

文章编号: 1007-7294(2025)03-0436-15

# 基于虚拟网格法的交错布置振荡双柱体 绕流数值模拟

石伏龙<sup>1,2</sup>, 欧传中<sup>1</sup>, 辛建建<sup>3</sup>, 李洪鑫<sup>1</sup>, 毛艺达<sup>1</sup>

(1. 重庆交通大学 航运与船舶工程学院, 重庆 400074; 2. 中国船舶集团海装风电股份有限公司, 重庆 400074; 3. 宁波大学 海运学院, 浙江 宁波 315211)

**摘要:** 海洋立管通常以多种管群形式存在, 相邻多立管之间干扰特征明显, 会加快疲劳损伤, 探究其尾流旋涡脱落形态及流场干扰特征, 对保证立管系统安全运营有重要意义。基于完全自主开发的虚拟网格浸入边界法求解器, 采用有限差分法在交错直角网格上求解不可压缩 Navier-Stokes 方程、虚拟网格法施加动边界的边界条件、径向基函数等值面方法隐式表示动物体, 并识别背景网格属性。采用自主开发的粘性数值求解器, 模拟不同布置形式下强迫运动双圆柱绕流问题, 分析了多种状态下双圆柱表面载荷和水动力特性的影响及典型流动形态。阐述了不同布置形式和振荡频率下柱体间相互干扰及升阻力系数变化规律及尾涡脱落形态机制, 通过数值模拟结果分析了偏斜流、双涡对称脱落和涡列融合等典型流动干扰机理现象, 为分析集群形式立管的优化布置提供理论指导。

**关键词:** 虚拟网格法; 动边界; 双圆柱绕流; 漩涡脱落

中图分类号: O357.5 文献标识码: A doi: 10.3969/j.issn.1007-7294.2025.03.009

## A ghost cell method for simulating flows around twin moving cylinders at a staggered arrangement

SHI Fu-long<sup>1,2</sup>, OU Chuan-zhong<sup>1</sup>, XIN Jian-jian<sup>3</sup>, LI Hong-xin<sup>1</sup>, MAO Yi-da<sup>1</sup>

(1. School of Shipping and Naval Architecture, Chongqing Jiaotong University, Chongqing 400074, China; 2. CSSC Haizhuang Windpower Co., Ltd., Chongqing 400074, China; 3. Institute of Naval Architecture and Ocean Engineering, Ningbo University, Ningbo 315211, China)

**Abstract:** A marine riser usually works in the form of multiple riser clusters. The hydrodynamic interference characteristics between adjacent risers are obviously seen, and the interference can accelerate the fatigue damage. Therefore, it is meaningful to investigate the vortex-shedding patterns and the hydrodynamic interference characteristics of twin cylinders in order to ensure safe operation of risers. This study was aimed to parametrically investigate flows around twin moving cylinders at a staggered arrangement by a ghost cell method, in which, the incompressible Navier-Stokes equations were solved on a Cartesian staggered grid by using an in-house developed time semi-implicit finite difference method. A ghost cell method was used to enforce the no-slip boundary conditions. A radial basis iso-surface function was used to track the moving

收稿日期: 2024-09-24

基金项目: 国家自然科学基金青年项目(51909124); 重庆市教委科学技术青年项目(KJQN202100704; KJQN202200737); 2021 年重庆市研究生科研创新项目(2022S0047); 2022 年重庆市科技局博士直通车项目资助课题(CSTB2022BSXM-JCX0161)

作者简介: 石伏龙(1987-), 男, 讲师, 通讯作者, E-mail: shifulongk@163.com; 辛建建(1990-), 男, 讲师。

boundary implicitly and identify the properties of background grid. Based on the present numerical model, flows around twin forced moving cylinders at a staggered arrangement were simulated. Vortex patterns and force coefficients were analyzed under different gaps and oscillation frequencies. Typical interference phenomena such as synchronized, deflected and merged vortex patterns were observed. The results can provide theoretical guidance for the arrangement optimization of the riser clusters.

**Key words:** ghost cell method; moving boundary; twin cylinders flow; vortex shedding

## 0 引 言

随着海洋工程结构形式的多样化,海洋立管通常以管群形式连接着水上及水下相关设备。在实际海洋环境影响下,相邻管线及柱体结构之间会存在相互影响、干扰等现象,其尾涡脱落形态的多样化严重影响立管群柱的结构动力响应安全特性,使得立管结构更易发生疲劳损坏。因此,研究多柱体在流场中的尾涡干扰及演化特征具有重要的工程意义。

目前,国内外学者对串列、并列、集群等多种布置的圆柱绕流特性做了相关研究<sup>[1-3]</sup>,林凌霄等<sup>[4]</sup>运用CFD方法,数值模拟了不同间距并列布置的双圆柱流动特性,得出圆柱尾流场的不同变化。乔亚森<sup>[5]</sup>采用大涡模拟方法,对串列排列的双圆柱的二维不可压缩流动做了数值计算,发现其绕流流动特征在很大程度上取决于间距的大小,且间距存在一临界值,间距比从小于临界值变化到大于临界值,将带来一些流动动力学量的突然变化,如下游圆柱阻力系数、两圆柱升力系数振幅以及 $St$ 的突然增大等。孙涵等<sup>[6]</sup>采用大涡模拟的方法研究了低雷诺数下串列双圆柱绕流问题,并剖析了其涡街结构。袁猛等<sup>[7]</sup>模拟了平行两圆柱的卡门涡街现象,并对涡量数据进行了分析。Zhao等<sup>[8]</sup>使用有限元方法对低雷诺数下串联和并联排列的双圆柱绕流进行了数值模拟,分析出不同间隙比下圆柱后方的尾流特性。胡锦涛等<sup>[9]</sup>用CFD软件研究了并列双圆柱在不同径距比下的流动,得出了圆柱表面升阻力的分布及其变化规律。Zhang等<sup>[10]</sup>采用有限体积法对二维空间下的不等直径并列双圆柱绕流进行了数值模拟,通过对升力系数的谱分析和对流场模态的分解,阐述了两柱尾流的相互作用机理。Atkins等<sup>[11]</sup>和Alam等<sup>[12]</sup>对不同间距比下的并列双圆柱绕流进行了实验和数值模拟研究,探讨了不同间距比对间隙流的影响,通过相关研究发现,间距比小于某一临界值时,间隙流平均速度随间距比增大而增大,当间距比大于临界值时,平均速度反而会随间距比的增大而减小。

针对圆柱绕流干扰现象,许多学者采用数值模拟方法研究了两圆柱交错布置的绕流现象,发现其尾涡干扰形态特征极为复杂且不确定,并取得了一定的研究进展。Aboueian等<sup>[13]</sup>研究了雷诺数 $Re = 150$ 时交错排列双方柱的水动力特性,观察其不同间距下的不同流态,并分析涡脱频率变化。Tong等<sup>[14]</sup>模拟了交错排列双圆柱对准角度从 $0^\circ$ 到 $90^\circ$ 变化等一系列工况,分析不同对准角下尾流形态对圆柱表面压力分布、尾涡脱落形态和泄涡频率等水动力特性的影响。于定勇等<sup>[15]</sup>利用Fluent软件对交错排列的不等直径的双圆柱绕流的数值特性进行了研究。Zhou等<sup>[16]</sup>采用LB(Lattice Boltzmann)方法模拟了低雷诺数下两圆柱交错布置的情况,并观察了它们之间升阻力系数的变化。Huera-Huarte等<sup>[17]</sup>对并列双圆柱涡激振动进行了实验研究,研究表明,如果两圆柱的间距大于圆柱直径的3.5倍,那么圆柱间的相互干扰就非常弱。以上数值仿真以及实验研究,并未着重分析强迫运动状态下(不同运动模式)圆柱间的相互干扰模式和尾涡脱落机制。因此,研究不同频率、不同间距的双圆柱强迫运动下相互干扰的力学模型及尾涡形态机理,有助于分析海洋工程中多种布置形式下集群立管的受迫力学干扰特征,可为立管群空间布局设计提供理论分析支撑。

本文通过研究强迫运动双圆柱绕流问题,采用自主开发的虚拟网格浸入边界法求解器,数值模拟交错布置下、具有一定运动规律的双圆柱绕流问题,分析不同参数(间距、频率)下圆柱表面升、阻力系数的变化、流场分布及尾迹干扰形态。

# 1 数学模型

## 1.1 流体控制方程和数值求解

二维非定常粘性不可压缩流体的控制方程如下:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \tag{1}$$

$$\rho \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \rho \nabla \cdot (\mathbf{u}\mathbf{u}) = -\nabla p + \nabla \cdot (\mu \nabla \mathbf{u}) \tag{2}$$

式中,  $\mathbf{u} = (u, v)$  为速度向量,  $u$ 、 $v$  分别是直角网格  $x$ -、 $y$ -方向速度分量。 $\rho$  为密度,  $t$  为时间,  $p$  为压力,  $\mu$  为流体的动力粘性系数。

将以上粘性 Navier-Stokes 不可压缩流体方程在交错笛卡尔直角背景网格上进行有限差分法求解, 并通过 GPU 进行并行计算。采用径向基虚拟网格法描述与捕捉结构物运动边界<sup>[20]</sup>, 可精确表示任意复杂结构动边界及重构虚拟网格内的流体变量。对于速度和压力的解耦通过分步求解法, 并在时间上进行显式处理, 采用三阶 TVD-RK3<sup>[18]</sup> 格式。在时间上, 对流项作显式处理, 粘性项以 Crank-Nicolson 格式进行半隐式处理。在空间上, 对流项采用高阶 TVD MUSCL<sup>[19]</sup> 格式离散, 扩散项以中心差分格式离散, 采用具有 Jacobi 预处理技术的双共轭梯度(BICGSTAB)迭代算法求解压力泊松方程。

采用径向基函数识别出背景网格的网格属相, 其中  $MP$  为镜像点、 $FC$  为流体网格、 $SC$  为固体网格、 $EC$  为物面单元中心、 $GC$  为虚拟网格单元、 $BI$  为投影点。下一步是通过引入镜像点的概念来赋值虚拟网格单元处的流体变量。镜像点与虚拟网格单元值是通过浸入边界向外法线的流体域的镜像点来一一对应, 物面条件通过以上方法直接确定, 并采用双线性插值方法以保证数值计算的稳定性。

如图 1 所示, 在物体边界处设置投影点  $BI$ , 假设  $d_1$  为  $MP$  到  $BI$  的距离,  $d_2$  为  $GC$  到  $BI$  的距离, 对于虚拟网格单元  $GC$ , 可通过沿着  $d_2$  外法向经投影点  $BI$  延伸到流体域镜像点  $MP$ , 满足  $d_1 = d_2$ ; 镜像点的流体变量(压力或速度分量)通过双线性插值计算得到, 然后通过从流体域中的镜像点的值进行映射来确定虚拟网格单元的流体变量。最后, 通过标准有限差分格式在整个计算区域上求解 Navier-Stokes 方程时, 无滑动边界条件隐含地施加在移动边界上, 简化了复杂运动物体的运动处理。根据如下公式确定投影点和镜像点:

$$\mathbf{X}_{BI} = \mathbf{X}_{GC} + \Delta L \cdot \mathbf{n}_{EC} \tag{3}$$

$$\mathbf{X}_{MP} = \mathbf{X}_{GC} + 2\Delta L \cdot \mathbf{n}_{EC} \tag{4}$$

$$\Delta L = (\mathbf{x}_{EC} - \mathbf{x}_{GC}) \cdot \mathbf{n}_{EC} = (x_{EC} - x_{GC}) \cdot n_{x_{EC}} + (y_{EC} - y_{GC}) \cdot n_{y_{EC}} + (z_{EC} - z_{GC}) \cdot n_{z_{EC}} \tag{5}$$

式中,  $\Delta L$  为  $d_1$ 、 $d_2$  距离,  $\mathbf{n} = (n_x, n_y, n_z)$  是物体表面的外法向向量,  $(n_x, n_y, n_z)$  分别是沿着直角坐标系  $x$ -、 $y$ -和  $z$ -方向的法向向量分量,  $n_{x_{EC}}$ 、 $n_{y_{EC}}$ 、 $n_{z_{EC}}$  为物面  $EC$  点处  $x$ -、 $y$ -和  $z$ -方向的法向向量分量。采用多项式径向基函数(PRBF)构造物面等值面函数重构任意复杂结构物边界, 其计算流程分为: (1) 定义流体域镜像点  $IP$ ; (2) 插值计算镜像点流体变量; (3) 计算虚拟网格值  $GC$ 。

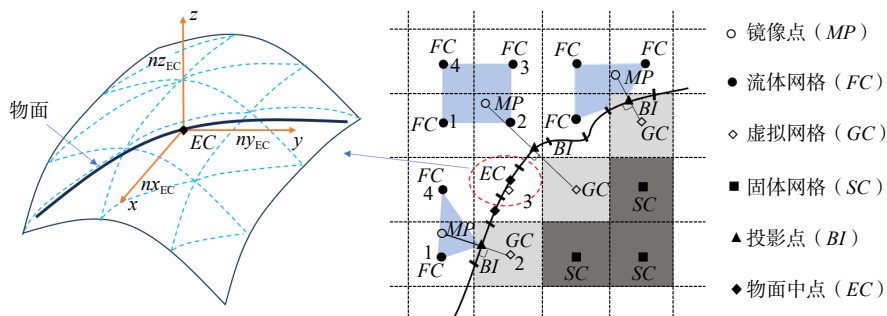


图 1 基于虚拟网格法的插值重构过程

Fig.1 Interpolation and reconstruction procedure based on ghost cell method

虚拟网格变量  $\varphi_{GC}$  根据镜像点变量通过满足如下镜像条件得到:

$$\varphi_{GC} = \xi_1 \varphi_{MP} + \xi_2 \tag{6}$$

当施加关于速度的 Dirichlet 边界条件时, 浸入边界的法向流体变量呈现线性变化趋势, 可设置  $\xi_1 = -1$  和  $\xi_2 = 2\varphi_{BI}$ , 式中  $\varphi$  是各点 (GC、MP、BI) 的  $x$ -、 $y$ -或  $z$ -速度分量。当施加关于压力变量的 Neumann 边界条件 ( $\partial p / \partial \mathbf{n}_r = -\mathbf{n}_r \cdot \mathbf{a}_{BI}$ ) 时, 系数计算为  $\xi_1 = 1$  和  $\xi_2 = d_2 \cdot \mathbf{n}_r \cdot \mathbf{a}_{BI}$ , 式中  $\mathbf{a}_{BI}$  是浸入边界镜像点处的加速度向量,  $\mathbf{n}_r$  是浸入边界的法向量,  $d_2$  为 GC 到 BI 的距离, 然后, 采用径向基函数重构物体运动边界。

本文所构建的方法在浸入物体内部布置有限数量的虚拟网格以描述物理运动边界的存在<sup>[25]</sup>, 此虚拟网格法易于模拟高雷诺数流动问题, 同时面对复杂结构物可避免切割网格法中的小网格和不规则网格分类问题, 避免了传统动网格方法中描述动物体时所产生的网格变形及重构, 编制程序以及算法实现过程中也容易扩展到三维动边界问题, 以上相关的技术细节阐述见文献[20-22]。

## 2 数值结果和讨论

### 2.1 虚拟网格法验证

基于本文方法对不同雷诺数下单圆柱绕流进行数值计算, 并采用三套不同的网格进行网格收敛性分析, 以验证本文自主开发的虚拟网格求解器的计算精度和可靠性。所做算例的可靠性在文献[22]中已有验证。值得注意的是, 本文虚拟网格<sup>[23-24]</sup>求解器是在 CUDA 环境下采用 Fortran 90 语言编写, 适合 CPU/GPU 异构并行。经过良好的设计和优化, 获得令人满意的加速性能。CPU 主机控制计算流直到结束, 包括任务分配、线程调度和事务管理, GPU 设备运行计算资源消耗大的任务, 而时间推进前后的轻量级任务则在 CPU 主机上执行<sup>[26]</sup>。

GPU 设备是 GeForce RTX3080Ti, 具有 10 240 个 CUDA 核心和 80 个 SM 单元, 加速频率为 1.67 GHz。全局显存为 12 GB。CPU 主机为英特尔十二代 CPU i7-12700kf, 12 核, 3.6 GHz 基础频率, 睿频最高可达 5.0 GHz, 运行环境为 Ubuntu system 20.04, NVIDIA 驱动版本为 470.86, CUDA 版本为 11.4, 相关计算流程以及 GPU 异构并行计算流程图可参考图 2。

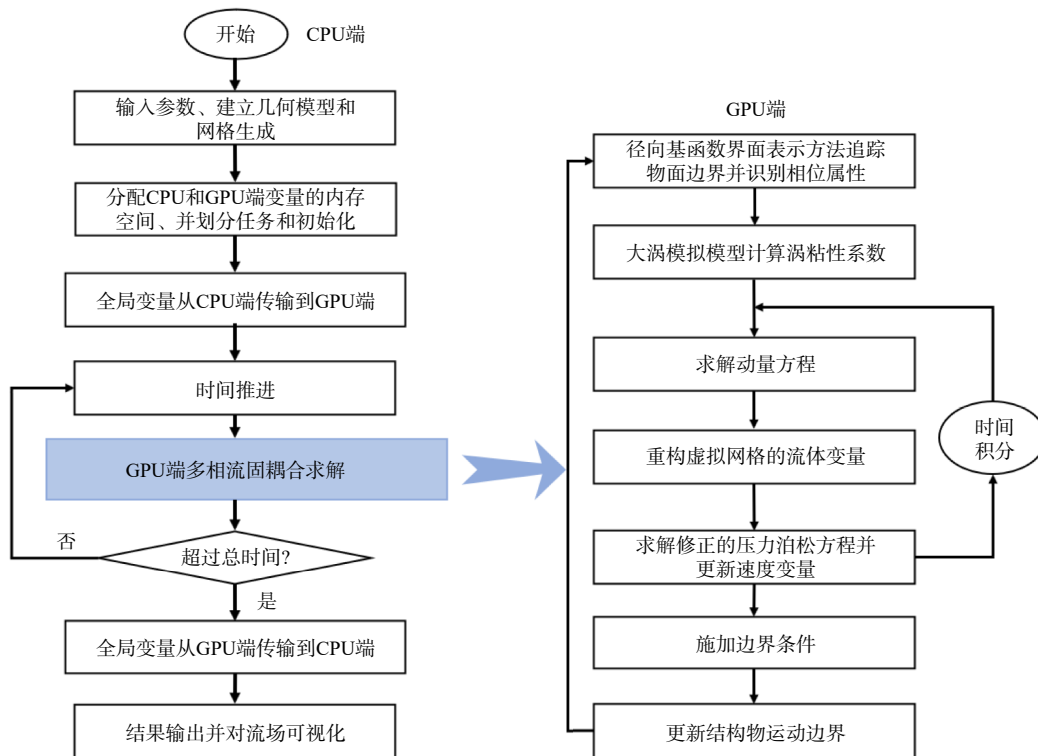


图 2 基于 CPU/GPU 异构并行的虚拟网格法计算流程图

Fig.2 Flow chart of ghost cell method based on CPU/GPU heterogeneous parallel computing

2.2 平均升、阻力系数分布

圆柱绕流是经典的流动问题,具有丰富的物理现象,广泛地存在于实际的工程应用中。

本文模拟了均匀流中交错排列双圆柱的横向振荡流动现象,阐述双圆柱随间距不同的平均升、阻力系数变化曲线(1号圆柱为蓝色曲线,2号圆柱为红色曲线)。雷诺数  $Re = 185$ , 计算区域设置为  $[-5D, 15D] \times [-10D, 10D]$ , 上游圆柱圆心取为原点,其中  $D$  为圆柱直径取 1 m,  $T$  为两柱间水平间距,  $P$  为两柱间垂向间距,采用无量纲化处理,取水平间距比  $Gx=T/D$ 、垂向间距比  $Gy=P/D$ 。计算采用  $560 \times 480$  的均匀网格,系统和时间步长取为  $\Delta t = 0.02$  s。入口处为指定均匀流,  $U_\infty$  为 1 m/s,上下边界均采用对称边界,出口处采用出流边界条件。对于压力边界条件,在出口指定压力为零,其余边界均采用 Neumann 边界条件。两振荡圆柱的运动形式描述为

$$y_1 = -\frac{P}{2} - \frac{D}{2} - A\omega \cos(\omega t) \tag{7}$$

$$y_2 = \frac{P}{2} + \frac{D}{2} + A\omega \cos(\omega t) \tag{8}$$

式中,  $\omega = 2\pi f_e$ ,  $y_1$  和  $y_2$  分别是上游和下游圆柱在  $y$  方向的坐标中心,  $P$  是初始状态下圆柱表面垂向间距,  $f_e$  是振荡频率,振荡幅值  $A = 0.2D$ , 选取  $f_e/f_0 = 1.2$  和  $f_e/f_0 = 1.5$  两种频率比。其中  $f_0$  为静止绕流的涡泄频率,在算例中选取  $f_0 = 0.195$ 。

$$\bar{C} = \frac{1}{\tau} \int_t^{t+\tau} C(t) dt \tag{9}$$

式中,  $\bar{C}$  为对应的平均系数,  $\bar{C}_D^1$  为上游圆柱平均阻力系数,  $\bar{C}_D^2$  为下游圆柱平均阻力系数,  $\bar{C}_L^1$  为上游圆柱平均升力系数,  $\bar{C}_L^2$  为下游圆柱平均升力系数。

图 4~5 分别为频率比  $f_e/f_0 = 1.0$  时两圆柱的平均升、阻力系数,图 6~7 为频率比  $f_e/f_0 = 1.2$  时两圆柱的平均升、阻力系数,图 8~9 为频率比  $f_e/f_0 = 1.5$  时两圆柱的平均升、阻力系数。由图 4(a)、(b) 可以发现,两圆柱平均阻力系数随  $Gx$  的增加呈下降趋势,这是由于随着两柱间距增大,柱间泄涡干扰减小,从而导致阻力减小;同时,上游圆柱平均阻力系数受  $Gy$  影响不大,但下游 2 号圆柱平均阻力系数随着  $Gy$  减小明显增大趋势,这是由于随着下游圆柱更靠近上游圆柱泄涡区,其受干扰程度加剧,从而导致阻力增大。图 6(b) 和图 8(b) 是两种振动频率下的下游圆柱表面平均阻力系数,从结果中可知,随着频率从

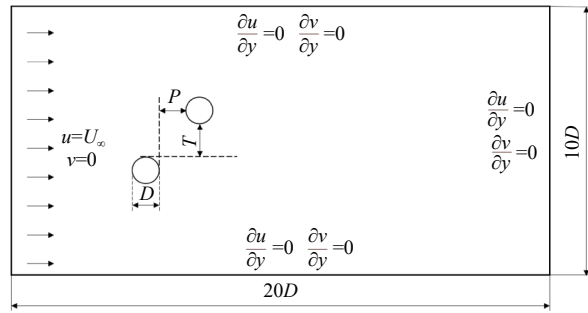
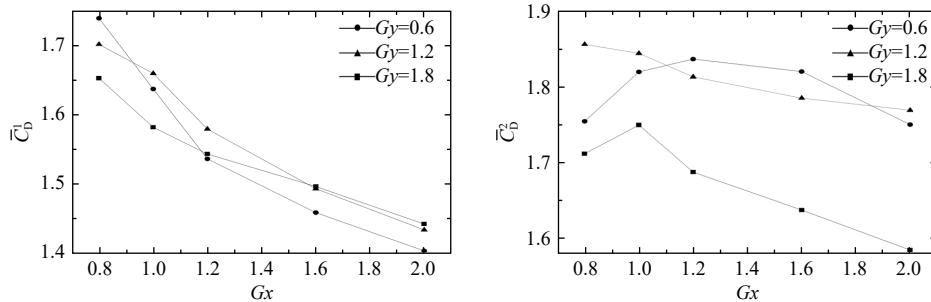


图 3 错列双圆柱绕流计算模型

Fig.3 Computational model of flow past twin cylinders in staggered arrangement



(a) 上游圆柱

(b) 下游圆柱

图 4 圆柱平均阻力系数 ( $f_e/f_0 = 1.0$ )

Fig.4 Average drag coefficient of cylinders at  $f_e/f_0 = 1.0$

1.2 增加到 1.5, 平均阻力系数整体呈现增长趋势, 这是由于频率的增加, 进一步加大尾涡脱落形态的变化, 从而导致尾涡能量增大; 与此同时, 随着  $G_y$  增大, 下游 2 号圆柱阻力系数呈现增大趋势, 引起此现象的原因是下游圆柱更加靠近上游圆柱尾涡脱落区, 受尾流干扰较严重, 引起阻力增加。而将图 6(b)、图 8(b)与图 6(a)、图 8(a)对比, 从两种频率对比中, 上、下游圆柱的平均阻力系数曲线, 在两柱间距较小时, 上游圆柱阻力系数始终大于下游圆柱, 这是由于两柱间距离较小, 上游圆柱泄涡受到下游圆柱的抑制而致使其阻力增大; 当间距增大时, 此类现象得到缓解。

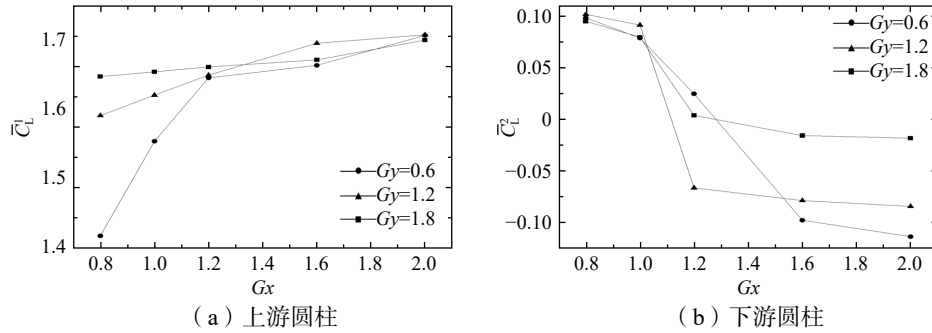


图 5 圆柱平均升力系数 ( $f_e/f_0=1.0$ )

Fig.5 Average lift coefficient of cylinders at  $f_e/f_0=1.2$

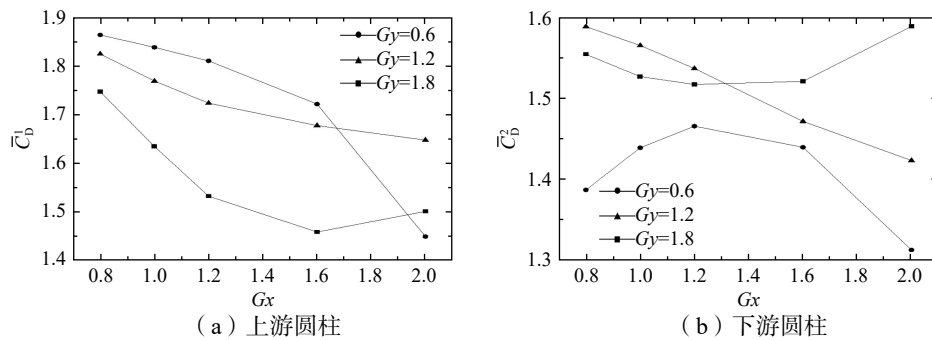


图 6 圆柱平均阻力系数 ( $f_e/f_0=1.2$ )

Fig.6 Average drag coefficient of cylinders at  $f_e/f_0=1.2$

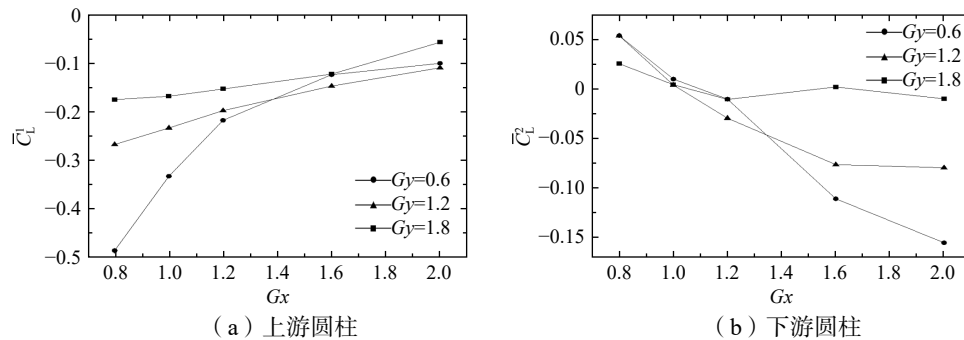


图 7 圆柱平均升力系数 ( $f_e/f_0=1.2$ )

Fig.7 Average lift coefficient of cylinders at  $f_e/f_0=1.2$

从图 5(a)、图 7(a)和图 9(a)中可知, 在两种振动频率下, 上游 1 号圆柱的平均升力系数曲线变化趋势一致; 随着  $G_y$  和  $G_x$  逐步增大, 上游圆柱升力系数呈变小趋势。以上分析表明, 随着间距的增大, 尾流互绕减弱, 从而对圆柱表面升力影响变小。下游圆柱升力系数的值(图 5(b)、图 7(b)和图 9(b))有

相同的变化历程:正向的由大到小再到反向的由小到大。值得注意的是,对于上游圆柱而言,其平均升力系数的值则是一直反向减小,表明两圆柱间的干扰使两圆柱有相互靠近的趋势,造成此类原因是泄涡产生的干扰力,使得圆柱间绕流产生了相互靠近作用,且干扰作用随着两柱间距离的增大而减小。另一方面,三种振动频率下,圆柱平均升力系数在  $Gy=0.6$  时波动变化最大,  $Gy=1.2$ 、 $Gy=1.8$  则相对较小,说明间距增大柱间力学干扰特征减弱,尾涡的形态变化是干扰的主要原因。

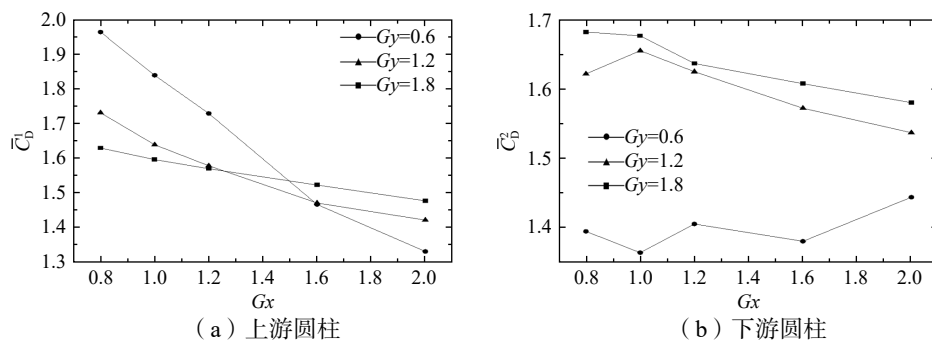


图 8 圆柱平均阻力系数 ( $f_e/f_0=1.5$ )

Fig.8 Average drag coefficient of cylinders at  $f_e/f_0=1.5$

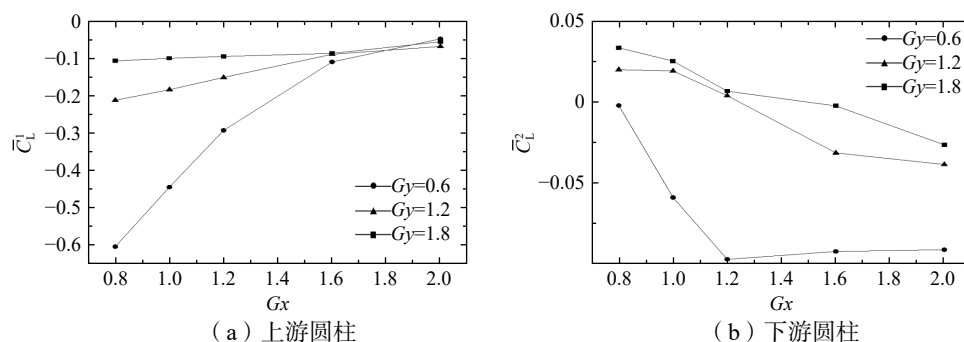


图 9 圆柱平均升力系数 ( $f_e/f_0=1.5$ )

Fig.9 Average lift coefficient of cylinders at  $f_e/f_0=1.5$

### 2.3 尾涡形态

图 10 展示了  $Gx=1.0$ 、 $Gy=0.6$  时、三种频率  $f_e/f_0=1.0$ 、 $f_e/f_0=1.2$ 、 $f_e/f_0=1.5$  下圆柱表面的升力系数和阻力系数历程曲线(蓝色为 1 号上游圆柱,红色为 2 号下游圆柱)。从图中可以看出,在  $f_e/f_0=1.5$  时双圆柱的升力系数反相同步周期性振荡,阻力系数呈现相同趋势变化;当频率减小到  $f_e/f_0=1.2$  时,上游 1 号圆柱(蓝色)升力系数变化幅值减小,呈现扰动趋势,下游 2 号圆柱(红色)由于受到上游干扰作用,升力系数呈周期性波动;两圆柱阻力系数变化相似,下游圆柱受到干扰作用波峰与波谷发生轻微偏斜;而  $f_e/f_0=1.0$  时,两圆柱升力系数变化存在一定相位差,随着频率的降低,升力系数的振幅稍微减小,但振动周期波动变化明显,此时两圆柱之间受力干扰明显,同时,下游圆柱升力系数曲线振幅大于上游圆柱,阻力系数均呈现不规则变化,在  $f_e/f_0=1.0$  时,尾涡发生融合现象,导致下游圆柱后部阻力曲线呈整体上升趋势,且最大振幅随频率比的减小而增大。

根据物体运动方程可求取两圆柱相对较远和较近物理位置时的涡量等值线图,图 11-13 分别给出了  $Gx=1.0$ 、 $Gy=0.6$  时三种频率比下两圆柱最靠近位置和最远位置的涡量等值线图。在该间距比时,三种频率下两圆柱的尾涡均发生明显的干扰现象,当  $f_e/f_0=1.0$  时,由于两圆柱周期性的振动,沿着圆柱表面的剪切流呈现不稳定特征,尾涡交替脱落并向尾部方向流动;值得注意的是上游 1 号圆柱尾涡脱落后,受到下游 2 号圆柱尾部旋涡作用,产生反向旋转,并在一个周期之后,被下游 2 号圆柱产生的尾涡吞

噬, 形成一个融合不稳定的卡门涡街。随着频率增加到  $f_e/f_0=1.2$ , 两圆柱尾涡发生变形和融合, 合并成一条向上偏移的涡街, 偏移程度随频率的增加而加剧; 同时这种周期性变化使得融合处产生一个局部泄涡区, 伴随着泄涡区的演化, 两圆柱平均升阻力系数呈降低趋势。当  $f_e/f_0=1.5$  时, 两圆柱产生的涡在圆柱后方形成介于一条涡街和两条涡街之间的耦合涡街; 随着频率的增加, 两圆柱尾部脱落的涡迅速融合, 产生更大的局部泄涡区, 涡之间发生相互排挤, 导致涡形态的剧烈变形, 进一步发生局部分裂演化, 形成非定常状态的并排双涡。

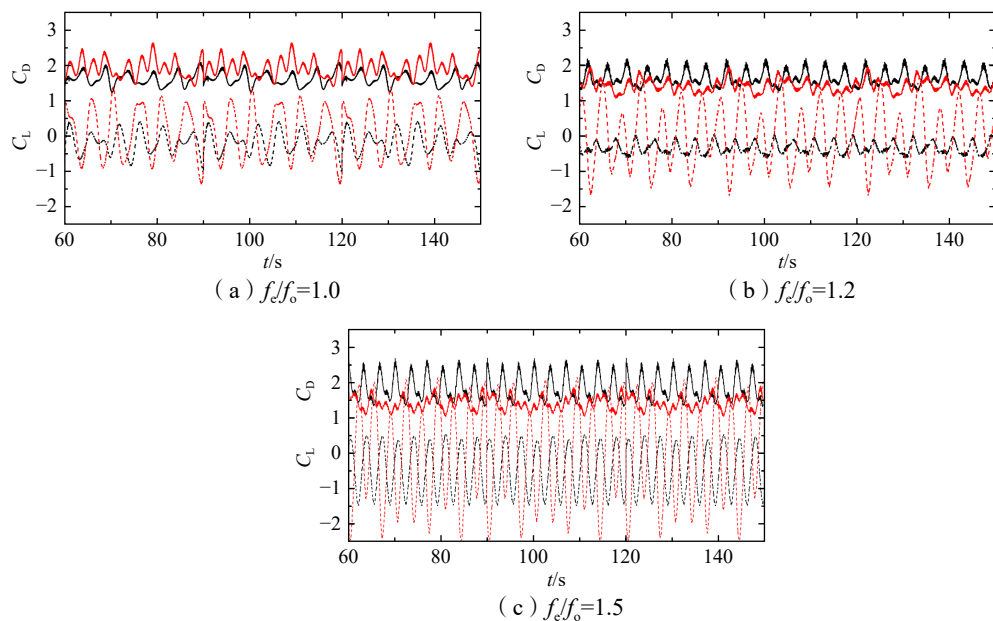


图 10 在间距  $G_x=1.0$ 、 $G_y=0.6$  时三种频率下升阻力系数的时间历程曲线

Fig.10 Time history of the drag and lift coefficients for  $G_x=1.0$ 、 $G_y=0.6$  in different frequency cases

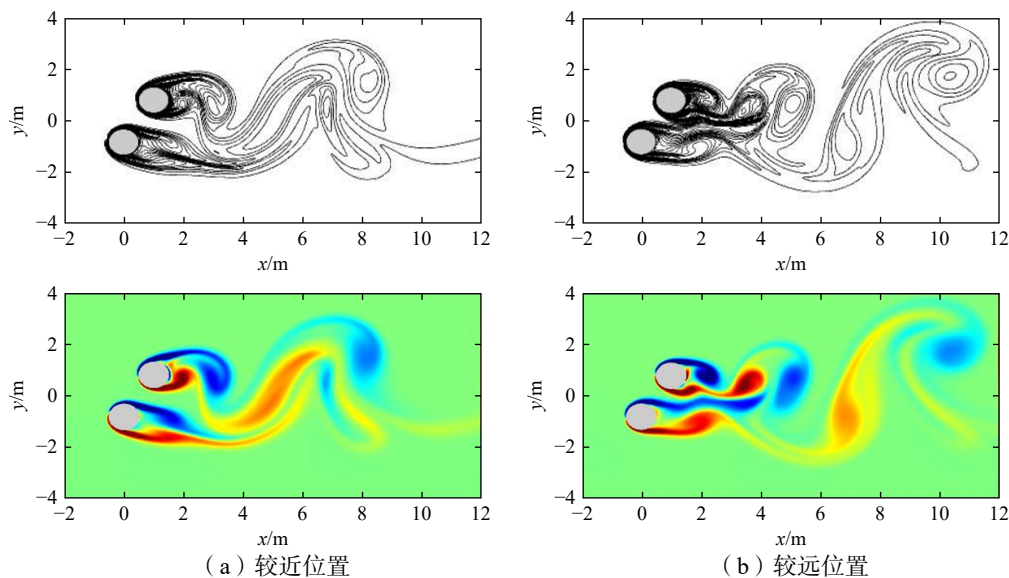


图 11  $G_x=1.0$ 、 $G_y=0.6$  和频率比  $f_e/f_0=1.0$  时双圆柱附近的瞬时涡等值线图及涡量图

Fig.11 Time history of the instantaneous vorticity contours and eddy volume for  $G_x=1.0$ 、 $G_y=0.6$  and  $f_e/f_0=1.0$  at two positions

图 14 展示了当间距  $G_x=1.0$ 、 $G_y=1.2$  时, 三个频率  $f_e/f_0=1.0$ 、 $f_e/f_0=1.2$ 、 $f_e/f_0=1.5$  下的两圆柱表面阻力和升力系数时间历程曲线。在频率比  $f_e/f_0=1.5$  下, 两圆柱升力系数呈现反相同步周期性变化, 阻力系

数波动剧烈,类似于不稳定脉冲形式;当振动频率降低到 $f_e/f_0=1.2$ 时两圆柱升力系数按一定相位差周期性变化,随着频率降低升力系数振幅减小,周期延长,曲线由正值变为负值存在一定的时间滞后。造成此类现象的原因可能是由于圆柱低频率受迫振动干扰较小,且后方尾涡脱落存在一定的融合及分裂。随着频率的降低,阻力系数受扰减缓,呈现出一定的周期性;在 $f_e/f_0=1.0$ 时下游圆柱升力系数幅值进一步减小,呈不规则现象,同时两圆柱升力系数变化周期进一步延长,存在一定相位差,值得注意的是,在 $f_e/f_0=1.0$ 下,上游 1 号圆柱(蓝色)阻力系数在 $t=60$  s 后呈长周期(60 s 至 150 s)性趋势,而下游 2 号圆柱由于受到干扰作用,阻力系数呈现不规则波动,发生轻微偏斜。

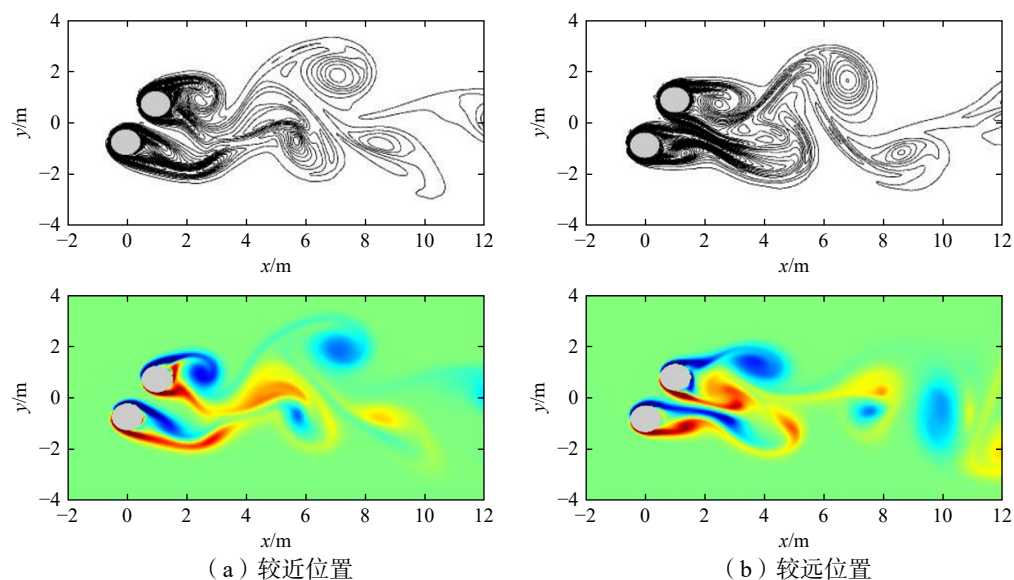


图 12  $G_x=1.0$ 、 $G_y=0.6$  和频率比 $f_e/f_0=1.2$ 时双圆柱附近的瞬时涡等值线图及涡量图

Fig.12 Time history of the instantaneous vorticity contours and eddy volume for  $G_x=1.0$ 、 $G_y=0.6$  and  $f_e/f_0=1.2$  at two typical positions

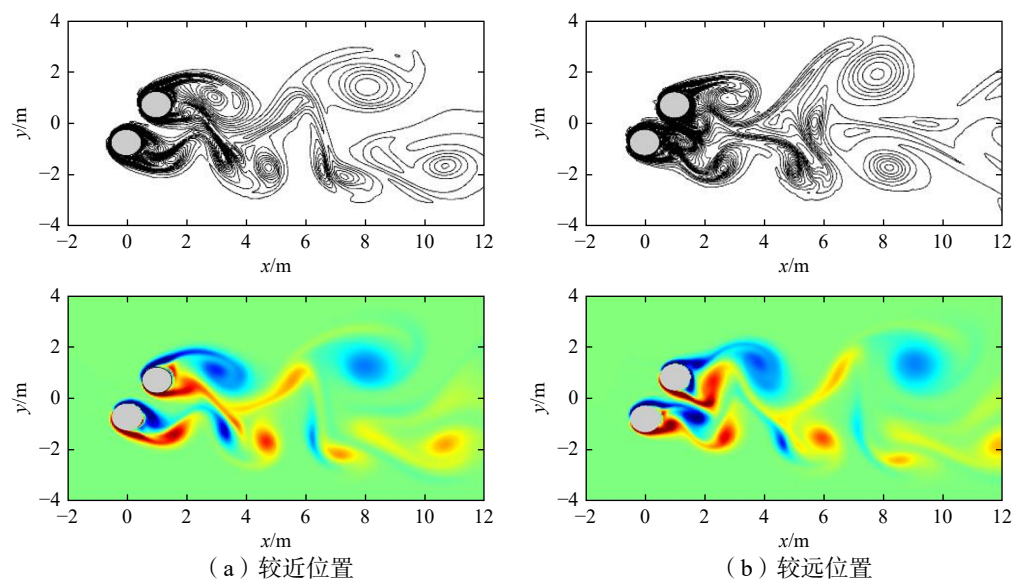


图 13  $G_x=1.0$ 、 $G_y=0.6$  和频率比 $f_e/f_0=1.5$ 时双圆柱附近的瞬时涡等值线图及涡量图

Fig.13 Time history of the instantaneous vorticity contours and eddy volume for  $G_x=1.0$ 、 $G_y=0.6$  and  $f_e/f_0=1.5$  at two typical positions

图 15-17 展示了  $Gx=1.0$ 、 $Gy=1.2$  下, 频率比  $f_e/f_0=1.0$ 、 $1.2$ 、 $1.5$  时两圆柱相距最近和最远时的涡等值线图。三种频率下, 两圆柱产生的涡在圆柱后方发生不同程度的干扰, 且振动频率越大干扰越明显。在  $f_e/f_0=1.0$  时, 柱间干扰较小, 两圆柱交替产生反向旋转的卡门涡街, 并沿着尾部方向脱落, 在后方形成两列近似对称分布的涡街, 尾流远端涡街相互独立, 涡街保持一定良好的形态。当频率增大到  $f_e/f_0=1.2$  时(如图 16), 柱间尾涡脱落干扰加剧, 产生融合趋势, 并伴随着涡裂, 由于受到表面剪切流影响, 脱落的漩涡呈现复杂的演化。随着频率增大到  $f_e/f_0=1.5$ , 两圆柱脱落的对涡在尾流区域发生更加剧烈的融合现象, 相互干扰、变形, 并有局部泄涡逃逸, 形成复杂的、随机的、不确定的复杂尾涡形态。

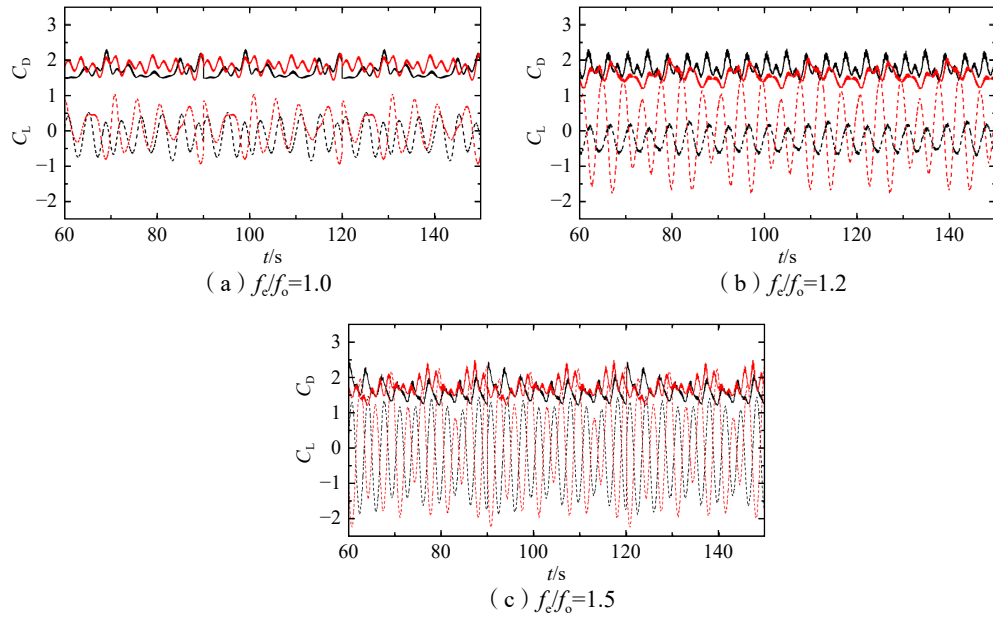


图 14 在间距  $Gx=1.0$ 、 $Gy=1.2$  时三种频率下升阻力系数的时间历程曲线  
 Fig.14 Time history of the drag and lift coefficients for  $Gx=1.0$ 、 $Gy=1.2$  in three frequency cases

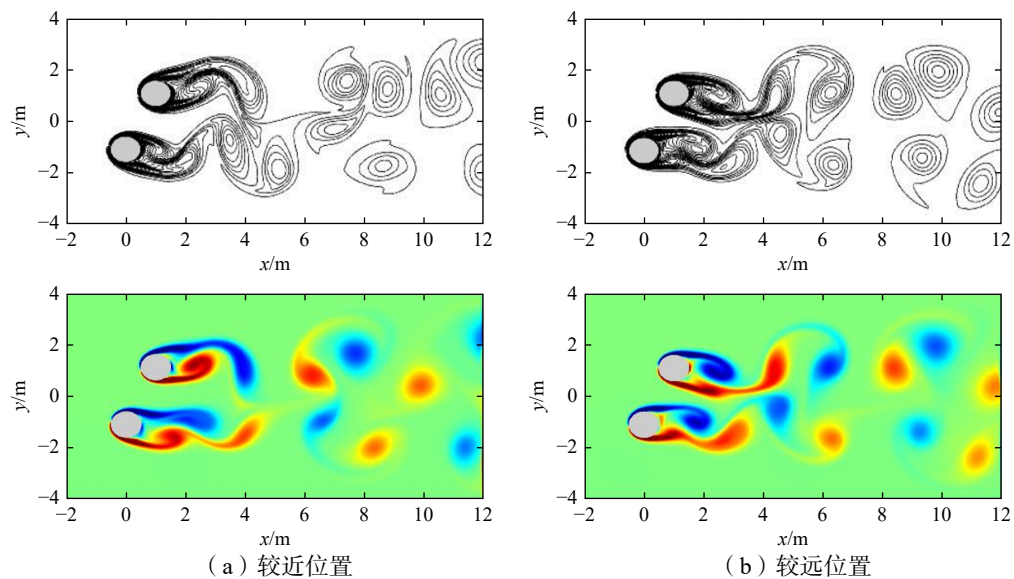


图 15  $Gx=1.0$ 、 $Gy=1.2$  和频率比  $f_e/f_0=1.0$  时双圆柱附近的瞬时涡等值线图及涡量图  
 Fig.15 Instantaneous vorticity contours and eddy volume for  $Gx=1.0$ 、 $Gy=1.2$  and  $f_e/f_0=1.0$  at two typical positions

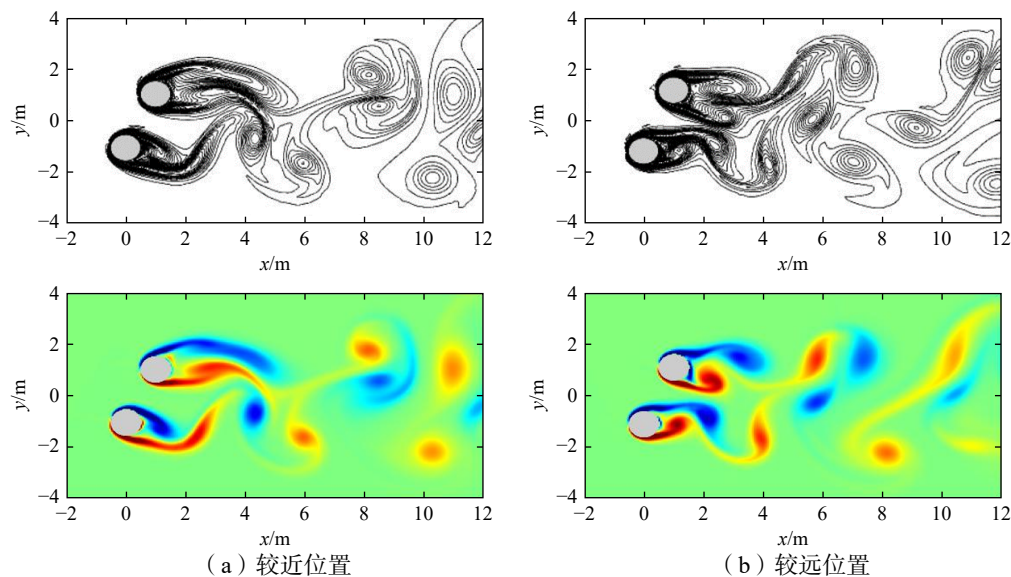


图 16  $G_x=1.0$ 、 $G_y=1.2$  和频率比  $f_e/f_0=1.2$  时双圆柱附近的瞬时涡等直线图及涡量图

Fig. 16 Instantaneous vorticity contours and eddy volume for  $G_x=1.0$ 、 $G_y=1.2$  and  $f_e/f_0=1.2$  at two typical positions

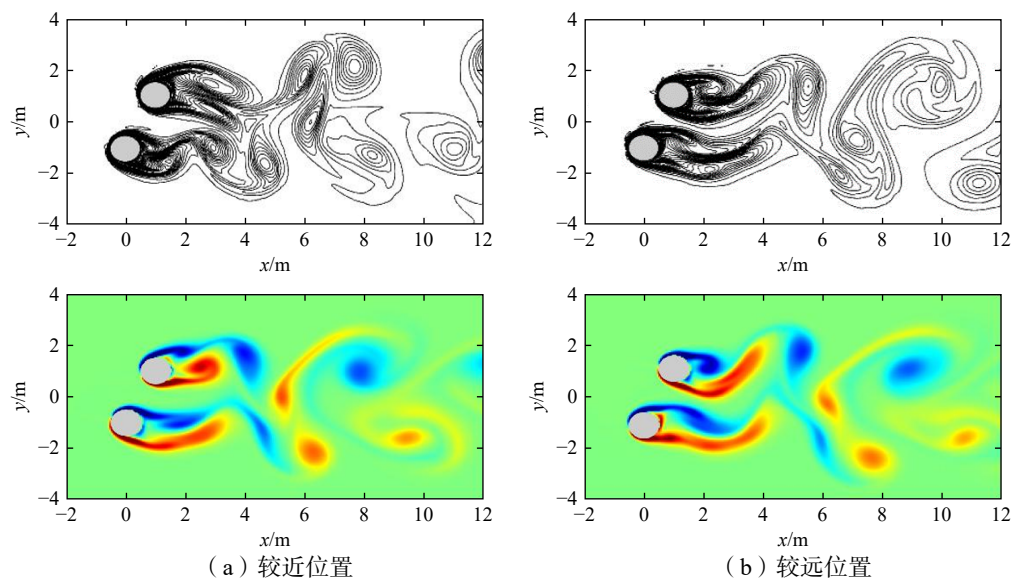


图 17  $G_x=1.0$ 、 $G_y=1.5$  和频率比  $f_e/f_0=1.0$  时双圆柱附近的瞬时涡等值线图及涡量图

Fig. 17 Instantaneous vorticity contours and eddy volume for  $G_x=1.0$ 、 $G_y=1.5$  and  $f_e/f_0=1.0$  at two typical positions

图 18 展示了当  $G_x=1.0$ 、 $G_y=1.8$  时, 三个频率  $f_e/f_0=1.0$ 、 $f_e/f_0=1.2$ 、 $f_e/f_0=1.5$  下两圆柱表面阻力和升力系数时间曲线。在频率比  $f_e/f_0=1.0$  时, 两圆柱阻力系数与升力系数呈同相、同步周期性振荡, 升力系数在  $t=40$  s 后保持周期性稳态, 两圆柱阻力系数趋势一致, 存在微小偏差; 当频率增加到  $f_e/f_0=1.2$  时, 两圆柱升力系数和阻力系数呈现反相周期性变化, 有相位差。上游 1 号圆柱阻力系数呈规则周期性变化, 下游 2 号圆柱受到干扰作用, 阻力系数曲线变化不规则; 当频率增大到  $f_e/f_0=1.5$  时, 两柱间升力系数呈反相同步周期性变化, 升力系数最大幅值加剧。下游 2 号圆柱阻力系数整体趋势高于上游 1 号圆柱, 并保持一致的不规则周期性变化。值得关注的是: 在  $f_e/f_0=1.5$  频率比下, 小频率振动时两圆柱升力系数呈现同相、同步周期性振荡; 当振动频率大于某一临界值时, 两圆柱升力系数变化转变为反相振荡, 随着频率进一步增大最终转变为反相同步振荡。而对于间距  $G_x=1.0$ 、 $G_y=0.6$  和  $G_x=1.0$ 、 $G_y=1.2$  未明显观察到此现象。

图 19-21 给出了  $Gx=1.0$ 、 $Gy=1.8$  下频率比  $f_e/f_o=1.0$ 、1.2、1.5 时两圆柱相距较近和较远位置的涡等值线图。此时相比于  $Gy=0.6$  和  $Gy=1.2$  的情况，在频率比  $f_e/f_o=1.0$  时，由于两圆柱间间距的增大，两圆柱产生的尾涡干扰较小，尾涡脱落相互独立，并在远端存在明显干扰的分散涡列；当频率比  $f_e/f_o=1.2$  时，尾部涡街脱落更加频繁，在尾流区独立并紧致排列，形成一定趋势的涡街阵列。受振动频率增加的影响， $f_e/f_o=1.5$  时两柱脱落的漩涡交替进行，形成两列涡街，存在一定趋势的局部融合，并偏向一侧圆柱，此时两圆柱流场特征保持相对稳定。

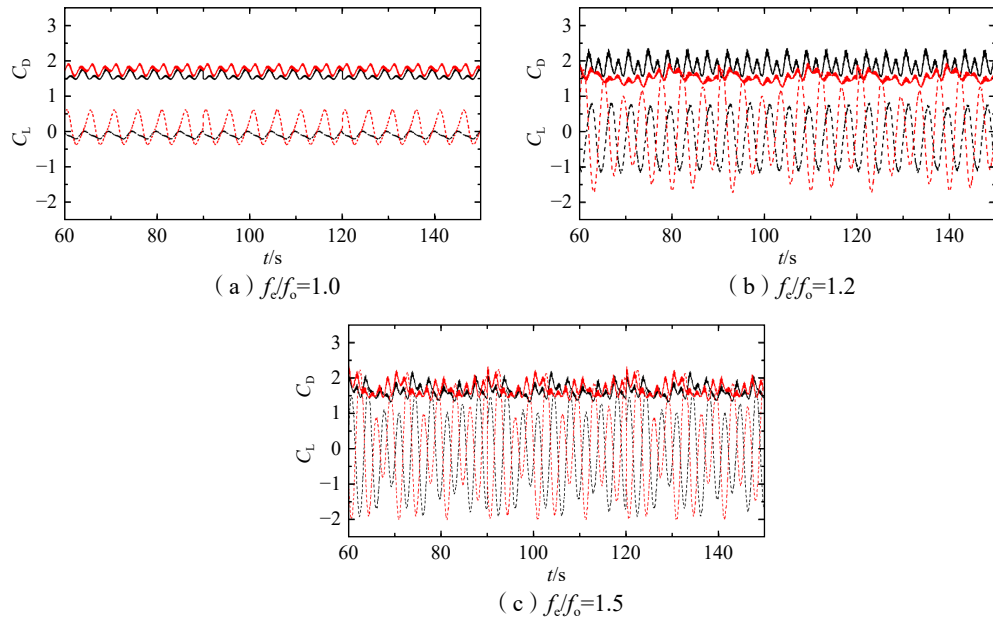


图 18 在间距  $Gx=1.0$ 、 $Gy=1.8$  时三种频率下阻力系数的时间历程曲线  
 Fig.18 Time history of the drag and lift coefficients for  $Gx=1.0$ 、 $Gy=1.8$  in three frequency cases

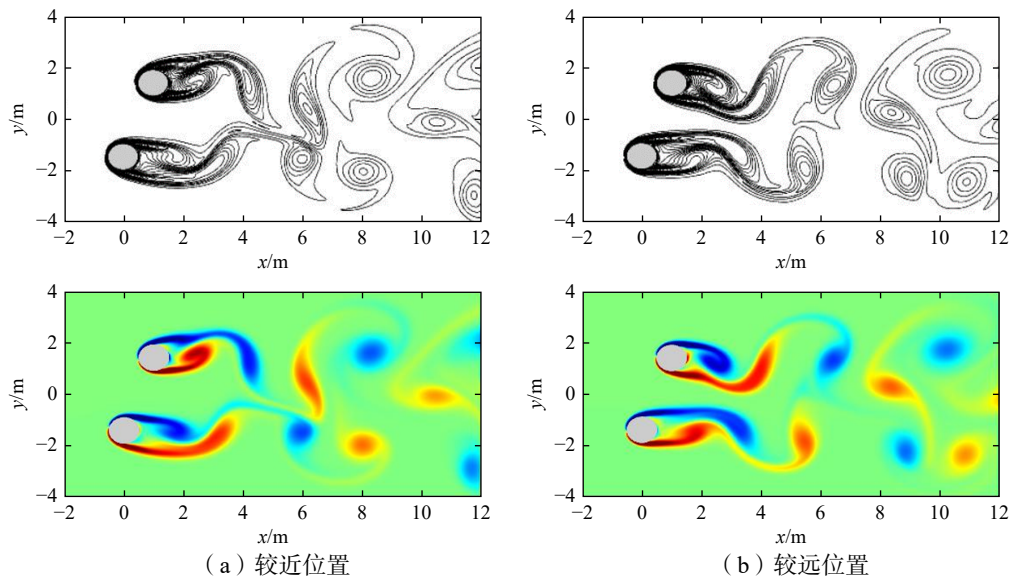


图 19  $Gx=1.0$ 、 $Gy=1.8$  和频率比  $f_e/f_o=1.0$  时双圆柱附近的瞬时涡等值线图及涡量图  
 Fig.19 Instantaneous vorticity contours and eddy volume for  $Gx=1.0$ 、 $Gy=1.8$  and  $f_e/f_o=1.0$  at two positions

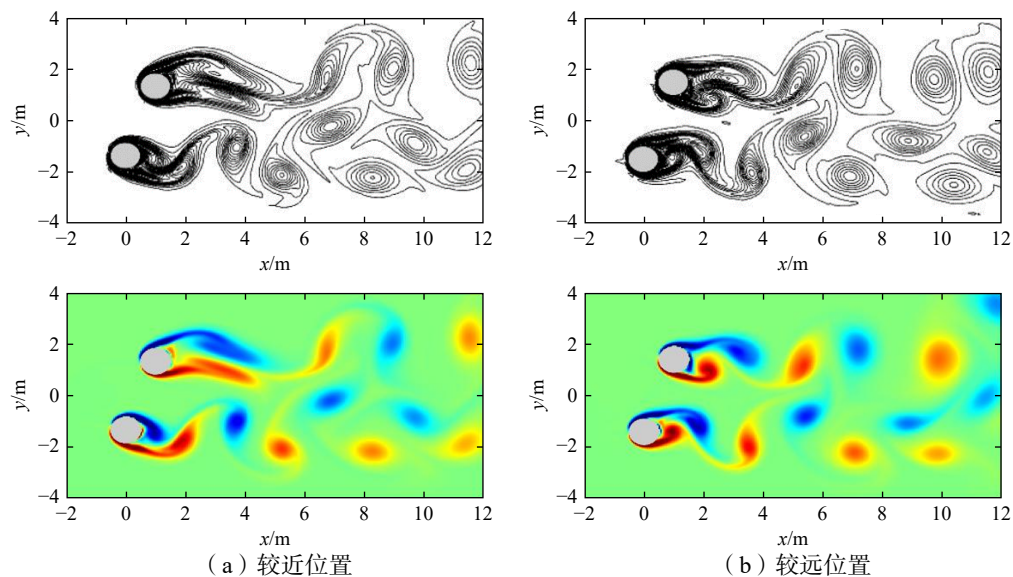


图 20  $G_x=1.0$ 、 $G_y=1.8$  和频率比  $f_c/f_0=1.2$  时双圆柱附近的瞬时涡等值线图及涡量图

Fig.20 Instantaneous vorticity contours and eddy volume for  $G_x=1.0$ 、 $G_y=1.8$  and  $f_c/f_0=1.2$  at two positions

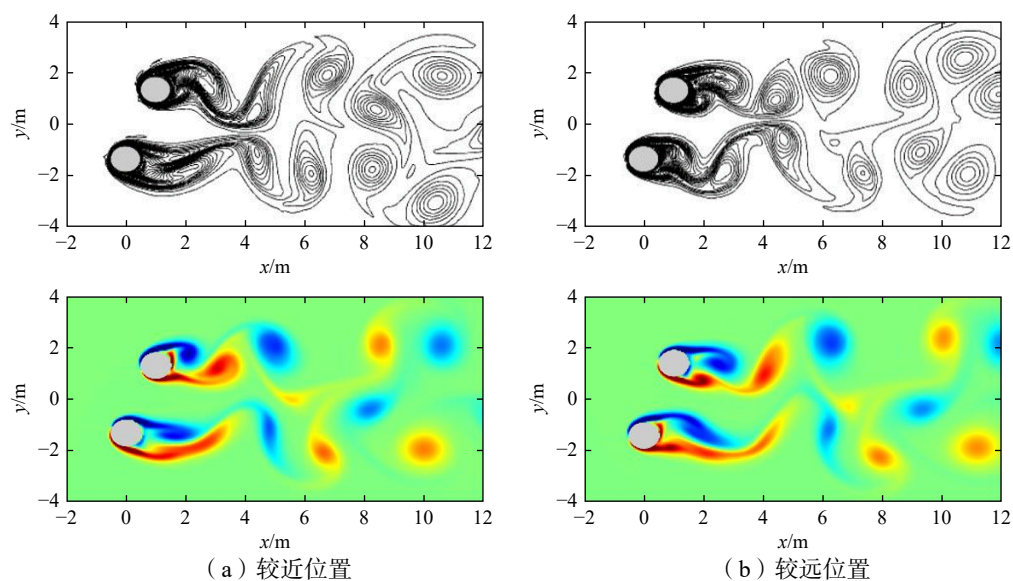


图 21  $G_x=1.0$ 、 $G_y=1.8$  和频率比  $f_c/f_0=1.5$  时双圆柱附近的瞬时涡等值线图及涡量图

Fig.21 Instantaneous vorticity contours and eddy volume for  $G_x=1.0$ 、 $G_y=1.8$  and  $f_c/f_0=1.5$  at two positions

### 3 结 论

本文基于自主开发的虚拟网格浸入边界法模拟了交错布置的双圆柱强迫运动绕流问题,得出如下结论:

通过数值研究不同振动频率下多种间距错列布置的圆柱表面泄涡压力特征,阐明了在距离较小时双圆柱干扰较强烈,尾部泄涡处有融合现象出现,此干扰受上游圆柱运动状态的影响波动剧烈;面对不同频率及间距下两圆柱受到相互靠近压力的作用趋势,其中,随着间距的增大此趋势有所缓解。同时,分析了双圆柱在特定频率下三种距离的升、阻力系数和圆柱尾流场涡量分布及变化,总结出此类情况下双圆柱相互泄涡干扰特性:随着振荡频率的增大,升、阻力系数振幅增大,双圆柱间的干扰越强烈。

值得注意的是,当双圆柱间距增大时,振荡频率对两圆柱尾流区域涡流的影响作用减弱,圆柱间升阻力系数谐和性更好。在圆柱间距较小时,振荡频率对尾涡影响起主要作用;而当间距增大到一定程度后,圆柱后方的涡列水动力性能保持较好,振荡频率对尾流的影响作用将不再占主导地位。

综上所述,数值仿真结果揭示了不同振动频率下多种间距错列布置的圆柱表面泄涡机理,有助于进一步了解强迫运动特征对错列布置圆柱绕流尾部涡脱落干扰特征机制的深入探究,下一步将从尾涡的融合及泄涡分裂等复杂物理特征方面进行更为精细化的数值分析工作。

### 参 考 文 献:

- [1] Dou H S, Ben A Q. Simulation and instability investigation of the flow around a cylinder between two parallel walls[J]. *Journal of Thermal Science*, 2015, 24(2): 140–148.
- [2] 崔宜梁,王海峰,李 蒙,等. 相同雷诺数下串列双圆柱绕流的仿真分析[J]. *应用力学学报*, 2018, 35(5): 1164–1169.  
Cui Y L, Wang H F, Li M, et al. Simulation analysis of flow around a tandem double cylinder at the same Reynolds number[J]. *Chinese Journal of Applied Mechanics*, 2018, 35(5): 1164–1169. (in Chinese)
- [3] Zhou Y, Alam M M. Wake of two interacting circular cylinders: A review[J]. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 2016, 62: 510–537.
- [4] 林凌霄,陈 威,林永水,等. 并列双圆柱绕流特性和互扰效应数值模拟研究[J]. *应用力学学报*, 2021, 38(2): 844–850.  
Lin L X, Chen W, Lin Y S, et al. Numerical simulation study of parallel double-cylinder winding characteristics and mutual disturbance effects [J]. *Chinese Journal of Applied Mechanics*, 2021, 38(2): 844–850. (in Chinese)
- [5] 乔亚森. 二维串列双圆柱流场的大涡模拟和噪声分析[J]. *化学工程与装备*, 2011(1): 54–56.  
Qiao Y S. Large Eddy Simulation and noise analysis of a two-dimensional tandem double cylindrical flow field[J]. *Chemical Engineering & Equipment*, 2011(1): 54–56. (in Chinese)
- [6] 孙 涵,赵瑞亮,韩 冰,等. 串列双圆柱绕流的大涡模拟分析[J]. *港工技术*, 2017, 54(1): 28–31.  
Sun H, Zhao R L, Han B, et al. Large eddy simulation of flow around tandem double cylinder[J]. *Port Engineering Technology*, 2017, 54(1): 28–31. (in Chinese)
- [7] 袁 猛,张新玉,柳贡民,等. 并列双圆柱绕流的动力学模态分解[J]. *船舶力学*, 2021, 25(5): 527–534.  
Yuan M, Zhang X Y, Liu G M, et al. Dynamic mode decomposition of flow past parallel twin cylinders[J]. *Journal of Ship Mechanics*, 2021, 25(5): 527–534. (in Chinese)
- [8] Zhao M, Cheng L. Two-dimensional numerical study of vortex shedding regimes of oscillatory flow past two circular cylinders in side-by-side and tandem arrangements at low Reynolds numbers[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2014, 2(751): 1–37.
- [9] 胡锦鹏,罗 森. 基于 FLUENT 的并列双圆柱绕流二维数值模拟分析[J]. *科学技术创新*, 2019(2): 46–47.  
Hu J P, Luo S. Two-dimensional numerical simulation of two parallel cylinders based on FLUENT[J]. *Scientific and Technological Innovation*, 2019(2): 46–47. (in Chinese)
- [10] Zhang K, Haque N. Wake interactions between two side-by-side circular cylinders with different sizes[J]. *Physical Review Fluids*, 2022, 7(6): 064703.
- [11] Atkins M D, Dala L, Kim T. Time-averaged behavior of gap flow between two side-by-side circular cylinders[J]. *AIAA Journal*, 2016, 54(9): 2742–2754.
- [12] Alam M M, Zhou Y. Flow around two side-by-side closely spaced circular cylinders[J]. *Journal of Fluids and Structures*, 2007, 23(5): 799–805.
- [13] Aboueian J, Sohankar A. Identification of flow regimes around two staggered square cylinders by a numerical study[J]. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, 2017, 3(31): 295–315.
- [14] Tong F F, Cheng L, Zhao M. Numerical simulations of steady flow past two cylinders in staggered arrangements[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2015(765): 114–149.

- [15] 于定勇, 李宇佳, 马朝晖, 等. 错列不等直径双圆柱绕流特性数值研究[J]. 海洋工程, 2017, 35(2): 98–104.  
Yu D Y, Li Y J, Ma C H, et al. Numerical study on flow characteristics of staggered double cylinders with unequal diameters[J]. The Ocean Engineering, 2017, 35(2): 98–104. (in Chinese)
- [16] Zhou B, Fan J Q, Gong D, et al. Flow simulation around double cylinders based on the Lattice Boltzmann method at low Reynolds numbers[C]//Proceedings of the 11th International Conference on Industrial Ventilation, 2015: 794–801.
- [17] Huera-Huarte F J, Gharib M. Flow-induced vibrations of a side-by-side arrangement of two flexible circular cylinders[J]. Journal of Fluids and Structures, 2011, 27(3): 354–366.
- [18] Zhang Y W, Chen J, Zeng W, et al. Surface and thermal effects of the flexural wave propagation of piezoelectric functionally graded nanobeam using nonlocal elasticity[J]. Computational Materials Science, 2015, 97: 222–226.
- [19] Leer, B V. Towards the ultimate conservative difference scheme. V-A second-order sequel to Godunov's method[J]. Journal of Computational Physics, 1979, 32(1): 101–136.
- [20] 石伏龙, 辛建建, 马麟. 梯度增量 level set/虚拟网格法模拟波浪结构物相互作用[J]. 工程热物理学报, 2018, 39(11): 2420–2428.  
Shi F L, Xin J J, Ma L. A gradient-augmented level set/ghost cell method for the simulation of wave structure interaction[J]. Journal of Engineering Thermophysics, 2018, 39(11): 2420–2428. (in Chinese)
- [21] Shi F L, Xin J J, Jin Q. A Cartesian grid based multiphase flow model for water impact of an arbitrary complex body[J]. International Journal of Multiphase Flow, 2019, 132–147.
- [22] 雷悦, 石伏龙. 虚拟网格法模拟静止或运动并列布置双圆柱绕流现象[J]. 工程热物理学报, 2020, 41(8): 1974–1983.  
Lei Y, Shi F L. A ghost cell method to simulate the flow around two parallel cylinders at static or motion[J]. Journal of Engineering Thermophysics, 2020, 41(8): 1974–1983. (in Chinese)
- [23] 辛建建, 陈振雷, 石凡, 等. 基于直角网格法的单个和阵列布置下柔性水翼绕流数值模拟[J]. 物理学报, 2020, 69(4): 156–165.  
Xin J J, Chen Z L, Shi F, et al. Numerical simulation of flows around single and multiple flexible hydrofoils in array arrangement by a Cartesian grid method[J]. Acta Physica Sinica, 2020, 69(4): 156–165. (in Chinese)
- [24] 辛建建, 石伏龙, 金秋. 一种径向基函数虚拟网格法数值模拟复杂边界流动[J]. 物理学报, 2017, 66(4): 190–198.  
Xin J J, Shi F L, Jin Q. Numerical simulation of complex immersed boundary flow by a radial basis function ghost cell method[J]. Acta Physica Sinica, 2017, 66(4): 190–198. (in Chinese)
- [25] 史冬岩, 王志凯, 张阿漫. 任意复杂流-固边界的格子 Boltzmann 处理方法[J]. 物理学报, 2014, 63(7): 221–229.  
Shi D Y, Wang Z K, Zhang A M. A novel lattice Boltzmann method for dealing with arbitrarily complex fluid-solid boundaries[J]. Acta Physica Sinica, 2014, 63(7): 221–229. (in Chinese)
- [26] Xin J J, Shi F L, Chen Z L, et al. An efficient three-dimensional multiphase fluid structure interaction model on GPU for water impact of a moving body with complex geometries[J]. Ocean Engineering, 2022, 266: 112977.