

文章编号: 1007-7294(2025)05-0713-09

畸形波波长计算方法研究

崔 成, 潘文博

(交通运输部天津水运工程科学研究所, 港口水工建筑技术国家工程研究中心, 天津 300456)

摘要: 在畸形波相关研究中, 多采用线性波或者高阶 Stokes 波的色散关系估算畸形波波长, 然而畸形波是一种波形持续时间较短的强非线性波浪。与规则波相比, 畸形波的能量组成更为复杂, 除了受高阶谐波影响, 在其形成过程中, 还会发生非线性的波-波相互作用。为了检查采用规则波色散关系估算畸形波波长的精度, 本研究采用组成波聚焦的方法在试验水槽中模拟畸形波, 根据浪高仪阵列采集的波面时间过程统计畸形波波长, 并与相同波高和周期的 1 阶线性波、3 阶 Stokes 波和 5 阶 Stokes 波波长进行对比, 对比结果表明, 与线性理论相比, 采用 3 阶和 5 阶 Stokes 波色散关系估算畸形波波长的精度较高, 3 阶色散关系足以描述高阶谐波对波长的影响。另外, 由于不能考虑非线性波-波相互作用, 高阶色散关系会高估周期较长的畸形波和低估周期较短的畸形波。为了能更准确估算畸形波波长, 本研究基于 3 阶色散关系, 结合回归分析方法, 提出一种精度更高的畸形波波长估算方法, 与 3 阶 Stokes 波色散关系相比, 计算精度提高 50% 以上。

关键词: 畸形波; 波长; 非线性; 波-波相互作用

中图分类号: O353.2 文献标识码: A doi: 10.3969/j.issn.1007-7294.2025.05.004

Calculation method for the wavelength of freak waves

CUI Cheng, PAN Wen-bo

(National Engineering Research Center of Port Hydraulic Construction Technology, Tianjin Research Institute for Water Transport Engineering, M.O.T., Tianjin 300456, China)

Abstract: In freak wave-related research, the wavelength of the freak wave is generally calculated from the dispersion relation of the Stokes wave or linear wave. The freak wave, however, is a type of short-duration wave, also characterized by strong nonlinearity. Its energy components are more complex compared to regular waves. Beside the effect of higher-order harmonics, the energy transfer occurs due to the nonlinear wave-wave interaction during the generation of freak waves. In order to check the accuracy of the wavelength of freak waves calculated from the dispersion relation, freak waves were experimentally simulated in a wave tank by focusing a range of component waves. The statistics on wavelength of freak wave were calculated from the time history of wave surface obtained from a wave gauge array. The statistical wavelengths conducted were compared to those of linear wave, 3rd- and 5th-order Stokes wave with identical wave heights and periods. The results from comparison indicate that the wavelengths from the 3rd- and 5th-order Stokes wave dispersion relations have a higher accuracy than that from the 1st-order dispersion relations of linear wave. And the 3rd-order dispersion relation is sufficient to describe the effect of higher-order harmonics on the wavelength. However, without accounting for the nonlinear wave-wave interaction, high-order dispersion relation will overestimate the wavelength of freak wave with longer periods and underestimate that for freak

收稿日期: 2024-11-11

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51509120)

作者简介: 崔 成(1984-), 男, 博士, 副研究员;

潘文博(1989-), 男, 博士, 助理研究员, 通讯作者, E-mail: panofficial@163.com。

wave with shorter periods. And as a consequence, on the basis of the 3rd-order dispersion relation and regression model, a new improved method for higher accuracy calculation of the wavelengths of the freak wave was proposed. The accuracy of the wavelengths for the new method increases by over 50% compared to the traditional 3rd-order dispersion relation.

Key words: freak wave; wavelength; nonlinearity; wave-wave interaction

0 引言

畸形波(freak wave)或凶波(rogue wave)是一种包含在随机波列当中的独立、异常大波。它广泛存在于世界各大海域,具有非线性强、持续时间短、能量集中、频带宽和波峰突出于周围波浪场等特征。在它发生的前后,还常伴随着海中深洞(hole in the sea)和连续大波(three sisters)等异常波浪现象^[1]。因此,畸形波会对航行的船舶和海上建筑物等造成严重危害^[2-4]。

畸形波是一种非线性很强的波浪。通常采用波陡来量化波浪的非线性,而波陡则是通过波高和波长来计算。另外,畸形波的持续时间较短,可能小于畸形波的周期,其传播演变以及其与船舶或者海洋结构物的相互作用过程是一种局部时-空过程,因此需要补充波长来更准确地描述畸形波的局部时-空特征。对于波峰、波谷、波高和周期等波浪参数,一般可通过统计定点波面时间过程获取,而波长是描述波浪空间特征的参数,并不能通过少量的定点观测记录直接确定。对于规则波,如线性波或者高阶 Stokes 波,有稳定的传播波形,可以根据波高和周期,采用色散关系间接确定波长。然而畸形波持续时间较短,不能保持稳定的波形传播,没有理论上的色散关系可描述畸形波波长和周期的关系,在畸形波相关研究中,多采用线性波或者高阶 Stokes 波的色散关系近似估算畸形波的波长^[5-8]。Cui 等^[8]在研究非线性对畸形波传播速度的影响中采用波陡参数量化非线性贡献,其中波陡采用 3 阶色散关系估算。目前还没有关于采用规则波色散关系估算畸形波波长精度的分析和讨论。

与高阶 Stokes 波不同,非线性对畸形波的影响除了高阶谐波处还有波-波间的相互作用。波-波间相互作用可以加宽波浪频谱宽度,从而改变波浪外部形态^[9-10],使波形变高变窄,呈现出明显的水平和垂直方向的不对称性。波面不对称也是畸形波重要的外部特征之一,高阶 Stokes 波波面不对称仅表现在垂直方向。畸形波和高阶 Stokes 波在内部结构和外部特征两个方面均表现出了明显差异。Abroug 等^[11]的研究成果指出,输入频谱类型和波陡会显著影响组成波聚焦过程中的非线性波-波间相互作用。由此可见波陡和波-波间相互作用会互相影响。对于三维波浪场,方向分布范围增加会引起非线性散焦,从而减小波陡和波-波间的非线性相互作用强度,这是因为聚焦持续的时间较短,波-波间的非线性相互作用主要受主波向波群控制^[10,12]。

综上所述,采用规则波色散关系估算畸形波波长的精度尚无明确结论,除了高阶谐波,波-波间相互作用可能是影响畸形波波长的因素。本研究依据物理模型试验结果,分析采用规则波色散关系估算畸形波波长的精度,然后基于 3 阶色散关系,结合回归分析方法,提出一种精度更高的可以考虑波-波间相互作用的半经验、半理论的畸形波波长估算方法。

1 波浪水槽试验

模拟畸形波所用的试验水槽长 56 m,宽 1.0 m,最大工作水深为 0.7 m。水槽一端配备推板式造波机,另一端布置消波边界。为了记录畸形波的时-空生成、演化过程,在水槽中布置一组由 32 个电容式浪高仪组成的仪器阵列,间距 0.2 m,从距造波机 18 m 处开始布置,试验水深为 0.5 m,试验布置见图 1。

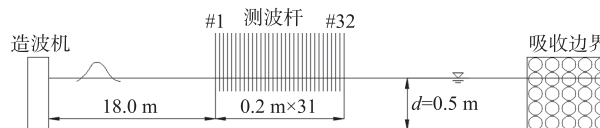


图 1 试验布置图

Fig.1 Sketch of experiment setup

采用双波列叠加模型计算造波板的驱动信号^[13],在波浪水槽中实现畸形波可控生成。在该模型中,目标谱能量被分成两部分,一部分能量分配给瞬态波列,另一部分能量分配给常规随机波列,波面表达如下:

$$\eta(x,t) = \eta_1(x,t) + \eta_2(x,t) = \sum_{i=1}^M \eta_{1i}(x,t) + \sum_{i=1}^M \eta_{2i}(x,t) = \sum_{i=1}^M a_{1i} \cos(k_i x - \omega_i t + \varepsilon_i) + \sum_{i=1}^M a_{2i} \cos[k_i(x-x_c) - \omega_i(t-t_c)] \quad (1)$$

式中, $\eta(x,t)$ 表示距离造波板 x 处的波面时间过程, $\eta_1(x,t)$ 和 $\eta_2(x,t)$ 分别表示常规随机波列和瞬态波列的波面时间过程, $a_{1i} = (2p_1 S(f) \Delta f)^{1/2}$ 和 $a_{2i} = (2p_2 S(f) \Delta f)^{1/2}$ 分别表示两波列第 i 个组成波的振幅, k_i, ω_i (ω_i 在第 i 个频域区间上随机选取, 为避免波浪以周期 $2\pi / \Delta\omega$ 重复出现) 和 ε_i ($0 \sim 2\pi$ 内均匀分布) 分别表示第 i 个组成波的波数、角频率和随机初相位, x_c 和 t_c 分别表示瞬态波的聚焦时间和位置。其中, $p_1 = 80\%$, $p_2 = 20\%$, 该分配比例能生成满足定义的畸形波, $S(f)$ 表示谱密度函数, 本文选用修正的 P-M 谱^[14]:

$$S(f) = A f^{-5} \exp(-B f^{-4}); A = 0.0177 H_s^2 T_{ave}^{-4}; B = 0.4443 T_{ave}^{-4} \quad (2)$$

式中, T_{ave} 表示平均周期, H_s 表示有义波高。根据造波原理, 造波板的驱动信号 $S_0(t)$ 为

$$S_0(t) = \sum_{i=1}^M (\eta_{1i}(t) + \eta_{2i}(t)) / W_i \quad (3)$$

式中, W_i 表示第 i 个组成波的传递函数, $W_i = 4 \sinh^2 k_i d / (\sinh 2k_i d + 2k_i d)$, d 表示水深。本研究中将满足 $\alpha_1 > 2$, $\alpha_2 > 2$, $\alpha_3 > 2$ 和 $\alpha_4 > 0.65$ 的大波定义为畸形波^[15]。其中 $\alpha_1 = H_f / H_s$, $\alpha_2 = H_f / H_{-1}$, $\alpha_3 = H_f / H_{+1}$ 和 $\alpha_4 = \eta_f / H_f$ 。 H_f 表示畸形波波高, H_{-1} 和 H_{+1} 表示畸形波前后波浪的波高, η_f 表示畸形波波峰。

有研究成果显示, 在畸形波的生成、演化过程中, 波面变化过程有对称特征^[1], 如图 2 所示, 其中 T_s 表示有义周期, L_s 表示有义周期对应的 1 阶波长。当畸形波峰值达到最大时, 波峰两侧的波谷值较为接近(图 2 中间图); 在最大波峰形成之前, 波峰左侧的波谷值与右侧波谷值相比较较大(图 2 左侧图), 并在波峰增大的过程中逐渐减小; 在最大波峰演化减小的过程中, 波峰右侧波谷值逐渐增大, 随后会逐渐超过波峰左侧的波谷值(图 2 右侧图)。

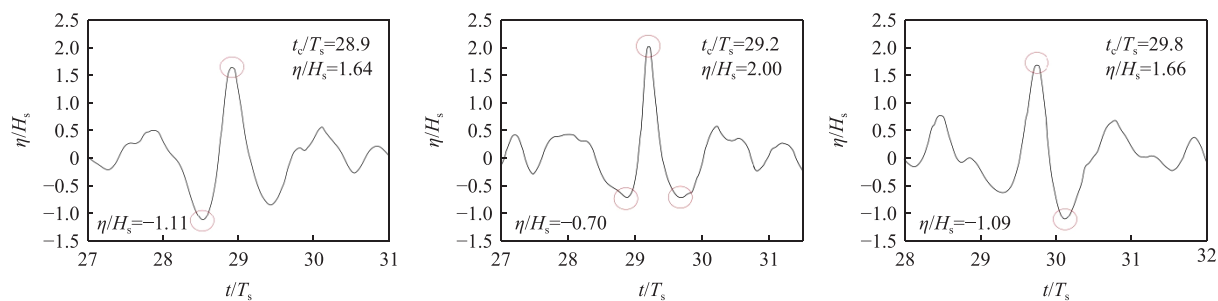


图 2 畸形波生成、演化过程

Fig.2 Generation and evolution of freak wave

对于图 2 中左侧的波面时间过程, 下跨零点波高较大, 而对于图 2 中右侧波面时间过程, 上跨零点波高较大。两组波面时间过程中均包含能量高度集中的大波, 但是如果仅采用一种跨零点方法统计波高, 两组大波中会有一组大波不满足畸形波定义。另外, 畸形波在水平方向有明显不对称特征, 对畸形波周期影响较大。因此, 为了能更完整捕捉畸形波过程, 以及更细致地描述畸形波形态特征, 分别采用上跨零点法和下跨零点法两种方法统计畸形波的特征参数。

在水槽中共模拟 122 组畸形波, 其特征参数范围见表 1。 L_f 表示畸形波波长, ε 表示一阶波陡, T_{up} 表示上跨畸形波周期, T_{down} 表示下跨畸形波周期, H_{up} 表示上跨畸形波波高, H_{down} 表示下跨畸形波

波高。图3给出了一组畸形波模拟结果示例,图3(a)描述了测点位置固定时,畸形波波面的时间历程,图3(b)描述了畸形波发生时空间各测点处的波面。从表1中可以看出,上跨零点波高和下跨零点波高的最小值相差3%,而上跨零点周期和下跨零点周期相差14%,差异相对较大,这是由畸形波波面水平方向不对称引起的。

表1 模拟的122组畸形波特征参数范围

Tab.1 Parameter range of simulated freak waves for 122 cases

畸形波上跨零点周期 T_{up}/s	0.7~2.7	波陡 ε	0.03~0.23
畸形波下跨零点周期 T_{down}/s	0.8~2.7	畸形波参数 α_1	2.0~3.90
畸形波上跨零点波高 H_{up}/cm	3.6~22.6	畸形波参数 α_2	2.0~4.2
畸形波下跨零点波高 H_{down}/cm	3.5~22.4	畸形波参数 α_3	2.0~4.8
无量纲水深 d/L_f	0.1~0.5	畸形波参数 α_4	0.65~0.80

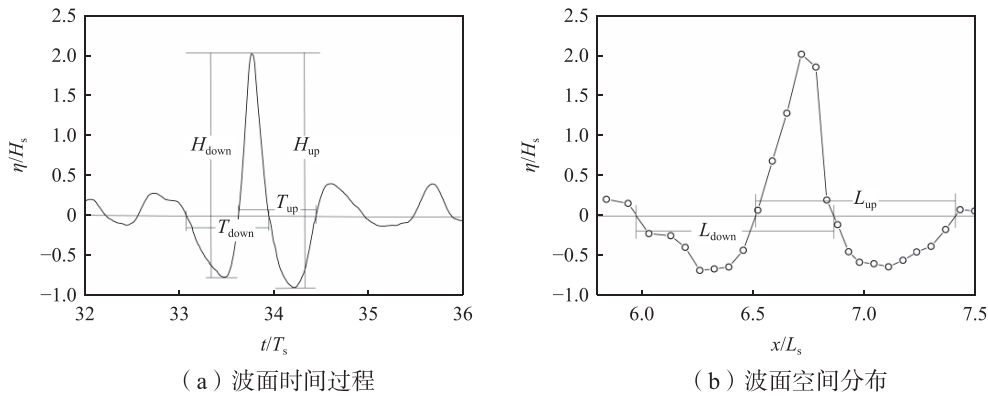


图3 模拟的试验畸形波示例

Fig.3 Example of simulated freak wave

2 试验结果分析

2.1 畸形波与规则波波长对比分析

为了分析采用规则波理论估算畸形波波长的精度和畸形波波长的影响因素,下面对在相同波高和周期条件下的畸形波、1阶线性波、3阶和5阶 Stokes 波的波长进行对比分析。1阶线性波、3阶和5阶 Stokes 波波长计算方法分别见式(4)~(6)^[16]。

$$L_1 = \frac{gT^2}{2\pi} \tanh k_1 d \quad (4)$$

$$L_3 = \frac{gT^2}{2\pi} \tanh k_3 d \left(1 + \varepsilon^2 \frac{7 + 2\cosh^2 k_3 d}{8\sinh^4 k_3 d} \right) \quad (5a)$$

$$H = 2 \frac{\varepsilon}{k_3} \left[1 + \frac{3\varepsilon^2(1 + 8\cosh^6 k_3 d)}{64\sinh^6 k_3 d} \right] \quad (5b)$$

$$\frac{4\pi^2}{gT^2} = k_3 \tanh k_3 d \left[1 + \frac{\varepsilon^2(7 + 2\cosh^2 2k_3 d)}{8\sinh^4 k_3 d} \right] \quad (5c)$$

$$L_5 = \frac{gT^2}{2\pi} \tanh k_5 d (1 + \lambda^2 C_1 + \lambda^4 C_2) \quad (6a)$$

$$\frac{\pi H}{L_5} = \lambda (1 + \lambda^2 B_{33} + \lambda^4 (B_{35} + B_{55})) \quad (6b)$$

$$C_1 = \frac{8c^4 - 8c^2 + 9}{8s^4} \quad (6c)$$

$$C_2 = \frac{3840c^{12} - 4096c^{10} + 2592c^8 - 1008c^6 + 5944c^4 - 1830c^2 + 147}{512s^{10}(6c^2 - 1)} \quad (6d)$$

$$B_{33} = \frac{3(8c^6 + 1)}{64s^6} \quad (6e)$$

$$B_{35} = \frac{88\,128c^{14} - 208\,224c^{12} + 70\,848c^{10} + 54\,000c^8 - 21\,816c^6 + 6264c^4 - 54c^2 - 81}{12\,288s^{12}(6c^2 - 1)} \quad (6f)$$

$$B_{55} = \frac{192\,000c^{16} - 262\,720c^{14} + 83\,680c^{12} + 20\,160c^{10} - 7280c^8 + 7160c^6 - 1800c^4 - 1050c^2 + 225}{12\,288s^{10}(6c^2 - 1)(8c^4 - 11c^2 + 3)} \quad (6g)$$

式中, L_1 、 L_3 和 L_5 分别表示 1 阶、3 阶和 5 阶 Stokes 波的波长, 对应的波数 $k_1 = 2\pi/L_1$ 、 $k_3 = 2\pi/L_3$ 、 $k_5 = 2\pi/L_5$, $c = \cosh^4 k_5 d$, $s = \sinh^4 k_5 d$ 。

本文共模拟了 122 组畸形波, 根据畸形波发生时刻的波面空间分布, 分别统计出物理模拟畸形波的上跨零点波长和下跨零点波长。表 2 给出了畸形波波长与规则波波长对比结果, 精度采用无量纲差值 δ 描述, 见式(7)。

$$\delta_{ave} = \sum_{i=1}^n \left| \frac{L_{fi} - L_{si}}{L_{fi}} \right| / n, \quad \delta_{max} = \max \left(\left| \frac{L_{fi} - L_{si}}{L_{fi}} \right| \right), \quad \delta_{min} = \min \left(\left| \frac{L_{fi} - L_{si}}{L_{fi}} \right| \right) \quad (7)$$

式中, δ 下标 ave、max 和 min 分别表示 n 个样本的平均值、最大值和最小值。本研究中 $n=122$ 。 L_{fi} 表示第 i 个样本畸形波的波长, L_{si} 表示与第 i 个样本畸形波相同波高和周期条件下规则波的波长。由 δ 表达式(7)可知, δ 值越小, 规则波理论估算的波长结果与畸形波波长越接近, 精度越高。表 2 中 1ord、3ord 和 5ord 分别对应 1 阶线性波、3 阶和 5 阶 Stokes 波工况, up、down、mean 表示波长统计方法, 分别对应上跨零点波长、下跨零点波长, 以及上跨零点波长和下跨零点波长的平均值。

表 2 基于 122 组样本统计的无量纲差值 δ

Tab.2 Normalized differences δ based on 122 cases

工况	δ_{ave}	δ_{max}	δ_{min}
1ord-down	0.09	0.32	0.00
1ord-up	0.10	0.41	0.00
1ord- mean	0.09	0.30	0.00
3ord-down	0.09	0.30	0.00
3ord-up	0.09	0.40	0.00
3ord- mean	0.08	0.26	0.00
5ord-down	0.09	0.30	0.00
5ord-up	0.09	0.40	0.00
5ord- mean	0.08	0.26	0.00

从表 2 中可以看出, 在当前试验范围内, 相同阶数的色散关系, 平均波长工况(mean)的 δ 值小于等于上跨零点波长工况(up)和下跨零点波长工况(down)的 δ 值, 采用 1 阶线性、3 阶和 5 阶色散关系估算畸形波平均波长最大相对误差分别为 30%、26% 和 26%, 即采用规则波理论估算畸形波平均波长(mean)的精度最高, 估算畸形波上跨零点波长的精度最低, 采用 1 阶线性、3 阶和 5 阶色散关系估算畸形波上跨零点波长最大相对误差分别为 41%、40% 和 40%。平均波长精度高是因为采用平均值减小了波形水平不对称的影响, 波长统计结果更加稳定。因此本研究重点关注畸形波平均波长估算方法, 后文出现的畸形波波长均为平均波长, 即上跨零点波长和下跨零点波长的平均值。对于相同的统计波长方法, 3 阶和 5 阶色散关系估算结果精度较高, 且精度参数 δ 一致。由此可见, 3 阶精度足以描述高阶谐波对波长的影响。

为了分析提高畸形波波长计算精度的方法, 图 4 给出畸形波波长与具有相同波高和周期为 3 阶 Stokes 波波长两者随周期变化的对比。图中 L_f 表示畸形波试验结果, L_3 表示 3 阶 Stokes 波理论估算结

果。从图中可以看出,采用 Stokes 波理论估算畸形波的波长的精度受周期影响,周期较小的畸形波波长会被低估,周期较大的畸形波波长会被高估。尽管 3 阶以上 Stokes 波具有非线性特征,但是仅能描述高阶谐波对波长的贡献。高阶谐波会增加波长,却不能描述组成波之间的非线性波-波相互作用,而非线性波-波相互作用在畸形波形成中起到了至关重要的作用,会使能量转移到高频和低频端,加宽畸形波内部的频域分布宽度,从而影响畸形波波长。如果高频能量对于波长的贡献大于低频能量就会减小波长,反之,如果低频能量对波长的贡献大于高频能量则会增加波长。对于长周期(低频)畸形波,非线性波-波相互作用产生的高频能量对波长的贡献大于低频能量的贡献,表现为减小小波长,因此 3 阶色散关系会高估畸形波波长;对于周期适中的畸形波,非线性波-波相互作用产生的高频能量对波长的贡献与低频能量相当,综合而言对畸形波波长的影响较小,因此 3 阶色散关系估算畸形波波长精度较高;对于短周期(高频)畸形波,非线性波-波相互作用产生的高频能量对波长的贡献小于低频能量的贡献,表现为增加波长,因此 3 阶色散关系会低估畸形波波长。这是因为组成波频率本身较高,非线性波-波相互作用产生的更高频成分不稳定,容易耗散,因此对于畸形波波长的影响较小,非线性波-波相互作用产生的低频能量起主要作用。

2.2 新畸形波波长估算方法

由线性波、3 阶和 5 阶 Stokes 波的波长公式即式(4)~(6)可知,波长主要取决于水深和周期,3 阶以上的 Stokes 波波长还受描述非线性的波陡参数影响,波浪非线性越强则波长越长。畸形波是非线性很强的波浪,也需要考虑波陡对波长的影响。根据前文分析,3 阶精度足以描述高阶谐波对波长的影响,3 阶 Stokes 波波长表达式相对较为简洁,因此本研究在 3 阶 Stokes 波波长基础上,通过改进提出一个新的估算畸形波波长的半经验、半理论模型,即

$$L_f = gT^2 \tanh k_3 d (1 + e_1 2\pi \varepsilon^a f^b(k_3 d) \tanh^c k_3 d + e_2) / 2\pi \quad (8a)$$

$$f(k_3 d) = \sqrt{\frac{7 + 2\cosh^2 k_3 d}{8\sinh^4 k_3 d}} \quad (8b)$$

式中, k_3 表示 3 阶 Stokes 波波数, ε 表示 1 阶波陡,可由式(5)确定。考虑到由于 3 阶 Stokes 波理论不能考虑非线性波-波相互作用,会高估周期较大的畸形波波长 ($T > 2.0$ s), 低估周期较小的畸形波波长 ($T < 1.6$ s), 在表达式中增加 $(\tanh k_3 d)^c$ 项, 该项随着周期的增加而减小, 通过选择适当的系数 c 来描述非线性波-波相互作用产生的高频能量对畸形波波长的影响。通过对波陡 ε 增加指数系数 a 来描述非线性波-波相互作用产生的低频能量对畸形波波长的影响。当式中 $a=2$, $b=2$, $c=0$, $e_1=1$ 和 $e_2=0$, 则为 3 阶 Stokes 波长表达式。

采用回归分析方法确定参数 a 、 b 、 c 、 e_1 和 e_2 。令:

$$Y^* = L_f / \frac{gT^2}{2\pi} \tanh k_3 d - 1 \quad (9a)$$

$$X^* = 2\pi \varepsilon^a f(k_3 d)^b (\tanh k_3 d)^c \quad (9b)$$

选取 12 组不同的 a 、 b 和 c 值, 对 Y^* 和 X^* 进行回归分析, 计算出合适的参数 e_1 和 e_2 使得误差平方和最小。表 3 给出了相关系数值 R 。图 5 给出了相关系数 R 随参数 a 、 b 和 c 的变化。从图中可以看出, 当 $a=2$, $b=2$ 时, 随着 c 的增加相关系数也增大, 当 c 大于等于 5 时, 增长趋势变缓; 当 $b=2$, $c=5$ 时,

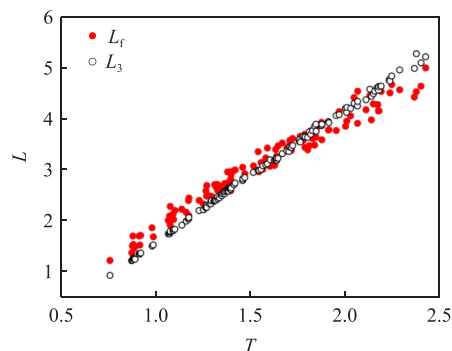


图 4 相同波高和周期条件下畸形波波长与 3 阶 Stokes 波波长随周期变化对比

Fig.4 Comparison between the wavelengths of freak waves and those of 3 rd-order Stokes waves with identical wave heights and periods

随着 a 的增加相关系数却减小；当 $a=1/2, c=5, b<2$ 时, b 值变化对相关系数 R 影响很小。综上所述, a 可取 $1/3$ 或 $1/2, b$ 可取 $1/2\sim 2, c$ 可取 $5\sim 7$, 这些参数值情况下对应的相关系数较大。图 6 给出了 $a=1/2, b=2, c=5$ 工况; $a=1/2, b=2, c=7$ 工况; $a=1/2, b=1, c=5$ 工况; $a=1/3, b=2, c=5$ 工况的回归分析结果。这 4 组工况相关系数分别为 $R=0.85, R=0.86, R=0.86, R=0.85$ 。表 4 给出了 4 组工况的无量纲差值 δ (式 (7)), 此处 L_{si} 为改进新模型式(8)计算结果。图 7 给出了改进新模型计算畸形波波长结果与物理模型试验结果和 3 阶 Stokes 波理论估算结果的对比, 物理模型试验结果用实线表示, 3 阶 Stokes 波理论估算结果用虚线表示, 改进模型计算结果用点划线表示, 其中“ L_{M1} ”, “ L_{M2} ”, “ L_{M3} ”和“ L_{M4} ”分别对应“ $a=1/2, b=2, c=5$ ”, “ $a=1/2, b=2, c=7$ ”, “ $a=1/2, b=1, c=5$ ”和“ $a=1/3, b=2, c=5$ ”参数组合。与 3 阶 Stokes 波理论相比, 改进模型计算结果与物理模型试验结果拟合得更好, 尤其是在周期较长($T>2.0$ s)和周期较短($T<1.6$ s)的工况下。从表 4 中可以看出, 使用本研究提出的改进新方法计算畸形波的波长, δ_{ave} 和 δ_{max} 分别为 0.04 和 0.09。与 3 阶 Stokes 波理论相比, 平均相对误差 δ_{ave} 减小了 50%, 最大相对误差减小了 65%, 显著提高了畸形波波长估算精度。

表 3 不同工况相关系数 R 值汇总

Tab.3 Correlation coefficients for 12 cases

工况				R	工况				R
$a=2$	$b=2$	$c=1$		0.25	$a=1/2$	$b=2$	$c=5$	0.85	
$a=2$	$b=2$	$c=3$		0.67	$a=1/2$	$b=2$	$c=7$	0.86	
$a=2$	$b=2$	$c=5$		0.78	$a=1$	$b=2$	$c=5$	0.83	
$a=2$	$b=2$	$c=6$		0.79	$a=1/2$	$b=1/2$	$c=5$	0.86	
$a=2$	$b=2$	$c=7$		0.80	$a=1/2$	$b=1$	$c=5$	0.86	
$a=1/3$	$b=2$	$c=5$		0.85	$a=1/2$	$b=3$	$c=5$	0.38	

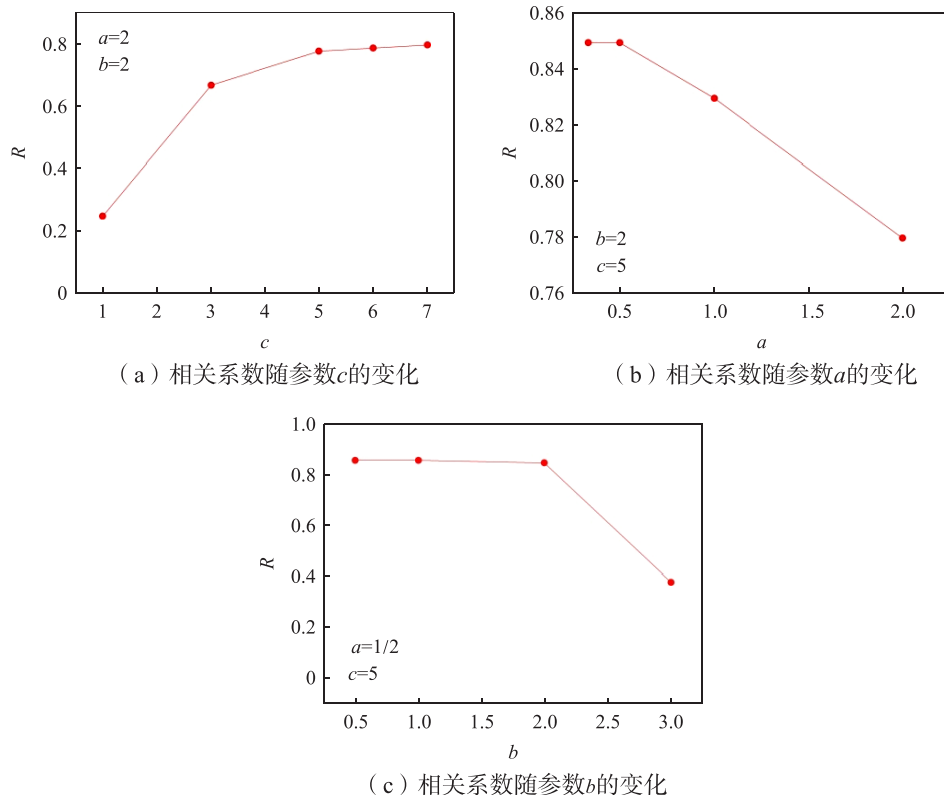


图 5 相关系数 R 随参数 a, b 和 c 的变化

Fig.5 Variation of correlation coefficient R versus a, b and c respectively

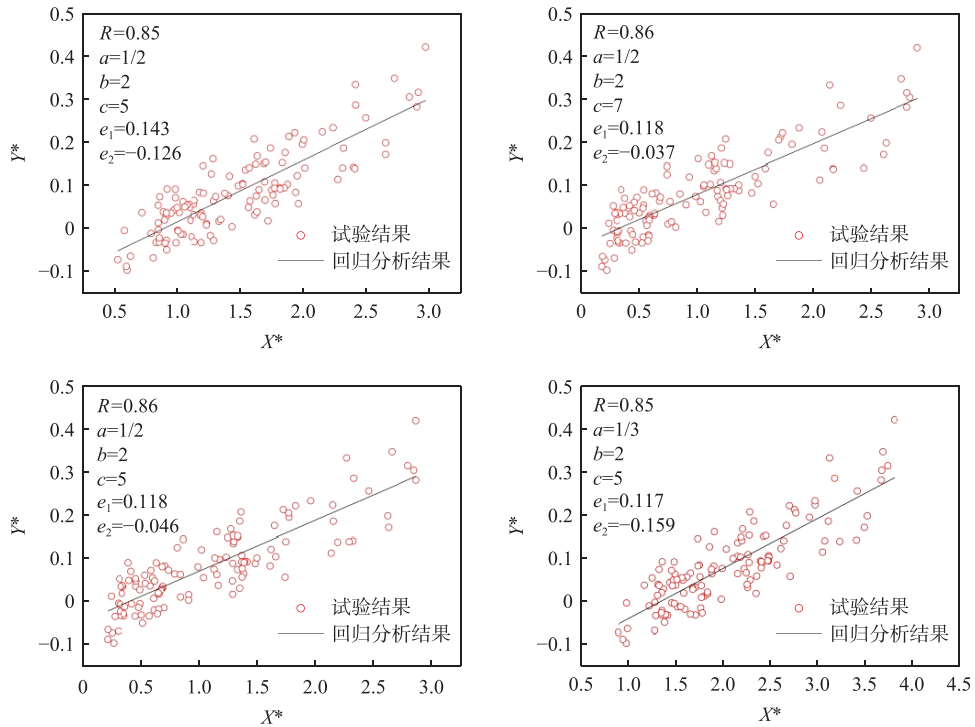


图 6 回归分析结果

Fig.6 Regression analysis results for 4 cases

表 4 畸形波波长与回归分析结果无量纲差值 δ
Tab.4 Normalized differences δ for regression analysis

工况	δ_{ave}	δ_{max}	δ_{min}
$a=1/2, b=2, c=5$	0.04	0.10	0.00
$a=1/2, b=2, c=7$	0.04	0.09	0.00
$a=1/2, b=1, c=5$	0.04	0.10	0.00
$a=1/3, b=2, c=5$	0.04	0.10	0.00

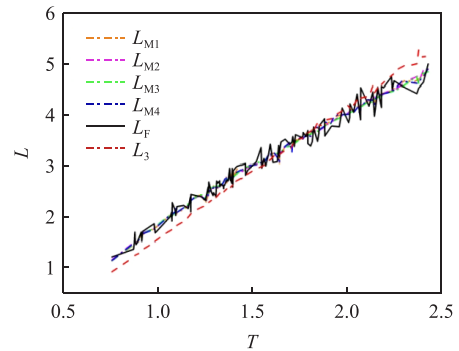


图 7 改进模型计算结果与物理模型试验和 3 阶 Stokes 波结果对比

Fig.7 Comparison of the wavelengths among the present models and experiments and 3 rd-order theory

从图 6 中可以看出, 当 $a=1/2, b=2, c=7$ 和 $a=1/2, b=1, c=5$ 时, X^* 的大致范围是 0.2~2.9, 数据点在散点图的左下端较为集中, 集中区 X^* 的大致范围是 0.2~1.5; 当 $a=1/2, b=2, c=5$ 时, X^* 的大致范围是 0.5~3.0; 当 $a=1/3, b=2, c=5$ 时, X^* 的大致范围是 0.9~3.8。根据 X^* 的取值, 选择相应取值拟合较好的一组参数计算畸形波波长。

3 结 语

本文采用组成波叠加的方法在波浪水槽中模拟 122 组二维畸形波, 波陡 ε 范围为 0.03~0.23。依据物理模型试验结果分析了采用 1 阶线性波、3 阶和 5 阶 Stokes 波理论估算畸形波波长的精度, 其中采

用 3 阶和 5 阶 Stokes 波色散关系估算畸形波平均波长(上跨零点波长和下跨零点波长的平均值)的精度较高,但是最大相对误差仍可达 26%,估算畸形波上跨零点波长的精度最低,最大误差可达 41%。Stokes 波理论不能描述非线性波-波相互作用,会高估周期较大的畸形波波长,低估周期较小的畸形波波长。本研究提出的改进计算方法可显著提高畸形波波长的估算精度,与 3 阶 Stokes 波理论计算结果相比,精度提高 50% 以上。

参 考 文 献:

- [1] Cui C, Zhang N C, Pei Y G, Liu Q L. Numerical study on generation and evolution of freak waves[J]. *Journal of Ship Mechanics*, 2012, 16(12): 1373–1384.
- [2] Kharif C, Pelinovsky E. Physical mechanisms of the rogue wave phenomenon[J]. *European Journal of Mechanics B/Fluids*, 2003, 22: 603–634.
- [3] Didenkulova I I, Slunyaev A V, Pelinovsky E N. Freak waves in 2005[J]. *Natural Hazards and Earth System Sciences*, 2006, 6: 1007–1015.
- [4] Nikolkina I, Didenkulova I. Rogue waves in 2006–2010[J]. *Natural Hazards and Earth System Sciences*, 2011, 11: 2913–2924.
- [5] Gemmrich J, Thomson J. Observations of the shape and group dynamics of rogue waves[J]. *Geophysical Research Letters*, 2017, 44(4): 1823–1830.
- [6] Støle-Hentschel S, Trulsen K, Nieto Borge J C, Olluri S. Extreme wave statistics in combined and partitioned windsea and swell[J]. *Water Waves*, 2020, 2(1): 169–184.
- [7] Merkoune D, Touboul J, Abcha N, et al. Focusing wave group on a current of finite depth[J]. *Natural Hazards and Earth System Sciences*, 2013, 13: 2941–2949.
- [8] Cui C, Zhang N C, Kang H G, et al. An experimental and numerical study of freak wave speed[J]. *Acta Oceanologica Sinica*, 2013, 32(5): 51–56.
- [9] Shemer L, Jiao H, Kit E, et al. Evolution of a nonlinear wave field along a tank: Experiments and numerical simulations based on the spatial Zakharov equation[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2001, 427: 107–129.
- [10] Johannessen T, Swan C. On the nonlinear dynamics of wave groups produced by the focusing of surface-water waves[J]. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 2003, 459: 1021–1052.
- [11] Abroug I, Abcha N, Jarno A, et al. Laboratory study of non-linear wave-wave interactions of extreme focused waves in the nearshore zone[J]. *Nat. Hazard. Earth Sys.*, 2020, 20: 3279–3291.
- [12] Toffoli A, Cavaleri L, Babanin A, et al. Occurrence of extreme waves in three-dimensional mechanically generated wave fields propagating over an oblique current[J]. *Nat. Hazard. Earth Sys.*, 2011, 11: 895–903.
- [13] Kriebel D L. Efficient simulation of extreme waves in a Random Sea[C]//Rogue Waves, Brest, France, 2000.
- [14] 俞聿修, 柳淑学. 随机波浪及其工程应用[M]. 大连: 大连理工大学出版社, 2011.
Yu Y X, Liu S S. Random wave and its applications to engineering[M]. Dalian: Dalian University of Technology Press, 2011. (in Chinese)
- [15] Klitting P, Sand S. Analysis of prototype freak waves[C]//Coastal Hydrodynamic, ASCE, 1987: 618–632.
- [16] 王树青, 梁丙臣. 海洋工程波浪力学[M]. 青岛: 中国海洋大学, 2013.
Wang S Q, Liang B C. Wave mechanics for ocean engineering[M]. Qingdao: China Ocean University Press, 2013.