

文章编号: 1007-7294(2024)10-1588-11

船用脆性材料断裂的近场动力学与有限元耦合模型

李双^{1,2}, 吕海宁^{1,2}, 黄小华³, 毛竞航^{1,2}, 秦睿^{1,2}

(1. 上海交通大学海洋工程国家重点实验室, 上海 200240; 2. 上海交通大学三亚崖州湾深海科技研究院, 海南 三亚 572000; 3. 广西大学防灾与结构安全教育部重点实验室, 南宁 530004)

摘要: 船舶结构和构件在建造过程中, 不可避免地会使用各类具有脆性特性的高强材料。为了研究船用脆性材料的断裂和裂纹扩展行为, 本文基于新兴的近场动力学方法, 提出一种有限元与近场动力学的耦合模型。首先, 在近场动力学的基础上考虑长程力衰减效应修正; 其次, 采用共享节点耦合法将有限元与改进的近场动力学进行耦合, 并推导出一种新的断裂准则。最后, 通过三个变形和破坏实例验证耦合模型的准确性。结果表明, 耦合模型极大提高了传统近场动力学模型的计算精度, 消除了近场动力学的“边界效应”, 同时也克服了有限元在处理非连续时面临的奇异性问题。耦合模型的计算结果与试验结果吻合较好, 其用于研究船用脆性材料的断裂问题是可行的。

关键词: 近场动力学; 有限元; 脆性材料; 断裂; 裂纹扩展

中图分类号: U661.4 **文献标识码:** A **doi:** 10.3969/j.issn.1007-7294.2024.10.011

Peridynamics and FEM coupling model for fracture of marine brittle materials

LI Shuang^{1,2}, LÜ Hai-ning^{1,2}, HUANG Xiao-hua³, MAO Jing-hang^{1,2}, QIN Rui^{1,2}

(1. State Key Laboratory of Ocean Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China; 2. Yazhou Bay Institute of Deepsea SCI-TECH, Shanghai Jiao Tong University, Sanya 572000, China; 3. Key Laboratory of Disaster Prevention and Structural Safety of Ministry of Education, Guangxi University, Nanning 530004, China)

Abstract: It is inevitable to use various high-strength materials with brittle characteristics in the construction of ship structures. In order to study the fracture and crack propagation behavior of marine brittle materials, a coupling model of FEM and peridynamics was proposed based on the peridynamic theory. Firstly, the long-range force attenuation effect correction was considered on the basis of peridynamics. Then, the sharing node method was used to couple the FEM with the improved peridynamics, and a new fracture criterion was derived. Finally, the accuracy of the coupling model was verified by three examples. The results show that the coupling model improves the computational accuracy of the traditional peridynamic model greatly, and eliminates the “surface effect”, and it overcomes the FEM singularity when dealing with discontinuities. The calculation results of the coupling model are in good agreement with the experimental results, and the present model is feasible to study the fracture of marine brittle materials.

Key words: peridynamics; finite element method; brittle material; fracture; crack propagation

收稿日期: 2024-04-14

基金项目: 海南省科技计划三亚崖州湾科技城联合项目(2021JJLH0020); 国家自然科学基金资助项目(51979159)

作者简介: 李双(1992-), 男, 博士研究生;

吕海宁(1979-), 男, 副教授, 博士生导师, 通讯作者, E-mail: haining@sjtu.edu.cn。

0 引 言

建造船舶结构和构件的各类材料中,诸多高强材料都具有脆性特性。例如用来建造船舶压力容器、管道系统和救生艇等的玻璃钢材料;建造耐高温、耐磨和耐腐蚀等船舶部件的复合陶瓷材料;建造船舶发动机、燃油泵、轴承和齿轮等高强度复杂机械设备构件的铸铁材料;建造舱盖、风挡和舷窗等安装构件的聚合物有机玻璃材料等。这些具有脆性特性的船舶结构和构件在制造和服役过程中,不可避免地会出现损伤和微裂纹萌发等问题,而裂纹的扩展一旦造成重要构件断裂,将使船舶装置受损并带来不可预知的经济损失和安全隐患。因此,研究船用脆性材料的裂纹扩展规律和断裂特性,对完善船舶结构设计和评估结构的安全性具有重要意义。

目前,在处理损伤断裂等非连续问题的数值方法中,基于连续介质力学理论的有限元(finite element method, FEM)、扩展有限元和内聚力等方法应用较为广泛。王敏等^[1]采用扩展有限元方法分析了含裂纹板的裂纹扩展问题;苗婷等^[2]采用内聚力方法对管线钢进行了断裂韧性评定及裂纹扩展行为研究;李亚政等^[3]基于损伤力学和扩展有限元方法对舰船蒸汽轮机叶片进行了裂纹扩展问题分析;张敏等^[4]采用试验和FEM数值方法对船体壳板撞击损伤破裂后的撕裂特征进行了研究;吴连生等基于三维断裂理论采用FEM对钛合金材料进行了裂纹扩展研究;安维崢等^[5]利用FEM对无裂纹密封圈进行强度计算,并研究了裂纹故障对密封圈结构性能的影响。尽管有限元、内聚力和扩展有限元法等被用来处理船舶结构的损伤断裂问题,但是这些基于传统连续介质力学的方法在处理不连续问题时,都不可避免地产生奇异性和网格依赖性,且裂纹的萌生和扩展需要引入额外的断裂准则,使得求解非连续问题变得复杂。

非局部近场动力学(Peridynamics, PD)理论采用位移的空间积分型方程替代了传统连续介质力学理论的微分型方程形式,其在不连续处仍有定义,不存在奇异性和网格依赖性问题。PD的断裂准则通过函数形式嵌入运动方程中,能够自发地模拟裂纹的萌生、扩展、直至断裂的全过程,是一种特别适合模拟材料破坏过程的力学理论^[6]。但是PD也存在一些不足,例如模型边界处的邻域不完整产生的“边界效应”问题^[7],以及非局部PD计算带来的计算成本高等问题。

采用PD耦合FEM的方法能够很好地解决这些问题,将FEM区域布置在物体边界,同时将PD区域布置在物体容易产生损伤和裂纹的区域。Macek等^[8]在PD和FEM交界处设置重叠区,采用嵌入节点和桁架单元的方式进行PD和FEM的物质信息传递,模拟了中心裂纹板和弹丸穿板的破坏过程;Kilic等^[9]在重叠区利用插值函数的方式传递PD和FEM区域信息,并模拟了中心圆孔板的断裂过程;Han等^[10]在过渡区设置混合函数,通过拉伸和剪切荷载下的中心裂纹板变形和解析解对比验证了提出模型的准确性;Liu等^[11]通过在过渡区域建立界面单元来连接PD和FEM区域,并对脆性构件的拉剪破坏进行了研究。这些通过设置重叠区的耦合方法,可能很难处理复杂的问题,权重函数和变形函数的定义在一定程度上是任意的。Galvanetto等^[12]通过构造平衡方程的系数矩阵,提出一种简单高效的PD和FEM在界面处共享节点法,该耦合方法不需要过渡区域,不需要任意调整参数或混合函数^[13]。已有的PD-FEM耦合模型忽略了PD非局部作用的长程力衰减效应,并且应用于船用脆性材料的断裂研究也较少。

因此,本文参考Galvanetto等^[12]提出的共享节点耦合方法,考虑PD非局部长程力的衰减效应,推导一种新的断裂准则,从而提出一种模拟船用脆性材料断裂的PD和FEM耦合模型,并通过解析解和试验结果对比验证模型的有效性和准确性,为完善船舶构件设计和预防材料脆性断裂提供参考。

1 改进键基PD

在近场动力学理论^[14]中,物体被离散为一系列物质点,各物质点携带质量和体积,在某一时刻 t ,

任一物质点 X 与 δ 范围内的其他物质点 X' 之间存在相互作用力 f , 则定义物质点 X 的邻域范围 $H_x = \{X' \in R: \|X' - X\| \leq \delta\}$, 根据牛顿第二定律可得 PD 的基本运动方程为

$$\rho \ddot{u} = \int_{H_x} f(u' - u, X' - X, t) dV_{X'} + b(X, t) \tag{1}$$

式中, ρ 为质量密度, u 为物质点的位移, b 为外荷载密度, $V_{X'}$ 表示物质点 X' 的体积。其中作用力 f 包含了材料的本构信息, 可用一个标量函数 $\omega(\eta, \xi)$ 表示,

$$f = f(\eta, \xi) = \frac{\partial \omega(\eta, \xi)}{\partial \eta} \tag{2}$$

式中, η 为相对位移 $\eta = u' - u$; ξ 为相对位置 $\xi = X' - X$; $\omega(\eta, \xi)$ 为微观应变能密度, 用于描述近场范围内两物质点间相互作用的强弱。对于线弹性材料, $\omega(\eta, \xi)$ 可表达为

$$\omega(\eta, \xi) = \frac{c(\xi, \delta) s^2 |\xi|}{2} \tag{3}$$

由方程(2)和方程(3)可知, 对点力函数 f 可表示为

$$f(\eta, \xi) = \frac{\xi + \eta}{|\xi + \eta|} c(\xi, \delta) s \tag{4}$$

式中, $c(\xi, \delta)$ 为微观模量函数, 在不同维度下的表达式如表 1 所示。

表 1 键基 PD 微模量函数表达式

Tab.1 Micro-modulus functions of bond-based PD

	三维	二维平面应力	二维平面应变	一维
$c(\xi, \delta)$	$\frac{12E}{\pi\delta^4}$	$\frac{9E}{\pi\delta^3}$	$\frac{48E}{\pi\delta^3}$	$\frac{2E}{A\delta^2}$

其中, E 为弹性模量; s 为物质点对的相对伸长率, $s = (|\xi + \eta| - |\xi|) / |\xi|$ 。

PD 作为一种非局部理论, 其内部物质点长程力具有随距离增大而衰减的空间分布规律, 传统键基 PD 忽略了长程力尺寸效应, 其微观模量 $c(\xi, \delta)$ 为常数, 影响计算精度。基于 Huang 等^[15]的思想, 引入四次多项式长程力函数 $g(\xi, \delta) = (1 - (\xi/\delta)^4)$, 则 PD 微观模量可重新表达为

$$c(\xi, \delta) = c(0, \delta) g(\xi, \delta) \tag{5}$$

式中, $c(0, \delta)$ 为空间维数相关的材料微观模量; $g(\xi, \delta)$ 为反映非局部长程力特性的空间分布函数, 其强化了近距离物质点间的相互作用, 弱化了远距离物质点的相互作用^[15]。PD 应变能密度表达式为

$$W^{PD}(X) = \frac{1}{2} \int_{H_x} \omega(\eta, \xi) dV_{X'} = \frac{1}{2} \int_{H_x} \frac{c(0, \delta) g(\xi, \delta) s^2}{2} \xi dV_{X'} \tag{6}$$

通过 PD 应变能密度与连续介质力学应变能密度相等的方法, 可推导得到在不同维度下材料微观模量 $c(\xi, \delta)$ 的表达式, 如表 2 所示。

表 2 考虑非局部长程力的键基 PD 微模量函数表达式

Tab.2 Micro-modulus functions of bond-based PD with long-range force correction

	三维	二维平面应力	二维平面应变	一维
$c(\xi, \delta)$	$\frac{24E}{\pi\delta^4} \left(1 - \left(\frac{\xi}{\delta}\right)^4\right)$	$\frac{63E}{4\pi\delta^3} \left(1 - \left(\frac{\xi}{\delta}\right)^4\right)$	$\frac{84E}{5\pi\delta^3} \left(1 - \left(\frac{\xi}{\delta}\right)^4\right)$	$\frac{3E}{A\delta^2} \left(1 - \left(\frac{\xi}{\delta}\right)^4\right)$

2 改进键基 PD 与 FEM 耦合模型

2.1 耦合策略

本文参考了 Galvaneto 等^[12]提出的共享节点耦合方法, 将整个求解区域均匀离散, 分为 PD 区域和

FEM区域,PD物质点间距和FEM节点间距保持一致。通过在耦合模型边界设置一层厚度等于PD邻域半径大小的FEM节点,以确保所有PD材料点具有完整邻域,从而达到消除PD边界效应的目的。由于FEM节点力的大小只与其接触的节点有关,因此,相比PD点非局部力的计算,FEM节点的布置提高了耦合模型的计算效率。值得注意的是,该耦合策略中FEM节点与PD物质点的分布范围,也可以根据实际需要灵活安排。例如,可将PD子区域布置在裂纹可能萌生和扩展的区域,其余区域可设置为FEM子区域。

在该耦合策略中,不同的区域采用各自的求解方法计算材料点的内力,FEM节点内力采用FEM方法进行计算,PD物质点的内力采用PD方法进行计算。为了清楚地说明材料点之间的相互作用,以一维杆为例,如图1所示,假设材料点间距为 Δ ,邻域半径为 $\delta = 2\Delta$ 。

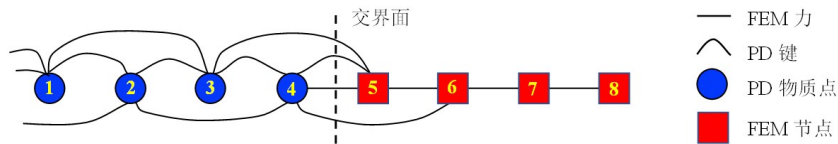


图1 一维杆的共享节点耦合

Fig.1 Sharing point coupling in a bar

蓝色圆点代表PD物质点,红色方点代表FEM节点。由于PD力是非局部作用力,其邻域半径为 $\delta = 2\Delta$,则每个PD物质点通过PD键与其他四个点相互作用。例如,材料点3通过PD键与点1、2、4、5连接;而FEM节点力是局部作用力,每个FEM节点只与其相邻节点相互作用。例如,节点6只与相邻的节点5和7交互,节点5只与节点4和6交互。物质点4与节点5分别是PD物质点和FEM节点,由于它们位于PD与FEM区域的交界面处,因此也被视为耦合点或共享节点。共享节点4也是PD物质点,故采用PD方法计算内力;共享节点5也是FEM节点,故采用FEM方法计算内力。作用在PD粒子上的相互作用以力密度的形式存在,而作用在FEM节点上的相互作用以力的形式存在。该策略可以很容易地确定FEM节点与PD物质点之间的传递力值。两个模型之间没有重叠区域,信息在两种网格之间通过共享节点的物理信息共享方式进行传递。

图2展示了一种二维结构的耦合模型。FEM子区域(红色区域)布置在板的边界处,其余区域布置为PD子区域(蓝色区域)。PD区域完全包裹在FEM区域内。这种方法可以模拟试件内部裂纹的任意扩展,并消除边界效应。边界效应是PD的一种固有缺陷,是由PD物质点在边界附近的邻域不完整引起的^[7]。如图2所示,将边界处的FEM节点视为虚拟PD物质点。当邻域半径为 $\delta = 3\Delta$ 时,拐角处PD点 X_a 和边界附近PD点 X_b 缺失的物质点和PD键,由虚拟的PD点(FEM节点)填充,从而使边界附近的PD物质点邻域完整,故PD边界效应被消除。

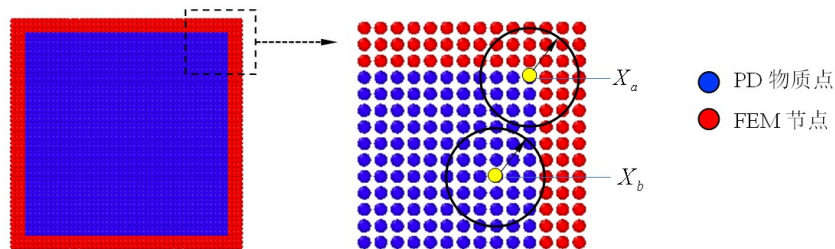


图2 二维方板的共享节点耦合

Fig.2 Sharing nodes coupling model of a 2D plate

该PD-FEM耦合模型的核心理论基础是牛顿第三定律,其中作用力和反作用力大小相等、方向相反。整个求解域只有两种类型的粒子,所有节点或物质点的位移都可以直接计算。因此,在两个子区域之间不需要进行插值位移或力的转换,避免了由于信息的近似传递而导致计算精度的损失。与具有重叠区域的耦合模型相比,该策略的数值实现更加简单方便。

2.2 断裂准则

PD 物质点之间通过“键”连接,当键完好无损时,两物质点间存在力的相互作用,当键断裂时,两物质点的相互作用消失。某个物质点与其邻域内的其他物质点连接键断裂越来越多时,该材料点发生损伤,并随着材料点的损伤越来越多,逐渐形成宏观裂纹扩展,造成结构破坏。假设两个物质点键的拉伸 s 超过其临界值 s_0 时,键发生断裂。在键基 PD 断裂准则中,键的临界拉伸值 s_0 可以由临界能量释放率 G_0 求得,临界能量释放率表示产生单位面积裂纹所需的能量,对于船用脆性材料而言是一个可采用试验测量的值。

在提出的 PD-FEM 耦合模型中,PD 区域考虑了长程力衰减效应修正,FEM 区域不参与非连续破坏计算,因此断裂准则只应用于 PD 的控制方程中。此时传统键基 PD 的临界拉伸准则不再适用。本文根据修正过的临界微观应变能密度,推导出一种新的求解物质点键临界拉伸表达式。键基 PD 模型临界微观应变能密度 $\omega_0(\xi, \eta)$ 可表示为

$$\omega_0(\xi, \eta) = \frac{c(\xi, \delta) s_0^2 \xi}{2} \tag{7}$$

在三维状态下,临界能量释放率 G_0 的积分形式可通过 $\omega_0(\xi, \eta)$ 表达为

$$G_0 = \int_0^\delta \int_0^{2\pi} \int_z^\delta \int_0^{\cos^{-1}z/\xi} \frac{1}{2} c(0, \delta) s_0^2 (1 - (\xi/\delta)^4) \xi^3 \sin\phi d\phi d\xi dz = \frac{2\pi c(0, \delta) s_0^2 \delta^5}{45} \tag{8}$$

二维状态下,临界能量释放率为

$$G_0 = 2h \int_0^\delta \int_z^\delta \int_0^{\cos^{-1}z/\xi} \frac{1}{2} c(\xi, \delta) s_0^2 (1 - (\xi/\delta)^4) \xi^2 d\xi dz = \frac{c(0, \delta) h s_0^2 \delta^4}{8} \tag{9}$$

其中令板厚 $h = 1$, 根据上述方程可得不同维度下的 PD-FEM 耦合模型的断裂准则,即键的拉伸临界值 s_0 , 如表 3 所示。

表 3 PD-FEM 耦合模型的键拉伸临界值

Tab.3 Calculation of critical stretch of the hybrid model of FEM and PD

	三维	二维平面应力	二维平面应变
临界拉伸值 s_0	$\sqrt{\frac{45G_0}{48E\delta}}$	$\sqrt{\frac{32\pi G_0}{63E\delta}}$	$\sqrt{\frac{10\pi G_0}{21E\delta}}$

在 PD 理论中,定义 $\mu(t, \xi)$ 是一个历史依赖的标量函数,表示键的破坏情况,取值为 0 或者 1:

$$\mu(t, \xi) = \begin{cases} 1, & s < s_0, 0 < t' < t \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \tag{10}$$

定义标量函数 $\varphi(X, t)$ 来反映 PD 物质点 X 的损伤情况:

$$\varphi(X, t) = 1 - \frac{\int_{H_X} \mu(X, t, \xi) dV_X}{\int_{H_X} dV_X} \tag{11}$$

式中, $0 \leq \varphi(X, t) \leq 1$, $\varphi(X, t) = 0$ 表示材料未损伤, $\varphi(X, t) = 1$ 表示该点不再与其他点相互作用,即完全损伤。

因此方程中的本构力函数 $f(\eta, \xi)$ 可进一步改写为

$$f(\eta, \xi) = \frac{\xi + \eta}{|\xi + \eta|} c(0, \delta) g(\xi, \delta) s \mu(t, \xi) \tag{12}$$

3 非破坏算例误差分析

采用边长为 1 m、厚度为 0.01 m 的正方形薄板试件,沿试件 x 轴施加均匀的单轴拉伸载荷 $p = 200$ MPa。材料参数分别为杨氏模量 $E = 200$ GPa,质量密度 $\rho = 7850$ kg/m³,泊松比 $\nu = 1/3$ 。方形薄板

被离散为均匀分布的PD物质点和FEM节点,其中FEM区域分布在试件的周围,并将PD区域包裹在内部,如图3(a)所示,粒子间距 $\Delta = 0.01\text{ m}$,PD邻域半径 $\delta = 3\Delta$,FEM区域厚度与PD邻域半径相同。采用自适应动态松弛法对这两种模型进行静力求解,所有物质点在任何时间步长的位移增量以小于 $\Delta u = 10^{-10}\text{ m}$ 作为收敛条件。在平面应力条件下,采用传统键基PD模型和本文提出的PD-FEM混合模型对该试件的变形进行模拟。

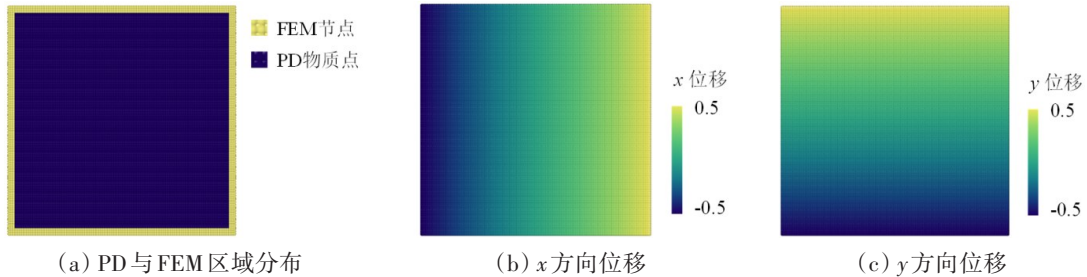


图3 PD-FEM模型的粒子分布与试件的位移场

Fig.3 Particles distribution of PD-FEM model and displacement field of specimen

图3(b)和3(c)展示了使用耦合模型计算的方形板的 x 和 y 位移场分布云图;图4分别展示了采用耦合模型和传统键基PD模型计算的物质点位移与解析解的相对误差分布云图。如图4(a)所示,采用PD-FEM耦合模型计算的物质点沿 x 方向最大相对误差绝对值是 $3.7\text{E}-5$,误差最小值仅为 $1.5\text{E}-16$;而采用传统键基PD模型计算的相对误差值如图4(c)所示,沿 x 方向最大相对误差绝对值是 3.38% ,最小值为 0.52% ,且误差最大的物质点集中分布在试件角点处和边界附近。采用PD-FEM耦合模型和传统键基PD模型计算的物质点沿 y 方向最大相对误差绝对值分别是 $1.0\text{E}-4$ 和 9.82% ;沿 y 方向最小相对误差绝对值分别是 $3.1\text{E}-5$ 和 1.49% 。对比图4(a)、(b)和图4(c)、(d)可知,PD-FEM耦合模型消除了边界效应,使物质点在 x 和 y 方向的相对误差减少了约1000倍,极大提高了传统键基PD模型的计算精度,由此验证了本文提出的PD-FEM耦合模型在求解非破坏静力问题时的有效性和准确性。

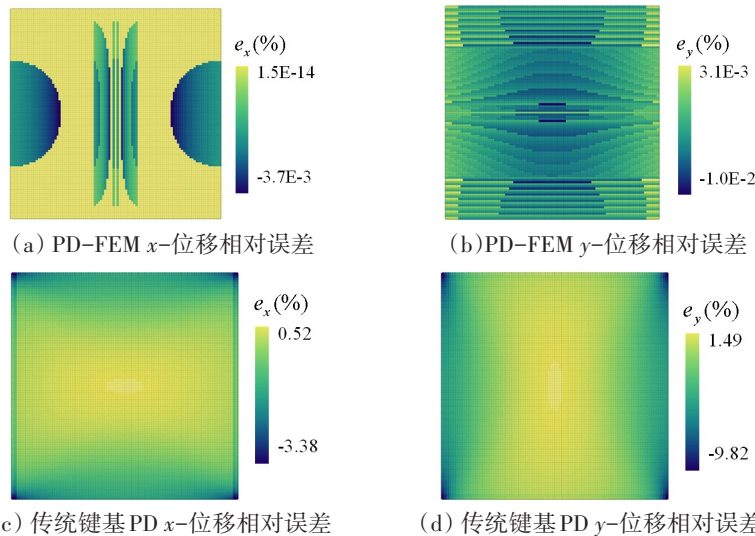


图4 PD-FEM耦合模型和传统键基PD模型计算的 x 和 y 位移相对误差分布云图

Fig.4 x - and y -displacement relative error distribution calculated by the PD-FEM model and the traditional bond-based PD model

4 船用脆性材料断裂算例验证

4.1 含中心预制裂纹的对角荷载PMMA试件断裂

如图5(a)所示,对一边长为 150 mm 、厚度为 5 mm 、中心预制裂纹长度为 45 mm 的聚合物有机玻璃

构件施加对角载荷进行拉伸^[16],中心预制裂纹与横轴方向夹角为 α 。试件的材料参数为杨氏模量 $E = 2.94 \text{ GPa}$,泊松比 $\nu = 1/3$,质量密度 $\rho = 1200 \text{ kg/m}^3$ 。图 5(b)展示了构件的 PD-FEM 耦合数值模型的 PD 物质点和 FEM 节点分布情况,FEM 节点分布在试件的最外层,厚度与 PD 邻域半径相同,即 $\delta = 3\Delta$,粒子间距 $\Delta = 0.002 \text{ m}$,PD 键临界拉伸值为 $s_0 = 0.09515$ 。为了避免耦合模型在加载端出现意外破坏,在施加边界荷载条件时,在距离板的顶部和底部角点为 $d=25 \text{ mm}$ 的长度范围内施加对角拉伸荷载的同时,距离板的顶部和底部角点 $n=40 \text{ mm}$ 的长度范围内引入一个无破坏区域。采用提出的 PD-FEM 耦合模型进行仿真,载荷分别通过恒定速度约束 $\Delta\dot{u} = 1 \times 10^{-8} \text{ m/s}$ 和时间步长 $\Delta t = 1 \times 10^{-8} \text{ s}$ 来模拟裂纹扩展路径和构件破坏过程。

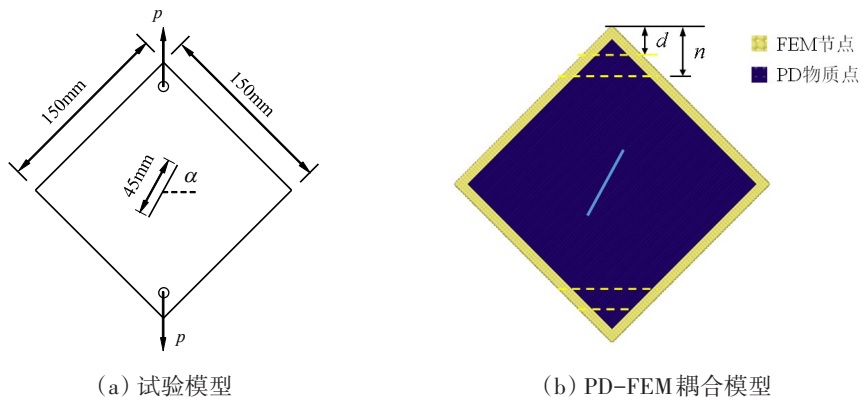


图 5 对角荷载有机玻璃构件的试验模型和 PD-FEM 耦合模型

Fig.5 Experimental and PD-FEM coupling model of the diagonally loaded 2D PMMA plate

试件预制裂纹长度与试件边长的比值约等于 0.3,构件发生纯 II 型断裂时中心预制裂纹与横轴方向夹角约为 $\alpha = 62.5^\circ$ ^[16];当构件发生纯 I 型断裂时,中心预制裂纹与横轴方向夹角约为 $\alpha = 0^\circ$;当 $0^\circ < \alpha < 62.5^\circ$ 时,试件发生 I/II 混合型断裂。图 6(a)~(b)展示了采用 PD-FEM 耦合模型模拟当中心预制裂纹 $\alpha = 45^\circ$ 时对角荷载下 PMMA 构件的破坏情况,试件在 $t = 235 \mu\text{s}$ 时起裂,裂纹从中心预制裂纹尖端萌发,沿与预制裂纹夹角约 54° 的方向进行扩展,并在 $t = 410 \mu\text{s}$ 时试件发生断裂;图 6(c)~(d)展示了相同条件下的试验破坏结果。对比图 6(b)和图 6(d)的裂纹扩展路径可知,PD-FEM 耦合模型能够很好地模拟脆性材料的 I/II 混合型断裂破坏。

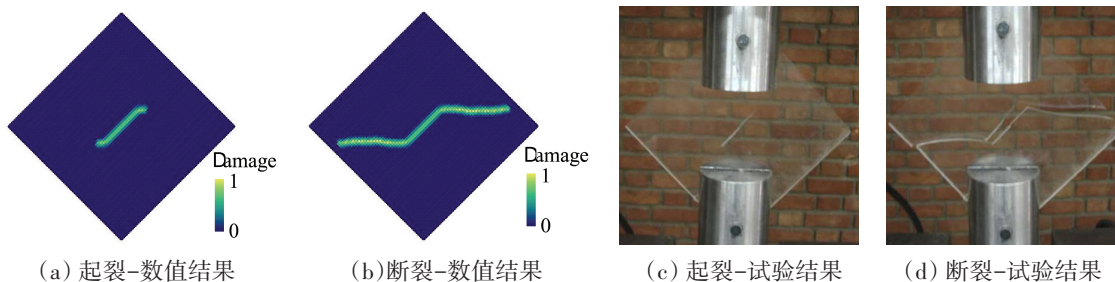
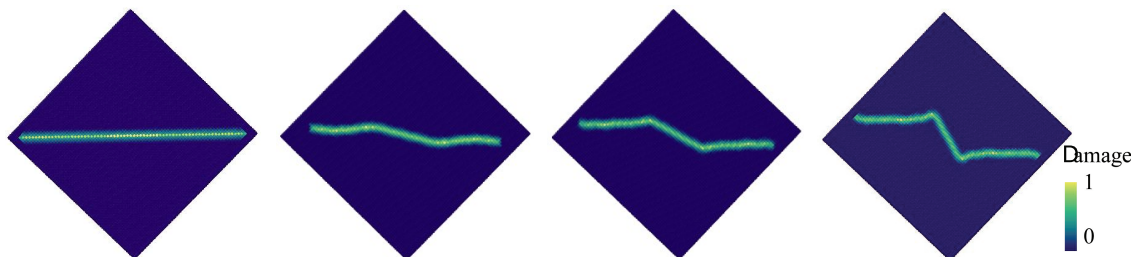


图 6 预制裂纹 45° 角时 PD-FEM 数值模拟结果与试验结果对比

Fig.6 Comparison of PD-FEM numerical and experimental results when $\alpha = 45^\circ$



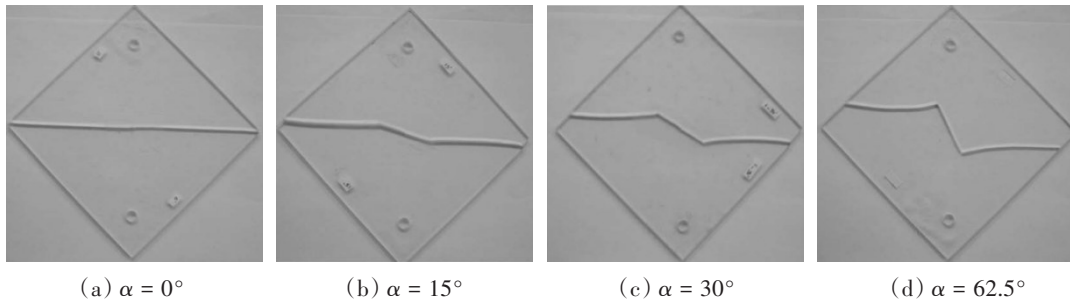


图7 不同预制裂纹角度PMMA试件的PD-FEM模拟结果和试验断裂形态

Fig.7 Numerical and experimental results of fracture of the PMMA specimens under different pre-crack angles

为了进一步验证PD-FEM耦合模型模拟试件纯I型和纯II型断裂的能力,分别取预制中心裂纹角度 $\alpha = 0^\circ$ 、 15° 、 30° 和 62.5° ,采用耦合模型进行模拟计算。图7展示了不同预制裂纹角度下PMMA构件的PD-FEM模拟结果和试验断裂形态,可以看出数值模拟的裂纹扩展路径与试验所得裂纹扩展路径吻合得很好;图8展示了PD-FEM计算的裂纹萌生扩展方向与试验所得裂纹萌生扩展方向对比情况,由图可见,两者的裂纹扩展角度大小基本一致。验证结果证明了PD-FEM耦合模型不仅能够模拟脆性材料的I/II混合型断裂破坏,还能够很好地模拟纯I型断裂模式和纯II型断裂模式。

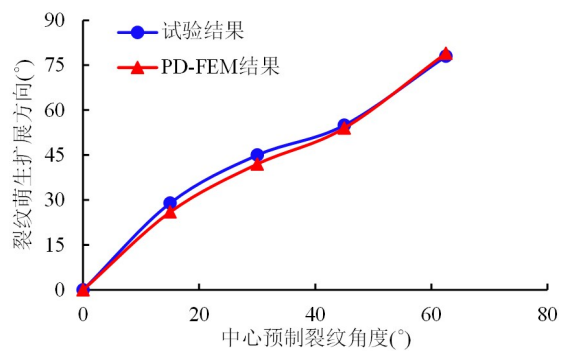
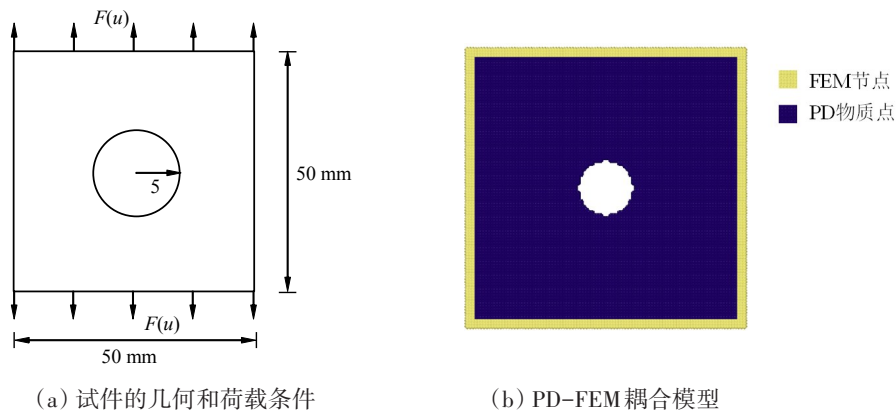


图8 PD-FEM与试验的裂纹萌生扩展方向对比

Fig.8 Comparison between the PD-FEM and the experimental results of crack initiation and propagation direction

4.2 含中心圆孔的脆性板断裂

在船舶结构的建造和使用过程中,有时为了满足工艺和使用要求,需要在结构上进行开孔,但是孔洞的存在会造成应力集中,使构件更易发生脆性断裂。在本节中,考虑一个含中心圆孔的正方形板,边长为50 mm,厚度为0.5 mm,试件的中心圆孔半径为5 mm。图9为带中心圆孔板的几何条件和荷载条件示意图,并给出了混合模型的PD和FEM区域分布。试件周围的有限元区宽度等于PD邻域半径大小 $\delta = 3\Delta$,粒子间距 $\Delta = 5$ mm,PD键临界拉伸值为 $s_0 = 0.02138$ 。该试件的材料和几何参数与文献[17]相同,质量密度 $\rho = 8000$ kg/m³,杨氏模量 $E = 192$ GPa,泊松比 $\nu = 1/3$ 。沿试样垂直方向缓慢拉伸。速度边界条件 $\dot{u}_y = \pm 2.7541 \times 10^{-7}$ m/s沿y轴方向施加,采用PD-FEM耦合模型计算试件的受拉破坏。



(a) 试件的几何和荷载条件

(b) PD-FEM耦合模型

图9 含中心圆孔平板示意图和PD-FEM耦合模型

Fig.9 Schematic diagrams of the plate with a central circular hole and the hybrid PD-FEM model

试件在受拉荷载作用下,裂纹首先从中心圆孔左右两端萌发,然后沿水平轴方向扩展,最后到达边界造成试件断裂。图 10(a)展示了在 $t = 972$ 个时间步时的裂纹最终扩展形态;图 10(b)和图 10(c)分别展示了试件最终断裂时, x 和 y 方向的位移场分布情况。由图 10(b)~(c)可知,通过物质点的位移场分布,同样可以观察到如图 10(a)一样的裂纹扩展路径,尤其是加载方向位移。这是因为 PD 的位移场不需要连续,可以自发地表现出裂纹或不连续,也是 PD 相对于其他传统经典数值方法的固有优势。采用本文 PD-FEM 耦合模型模拟的试件最终断裂形态与 Huang 等^[13], Madenci 等^[17]和 Ochoa-Ricoux 等^[18]使用其他数值方法报告的结果一致,如图 11 所示。

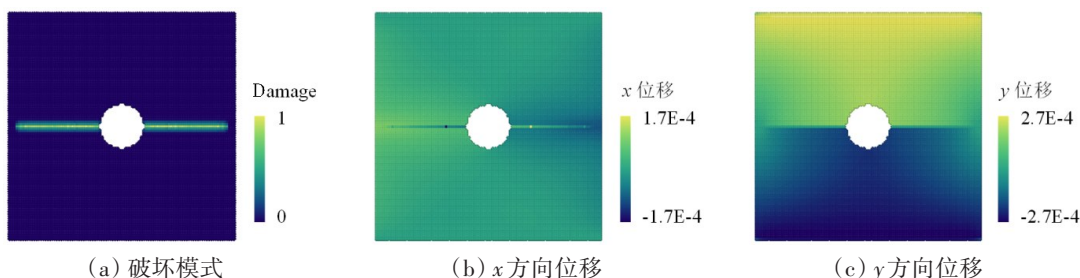


图 10 PD-FEM 耦合模型模拟的试件在 $t = 972$ 时步的裂纹扩展路径和位移场分布

Fig.10 Crack propagation path and displacement field distribution of specimen simulated by PD-FEM coupling model at time step of 972

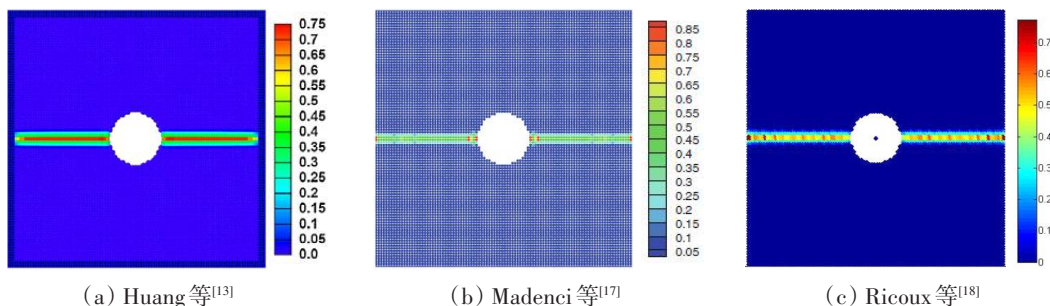


图 11 PD-FEM 模型的粒子分布与试件的位移场

Fig.11 Particles distribution of PD-FEM model and displacement field of specimen

图 12 展示了 PD-FEM 耦合模型预测的中心圆孔板的承载力随位移约束增大的变化情况。试件的承载力在裂纹萌生后迅速达到峰值,峰值力为 33.1 kN;破坏发生后,随着位移约束的继续增大,试件的有效承载面积减小,试件的承载力也进一步减小;最后裂纹扩展到试件边缘时,试件发生断裂,承载力迅速下降。证明了 PD-FEM 耦合模型预测含孔板承载力和断裂破坏的能力。

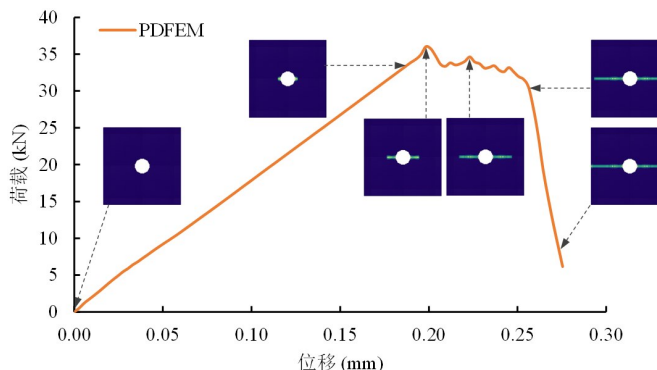


图 12 中心圆孔板的承载力随位移荷载的变化情况

Fig.12 Bearing capacity versus displacement for plate with an open-hole at center

5 结 语

本文首先基于键基 PD 方法,考虑了非局部长程力衰减效应的修正,然后将有限元与修正后的 PD 方法进行耦合,提出一种用来分析船用脆性材料断裂的 PD-FEM 耦合模型。在耦合模型中,将 FEM 节点布置在物体周围或者布置在不会产生破坏的区域,将 PD 物质点布置在可能发生破坏的区域。该耦

合模型不仅能够利用PD擅长求解非连续问题和FEM计算高效的优点,而且能够克服传统PD“边界效应”和FEM求解非连续问题时面临奇异性的缺点。

采用PD-FEM耦合模型计算了脆性薄板的静力变形,结果显示PD-FEM耦合模型消除了边界效应,使边界处物质点在 x 和 y 方向的相对误差减少了约1000倍,极大提高了传统键基PD模型的计算精度,验证了本文提出的PD-FEM耦合模型在求解非破坏静力问题时的有效性和准确性。其次,对角荷载PMMA试件和含中心圆孔试件的断裂计算结果表明,本文提出的PD-FEM耦合模型能够模拟脆性材料纯I型断裂、纯II型断裂和I/II混合型断裂破坏,并且具备分析结构承载力损伤和结构断裂的能力。

参 考 文 献:

- [1] 王 敏,刘 刚,黄 一. 用扩展有限元方法来分析含裂纹板时剪切闭锁问题消除[J]. 船舶力学, 2015, 19(1): 126-133.
Wang Min, Liu Gang, Huang Yi. Shear locking avoidance in the analysis of plate with a through crack by XFEM[J]. Journal of Ship Mechanics, 2015, 19(1): 126-133. (in Chinese)
- [2] 苗 婷,苗张木,冷晓畅. 基于内聚力模型的X65管线钢稳定裂纹扩展研究[J]. 船舶力学, 2017, 21(2): 192-200.
Miao Ting, Miao Zhangmu, Leng Xiaochang. Study of stable crack growth through X65 pipeline steel using cohesive zone modeling[J]. Journal of Ship Mechanics, 2017, 21(2): 192-200. (in Chinese)
- [3] 李亚政,王 峥,孙亚非,等. 基于损伤力学和XFEM的舰船蒸汽轮机叶片裂纹扩展研究[J]. 船舶力学, 2018, 22(4): 490-498.
Li Yazheng, Wang Zheng, Sun Yafei, et al. Research on blade crack propagation based on damage mechanics and XFEM[J]. Journal of Ship Mechanics, 2018, 22(4): 490-498. (in Chinese)
- [4] 张 敏,张 祥,赵延杰,等. 船体壳板撞击破裂后撕裂特征试验和数值模拟研究[J]. 船舶力学, 2022, 26(8): 1171-1179.
Zhang Ming, Zhang Xiang, Zhao Yanjie, et al. Experimental and numerical studies of tearing characteristics of ship plates after fracture subjected to impact loads[J]. Journal of Ship Mechanics, 2022, 26(8): 1171-1179. (in Chinese)
- [5] 安维峥,王莹莹,刘国恒,等. 水下连接器金属密封圈裂纹故障对密封性能的影响[J]. 船舶力学, 2022, 26(1): 125-135.
An Weizheng, Wang Yingying, Liu Guoheng, et al. Study on crack fault's influence on sealing performance of metal sealing rings of subsea connectors[J]. Journal of Ship Mechanics, 2022, 26(1): 125-135. (in Chinese)
- [6] 黄小华,李 双,金艳丽,等. 平行双裂纹扩展单键双参数近场动力学研究[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2020, 41(6): 832-839+936.
Huang Xiaohua, Li Shuang, Jin Yanli, et al. Study on the propagation of central parallel cracks using two-parameter bond-based peridynamics[J]. Journal of Harbin Engineering University, 2020, 41(6): 832-839+936. (in Chinese)
- [7] Bobaru F, Ha Y D. Adaptive refinement and multiscale modeling in 2D peridynamics[J]. International Journal for Multiscale Computational Engineering, 2011, 9(6): 635-660.
- [8] Macek R W, Silling S A. Peridynamics via finite element analysis[J]. Finite Elements in Analysis and Design, 2007, 43(15): 1169-1178.
- [9] Kilic B, Madenci E. Coupling of peridynamic theory and the finite element method[J]. Journal of Mechanics of Materials and Structures, 2010, 5(5): 707-733.
- [10] Han F, Lubineau G, Azdoud Y, et al. A morphing approach to couple state-based peridynamics with classical continuum mechanics[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2016, 301: 336-358.
- [11] Liu W, Hong J. A coupling approach of discretized peridynamics with finite element method[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2012, 245-246: 163-175.
- [12] Galvanetto U, Mudric T, Shojaei A, et al. An effective way to couple FEM meshes and peridynamics grids for the solution of static equilibrium problems[J]. Mechanics Research Communications, 2016, 76: 41-47.
- [13] Huang X, Bie Z, Wang L, et al. Finite element method of bond-based peridynamics and its ABAQUS implementation[J]. En-

-
- gineering Fracture Mechanics, 2019, 206: 408–426.
- [14] Silling S A. Reformulation of elasticity theory for discontinuities and long-range forces[J]. Journal of the Mechanics & Physics of Solids, 2000, 48(1): 175–209.
- [15] Huang D, Lu G, Wang C, et al. An extended peridynamic approach for deformation and fracture analysis[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2015, 141: 196–211.
- [16] Ayatollahi M R, Aliha M. Analysis of a new specimen for mixed mode fracture tests on brittle materials[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2009, 76(11): 1563–1573.
- [17] Madenci E, Oterkus E. Peridynamic theory and its applications[M]. Springer, 2014.
- [18] Ochoa-Ricoux J P. Peridynamic theory for modeling three-dimensional damage growth in metallic and composite structures [D]. Tucson: The University of Arizona, 2010.