

文章编号: 1007-7294(2025)08-1309-10

弹性边界条件下矩形薄板流激振动分析

张 成^{1,3}, 李天匀^{1,2,3}, 朱 翔^{1,2,3}, 尚保佑^{1,3}

(1. 华中科技大学 船舶与海洋工程学院, 武汉 430074; 2. 高新船舶与深海开发装备协同创新中心, 上海 200240; 3. 船舶与海洋水动力湖北省重点实验室, 武汉 430074)

摘要: 本文采用半解析法开展弹性边界下矩形加筋板在湍流脉动压力激励下的振动研究。引入人工线分布弹簧模拟弹性边界, 基于能量原理求解矩形薄板流激受迫振动响应, 获得平板表面振动速度的自功率谱密度函数。研究表明: 人工弹簧刚度对平板流激振动响应有影响; 随着边界位移弹簧刚度增大, 低频下平板均方振速响应值不断减小; 当边界线分布位移弹簧刚度大于 10^{10} N/m² 时, 边界对平板流激振动响应的影响较小。讨论了加筋方向和加筋数量对于平板流激振动响应的影响, 与无筋平板相比, 加筋平板能有效降低平板流激低频振动响应。研究结果可为分析不同边界约束下矩形加筋板流激振动性能提供理论参考。

关键词: 湍流脉动压力; 平板振动; 弹性边界; 声振耦合

中图分类号: U663.1 文献标识码: A doi: 10.3969/j.issn.1007-7294.2025.08.013

Analysis of vibration characteristics of rectangular plates excited by turbulent boundary layer under flexible boundary constraints

ZHANG Cheng^{1,3}, LI Tian-yun^{1,2,3}, ZHU Xiang^{1,2,3}, SHANG Bao-you^{1,3}

(1. School of Naval Architecture and Ocean Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China; 2. Collaborative Innovation Center for Advanced Ship and Deep-Sea Exploration (CISSE), Shanghai 200240, China; 3. Hubei Key Laboratory of Naval Architecture and Ocean Engineering Hydrodynamics (HUST), Wuhan 430074, China)

Abstract: The flexible boundary constraints have a significant effect on the vibration characteristics of rectangular stiffened plates excited by turbulent boundary layer. In this paper, springs were used to simulate flexible boundary constraints. The response function of an underwater rectangular plate was derived based on the energy principle, combined with the power spectra density expression caused by turbulent boundary layer, and the power spectral density of the plate velocity was obtained. It is shown that the boundary spring stiffness has an effect on the response of the plate. As the spring stiffness of the boundary displacement increases, the vibration response of the plate at low frequencies decreases. The effect of the boundary spring stiffness on the vibration response of plate excited by TBL converges when the boundary displacement spring stiffness k_d is larger than 10^{10} N/m². The effect of stiffened rib direction and the number of stiffened ribs on the vibration response of stiffened plate was also studied in this paper. Compared with an unreinforced plate, the vibration response of a stiffened plate at low frequency was effectively reduced. The results can serve as a

收稿日期: 2025-02-19

基金项目: 国家自然科学基金面上项目 (52371318)

作者简介: 张 成(1996-), 男, 硕士; 李天匀(1969-), 男, 教授, 通讯作者, E-mail: ltyz801@hust.edu.cn。

theoretical reference for the analysis of the vibration characteristics of rectangular stiffened plates excited by turbulent boundary layer under flexible boundary constraints.

Key words: turbulent boundary layer; vibration of plate; flexible boundary constraint; acoustics-vibration coupling

0 引言

潜艇在水下航行时,板壳结构在湍流脉动压力激励下会产生结构自噪声,不利于声呐正常工作。因此,降低导流罩在湍流脉动激励下的自噪声具有重要的工程意义。湍流脉动压力作为时空随机激励,需要借助统计学分析原理,获取其功率谱密度函数以定量地分析它与结构相互作用的耦合程度。

Corcos^[1]在壁压试验结果的基础上总结提出了湍流边界层脉动压力的频率-波数谱模型; Strawderman^[2]考虑在简支平板振动的基础上,将平板两侧的流体视为半无限域声场,通过平板表面的振速连续条件将平板振动方程与声场波动方程建立联系,分析了考虑流体与结构振动之间的耦合效应时,无限大平板和有限简支平板的流激振动响应;陈美霞等^[3]采用半数值半解析的方法开展了湍流激励下平板、单双层圆柱壳的声振特性研究,并且量化分析了来流速度对平板流激振动特性的影响;吕世金等^[4]将湍流脉动压力功率谱视为输入力源,分析了无限大加肋平板的声辐射特性,并探讨了肋骨参数变化对结构流激声辐射的影响;徐嘉启等^[5]在此基础上采用固体三维弹性波理论研究了贴敷柔性层对加肋平板流激噪声的影响机理,但其研究对象依然为周期加筋的无限大薄板,而实际结构往往是复杂边界约束下的有限大结构;Li等^[6]通过引入边界虚拟弹簧以模拟弹性边界,并在平板位移函数处添加补充项以保证位移函数在边界处满足弹性边界的条件。目前针对弹性边界条件下的薄板在流体激励下的振动分析较为匮乏。

本文在此基础上,采用改进的傅里叶级数作为加筋平板的位移函数,分别计算加筋板的弯曲应变能和动能,同时考虑水下结构振动与声场之间的耦合作用,得出水下加筋平板的响应函数;结合湍流脉动压力谱模型,求解加筋平板的振动响应,并分析加筋方向、数量以及不同边界条件约束对平板流激振动响应的影响。

1 基本理论

1.1 湍流脉动压力模型

常见的舰船艏部声呐导流罩为加筋曲壳结构,复杂的壳体曲率使得导流罩在湍流脉动压力激励下的振动特性研究难度较大。考虑到湍流度较高处对应的导流罩壳体曲率较小,将复杂的空间曲壳局部视为有限大的矩形加筋平板,将这一离散的子单元作为理论模型的对象。假设充分发展的湍流激励作用于嵌在无限大刚性障板的平板一侧,平板的另一侧接触的流体为静止状态。忽略平板振动和声辐射对于湍流边界层的影响,即湍流脉动压力谱模型中的流体密度、声速、边界层厚度均为常数,将湍流脉动压力视为独立的外力激励,它与平板振动和声场之间没有耦合。

Corcos提出了经典的湍流脉动压力谱模型^[1],脉动压力在空间域上的互功率谱密度函数表达式为

$$S_{pp}(\xi, \eta, \omega) = \Phi_p(\omega) e^{-0.115 \left| \frac{\xi}{U_c} \right|} e^{-0.7 \left| \frac{\eta}{U_c} \right|} e^{-i \frac{\omega \xi}{U_c}} \quad (1)$$

式中, $\Phi_p(\omega)$ 为平板表面上某点的湍流脉动压力自功率谱密度; ξ 、 η 分别为平板表面两点沿来流方向和垂直来流方向的相对坐标,平板坐标系及来流方向如图1所示; U_c 为湍流边界层沿来流方向的迁移速度,一般取来流速度 U_0 的0.6~0.8倍。

针对不同频段 ω 与自功率谱之间的关系,平板表面脉动压力自功率谱 $\Phi_p(\omega)$ 表达形式多样,本文采用Skudrzyk等^[7]提出的自功率谱密度函数,其形式如下:

$$\Phi_p(\omega) = \begin{cases} A & \omega \leq 1.256 \frac{U_0}{\delta} \\ 2A \left(\frac{\omega \delta}{U_0} \right)^{-3} & \omega > 1.256 \frac{U_0}{\delta} \end{cases} \quad (2)$$

式中, $A = 0.75 \times 10^{-5} \varepsilon^2 \rho_f^3 U_0^3 \delta$, 当流体为水时, ε 取值为 1, 当流体为空气时, ε 取值为 3; ρ_f 为流体密度; U_0 为来流速度; δ 为边界层厚度。对于平板而言, 湍流边界层厚度 $\delta = \frac{0.381L}{Re^{0.2}}$, 雷诺数 $Re = \frac{U_0 L}{\nu}$, 其中 L 为来流距离, ν 为流体运动粘性系数。

1.2 薄板振动响应函数

根据 Kirchhoff 薄板理论, 矩形薄板小变形振动微分方程为

$$D \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = q(x, y, t) \quad (3)$$

式中, ρ 为平板材料密度, h 为平板厚度, $q(x, y, t)$ 为单位面积平板承受的横向载荷。对于四边简支约束的平板而言, 方程(3)的解可以写为

$$w(x, y, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) e^{i\omega t} \quad (4)$$

式中, a 、 b 分别为矩形平板的长、宽, m 、 n 分别为沿矩形薄板长、宽方向的模态半波数, A_{mn} 为待定系数, $e^{i\omega t}$ 为简谐时间因子。

考虑到本文研究对象——矩形平板为声呐导流罩曲壳结构上的子单元, 平板的边界条件更接近于弹性边界, 而非简支边界。本文参考文献[8]中的处理方式, 将边界条件对平板的约束转化为均布于边界处的人工位移弹簧和人工转角弹簧约束, 通过调整弹簧的刚度以模拟薄板的弹性边界条件或经典边界条件, 采用改进的傅里叶级数^[9]构造矩形薄板的位移函数, 改进的傅里叶级数由傅里叶级数和额外的补充项组成, 具体表达为

$$\begin{cases} f_m(x) = \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right), & 0 < m < 5 \\ f_m(x) = \cos\left[\frac{(m-5)\pi}{a}x\right], & m \geq 5 \\ g_n(y) = \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right), & 0 < n < 5 \\ g_n(y) = \cos\left[\frac{(n-5)\pi}{b}y\right], & n \geq 5 \end{cases} \quad (5)$$

式中, $m = 1, 2, 3, \dots$; $n = 1, 2, 3, \dots$; a 、 b 分别为矩形平板的长、宽。

矩形平板横向位移函数可写为

$$w(x, y, t) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N A_{mn} f_m(x) g_n(y) e^{i\omega t} = A^T \zeta e^{i\omega t} \quad (6)$$

式中, M 、 N 分别为位移函数 $f_m(x)$ 、 $g_n(y)$ 的截断项数, 本文选取的截断项数 $M = N = 13$, 文献[10]中验证了截断数的收敛性; A 为待定系数 A_{mn} 依次组成的列向量; ζ 为 $f_m(x)$ 、 $g_n(y)$ 各项的乘积组成的列向量。

根据平板振动理论, 平板的弯曲应变能 U_p 和动能 T_p 分别为

$$U_p = \frac{1}{2} D \iint \left(\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2(1-\mu) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right) dx dy \quad (7)$$

$$T_p = \frac{1}{2} \rho_p h \omega^2 \iint w^2 dx dy \quad (8)$$

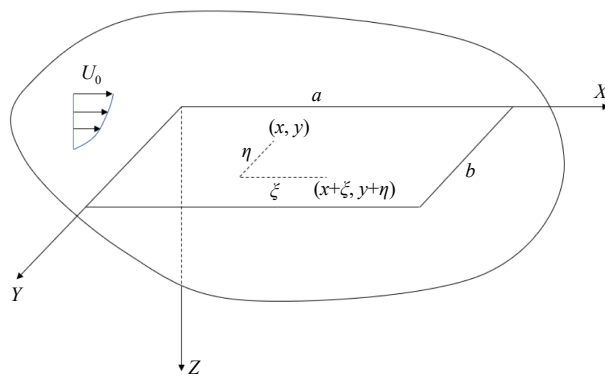


图 1 来流方向及坐标系

Fig.1 Direction of flow and coordinate system

式中, $D = Eh^3 / (12(1 - \mu^2))$ 是薄板单位宽度的弯曲刚度, h 为平板厚度, E 为平板材料弹性模量, μ 为泊松比, ρ_p 为平板材料密度。

边界人工弹簧的弹性势能为

$$U_s = \frac{1}{2} \int_0^a \left\{ \left[k_{d1} w^2 + k_{r1} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right]_{y=0} + \left[k_{d3} w^2 + k_{r3} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right]_{y=b} \right\} dx + \frac{1}{2} \int_0^b \left\{ \left[k_{d4} w^2 + k_{r4} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right]_{x=0} + \left[k_{d2} w^2 + k_{r2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right]_{x=a} \right\} dx \quad (9)$$

式中, k_{d1} 、 k_{d2} 、 k_{d3} 、 k_{d4} 分别表示矩形平板四边平动弹簧刚度, k_{r1} 、 k_{r2} 、 k_{r3} 、 k_{r4} 表示矩形平板四边转角弹簧刚度。

对于嵌在无限大声障板的平板而言, 单侧辐射声场对平板所做的功为

$$W_r = \iint w p_{\text{rad}} dx dy \quad (10)$$

式中, p_{rad} 为平板表面辐射声压。由 Rayleigh 积分可知, 平板任意一点 (x, y) 处的声压可表示为

$$p_{\text{rad}}(x, y) = -\frac{\rho_f \omega^2}{2\pi} \iint w(x_1, y_1) \frac{e^{-ik_\omega R}}{R} dx_1 dy_1 \quad (11)$$

式中, $R = \sqrt{(x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2}$, $k_\omega = \frac{\omega}{c_f}$ 为辐射声场的波数, c_f 为流体声速。

作用于平板 (x_0, y_0) 处的点激励对平板做的功为

$$W_F = w F \delta(x - x_0)(y - y_0) \quad (12)$$

式中, F 为点激励幅值, $\delta(\cdot)$ 为二维狄拉克函数。

由于无限大声障板的存在, 双面覆水平板两侧声压大小相等, 声压相位相反, 故平板两侧声场对平板做功为

$$W_R = W_r|_{0^+} - W_r|_{0^-} \quad (13)$$

若平板单侧加筋, 则需根据加筋方向和加筋位置计算双向加筋的应变能和动能。本文将筋等效为欧拉梁, 横纵筋的应变能表达为

$$U_{\text{ribs}} = \frac{1}{2} D_x \sum_i \int_0^a \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \Big|_{y=b_i} dx + \frac{1}{2} D_y \sum_j \int_0^b \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \Big|_{x=a_j} dy \quad (14)$$

式中, D_x 、 D_y 分别为横向筋和纵向筋在与平板耦合振动下的抗弯刚度, n_x 、 n_y 分别为横、纵加筋数目, $y = b_i$, $x = a_j$ 分别指横、纵筋的位置, 其中 $b_i = \frac{b}{n_i}$, $a_j = \frac{a}{n_j}$, $n_i = 1, 2, \dots, n_x$; $n_j = 1, 2, \dots, n_y$ 。

横纵筋的动能为

$$T_{\text{ribs}} = \frac{1}{2} \rho_{rx} S_{rx} \omega^2 \sum_i \int_0^a w^2 \Big|_{y=b_i} dx + \frac{1}{2} \rho_{ry} S_{ry} \omega^2 \sum_j \int_0^b w^2 \Big|_{x=a_j} dy \quad (15)$$

式中, ρ_{rx} 、 ρ_{ry} 分别为横、纵筋的材料密度, S_{rx} 、 S_{ry} 分别为横纵筋各自截面面积。

综合式(7)~(15), 水下加筋平板的能量泛函可以表达为

$$L = U_p + U_s + U_{\text{ribs}} - T_p - T_{\text{ribs}} - W_F - W_R \quad (16)$$

根据 Hamilton 变分原理, 薄板的能量泛函应满足:

$$\frac{\partial L}{\partial A} = \frac{\partial}{\partial A} (U_p + U_s + U_{\text{ribs}} - T_p - T_{\text{ribs}} - W_F - W_R) = 0 \quad (17)$$

将平板的应变能 U_p 和动能 T_p 、双向加筋的应变能 U_{ribs} 和动能 T_{ribs} 、边界人工弹簧应变能 U_s 、双面声场做功 W_R 以及点激励做功 W_F 代入式(17), 可以得出平板动力学方程:

$$[(\mathbf{K}_p + \mathbf{K}_{\text{ribs}} + \mathbf{K}_s) - \omega^2 (\mathbf{M}_p + \mathbf{M}_{\text{ribs}} + \mathbf{M}_R)] \mathbf{A} = \mathbf{F} \quad (18)$$

式中, \mathbf{K}_p 为平板自身刚度矩阵, \mathbf{K}_{ribs} 为横纵向加筋的刚度矩阵, \mathbf{K}_s 为边界弹簧刚度矩阵, \mathbf{M}_p 为平板质量

矩阵, \mathbf{M}_{fibs} 为横纵向加筋的质量矩阵, \mathbf{M}_R 为声振耦合效应矩阵, \mathbf{F} 为点激励矩阵。

求解方程(18)得到平板位移函数中的待定系数 A_0 , 代入式(6)中得出平板在点激励作用下的位移。定义平板在点激励作用下的位移响应函数为

$$H_w(x, y, x', y', \omega) = \frac{w(x, y, \omega)}{F(x', y', \omega)} = \frac{A_0 \zeta}{F} \tag{19}$$

1.3 平板振动响应功率谱密度

根据随机激励理论, 湍流激励下平板振动位移互功率谱密度函数为

$$S_{ww}(x, \xi, y, \eta, \omega) = \iint \iint H_w(x, y, x', y', -\omega) \times S_{pp}(\xi, \eta, \omega) \times H_w(x + \xi, y + \eta, x' + \xi', y' + \eta', \omega) dx' dy' d\xi' d\eta' \tag{20}$$

式中, ξ 、 η 分别表示沿 x 轴、 y 轴方向两点之间的相对距离。

若令式(20)中 $\xi = 0, \eta = 0$, 则平板位移互功率谱密度函数退化为平板上点 (x, y) 处的位移自功率谱密度 $S_{ww}(x, y, \omega)$ 。

根据平板表面振动位移与速度、加速度之间的关系, 可以得出平板流激振动速度自功率谱密度函数、平板流激振动加速度自功率谱密度函数分别为

$$S_{\phi\phi}(x, y, \omega) = \omega^2 S_{ww}(x, y, \omega) \tag{21}$$

$$S_{aa}(x, y, \omega) = \omega^4 S_{ww}(x, y, \omega) \tag{22}$$

平板振速均方谱密度为

$$\overline{S_{\phi\phi}}(\omega) = \frac{1}{ab} \int_0^a \int_0^b S_{\phi\phi}(x, y, \omega) dy dx \tag{23}$$

2 算法验证

为验证本文方法的正确性, 以文献[2] 中的四边简支平板为例, 换算成国际单位制下的平板及流场参数, 如表 1 所示。

表 1 平板材料参数及流体参数
Tab.1 Parameters of plate and fluid

参数名称	符号/单位	数值
平板长度	a/m	0.9144
平板宽度	b/m	0.6096
平板厚度	h/m	0.006 35
弹性模量	E/Pa	2.1×10^{11}
泊松比	μ	0.27
平板密度	$\rho_p/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	7800
结构损耗因子	r	0.01
流体密度	$\rho_f/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	1000
流体声速	$c_f/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	1500
来流速度	$U_0/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	5.1816
边界层厚度	δ/mm	0.021
来流距离	L/m	1

选取平板表面 A 、 B 两点作为振动响应点, A 点坐标为 $(\frac{a}{2}, \frac{b}{2})$, B 点坐标为 $(\frac{3a}{4}, \frac{b}{2})$; 在频段为 1~273 Hz 内, 频率间隔为 2 Hz; 在 278~998 Hz 频段范围内, 间隔为 5 Hz。

将本文方法得到 A 、 B 两点的振速自功率谱密度计算结果与文献[2] 中结果进行对比, 如图 2 所示。

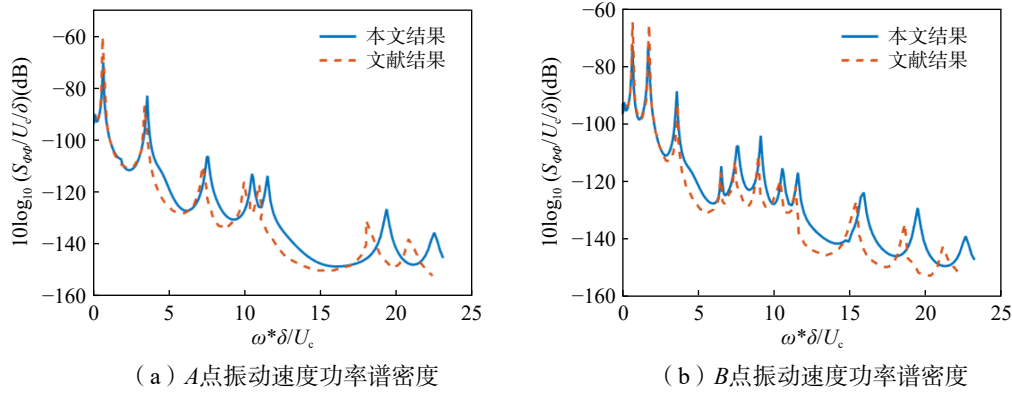


图 2 本文方法结果与文献[2] 结果对比

Fig.2 Comparison of results by the method in this paper and Reference [2]

水下结构的流激振速自功率谱密度本质上是结构表面某点在湍流脉动压力作用下振动响应的平方, 水下平板流激振速频谱曲线的峰值频率对应于水下平板的固有频率^[3]。本文方法以及有限元仿真软件计算出的水下平板前 6 阶固有频率如表 2 所示, 水下平板前 6 阶振型如图 3 所示。

表 2 水下平板前 6 阶固有频率

Tab.2 First 6 natural frequencies of plate in water

固有频率/Hz	1阶	2阶	3阶	4阶	5阶	6阶
FEM	16.548	43.483	76.602	90.573	108.728	163.130
本文方法	15.566	43.582	76.731	90.701	108.983	163.645
相对误差 (%)	-0.109	-0.228	-0.168	-0.141	-0.235	-0.316

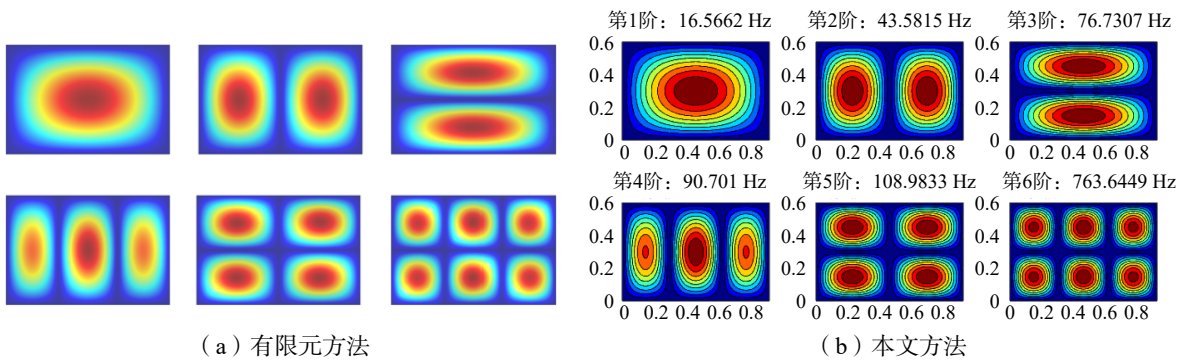


图 3 水下平板前 6 阶振型

Fig.3 First 6 modal shapes of plate in water

本文方法计算得到的水下平板前 6 阶固有频率与有限元软件求解结果相对误差小于 0.5%, 水下平板前 6 阶振型基本一致, 确保了本文通过能量法建立的水下平板振动动力学模型的正确性。本文结果曲线与文献中提取的曲线趋势基本一致, 响应峰值对应的频率与文献基本吻合, 验证了本文方法的正确性。

本文误差主要源于平板位移函数的截断和数值积分的精度; 文献结果的误差主要源于模态叠加的模态数截断, 此外文献作者忽视了声振耦合项中的互辐射模态的影响, 这也是本文结果高频响应峰值对应的频率与文献结果稍有偏差的主要原因。

3 弹性边界及加筋对平板流激振动特性的影响研究

3.1 弹性边界对流激振动特性的影响分析

本节旨在研究弹性边界条件对平板流激振动响应的影响, 方案 a 中平板及流体计算参数如表 3 所示。计算频率在 1~273 Hz 内, 间隔为 2 Hz; 在 278~998 Hz 频率范围内, 间隔为 5 Hz。

表 3 方案 a 平板尺寸及参数
Tab.3 Parameters and size of plate in Case a

参数名称	符号/单位	数值
平板长度	a/m	0.65
平板宽度	b/m	0.6
平板厚度	h/m	0.005
弹性模量	E/Pa	2.1×10^{11}
泊松比	μ	0.3
平板密度	$\rho_p/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	7800
结构损耗因子	r	0.01
流体密度	$\rho_f/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	1000
流体声速	$c_f/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	1500
来流速度	$U_0/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	3.0867
边界层厚度	δ/mm	0.0211
来流距离	L/m	1

令边界转角弹簧刚度 $k_r = 0 \text{ N/m}^3$, 调整边界位移弹簧刚度 k_d 的取值, 实现不同边界对于平板的弹性平动约束; 令 $k_{d_i} = 10^i, i = 2, 3, \dots, 12 \text{ N/m}^2$, 平板板面均方振速功率谱密度结果如图 4(a) 所示。随着边界平动弹簧刚度逐渐增大, 平板均方振速谱密度逐步减小; 当 $k_d \geq 10^{10} \text{ N/m}^2$ 时, 低频下 (1~200 Hz) 平板均方振速响应值不再显著变化, 如图 4(b) 所示。

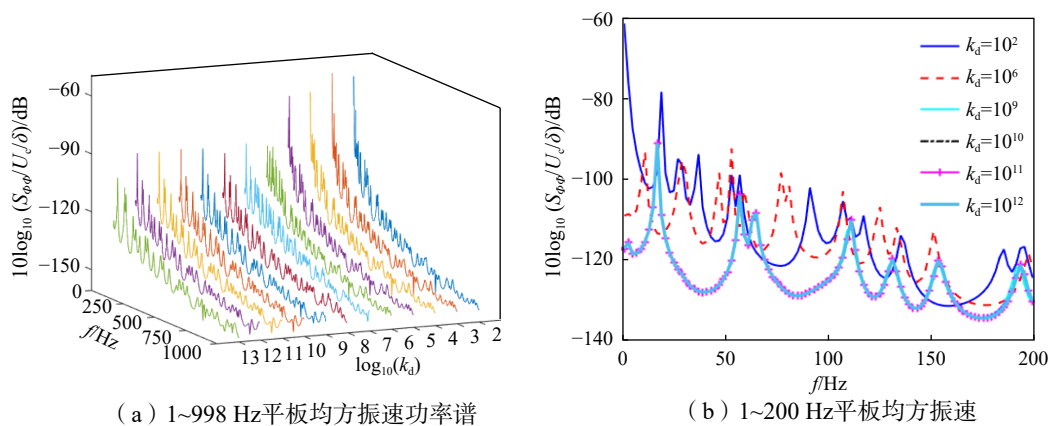


图 4 不同平动位移约束下平板均方振速功率谱密度

Fig.4 Plate vibration velocity power spectral density under flexible translational constraints

在人工弹簧刚度 $k_d = 10^{12} \text{ N/m}^2$, $k_r = 0 \text{ N/m}^3$ 时, 保证了弹性边界模拟简支约束的收敛性, 在此基础上令 $k_d = 10^{12} \text{ N/m}^2$, $k_r = 10^{12} \text{ N/m}^3$ 以模拟固支约束, 两种约束下 1~200 Hz 平板均方振速如图 5 所示。与简支约束相比, 固支约束下平板均方振速响应整体更小, 振速响应峰值对应的频率更大, 与平板结构受迫振动响应规律一致。

3.2 加筋对平板流激振动响应的影响分析

在方案 a 的基础上,以加筋板代替平板作为研究对象,加筋板中的平板尺寸、材料属性和流体属性均与方案 a 一致,单根筋的截面尺寸及材料属性如表 4 所示。

本文将筋视为等效的欧拉梁,而梁的存在则使整个结构的中性轴下移,即梁结构在计算其弯曲截面惯性矩时需要进行偏心处理。文献 [11] 中给出修正后的偏心距为

$$e_0 = \frac{A_1}{A_1 + A_2} e \quad (24)$$

式中, A_1 、 A_2 分别为板、梁的横截面面积; e 、 e_0 分别为修正前后梁中性轴到板中面的距离,示意图如图 6 所示。图中 C_0 、 C_1 分别为板、梁横截面的形心。

表 4 单根筋截面尺寸和属性

参数名称	符号/单位	数值
加筋截面宽度	a_r/m	0.004
加筋截面高度	b_r/m	0.02
弹性模量	E/Pa	2.1×10^{11}
结构损耗因子	r	0.01
泊松比	μ	0.3
平板密度	$\rho_p/(kg \cdot m^{-3})$	7800

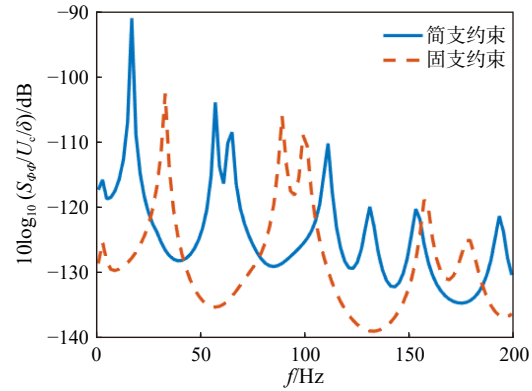


图 5 简支约束和固支约束下平板均方振速率谱密度
Fig.5 Plate vibration velocity power spectral density under simply supported constraints and fixed constraints

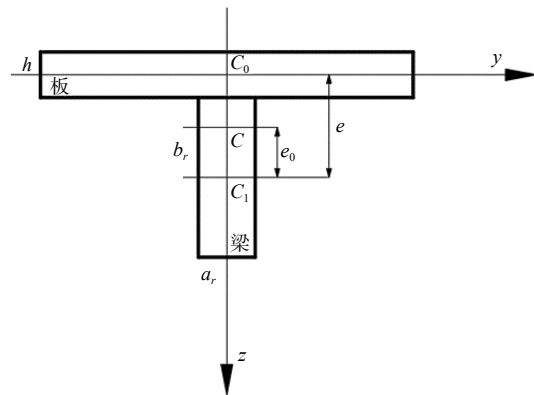
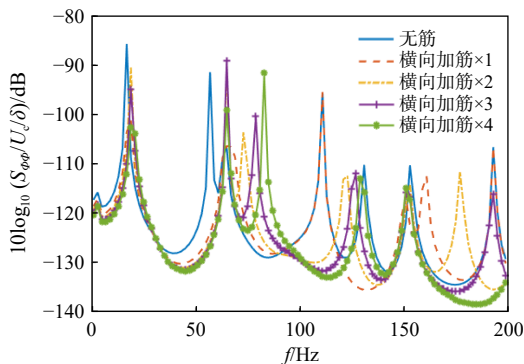


图 6 加筋板偏心距

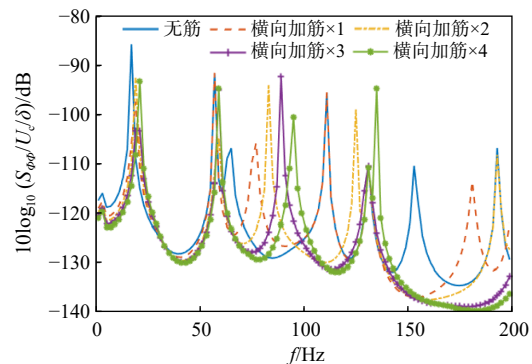
Fig.6 Eccentric distance of stiffened plate with ribs

为探究加筋数量对加筋板流激响应的影响,分别计算仅横向加筋(沿平板长边方向)、仅纵向加筋以及双向正交加筋时,不同加筋数量($n = 1, 2, 3, 4$)下的平板均方振速。不同加筋数量下板面均方振速曲线如图 7 所示。

随着加筋数量的增加,加筋板结构整体刚度逐步增大,板面振速响应峰值对应的频率朝着高频移动,板面均方振速整体稍有减少。对比图 7(a)与图 7(b),相同加筋数量下,横向加筋平板低频下的振动响应稍小于纵向加筋板;与无筋的平板相比,加筋板低频下的均方振速稍小,但不同加筋数量的加筋板响应结果比较接近;如图 7(c)中所示,双向加筋数量 $n \geq 2$ 时,低频下平板振动响应无明显减少。



(a) 仅横向加筋



(b) 仅纵向加筋

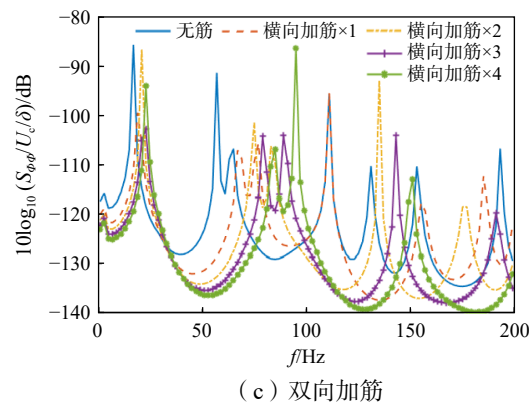


图 7 不同加筋数量下加筋板均方振速功率谱曲线

Fig.7 Plate vibration velocity power spectral density with different number of ribs

4 结 论

本文以弹性边界约束下的水下平板为对象,考虑平板两侧声场与结构振动之间的耦合效应,得出了水下平板的响应函数;结合湍流脉动压力的 Corcos 模型,求解出平板振动响应的功率谱密度。本文方法计算结果与现有文献吻合良好,证明了方法的正确性。

针对弹性边界约束、加筋数量和加筋方向对平板流激振动响应影响进行了对比分析,得出以下结论:

(1)随着边界位移弹簧刚度 k_d 的增大,低频下平板均方振速响应值不断减小;当边界位移弹簧 $k_d \geq 10^{10}$ N/m²时,边界弹簧约束近似于简支约束;在简支约束的基础上,添加边界转角约束,能有效降低平板均方振速响应。

(2)平板加筋能有效降低平板流激低频振动响应,就本文采用的平板尺寸和筋条截面尺寸而言,双向正交加筋数量 $n = 2$ 为最优的加筋方案;相同加筋数目情况下,沿长边加筋优于沿短边加筋。

参 考 文 献:

- [1] Corcos G M. The resolution of turbulent pressure at the wall of a boundary layer[J]. Journal of Sound and Vibration, 1967, 6(1): 59-70.
- [2] Strawderman W A. Turbulence induced plate vibration: Some effects of fluid loading on finite and infinite plates[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 1972, 52(2): 1537-1552.
- [3] 陈美霞, 罗琦, 魏建辉. 湍流激励下简支平板振动特性的解析法研究[J]. 船舶力学, 2016, 20(4): 487-496.
Chen M X, Luo Q, Wei J H. Analytical method for calculating the vibration characteristics of simple-supported plate excited by turbulent boundary layer[J]. Journal of Ship Mechanics, 2016, 20(4): 487-496. (in Chinese)
- [4] 吕世金, 白振国, 庞业珍, 等. 湍流脉动压力激励无限大加肋平板振动声辐射研究[C]//第十二届船舶水下噪声学术讨论会, 船舶力学学术委员会, 长沙, 2009.
Lü S J, Bai Z G, Pang Y Z, et al. Study of vibration and acoustic radiation of infinite plate with ribs excited by turbulent boundary layer[C]//The 12th Ship Underwater Noise Symposium, Academic Committee of Ship Mechanics, Changsha, 2009. (in Chinese)
- [5] 徐嘉启, 周振龙, 梅志远. 湍流激励下柔性层贴敷加筋板自噪声的特征机理[J]. 声学学报, 2021, 46(1): 143-160.
Xu J Q, Zhou Z L, Mei Z Y. The characteristics and mechanisms of turbulent pressure induced self-noise of the elastomer layer attached stiffened plate[J]. Acta Acustica, 2021, 46(1): 143-160. (in Chinese)
- [6] Li W L. Vibration analysis of rectangular plates with general elastic boundary supports[J]. Journal of Sound and Vibration,

- 2004, 273: 619–635.
- [7] Skudrzyk E J, Haddle G P. Noise production in a turbulent boundary layer by smooth and rough surfaces[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 2005, 32(1): 19–34.
- [8] 杜 圆, 李海超, 庞福振, 等. 任意边界条件下矩形板薄板自由振动特性分析[J]. 振动与冲击, 2019, 38(19): 70–76.
Du Y, Li H C, Pang F Z, et al. Free vibration characteristics of rectangular thin plates under arbitrary boundary conditions[J]. Journal of Vibration and Shock, 2019, 38(19): 70–76. (in Chinese)
- [9] 张 俊, 李天匀, 朱 翔, 等. 基于改进 Rayleigh-Ritz 法的复杂形状平面薄板自振特性分析[J]. 振动与冲击, 2019, 38(19): 45–51.
Zhang J, Li T Y, Zhu X, et al. Free vibration characteristics of plates with complicated shapes based on an improved Rayleigh-Ritz method[J]. Journal of Vibration and Shock, 2019, 38(19): 45–51. (in Chinese)
- [10] 邱永康, 李天匀, 朱 翔, 等. 任意边界条件下中心开口矩形板自由振动特性分析[J]. 振动与冲击, 2017, 36(20): 112–117.
Qiu Y K, Li T Y, Zhu X, et al. The free vibration characteristics analysis of a rectangular plate with central opening using in arbitrary boundary conditions[J]. Journal of Vibration and Shock, 2017, 36(20): 112–117. (in Chinese)
- [11] 黄海燕, 王德禹. 加筋板结构的自由振动分析[J]. 船舶工程, 2008, 30(6): 1–3+18.
Huang H Y, Wang D Y. Free vibration analysis of the stiffened plate[J]. Ship Engineering, 2008, 30(6): 1–3+18. (in Chinese)