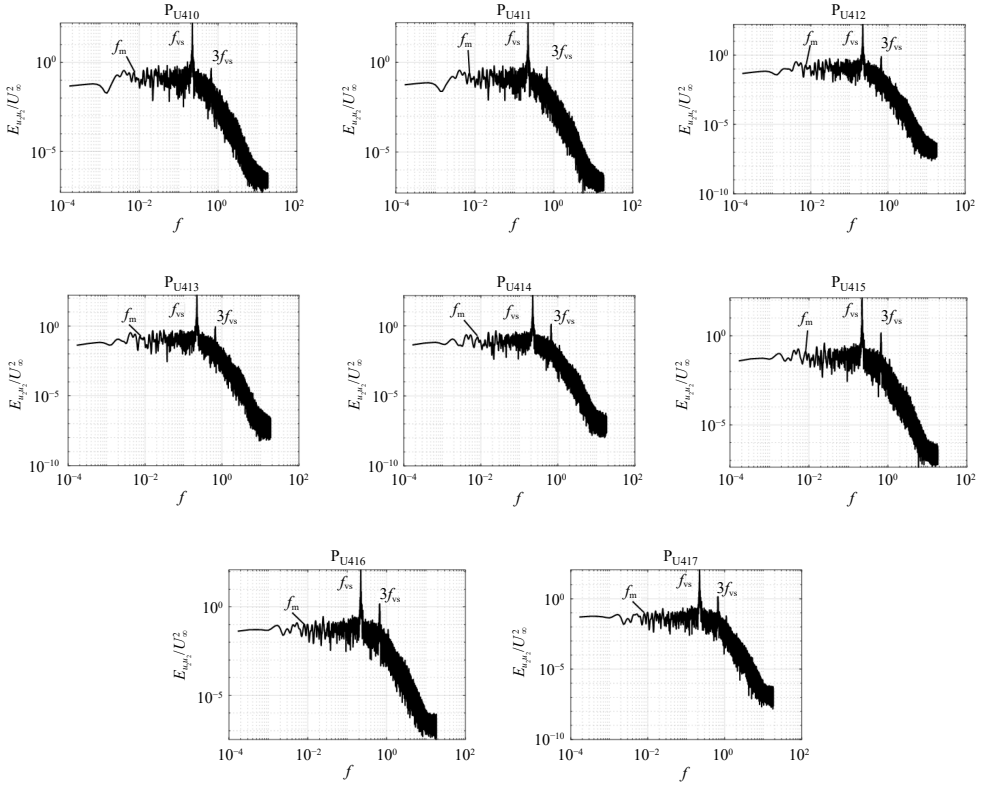
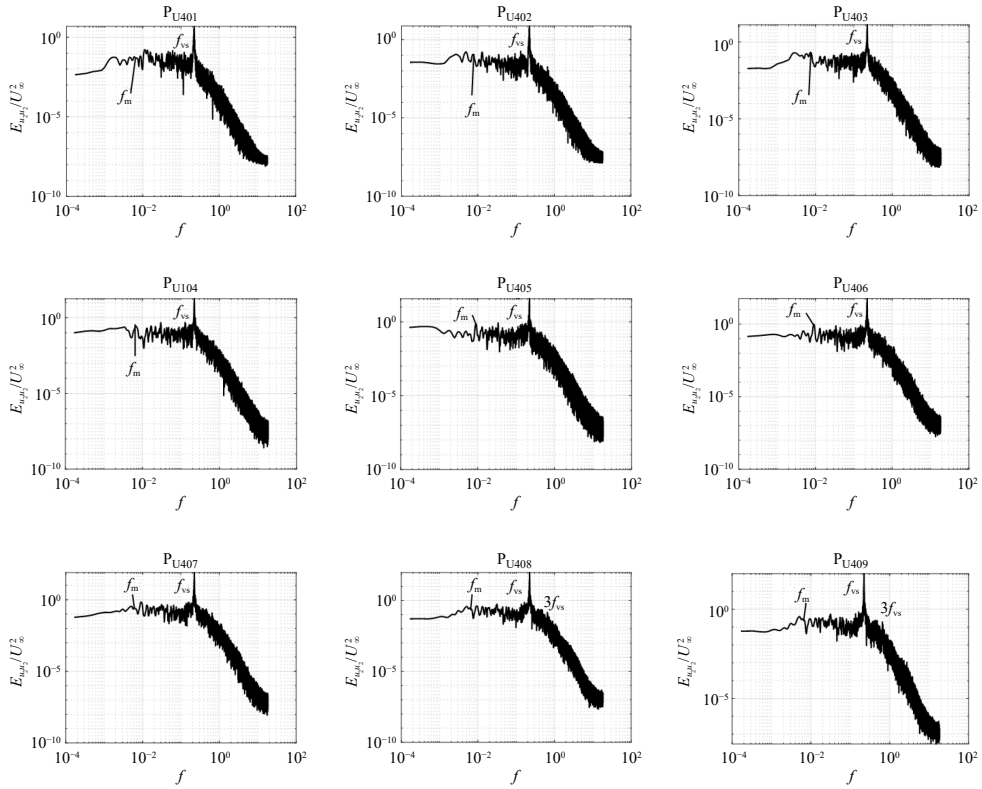


图 9 在 Case U 工况下，第四类监测点（P_{U401}~P_{U417}）处的 Lomb 频谱特征

Fig.9 Lomb spectra of the fourth type of monitoring points（P_{U401}~P_{U417}） for Case U



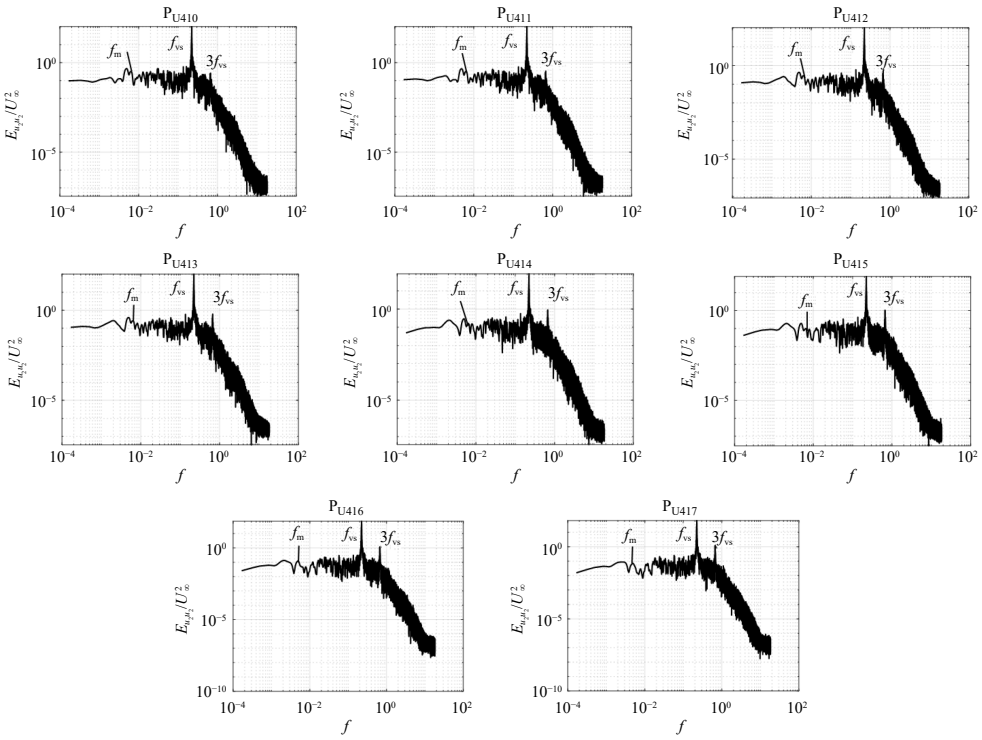


图 10 在 Case V 工况下，第四类监测点（P_{V401}~P_{V417}）处的 Lomb 频谱特征

Fig.10 Lomb spectra of the fourth type of monitoring points （P_{V401}~P_{V417}） for Case V

下面首先研究相干结构中涡泄频率的空间变化特性。通过对各监测点涡泄频率谱峰值的提取、平均及相对误差计算(见表 3)，可知两组工况下涡泄频率代数平均值$\overline{f}_{vs}$的最大相对误差均处于千分之一量级，表明利用同一网格系统下，不同边界位置与湍动能解析度的组合，TNT WM-XLES 模型在捕捉大尺度涡泄特征上具有极高一致性；同时，表 3 中给出的其无因次回流区长度(L_r/D)、分离点位置(ϕ_s)、阻力系数(C_d)及基准线压力系数($-C_{pb}$)的计算结果与 Parnaudeau 等[13]、Lourenco 等[14] 的实验数据吻合，误差均处于合理范围内。

表 3 *Re*=3900 下圆柱绕流相关统计量计算结果

Tab.3 Calculation results of flow statistics for flow past cylinder at *Re*=3900

Case	$\overline{f}_u$		L_r/D		ϕ_s/(°)	C_d	$-C_{pb}$
	平均值	最大相对误差（%）	计算值	相对误差（%）			
U	0.223	0.06	1.42	−5.96	86.8	1.08	0.98
V	0.222	0.91	1.11	−5.93	87.8	1.11	1.06

对于 K-H 不稳定性频率代数平均值$\overline{f}_{KH}$，其计算结果(见表 4)显示，该频率在图 7~8 中各监测点分布呈宽频连续谱特征，存在一定离散性。Case U 的平均值与 Prasad 等[16] 的理论值$\left(\overline{f}_{KH}\right)_{Thero}$(≈ 1.29)仅相差−1.16%，而 Case V 则相差达 11.24%，最大相对误差分别为 8.95% 和−4.87%，反映出不同工况下 K-H 成分的空间变化较为显著。

表 4 *Re*=3900 下圆柱绕流 K-H 不稳定性频率计算结果

Tab.4 Numerical results of K-H instability frequency for flow past cylinder at *Re*=3900

$\overline{f}_{KH}$	平均值	相对误差（%）	最大相对误差（%）	范围
Case U	1.275	−1.16	8.95	1.259~1.389
Case V	1.435	11.24	−4.87	1.365~1.496

低频成分代数平均值$\overline{f}_{\mathrm{m}}$的计算结果(见表5)表明,图7~8中其谱形为准周期型宽带离散功率谱密度,同样存在明显的空间离散性,其中Case U的平均值相对误差为14.06%,而Case V仅为1.56%,这说明不同边界条件及湍动能解析度组合对低频特性的影响较大。

表5 *Re*=3900下圆柱绕流低频成分频率计算结果

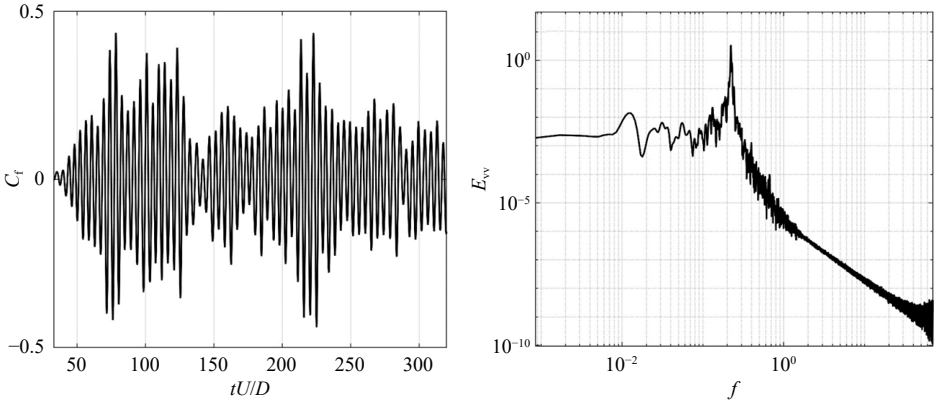
Tab.5 Numerical results of low frequency for flow past cylinder at *Re*=3900

$\overline{f}_{\mathrm{m}}$	平均值	相对误差(%)	最大相对误差(%)	范围
Case U	0.0073	14.06	−32.88	0.0049~0.0088
Case V	0.0065	1.56	−32.31	0.0044~0.0078

在亚临界区*Re*为3900圆柱绕流中,U/V型剖面的低频特征差异源于多尺度流动动力学的耦合作用。首先,回流区动态特性的差异起主导作用:U型剖面的回流区较长(L_{r}/D=1.42),其周期性收缩舒张的振荡频率略高($\overline{f}_{\mathrm{m}}$=0.0073),而V型剖面回流区较短($L_{\mathrm{r}}/D$=1.11)导致振荡频率略低($\overline{f}_{\mathrm{m}}$=0.0065)。长回流区通过能量级联增强低频调制效应,而短回流区抑制能量传递,使低频幅值分布更集中。其次,剪切层结构的空间演化显著影响低频特性:U型剖面有效剪切层长度(L_{s}/D=1.63)为K-H不稳定性波的充分发展提供了条件,其高频扰动能量通过涡对的非对称合并部分转化为低频调制;V型剖面(L_{s}/D=1.51)因剪切层较短,K-H不稳定发展受限,低频能量分布离散化(表4中Case V的K-H频率相对误差达11.24%)。此外,边界层分离点位置的差异(U型ϕ_{s}=86.8°,V型ϕ_{s}=87.8°)导致初始扰动稳定性不同:U型分离点靠前使剪切层扰动发展更稳定,周期性低频振荡显著;V型分离点靠后,加剧扰动离散性(表5中Case V最大相对误差−32.31%)。TNT WM-XLES模型的湍动能解析度适应性进一步凸显两种剖面的差异:U型剖面精准捕捉宽频低频特征,而V型因湍动能集中导致解析偏差。最后,监测点布置的空间敏感性表明,U型低频信号在尾流中线区域更显著(图9),而V型集中于近壁区域(图10)。综上,低频差异的本质是回流区与剪切层长度、能量级联与涡脱落及数值解析能力的综合作用,为亚临界区圆柱绕流的低频机制预测与控制提供了理论依据,同时验证了多尺度模型在复杂流动解析中的可靠性。

2.3 不稳定性频率特征机理分析

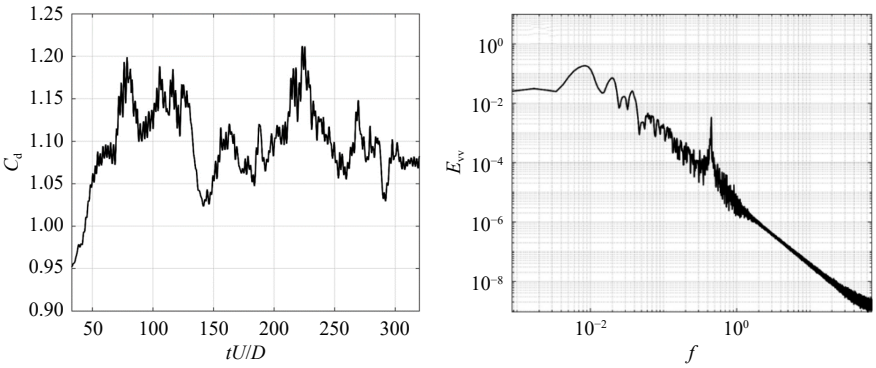
由上一节频谱特性结果可以看出,亚临界区*Re*为3900下圆柱绕流存在大尺度涡泄频率f_{nv}、剪切层小尺度K-H不稳定频率f_{kh}以及低频不稳定频率f_{m}。其中,涡泄频率f_{nv}表现为圆柱尾流大尺度涡街脱落的周期性特征,其对应的二倍频($2f_{\mathrm{vs}}$)和三倍频($3f_{\mathrm{vs}}$)通过升力与阻力系数的频谱特性得到验证。升力系数频谱(图11(b))显示峰值频率为0.224,与涡泄频率一致,而阻力系数频谱(图12(b))的峰值频



(a)升力系数时历曲线 (b)升力系数频谱特性

图11 升力系数及其频谱特性

Fig.11 Lift coefficient and its spectral characteristics



（a）阻力系数时历曲线　　（b）阻力系数频谱特性

图 12　阻力系数及其频谱特性

Fig.12　Drag coefficient and its spectral characteristics

率 0.448 对应二倍频，表明非线性涡结构耦合产生的高次谐波效应。三倍频仅存在于尾流中线特定区域，进一步印证了空间分布的非均匀性。对与涡泄频率关联的三倍频特征$3f_{vs}$，从空间分布上看，当$x/D \leqslant 1.8$时，所有测点均无法捕捉到$3f_{vs}$特征频率。当$1.8 < x/D \leqslant 2.2$时，位于尾流中线上的测点可以观测到三倍频特征$3f_{vs}$，而在剪切层延长区的尾流段，没有观测到三倍频特征$3f_{vs}$。圆柱绕流中出现的倍频特征，主要源于尾流的非线性效应和涡结构之间相互耦合，从而产生高次谐波。

K-H 不稳定频率f_{kh}源自自由剪切层的高频扰动，结合图 7 和图 8 可以看出，从空间分布上看，K-H 不稳定性仅发生在圆柱尾流一个空间范围狭小的窄带区域。然而从图 7 可见，并非所有剪切层内测点均能观测到该频率，说明 Dong 等[15] 基于涡量强度划分剪切层的方法存在局限性，而本文通过频谱特征界定的有效剪切层区域（图 13）更贴合实际流动特性，其长度$L_{s,NUWA}$与文献结果$L_{s,Dong}$的对比揭示了方法差异，进一步验证了该方法的合理性。

低频不稳定性长期被认为与“U”型与“V”型剖面的交替变换有关，但该现象未在同样有低频特征的 *Re* 为 3700 及 10 000 下圆球绕流[17] 中被观测到。图 14 展示了中心线上瞬时回流区长度$L_r(t)$的时变曲线及其 Lomb 谱，其中低频谱峰分别为 0.0065 和 0.0037，直接证实了回流区收缩舒张是低频特征的核心成因。这一结论为亚临界区圆柱绕流低频机制提供了新证据。

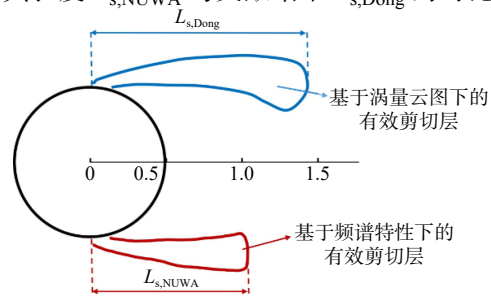
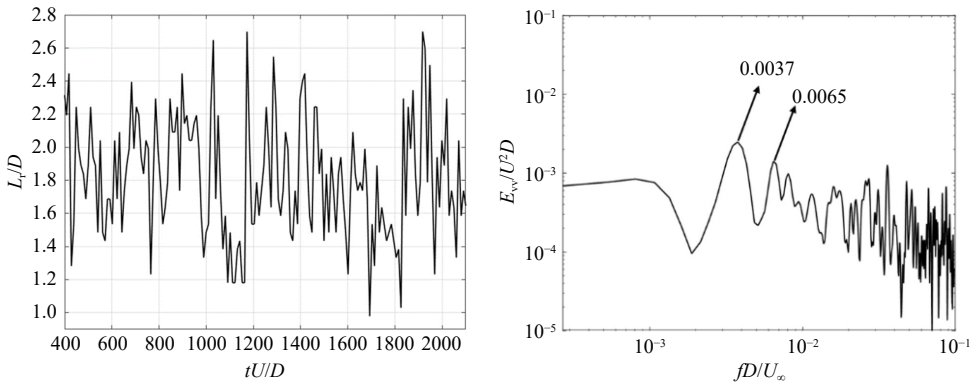


图 13　基于频谱特征的有效剪切层区域

Fig.13　Effective shear layer based on Lomb spectrum



（a）瞬时回流区长度随时间的变化　　（b）相应的频谱特性

图 14　瞬时回流区长度随时间的变化

Fig.14　Time history of the length of the recirculation region

综合分析表明,大尺度涡泄及其倍频特征与升阻力系数动态特性紧密关联,K-H 不稳定频率受剪切层空间演化控制,而低频特征源于尾流区回流长度的周期性振荡。三者共同构成了 *Re* 为 3900 下圆柱绕流多尺度相干结构的动力学框架,为理解复杂流动不稳定性提供了重要依据。

3 结 论

本文通过改进 TNT *k-ω* 模型的 *k* 方程,提出了一种兼具壁面模化与延迟脱体涡模拟能力的混合 RANS/LES 模型(TNT WM-XLES)。以亚临界雷诺数 *Re* 为 3900 的圆柱绕流为研究对象,通过数值模拟与实验数据对比,验证了模型的有效性,并深入分析了流场相干结构的不稳定性特征。

研究结果表明,TNT WM-XLES 模型在合理设置 LES 启动边界的条件下,能够准确预测流动分离角、阻力系数及压力系数等关键统计量。针对“U”型与“V”型速度剖面的仿真结果,其一阶、二阶统计量与实验及 DNS 数据高度吻合,验证了模型的鲁棒性。

通过多类测点分析流场特征,发现该模型能够精准捕捉尾流大尺度涡泄频率、剪切层小尺度 K-H 不稳定频率,以及回流区低频收缩舒张特征。

进一步机理研究表明,尾流大尺度涡泄频率与升力系数振荡频率一致,其频谱中出现的倍频特征源于涡结构非线性耦合效应,其中二倍频分量与阻力系数振荡频率直接相关。剪切层 K-H 不稳定频率仅在狭窄空间区域内显著,且沿流动方向能量逐渐增强,表明不稳定性发展具有空间选择性。此外,通过分析回流区长度时程信号及其频谱特性,揭示了低频特征与回流区周期性收缩舒张现象的本质关联。

本文提出的 TNT WM-XLES 模型不仅为圆柱绕流的一阶、二阶统计量提供了高置信度仿真结果,还通过瞬时回流区脉动特性分析,深化了对亚临界雷诺数下低频形成机制的理解,为复杂流动的精细化模拟提供了有效工具。

参 考 文 献:

[1] Berger E, Scholz D, Schumm M. Coherent vortex structures in the wake of a sphere and a circular disk at rest and under forced vibrations[J]. Journal of Fluids and Structures, 1990, 4(3): 231–257.

[2] 张新太, 杨渐志, 顾海林, 等. 圆盘近尾迹中低频不稳定特性研究[J]. 中国科学技术大学学报, 2014, 44(11): 952–959.
Zhang X T, Yang J Z, Gu H L, et al. Study on the low frequency instability in the near wake of a circular disk[J]. Journal of University of Science and Technology of China, 2014, 44(11): 952–959. (in Chinese)

[3] Jiang F, Andersson H I, Gallardo J P, et al. On the peculiar structure of a helical wake vortex behind an inclined prolate spheroid[J]. Journal of Fluid Mechanics, 2016, 801: 1–12.

[4] Strandenes H, Jiang F, Pettersen B, et al. Low-frequency oscillations in flow past an inclined prolate spheroid[J]. International Journal of Heat and Fluid Flow, 2019, 78: 108421.

[5] Zhang F, Peet Y T. Coherent motions in a turbulent wake of an axisymmetric bluff body[J]. Journal of Fluid Mechanics, 2023, 962: A19.

[6] Lehmkuhl O, Rodríguez I, Borrell R, et al. Low-frequency unsteadiness in the vortex formation region of a circular cylinder[J]. Physics of Fluids, 2013, 25: 085109.

[7] Cao Y, Tamura T, Zhou D, et al. Topological description of near-wall flows around a surface-mounted square cylinder at high Reynolds numbers[J]. Journal of Fluid Mechanics, 2022, 933: A39.

[8] Kok J C. Resolving the dependence on freestream values for the *k*- turbulence model[J]. AIAA Journal, 1999, 38(7): 1292–1295.

[9] 季 梦, 尤云祥, 韩盼盼, 等. 亚临界区圆柱绕流相干结构壁面模化混合 RANS/LES 模型[J]. 物理学报, 2024, 73(5): 054701.

Ji M, You Y X, Han P P, et al. A wall-modeled hybrid RANS/LES model for flow around circular cylinder with coherent structures in subcritical Reynolds number regions[J]. Acta Physica Sinica, 2024, 73(5): 054701. (in Chinese)

[10] Menter F R, Kuntz M, Langtry R. Ten years of industrial experience with the SST turbulence model[J]. Turbulence, Heat and Mass Transfer, 2003, 4(1): 625–632.

[11] Shur M L, Spalart P R, Strelets M K, et al. A hybrid RANS-LES approach with delayed-DES and wall-modelled LES capabilities[J]. International Journal of Heat and Fluid Flow, 2008, 29(6): 1638–1649.

[12] Norberg C. An experimental investigation of the flow around a circular cylinder: Influence of aspect ratio[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1994, 258: 287–316.

[13] Parnaudeau P, Carlier J, Heitz D, et al. Experimental and numerical studies of the flow over a circular cylinder at Reynolds number 3900[J]. Physics of Fluids, 2008, 20(8): 085101.

[14] Lourenço, Luiz M, Shih C. Characteristics of the plane turbulent near wake of a circular cylinder: A particle image velocimetry study[R]. Technical Report TF-62, Standford University, 1994.

[15] Dong S, Karniadakis G E, Ekmekci A, et al. A combined direct numerical simulation-particle image velocimetry study of the turbulent near wake[J]. Journal of Fluid Mechanics, 2006, 569: 185–207.

[16] Prasad A, Williamson C H K. The instability of the separated shear layer from a bluff body[J]. Physics of Fluids, 1996, 8(6): 1347–1349.

[17] Rodríguez I, Lehmkuhl O, Borrell R, et al. Flow dynamics in the turbulent wake of a sphere at sub-critical Reynolds numbers[J]. Computers & Fluids, 2013, 80: 233–243.