

文章编号: 1007-7294(2024)06-0803-15

## 内孤立波作用下缓波形立管动力特性研究

余 杨<sup>a,b</sup>, 刘晓伟<sup>a,b</sup>, 李振眠<sup>a,b</sup>, 孙若飞<sup>a,b</sup>, 杨政龙<sup>a,b</sup>, 徐立新<sup>a,b</sup>

(天津大学 a. 水利工程智能建设与运维全国重点实验室; b. 天津市港口与海洋工程重点实验室, 天津 300072)

**摘要:**我国南海活跃着大量内孤立波,严重威胁海洋工程作业的安全。本文采用向量式有限元方法分析内孤立波作用下深海缓波形钢悬链立管动力特性,建立考虑触地段土反力和内孤立波载荷的缓波形钢悬链立管动力模型,根据 mKdV 方程求解内孤立波载荷,基于向量式有限元梁单元编制 Fortran 计算程序。分析不同入射角内孤立波作用下立管的位移极值、张力及弯矩变化趋势,并比较缓波形立管与简单钢悬链立管在内孤立波作用下的动力特性。结果表明:内孤立波作用下,缓波形钢悬链立管会有较大的位移响应,特别是顶部悬垂段会有较大的水平位移;缓波形立管比简单钢悬链立管有更显著的张力变化幅值,有更加复杂的弯矩变化趋势。

**关键词:** 缓波形钢悬链立管; 内孤立波; 向量式有限元; KdV 理论; 动力响应

**中图分类号:** P756.2 TU312.1 **文献标识码:** A **doi:** 10.3969/j.issn.1007-7294.2024.06.001

### Dynamic characteristics of lazy wave risers under internal solitary waves

YU Yang<sup>a,b</sup>, LIU Xiao-wei<sup>a,b</sup>, LI Zhen-mian<sup>a,b</sup>, SUN Ruo-fei<sup>a,b</sup>, YANG Zheng-long<sup>a,b</sup>, XU Li-xin<sup>a,b</sup>

(a. State Key Laboratory of Hydraulic Engineering Intelligent Construction and Operation; b. Tianjin Key Laboratory of Port and Ocean Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

**Abstract:** The large number of internal solitary waves in the South China Sea seriously threaten the safety of offshore engineering operations. In this paper, the vector form intrinsic finite element (VFIFE) method was used to analyze the dynamic characteristics of deep-sea steel lazy wave risers (SLWR) under the action of internal solitary waves. The dynamic model of a deep-sea steel lazy wave riser considering soil reaction in touchdown zone and internal solitary wave load was established. The internal solitary wave load was solved according to the mKdV equation. Fortran calculation program was compiled based on vector form intrinsic finite element beam element. The displacement extremum and variation trends of tension and bending moment of a riser under different incident angles were analyzed. The dynamic characteristics of a steel lazy wave riser and a simple steel catenary riser under internal solitary waves were compared. The results show that under the action of internal solitary waves, the steel lazy wave riser will have a greater displacement response, especially the upper section will have a greater horizontal displacement. Compared with the simple steel catenary riser, the steel lazy wave riser has a more significant tension variation amplitude and a more complex bending moment variation trend.

收稿日期: 2023-12-25

基金项目: 国家自然科学基金面上项目(52071234); 中国博士后科学基金面上项目(2022M722349); 天津市科技计划项目(21JCQNJC00350)

作者简介: 余 杨(1988-),男,博士,副教授; 刘晓伟(1997-),男,硕士; 李振眠(1994-),男,博士,通讯作者, E-mail: lizhenmian@tju.edu.cn; 孙若飞(1998-),女,硕士; 杨政龙(1988-),男,博士,副研究员; 徐立新(1966-),男,博士,教授。

**Key words:** steel lazy wave riser; internal solitary wave; vector form intrinsic finite element method; KdV theory; dynamic response

## 0 引 言

我国南海的内波活动频繁且十分剧烈,曾观测到的内孤立波(Internal Solitary Wave, ISW)最大振幅为240 m,最大水平流速达2.55 m/s<sup>[1]</sup>。内波会造成巨大的冲击载荷,导致钢悬链立管产生大变形或大位移。安达曼海的一个石油钻井机在内孤立波通过后被扭转90°并推移至100英尺之外<sup>[2]</sup>。1990年南海流花11-1深水油田开发工程测试期间,曾发生过几次内波导致的缆绳拉断、船体碰撞,甚至拉断或挤破漂浮软管事故<sup>[3]</sup>。

钢悬链立管(Steel Catenary Riser, SCR)被认为是深海立管的首选,它概念简单,结构性能好,易于制造和安装,集海底管线和立管于一身,能有效解决深海立管成本问题<sup>[4]</sup>,已成功应用于半潜式平台和张力腿平台等多种平台<sup>[4-5]</sup>。缓波形钢悬链立管(Steel Lazy Wave Riser, SLWR)通过安装浮力材使特定管段隆起,可有效减小立管的顶部张力、立管触地点的摩擦,适用于更深的水域<sup>[6]</sup>。国内外学者针对钢悬链立管的动力特性做了大量研究,主要热点有海流、波浪激励下立管的动力响应、涡激振动研究,立管与海床相互作用和疲劳损伤与寿命预测等。然而,对于内波场中深海立管动力响应数值模拟研究较少。目前用于立管静力分析、动力响应分析的理论模型主要有钢悬链线模型、基于经典有限元理论的梁单元和管单元模型、集中质量模型、细长杆模型和新兴的向量式有限元梁单元模型。对于缓波形钢悬链立管动力特性的研究,Wang等<sup>[7]</sup>考虑了管土相互作用、洋流和内流的影响,结果表明海流流速能显著影响SLWR的结构和力学性能,随流速增大,SLWR的轴向拉应力和触地段附近的最大拉应力也相应增大,但等效应力却显著减小;Oh等<sup>[8]</sup>进行了SLWR形状设计中可用参数的敏感性分析,证明了浮力材的浮力值变化具有非线性响应特性;Cheng等<sup>[9]</sup>综合考虑了顶部激励、波流荷载、立管-海床相互作用、内流和浮力段的影响,得出了顶部激励幅值增大后,立管张力动态变化的非线性增强等结论,认为与简单SCR相比,SLWR具有良好的动态特性;Kim等<sup>[10]</sup>对比研究了用于FPSO上的SCR与SLWR的动力性能,结果表明,由于运动隔断效应,SLWR可以消除局部动力屈曲,并显著降低触地段附近的应力水平和疲劳损伤;徐莹<sup>[11]</sup>对SLWR进行了时域疲劳分析,发现SLWR疲劳危险点有三个,分别位于立管顶部应力节下端、浮力材段和触地点。

向量式有限元(Vector Form Intrinsic Finite Element, VFIFE)方法原理简单,易于编程,不生成总体刚度矩阵,能有效解决非线性分析中的不收敛问题,善于处理结构动力分析中的大位移、大转动问题,无需额外的数值处理。此外,VFIFE方法易于增减单元以及改变边界条件,也适用于处理碰撞、渗透和破裂等不连续行为。鉴于此,本文选用向量式有限元梁单元来构建深水缓波形立管动力分析模型。VFIFE方法以向量力学和点值描述为基础,将结构离散为一系列的质点,用质点的运动来描述构件整体的运动,使用逆向运动分解单元纯变形,用质点间的梁单元或杆单元求解结构内力,该方法已在立管动力响应分析及失效研究中得到了应用。在向量式有限元方法的研究方面,Wu等<sup>[12]</sup>使用向量式有限元法的三维梁单元进行了建模,分析了深海海底采矿弯曲软管结构的动力响应,与商业软件的结果进行了对比,结果表明向量式有限元法可以高效、准确地解决采矿软管的静力、动力响应分析问题;Xu等<sup>[13]</sup>基于向量式有限元法,采用梁单元-壳单元耦合模型,进行了逆断层作用下埋地管道的失效研究,发现当管道近似平行于逆断层时,局部屈曲和管壁破裂的临界断层位移最大;李效民等<sup>[14]</sup>基于向量式有限元的梁单元模型,研究了内孤立波作用下柔性跨接管的动力特性,结果表明内孤立波能导致跨接管产生较大的位置移动及其整体位置的抬升,并且跨接管对于内孤立波的入射角十分敏感,但其跨接管较短,且主要位于上层水深,内孤立波下层的反向流速对其影响较小,其研究结果无法体现深海立管在内波场中的动力响应。

国内外学者对于深海缓波形钢悬链立管在内波场中的动力响应研究很少,也缺少内波场中 SCR 与 SLWR 动力响应的对比研究。本文基于向量式有限元梁单元,建立缓波形钢悬链立管的三维动力响应模型,利用 OrcaFlex 商业软件进行模型验证,基于 KdV 理论计算内孤立波流速场,进行内孤立波作用下缓波形钢悬链立管的动力响应计算,分析不同入射角内孤立波作用下立管的位移极值、整体张力及弯矩变化趋势,并对比分析 SLWR 与 SCR 在内孤立波作用下的动力特性。

## 1 基于向量式有限元梁单元的缓波形钢悬链立管动力模型

### 1.1 控制方程及其差分求解格式

向量式有限元将构件离散为一系列有质量的质点和连接质点的无质量单元,通过有限数目质点的位移来描述构件整体的运动,称为点值描述<sup>[15]</sup>,如图 1(a)所示,质点的运动采用牛顿第二运动定律计算。通过不同类型的连接单元求得结构内力并传递给质点。相邻时间点之间的运动过程采用标准化的方程组来描述,称为途径单元,如图 1(b)所示。

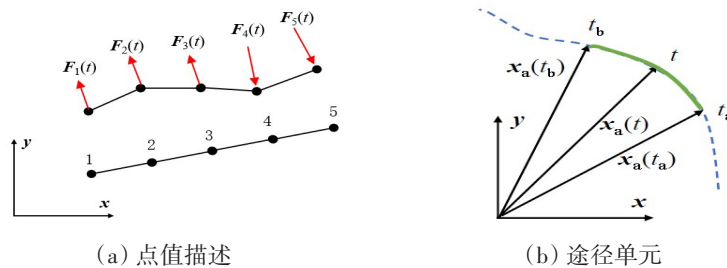


图1 点值描述、途径单元示意图

Fig.1 Schematic diagram of point-value description and path unit

在每一个途径单元内,质点 a 满足平动微分方程和转动微分方程,基于中央差分法,质点运动方程的求解格式如下:

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{n+1} = (\Delta t)^2 [\mathbf{M}_a + \mathbf{M}_{af}]^{-1} (\mathbf{P}_a(t) + \mathbf{f}_a(t) + \mathbf{f}_a^d(t)) + 2\mathbf{x}_n - \mathbf{x}_{n-1}, \text{连续时} \\ \boldsymbol{\theta}_{n+1} = (\Delta t)^2 \mathbf{I}_a^{-1} (\mathbf{Q}_a(t) + \mathbf{m}_a(t) + \mathbf{m}_a^d(t)) + 2\boldsymbol{\theta}_n - \boldsymbol{\theta}_{n-1} \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{n+1} = \frac{1}{2} \left\{ (\Delta t)^2 [\mathbf{M}_a + \mathbf{M}_{af}]^{-1} (\mathbf{P}_a(t_n) + \mathbf{f}_a(t_n) + \mathbf{f}_a^d(t_n)) + 2\mathbf{x}_n + 2\dot{\mathbf{x}}_n \Delta t \right\} \\ \boldsymbol{\theta}_{n+1} = \frac{1}{2} \left\{ (\Delta t)^2 \mathbf{I}_a^{-1} (\mathbf{Q}_a(t_n) + \mathbf{m}_a(t_n) + \mathbf{m}_a^d(t_n)) + 2\boldsymbol{\theta}_n + 2\dot{\boldsymbol{\theta}}_n \Delta t \right\} \end{cases}, \text{不连续时} \quad (2)$$

式中,  $\mathbf{M}_a$  和  $\mathbf{I}_a$  分别是质点 a 的平动质量矩阵和转动惯量矩阵,  $m_0$  是质点的集中质量,  $m_j$  是质量相连单元 j 的对应节点等效质量,  $\mathbf{I}_0$  是质点的集中惯量,  $\mathbf{I}_j$  是与质点相连的单元的节点对应截面等效惯量,  $k$  是与质点相连的单元总数,  $\mathbf{M}_{af}$  为附加质量矩阵,  $\mathbf{P}_a(t)$  和  $\mathbf{Q}_a(t)$  分别是质点所受的外力向量和外力矩向量, 详见 1.4 节等效节点外力计算,  $\mathbf{f}_a(t)$  和  $\mathbf{m}_a(t)$  分别是质点所受的内力向量和内力矩向量,  $\mathbf{f}_a^d(t)$  和  $\mathbf{m}_a^d(t)$  分别是结构阻尼力向量和结构阻尼力矩向量。立管的质量矩阵  $\mathbf{M}_a$  和惯量矩阵  $\mathbf{I}_a$  计算如下:

$$\mathbf{M}_a + \mathbf{M}_{af} = \text{diag}(m + m_f, m + m_f, m + m_f), \quad m = \sum_{j=1}^2 (\rho_{scr} A l_j / 2), \quad m_f = \sum_{j=1}^2 (\rho_{water} C_m A l_j / 2) \quad (3)$$

$$\mathbf{I} = \sum_{j=1}^2 \boldsymbol{\Omega}^T \text{diag}(I_1^j \quad I_2^j \quad I_3^j) \boldsymbol{\Omega}, \quad I_1^j = 2I_2^j, I_2^j = I_3^j = \rho_{scr} l_j (\pi D_{out}^4 / 64 - \pi D_{in}^4 / 64) / 2 \quad (4)$$

式中,  $\rho_{scr}$  为立管密度,  $A$  为截面面积,  $l_j$  为单元长度,  $\rho_{water}$  为海水密度,  $C_m$  为附加质量系数,  $D_{out}$  为管道外径,  $D_{in}$  为管道内径,  $\boldsymbol{\Omega}$  为坐标系转换矩阵。

阻尼力向量  $\mathbf{f}_a^d(t)$  和  $\mathbf{m}_a^d(t)$  需由阻尼单元求得阻尼力后,将阻尼力分配到单元相连接节点上,再集成为阻尼力向量。在主轴坐标系下,单元 1-2 分配给节点 1 的阻尼力计算公式如下:

$$F_d^1 = \{-T_d \quad (M_{bdz}^1 + M_{bdz}^2)/l \quad -(M_{bdy}^1 + M_{bdy}^2)/l\}^T, M_d^1 = \{-M_{td} \quad M_{bdy}^1 \quad M_{bdz}^1\}^T \quad (5)$$

式中,  $T_d$  为轴向阻尼力,  $M_{bd}^1$  为弯曲阻尼力,  $M_{td}$  为扭转阻尼力, 三种阻尼力的计算公式详见 1.3 节结构阻尼力求解。求得单元 1-2 分配给节点 1 的阻尼力向量后, 将其转换为全局坐标系下的阻尼力向量, 再将与节点 1 相连的所有单元分配量叠加, 即可求得质点所受阻尼力向量。

### 1.2 逆向运动、单元纯变形及内力求解

向量式有限元利用逆向运动分解出单元的纯变形, 在途径单元结束时刻, 杆件单元做虚拟的逆向运动, 包括刚体平移和转动, 得到虚拟的杆件单元形态, 与途径单元初始时刻形态的差异即为杆件单元纯变形。下面详细介绍单元 1-2 在途径单元  $t_a - t_b$  的逆向运动及纯变形、内力求解方法。

取节点 1 为逆向运动的参考点(图 2), 该点的位移  $u^1 = x_b^1 - x_a^1$  即杆单元的平移向量,  $x_a^1$  和  $x_b^1$  为节点 1 在  $t_a$  和  $t_b$  时刻的坐标, 杆单元做  $-u^1$  的逆向平移。逆向刚体转动向量  $\gamma_t$  包括两个分量: 杆单元截面对法线的轴向转动  $\hat{\beta}_x^1 e_{ta}^x$ , 以及杆单元的法线做的转动  $\theta_{ta}$ 。

$$\gamma_t = \hat{\beta}_x^1 e_{ta}^x + \theta_{ta} = \hat{\beta}_x^1 e_{ta}^x + \theta_{ta} \cdot e_{ta} = \hat{\beta}_x^1 e_{ta}^x + \sin^{-1}(|e_{ta}^x \times e_{tb}^x|) (e_{ta}^x \times e_{tb}^x) / |e_{ta}^x \times e_{tb}^x| \quad (6)$$

式中,  $\theta_{ta}$  为杆单元的法线做的转动向量,  $\theta_{ta}$  为转动向量  $\theta_{ta}$  的向量值,  $e_{ta}$  为法线的单位转动向量,  $e_{ta}^x$  为  $t_a$  时刻元轴 1<sub>a</sub>-2<sub>a</sub> 的方向向量,  $e_{tb}^x$  为  $t_b$  时刻元轴 1<sub>b</sub>-2<sub>b</sub> 的方向向量,  $e_{ta}^x = (x_a^2 - x_a^1) / |x_a^2 - x_a^1|$ ,  $e_{tb}^x = (x_b^2 - x_b^1) / |x_b^2 - x_b^1|$ 。用主轴坐标表示的刚体转动向量  $\hat{\gamma}_t = \{\hat{\beta}_x^1 \quad \hat{\theta}_y \quad \hat{\theta}_z\}^T$ , 在  $x$  轴的分量  $\hat{\beta}_x^1 = \hat{\beta}^1 \cdot e_{ta}^x$ , 在  $y$  轴的分量  $\hat{\theta}_y = \theta_{ta} \cdot e_{ta}^y$ , 在  $z$  轴的分量  $\hat{\theta}_z = \theta_{ta} \cdot e_{ta}^z$ 。

得到转动向量  $\gamma_t$  后, 以节点 1 为参考点, 令杆单元做逆向运动  $-\hat{\gamma}_t$ , 得到的虚拟位置杆单元 1<sub>d</sub>-2<sub>d</sub> 与基础架构 1<sub>a</sub>-2<sub>a</sub> 之间的形态差异即为纯变形, 共有六个节点变形分量:

$$\Delta l = l_{n+1} - l_n = |x_{n+1}^2 - x_{n+1}^1| - |x_n^2 - x_n^1|, \hat{\varphi}_x^j = \hat{\beta}_x^j - \hat{\beta}_x^1, \hat{\varphi}_y^j = \hat{\beta}_y^j - \hat{\theta}_y, \hat{\varphi}_z^j = \hat{\beta}_z^j - \hat{\theta}_z, j = 1, 2 \quad (7)$$

式中, 轴长的变化  $\Delta l$ 、轴向的扭曲  $\hat{\varphi}_x^j$  以及两个节点在两个平面的弯曲  $\hat{\varphi}_y^j, \hat{\varphi}_z^j, x_{n+1}^1, x_n^1, x_{n+1}^2, x_n^2$  分别为节点 1、2 在  $t_{n+1}$  和  $t_n$  时刻的坐标,  $l_{n+1}$  和  $l_n$  分别为  $t_{n+1}$  和  $t_n$  时刻单元 1-2 的长度。

得到杆单元纯变形后, 采用挠曲理论及杆单元的静力平衡条件求解单元内力的变化, 得到虚拟位置杆单元内力后, 还需经过正向运动更正内力方向, 从时刻  $t_n$  到时刻  $t_{n+1}$ , 单元随体坐标系下由于单元变形位移和变形转动而引起的单元对节点作用力变化如下:

$$\Delta f^j = \{\Delta f_x^j \quad \Delta f_y^j \quad \Delta f_z^j\}^T, \Delta m^j = \{\Delta m_x^j \quad \Delta m_y^j \quad \Delta m_z^j\}^T \quad (j = 1, 2) \quad (8)$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta f_x^2 &= \frac{E^n A^n}{l^n} \Delta l, \Delta m_x^2 = \frac{G^n I_x^n}{l^n} \hat{\varphi}_x^2, \Delta m_y^1 = \frac{E^n I_y^n}{l^n} (4\hat{\varphi}_y^1 + 2\hat{\varphi}_y^2), \Delta m_y^2 = \frac{E^n I_y^n}{l^n} (2\hat{\varphi}_y^1 + 4\hat{\varphi}_y^2) \\ \Delta m_z^1 &= \frac{E^n I_z^n}{l^n} (4\hat{\varphi}_z^1 + 2\hat{\varphi}_z^2), \Delta m_z^2 = \frac{E^n I_z^n}{l^n} (2\hat{\varphi}_z^1 + 4\hat{\varphi}_z^2), \Delta f_x^1 = -\Delta f_x^2, \Delta m_x^1 = -\Delta m_x^2 \\ \Delta f_y^2 &= -\frac{1}{l^n} (\Delta m_z^1 + \Delta m_z^2), \Delta f_z^2 = \frac{1}{l^n} (\Delta m_y^1 + \Delta m_y^2), \Delta f_y^1 = -\Delta f_y^2, \Delta f_z^1 = -\Delta f_z^2 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

式中,  $\Delta f^j$  与  $\Delta m^j$  分别为节点力与弯矩的变化值,  $E^n$  为弹性模量,  $A^n$  为截面面积,  $G^n$  为剪切模量,  $l^n$  为单元长度, 其余同上。

### 1.3 结构阻尼力求解

传统的向量式有限元方法在质点运动方程中加入虚拟阻尼力, 其形式是阻尼系数、质点质量与质点速度的乘积, 可看作 Rayleigh 阻尼中的质量比例阻尼, 但向量式有限元方法不生成整体刚度矩阵,

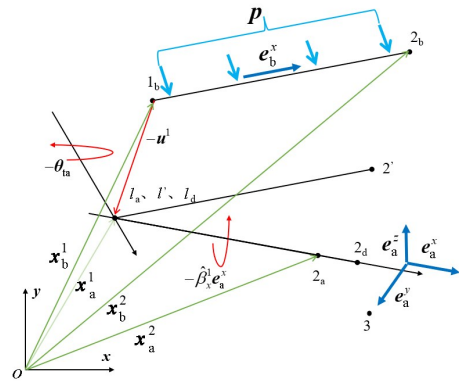


图 2 逆向运动

Fig.2 Reverse motion

无法使用完整的 Rayleigh 阻尼, 在动力分析中, 该项无法精确地反映出结构阻尼力。可使用单元内力的差分格式代替刚度比例阻尼<sup>[6]</sup>, 但通过模态分析后可知, SLWR 的基频较小, 使得 SLWR 的刚度比例阻尼系数较大, 差分格式产生的误差被放大, 最终导致计算发散。因此, 本文舍弃了虚拟阻尼力, 使用集中质量法中的阻尼单元, 在质点之间设置轴向、弯曲和扭转阻尼单元<sup>[7]</sup>来模拟阻尼力。

轴向阻尼力  $T_d$ 、弯曲阻尼力  $M_{bd}$  和扭转阻尼力  $M_{td}$  的计算如下:

$$T_d = EA \frac{\lambda_a}{100} \sqrt{\frac{2ml_0}{EA}} \frac{dl}{dt} \frac{1}{l_0}, \quad |M_{bd}| = \frac{\lambda_b}{100} l_0 \sqrt{mEI l_0} \frac{d|\alpha|}{dt} \frac{2}{l_0}, \quad |M_{td}| = \frac{\lambda_t}{100} \sqrt{\frac{2I_t k_t}{l_0}} \frac{d\tau}{dt} \quad (10)$$

式中,  $EA$  为抗拉刚度,  $l$  为单元瞬时长度,  $l_0$  为单元未拉伸长度,  $\lambda_a$  为阻尼比, 取值为 5%~50%,  $m$  为包含内流的管段质量,  $\alpha$  为节点转角,  $EI$  为抗弯刚度,  $\lambda_b$  为阻尼比,  $\tau$  为单元扭转角度,  $k_t$  为抗扭刚度,  $I_t$  为单元绕其轴向的转动惯量,  $\lambda_t$  为阻尼比。

### 1.4 等效节点外力

$t_b$  时刻时, 作用在单元  $1_b-2_b$  上的分布外力  $p$  通过逆向运动转换到虚拟单元  $1_d-2_d$  上, 由主轴坐标表示为

$$\hat{p} = \Omega [R_t(\gamma_t)]^T p = \{\hat{p}_1 \quad \hat{p}_2 \quad \hat{p}_3\}^T \quad (11)$$

$$[R_t(\gamma_t)]^T = R_t(-\gamma_t) = I_3 + \sin(-\gamma_t) A_t + (1 - \cos(-\gamma_t)) A_t^2$$

式中,  $R_t$  为逆向运动的转换矩阵,  $I_3$  为单位矩阵,  $A_t$  为与转动向量  $\gamma_t$  相关的矩阵, 具体细节参考文献 [15]。

单元 1-2 分配给节点 1、2 的等效节点外力  $\hat{p}^1$ 、 $\hat{p}^2$  及外力矩向量  $\hat{q}^1$ 、 $\hat{q}^2$  分别为

$$\hat{p}^1 = \hat{p}^2 = \frac{l}{2} \{\hat{p}_1 \quad \hat{p}_2 \quad \hat{p}_3\}^T, \quad -\hat{q}^1 = \hat{q}^2 = \frac{l^2}{12} \{0 \quad \hat{p}_3 \quad \hat{p}_2\}^T \quad (12)$$

然后将等效节点外力  $\hat{p}^1$ 、 $\hat{p}^2$  及外力矩向量  $\hat{q}^1$ 、 $\hat{q}^2$  转化为全局坐标, 并经过正向运动作用到节点 1、2 上, 而后集成节点等效外力矩阵。

### 1.5 环境载荷计算

环境载荷主要包括波浪力以及触地段的土反力, 波浪力采用修正的 Morrison 方程计算, 该公式广泛应用于工程中小尺度细长柱体的波浪力计算。考虑立管会发生倾斜并且具有速度, 使用修正的 Morrison 方程<sup>[8]</sup>计算结构所受波浪力:

$$F = (C_m + 1) \rho \frac{\pi D^2}{4} (\dot{U}_n - \ddot{x}) + \frac{1}{2} C_d \rho D (U_n - \dot{x}) |U_n - \dot{x}| \quad (13)$$

式中,  $C_d$  是垂直于柱体轴线方向的拖曳力系数,  $D$  是圆柱体的直径,  $\rho$  是流体密度,  $\dot{x}$  和  $\ddot{x}$  分别表示立管曳力方向的速度和加速度,  $U_n$  是沿圆柱体轴线法线方向的速度矢量,  $\dot{U}_n$  为加速度矢量。

采用线性土体弹簧模型来模拟管土垂向相互作用, 假设触地段土反力与管道贯入深度呈线性关系, 由相邻节点位移计算出管单元平均贯入深度, 单元所受径向土反力与平均贯入深度成正比, 假设土体刚度固定不变, 单元所受的垂向土反力为

$$f_{soil} = v_z k_z \quad (14)$$

式中,  $v_z$  为单元在垂向的贯入深度, 单元贯入深度取单元两节点贯入深度的平均值,  $k_z$  为土体刚度。

采用 DNV 指南<sup>[9]</sup>中的侧向非线性管土作用模型, 该模型由破土之前的破土力  $F_{L, bre, u}$  及破土之后的残余力  $F_{L, res, u}$  构成, 公式如下:

$$\frac{F_{L, bre, u}}{s_u \cdot D} = 1.7 \cdot \left(\frac{z}{D}\right)^{0.61} + 0.23 \cdot \left(\frac{V}{s_u \cdot D}\right)^{0.83} + 0.6 \cdot \left(\frac{\gamma' \cdot D}{s_u}\right) \cdot \left(\frac{z}{D}\right)^2, \quad \frac{F_{L, res, u}}{V} = 0.32 + 0.8 \cdot \left(\frac{z}{D}\right)^{0.8} \quad (15)$$

式中,  $s_u$  是在立管贯入深度处的未排水土壤剪切强度,  $z$  是立管埋入深度,  $V$  是垂向土反力,  $\gamma'$  是立管贯入深度处的土体湿容重。

### 2 基于mKdV理论的内孤立波流速场计算

本文采用弱非线性弱频散条件下的mKdV方程计算内孤立波的流速场,KdV理论能兼顾内波的非线性与频散效应,形式简洁,易于分析,是目前处理内波问题应用最广泛的方程,并且实验表明弱非线性的KdV理论在许多研究中显示出相当大的有效范围<sup>[20]</sup>。mKdV方程是在KdV方程中引入三次非线性项,可以更准确地描述非线性较强、振幅较大的内孤立波,当 $\eta_0/h > 0.1$ 时(图3),采用mKdV可以得到更准确的模拟结果<sup>[20]</sup>。

两层流体mKdV方程<sup>[21-22]</sup>及界面位移解析解分别为

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + (c + \alpha_0 \eta - \alpha_1 \eta^2) \frac{\partial \eta}{\partial x} + \beta \frac{\partial^3 \eta}{\partial t^3} = 0,$$

$$\eta(x, t) = \eta_0 \frac{\text{sech}^2[k(x - c_m t)]}{1 - \mu \tanh^2[k(x - c_m t)]} \tag{16}$$

式中, $\alpha_0$ 、 $\beta$ 和 $c$ 分别为一阶非线性项、弥散项的系数和线性项(即波速), $\alpha_0$ 和 $\beta$ 与内波相速度、水深和海水密度分布有关, $\alpha_1$ 为非线性项系数, $k, \mu, c_m$ 均为系数,上述系数计算公式详见文献[20]。

水平及垂向速度分别为

$$U(x, t) = \frac{c_m \eta_0}{h_1} \frac{\text{sech}^2[k(x - c_m t)]}{1 - \mu \tanh^2[k(x - c_m t)]}, \text{上层}; U(x, t) = -\frac{c_m \eta_0}{h_0} \frac{\text{sech}^2[k(x - c_m t)]}{1 - \mu \tanh^2[k(x - c_m t)]}, \text{下层} \tag{17}$$

$$W = 2\eta_0 k c_m \frac{z}{h_1} \begin{bmatrix} \frac{\text{sech}^2 \Delta \tanh \Delta}{1 - \mu \tanh^2 \Delta} \\ -\frac{\mu \text{sech}^4 \Delta \tanh \Delta}{(1 - \mu \tanh^2 \Delta)^2} \end{bmatrix}, \text{上层}; W = 2\eta_0 k c_m \frac{h_1 + h_2 - z}{h_2} \begin{bmatrix} \frac{\text{sech}^2 \Delta \tanh \Delta}{1 - \mu \tanh^2 \Delta} \\ -\frac{\mu \text{sech}^4 \Delta \tanh \Delta}{(1 - \mu \tanh^2 \Delta)^2} \end{bmatrix}, \text{下层} \tag{18}$$

式中, $\Delta = k(x - c_m t)$ 。

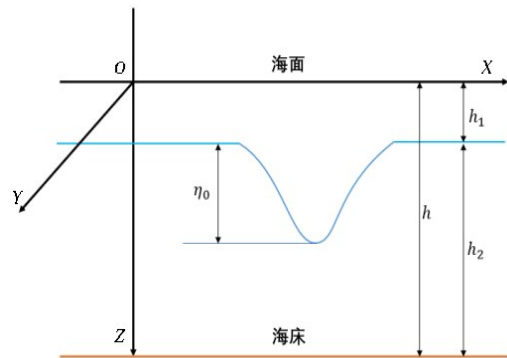


图3 内孤立波示意图

Fig.3 Internal solitary wave

### 3 内孤立波作用下缓波形钢悬链立管动力响应分析

#### 3.1 算例验证

本文计算工况参考了南海陵水某项目的实际工况,与OrcaFlex软件及文献结果进行了对比验证,立管参数如表1所示,立管顶部边界条件为简支,底部边界条件为固支。

表1 算例数据

Tab.1 Physical parameters for simulation case

参数	符号/单位	数值	参数	符号/单位	数值
海水密度	$\rho / (\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	1025	立管密度	$\rho_{\text{scr}} / (\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	7850.000
海床深度	$h / \text{m}$	1434.3	泊松比	$\mu$	0.3
立管长度	$l / \text{m}$	2113.3	横向拖曳力系数	$C_d$	0.8
外径	$D_{\text{out}} / \text{m}$	0.457	切向拖曳力系数	$C_{dl}$	0.008
内径	$D_{\text{in}} / \text{m}$	0.381	附加质量系数	$C_m$	1
弹性模量	$E / \text{Pa}$	$2.1 \times 10^{11}$	结构阻尼比	$\lambda_a, \lambda_b, \lambda_t$	0.05
剪切模量	$G / \text{Pa}$	$8.07 \times 10^{10}$	浮力材等效直径	$D_b / \text{m}$	1

表2 文献[23]参数

Tab.2 Parameters from Ref.[23]

参数	数值	参数	数值	参数	数值
跨接管长度	170 m	抗弯刚度 $EI$	$1.208 \times 10^5 \text{ N} \cdot \text{m}^2$	单位长度质量	165 kg/m
外径	0.396 m	海水密度	1000 kg/m <sup>3</sup>	附加质量系数 $C_m$	1.0
抗拉刚度 $EA$	$5 \times 10^8 \text{ N}$	横向拖曳力系数 $C_d$	1.0		

在管长 1000 m 至 1400 m 设置浮力段, 本文方法计算所得的立管整体位形如图 4(a) 所示, 立管整体张力分布如图 4(b) 所示, 由图中可见, 与 OrcaFlex 结果吻合良好。再在顶部 Z 方向施加振幅为 1 m、周期为 10 s 的简谐激励, 进行对比验证, 顶部张力对比如图 4(c) 所示, 其极值差值仅为 0.2%。为进一步验证 VFIFE 程序非线性问题计算性能, 我们选择了文献[23]中的参数(表 2)来计算跨接管在内孤立波作用下的动力响应。图 5(a) 显示了跨接管位移包络线, 图 5(b) 和 (c) 分别显示了张力包络图和弯矩包络图。位移数据和张力数据吻合良好, 弯矩数据在沿跨接管的变化趋势和极限方面非常一致。

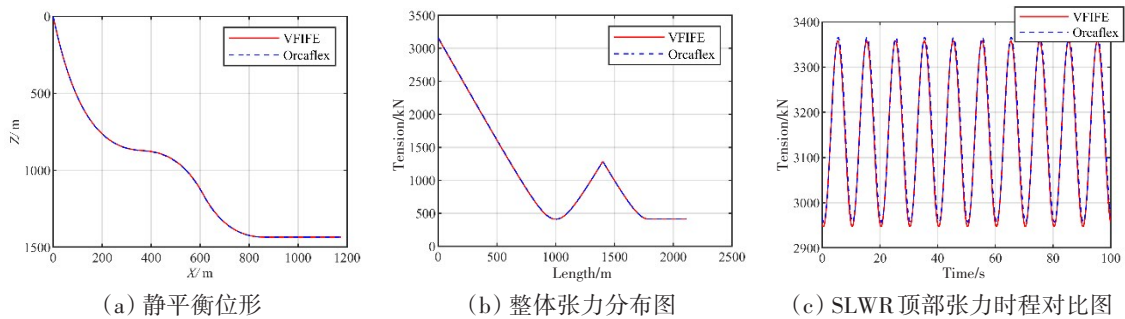


图4 静力平衡位形及整体张力对比图

Fig.4 Static configuration and tension force of risers obtained from two methods

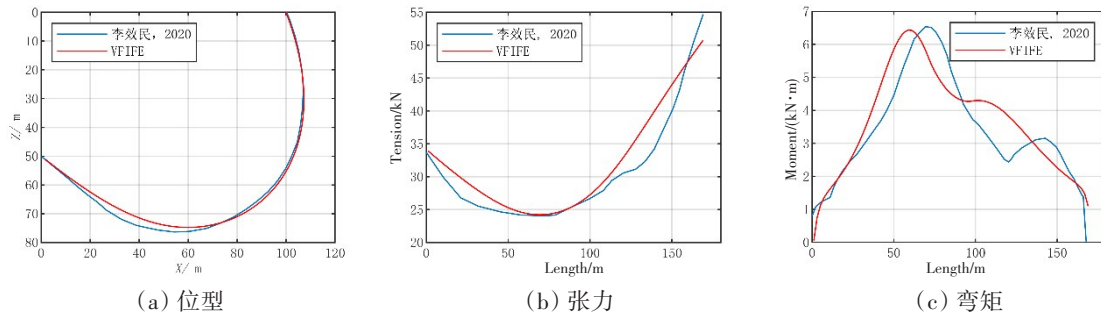


图5 计算数据与文献数据对比

Fig.5 Comparison between relevant results calculated and cited from Ref.[23]

### 3.2 多入射角内孤立波作用下 SLWR 动力响应分析

下面在不同入射角内孤立波作用下, 分析 SLWR 的位移、张力与弯矩的极值及变化趋势。

#### 3.2.1 整体位移分析

SLWR 布置、坐标系定义以及入射角定义如图 6 所示。立管各参数与表 1 相同, 在管长 1000~1300 m 设置浮力段。

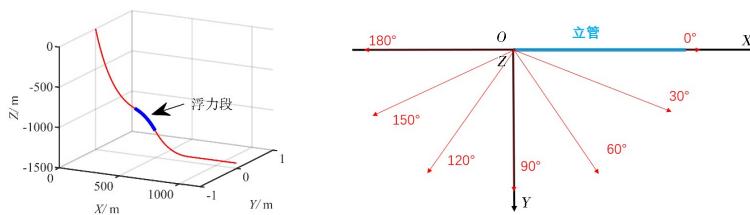


图6 内孤立波入射角示意图

Fig.6 Schematic diagram of incident angle of internal solitary wave

文献[24]根据拍摄的卫星照片创建了1200 m水深内孤立波的两组数据,振幅分别为170 m和90 m,对应着先锋波和中间波,根据此文献数据确定内波参数分别为上层水深200 m,密度1021 kg/m<sup>3</sup>,下层水深1234 m,密度1027 kg/m<sup>3</sup>,振幅170 m。

不同入射角下立管位移极值如图7所示,在X方向,顶部悬垂段位移较大,浮力段位移较小,底部悬垂段有一个较小的极大值。当入射角大于120°或小于60°时,位移极值在39.10至77.64倍管径之间,出现在顶部悬垂段300~400 m之间;当入射角为0°时,X方向位移最大,可达77.64倍管径。在Y方向,沿管长的变化趋势与X方向类似,位移最大可达83.99倍管径,入射角越接近90°,位移越大,这是因为入射角越接近90°,Y方向水平流速越大。在Z方向,入射角为180°时位移最大,可达32.51倍管径;入射角越接近90°,位移越小,这是因为SLWR的初始构型在XOZ平面内,X方向的流速极易改变立管构型,进而使立管产生Z方向的位移,因此入射角越接近90°,X方向流速越小,Z方向位移越小。

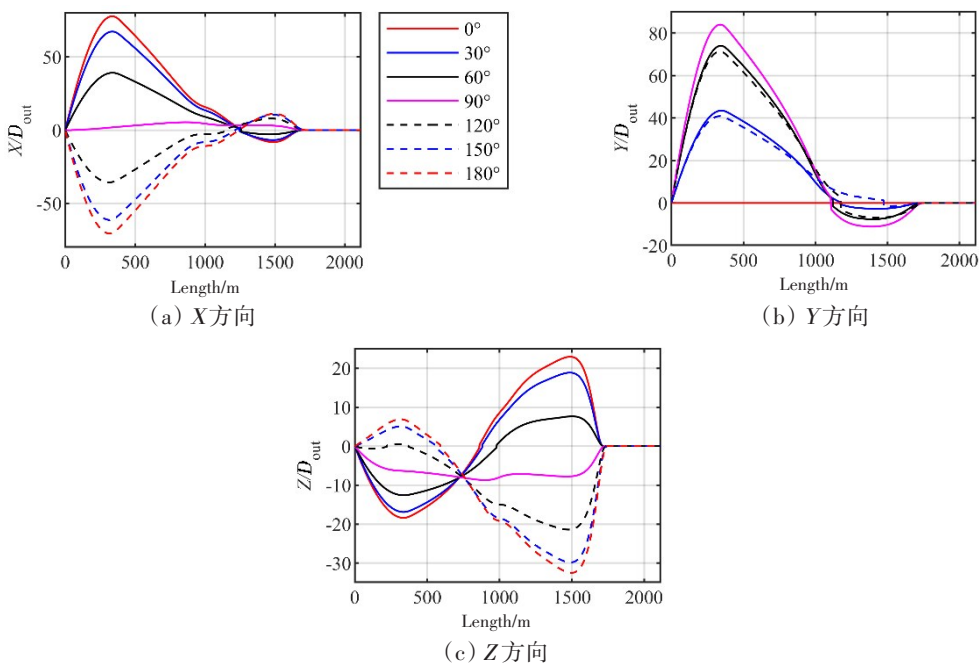


图7 多入射角立管整体位移极值对比

Fig.7 Extreme displacement of riser with multiple incident angles

需要注意的有以下三点,首先,SLWR各管段在X方向的位移方向并不完全相同,这是因为在内孤立波作用下,上下层海水的水平流向相反,上层海水流速大,与入射方向相同,下层海水流速小,与入射方向相反,再加上浮力段对位移响应的隔断作用,共同导致了在X方向上立管顶部悬垂段与底部悬垂段的位移方向相反,如图8所示(以0°入射角为例)。对于顶部悬垂段,当入射角小于90°时,

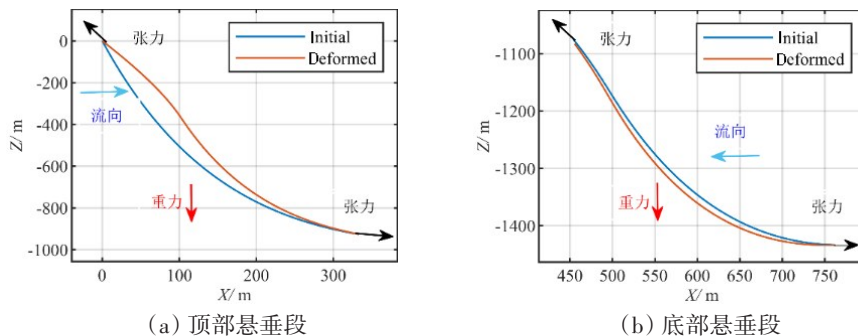


图8 0°入射角SLWR位形对比图

Fig.8 Configuration of SLWR with incident angle of 0°

上层海水水平流速在X方向的分量都为正向,这缓解了该段下凹的趋势,并使其逐渐上凸,减小了该段的弯矩与张力,易于产生较大位移,而入射角大于90°时,海流加大了该段下凹的趋势,导致弯矩与张力有增大的趋势;底部悬垂段与顶部悬垂段类似,但其变化趋势刚好相反。因此,对比入射角沿Y轴对称的工况(例如180°与0°,120°与30°),入射角小于90°的工况中,顶部悬垂段的位移较大,底部悬垂段则相反。

其次,在Z方向的位移显示出了与X方向位移类似的规律,即顶部悬垂段与底部悬垂段出现了相反的运动方向与变化趋势,该段同样受上下层海水流速相反的影响,也同样由于减小管段下凹趋势比增大管段下凹趋势更加容易,所以在顶部悬垂段、入射角小于90°时的位移明显大于入射角大于90°时的位移,而在底部悬垂段则相反。SLWR在Y方向也会出现相反的位移方向,机理与上述相同。

最后,既然SLWR有相反的位移方向,则一定会出现位移的极小值点,无论入射角如何,在三个方向上,总有一段管段的位移极值基本不变,在X方向为浮力段末端(管长1250 m左右),在Y方向为浮力段顶端(管长1000 m左右),在Z方向为740 m左右。极小值点的位置受SLWR结构非线性、内孤立波振幅等因素的影响,也受入射角度的影响,但影响甚小。

### 3.2.2 整体张力分析

多人射角工况顶部张力时程变化如图9所示。内孤立波入射角小于90°时,随着内孤立波的推进,顶部张力会逐渐减小然后恢复;入射角等于90°时,顶部张力先增大然后减小,而后恢复;入射角大于90°时,顶部张力先增大然后恢复。入射角为0°时,减小幅度最大,为2.3%;入射角为180°时,增长幅度最大,为2.9%。

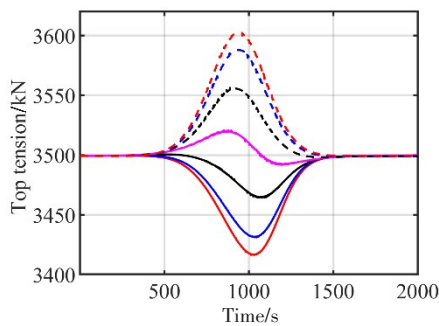


图9 多人射角顶部张力时程对比图(标注同图10)

Fig.9 Top tension of the riser for different incident angles

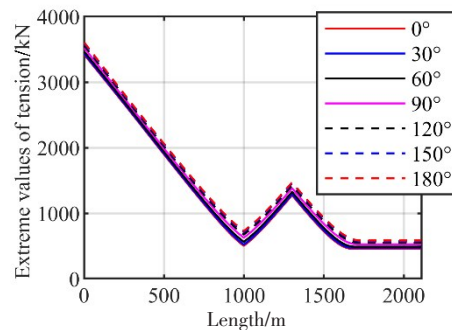
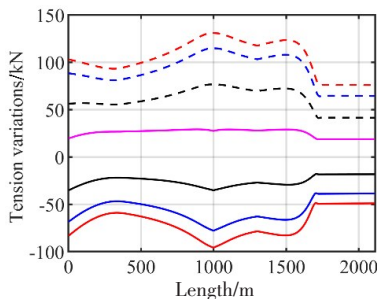


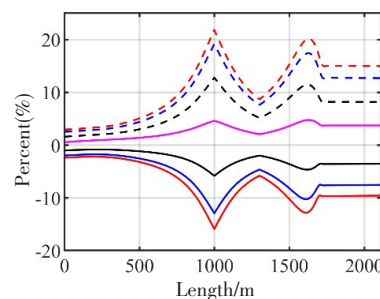
图10 多人射角立管张力极值

Fig.10 Extreme value of riser tension for different incident angles

在内孤立波波谷经过时,立管整体张力有明显突变,波谷经过后恢复至原状,在其余时期立管张力变化非常微小。详细分析各入射角下,立管整体各管段所能达到的张力极值。张力变化幅值定义为在内孤立波作用下,各管段达到的张力极值与静平衡状态的张力之差(图11(a)),张力变化幅度定义为张力变化幅值与静平衡状态的张力之比(图11(b))。



(a) 幅值



(b) 幅度

图11 多人射角立管张力变化幅值和幅度(标注同图10)

Fig.11 Variations of riser tensions under ISW loading for different incident angles

沿管长方向,立管各管段在内孤立波作用下所能达到的极值如图10所示,无论在哪个管段,张力的极值都随入射角的增大而增大。各管段张力变化幅值如图11(a)所示,当入射角小于90°时,整体张力减小,有极小值;当入射角为0°时,张力减小幅值最大,可达到95.46 kN,出现在浮力段顶端;当入射角大于90°时,整体张力增大,有极大值;当入射角为180°时,张力增加幅值最大,可达131.12 kN,也出现在浮力段顶端。出现上述规律的原因如图8所示,当入射角小于90°时,上层海水水平流向在X方向的分量为正,减缓了该段下凹的趋势,立管张力减小;当入射角大于90°时则相反。需要注意到下层海水流向与上层相反,所以底部悬垂段会出现与顶部悬垂段相反的变化趋势,但该段较短,从计算结果来看,其影响较小,立管整体的张力变化与顶部悬垂段保持一致。

各管段张力最大变化幅度的极值如图11(b)所示,浮力段顶端与触底点附近张力变化幅度最大,在180°入射角下,浮力段顶端的张力变化达到最大值21.79%,触底点附近张力增幅也可达到20%。

### 3.2.3 整体弯矩分析

下面详细分析弯矩变化趋势、幅值、幅度以及响应机理,沿立管管长等距离取十个点,两个典型入射角工况弯矩的时程变化如图12所示,从时程来看,在波谷经过时发生突变,而后迅速恢复,其余时期变化微小;从管段来看,上层水深的管段、浮力段以及触地段有显著差异。

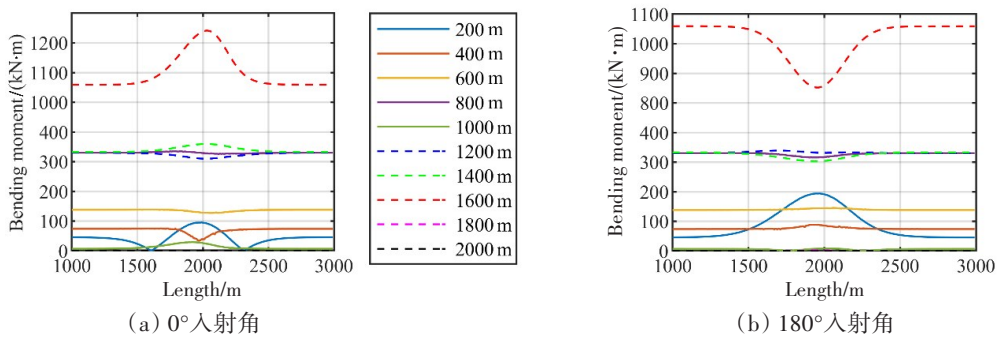


图12 多入射角多点处立管弯矩时程变化图

Fig.12 Time history of riser bending moment at multiple incident angles and multiple points

当入射角小于90°时,200 m处管段弯矩先减小,后增大至极值,再减小至小于初始值,最后恢复,其原因如图13(a)所示,静力平衡时该管段下凹,具有初始曲率,由于上下两层海水的流向相反,致使该管段曲率减小,弯矩减小,随着该管段顺流向位移增大,管段逐渐上凸,曲率增加,弯矩又增大;当入射角大于90°时,该管段弯矩则先增大、后恢复。如图13(b)所示,上下两层海水的流向相反,相当于对立管施加了较大的弯矩,此外,上层流体流速较大,使得该段立管位移较大,曲率增大。这代表了处于上层水深管段弯矩的变化趋势。

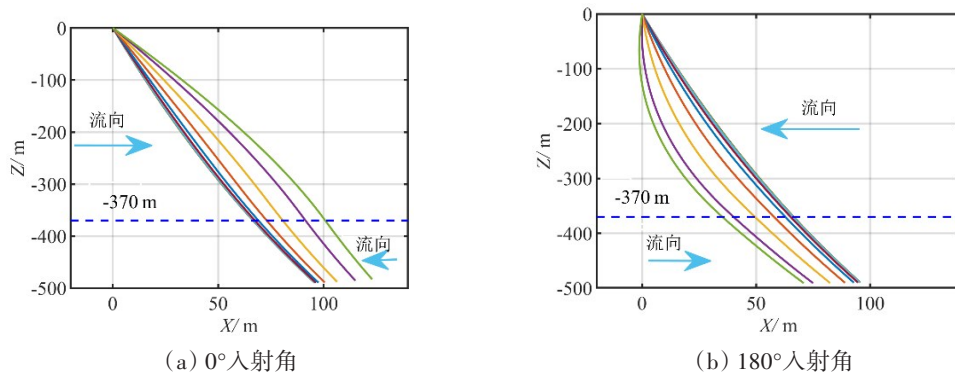


图13 前500 m管段位形图

Fig.13 Configuration diagram of the first 500 m section of the riser

触地段及其之前管段(1600 m左右)弯矩变化最为剧烈。当入射角小于90°时,该管段弯矩会剧烈增加然后恢复;当入射角大于90°时,其弯矩值则先减小后恢复。

详细分析各入射角下立管整体各管段所能达到的弯矩极值,沿管长方向立管各管段在内孤立波作用下所能达到的弯矩极值如图 14(a)所示,各管段弯矩变化幅值如图 14(b)所示,变化幅度如图 15 所示,图中变化幅值与幅度的定义均与 3.2.2 节中相同。

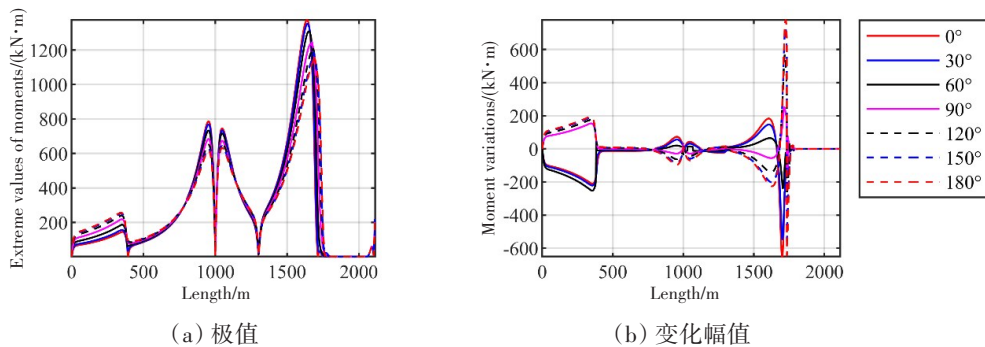


图 14 多人射角立管弯矩极值和变化幅值

Fig.14 Extreme bending moment and its variation of riser for different incident angles

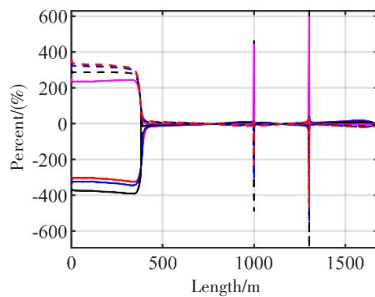


图 15 多人射角立管弯矩变化幅度(标注同图 14)

Fig.15 Change of riser bending moment for different incident angles

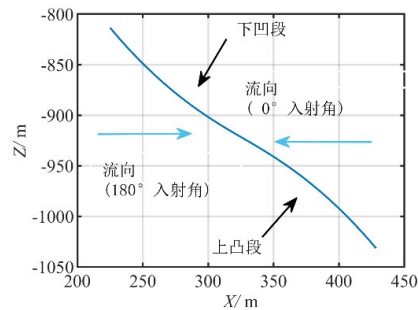


图 16 浮力段顶部位形

Fig.16 Configuration of buoyancy segment

在所有工况下,上层水深管段的弯矩都显著增加,入射角为 180°时,该管段弯矩极值最大,可达 256.26 kN·m,出现在管长 350 m 处,较静平衡状态增加 192.54 kN·m。随入射角的增大,弯矩极值增大,当入射角大于 90°时,随着入射角的增大,流速在 X 方向的分量增大,图 13(b)所示效应增强,所以弯矩极值增大;当入射角小于 90°时,虽然随着入射角的增大,流速在 X 方向的分量减小,图 13(a)所示效应减弱,XOZ 平面内的弯矩减小,但流速在 Y 方向的分量增加,使得 YOZ 平面内的弯矩增大,总弯矩增大。该管段弯矩增幅在 200% 至 350% 之间,入射角小于 90°时,弯矩会减小 300% 至 400%(如图 15 所示),降幅超过 100% 时就表明该管段由下凹状态变为了上凸状态,其弯矩的方向也随之改变。

在静平衡状态下浮力段的顶部与底部弯矩接近于零,不同工况中的变化幅值从 13.58 kN·m 变化至 33.73 kN·m,而且这两处有很大的弯矩增幅(400% 与 600%)。需要注意的是,浮力段顶部附近管段的弯矩变化。当入射角小于 90°时,浮力段顶部弯矩增大;0°时变化幅值最大,可达 73.24 kN·m,增幅 10% 左右;当入射角大于 90°时,浮力段顶部弯矩减小;180°时降幅最大,可达 96.30 kN·m,降幅 13% 左右。造成上述现象的原因如图 17 所示。浮力段顶部位形为先下凹,后上凸;当入射角为 0°时,接近于垂直的管段受水平作用力更大,下凹段与上凸段的曲率都增大,弯矩增大;当入射角为 180°时,下凹段与上凸段的曲率都减小,弯矩减小。

在触地段前端会发生幅值最大的弯矩变化,其机理如图 18 所示。0°入射角时,立管触底点前移,触地段曲率最大点前移,所以弯矩的极值前移(如图 14(a)所示),原曲率最大点之前的管段弯矩增加,最大增加 182.94 kN·m,增幅 17% 左右;之后的管段弯矩减小,最大可减小至 0;而后由下凹转为上凸,如图 17(b)所示,增加至 29.6 kN·m 的相反方向弯矩。当入射角为 180°时,会将立管触地段拉起,触底点后移,发生与 0°入射角完全相反的变化,原曲率最大点之前的管段可降低最大 19% 的弯矩,约为

225.47 kN·m,原曲率最大点之后的管段弯矩则大幅度提升,最大可提高774.72 kN·m。

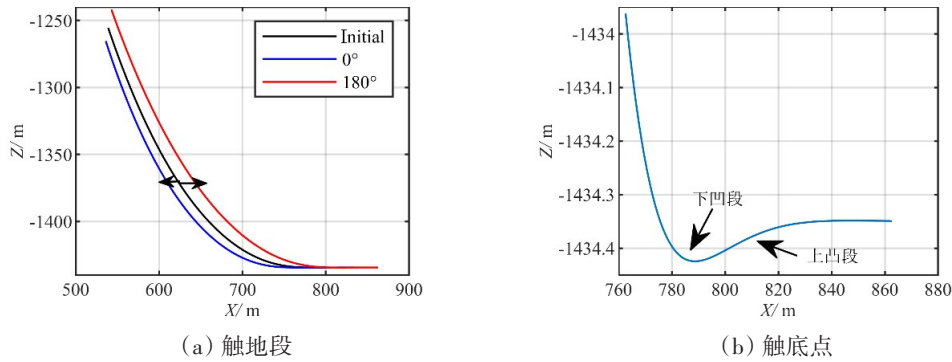


图17 触地段立管位形图

Fig.17 Configuration diagram of riser at bottom contact section

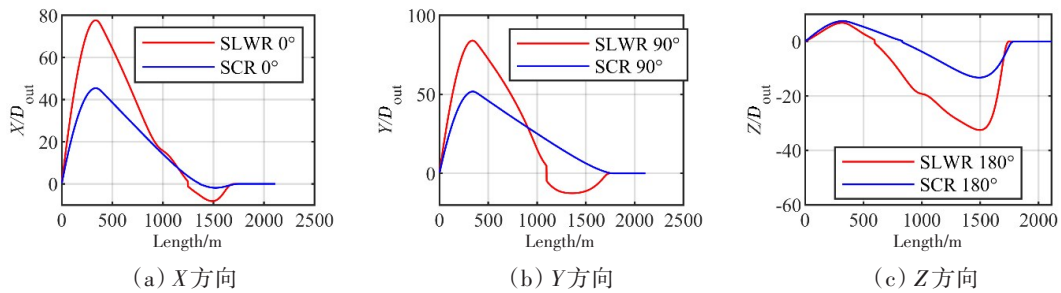


图18 立管位移极值对比图

Fig.18 Comparison of extreme displacements of SCR and SLWR

### 3.3 SCR与SLWR的对比

相较于SCR,SLWR被普遍认为更适用于深海环境,但两者在内孤立波作用下的动力特性对比研究却很缺乏。本文从位移、张力和弯矩三方面入手,对比SCR与SLWR在内波场中的动力特性。

根据前文分析可知,入射角为180°时,整体张力及Z方向位移变化最大;入射角为0°时,X方向位移变化最大,立管浮力段及触地段的弯矩变化最大;入射角为90°时Y方向位移变化最大。所以进行对比分析时,仅考虑0°、90°和180°入射角。SCR的模型参数与表1相同。

入射角为0°、90°、180°时,立管整体位移对比如图18所示,SLWR的位移响应明显大于SCR,特别是在悬垂段与触地段之前,但由于浮力段的运动隔断效应,SLWR浮力段的Y方向位移反而小于SCR相应管段。在X方向SLWR的最大位移为77.64倍管径,SCR的最大位移为45.42倍管径,两者相差71%;在Y方向SLWR的最大位移为83.99倍管径,SCR的最大位移为51.72倍管径,差别为62%;Z方向SLWR的最大位移为32.51倍管径,SCR的最大位移为13.22倍管径,差别为146%。

入射角为180°时,SCR与SLWR的整体张力极值如图19所示,整体张力的变化幅值和幅度如图20所示。虽然SLWR的张力极值比SCR明显减小,但其张力的变化幅值及幅度要比SCR大得多,在浮力

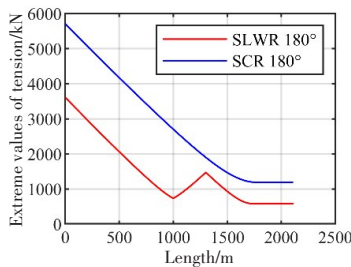


图19 整体张力极值  
Fig.19 Extreme tension

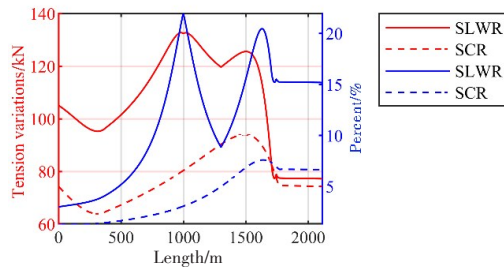


图20 整体张力变化幅值和幅度  
Fig.20 Absolute variation and percentage of tension change

段顶端,SLWR张力增长 131.09 kN,较静平衡状态提高了 21.79%,SCR张力仅增长 80.39 kN,较静平衡状态提高 3.06%,两者绝对值相差 50.70 kN。

SLWR的位移与张力变化幅值明显大于SCR的原因可简单解释如下:浮力段的浮力作用使立管顶部拉力与整体张力显著减小(图 19),管段两端的张力减小,受到横向载荷后,发生的位移就会增大,也导致立管轴向应变增大,应力增加的幅值增大,使应力达到一个较高的水平来抵抗横向载荷。此外,SLWR与SCR构型的不同也会有影响。

SCR与SLWR的弯矩极值和变化幅值如图 21 所示,SCR整体弯矩极值明显小于SLWR,上层水深管段的极值仅为SLWR的 48%,触地段的极值仅为SLWR的 50%,并且无浮力段极值;在触地段的变化幅值也仅为SLWR的 36%,所以缓波形构型会导致立管拥有更大、更复杂的弯矩,以及在内孤立波作用下有更复杂的弯矩变化。

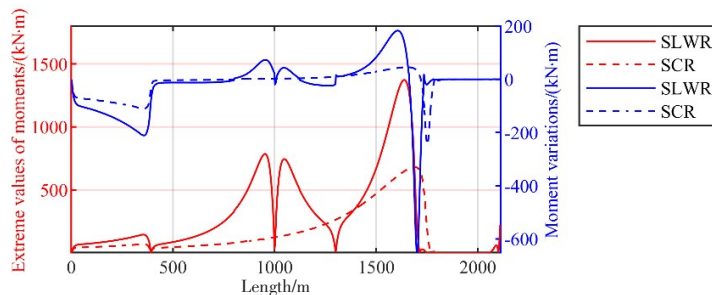


图 21 整体弯矩极值和幅值

Fig.21 Extreme value and moment variation of overall bending moment

### 4 结 论

本文基于向量式有限元方法,采用自编程的方式,构建了缓波形钢悬链立管动力响应模型,用 mKdV 理论计算内孤立波速度场,分析了不同振幅、不同入射角内孤立波作用下,SLWR的位移、张力与弯矩响应,并对比研究了SCR与SLWR在内波场中的动力特性,得出以下结论:

(1) 在内孤立波作用下,SLWR会发生较大的位移响应,由于内孤立波导致上下层海水水平流向相反以及SLWR具有两个悬垂段,使得SLWR的两个悬垂段位移响应较大且方向相反。因此,在内波频发海域,需要着重注意深海管线的碰撞问题。由于顶部悬垂段较长且上层流速较大,从计算结果来看,SLWR整体的张力响应会与顶部悬垂段保持一致,即内孤立波入射角小于 90°时,整体张力会减小;入射角大于 90°时,整体张力增大。浮力段顶部及触底点之前管段会有较大的张力增幅。

(2) 在内孤立波作用下,处于上层水深的管段、浮力段以及触地段的弯矩会有显著且复杂的变化。特别是处于上层水深的管段,由于上下两层海水的水平流向相反以及上层流速较大,该段弯矩会显著增大。由于浮力段的作用,在浮力段顶端会出现弯矩极值及较大的幅值改变。不同的入射角会导致触底点的前移或后移,同时导致弯矩极值的前移或后移。因此,在内波频发海域,要着重注意上层水深管段、浮力段以及触地段的疲劳损伤问题。

(3) SLWR与SCR相比,整体张力会显著减小,但在内孤立波作用下,SLWR的张力增值及增幅都会远高于SCR。SLWR的位移响应(特别是顶部悬垂段)也明显大于SCR,但浮力段的水平位移与SCR接近,甚至Y方向位移小于SCR。设置浮力段会使立管弯矩更加复杂,且显著提升立管弯矩,出现浮力段弯矩极值,弯矩的变化幅度也有较大提升。

### 参 考 文 献:

[1] Huang Xiaodong, Chen Zhaohui, Zhao Wei, et al. An extreme internal solitary wave event observed in the northern South China Sea[J]. Scientific Reports, 2016, 6(1): 30041.

- [2] Osborne A R, Burch T L. Internal solitons in the Andaman Sea[J]. *Science*, 1980, 208: 451–460.
- [3] 陈景辉. 南海流花11-1深水油田开发工程[J]. *中国海洋平台*, 1996, 1: 44–46+4.  
Chen Jinghui. Nanhai Liuhua 11-1 deepwater oil field development project[J]. *China Offshore Platform*, 1996, 1: 44–46+4. (in Chinese)
- [4] 黄维平, 白兴兰, 李华军. 国外深水钢悬链线立管研究发展现状[J]. *中国海洋大学学报(自然科学版)*, 2009, 39(2): 290–294.  
Huang Weiping, Bai Xinglan, Li Huajun. State of the art of research and development of overseas deepwater steel catenary risers[J]. *Periodical of Ocean University of China*, 2009, 39(2): 290–294. (in Chinese)
- [5] Quéau L M, Kimiaei M, Randolph M F. Dimensionless groups governing response of steel catenary risers[J]. *Ocean Engineering*, 2013, 74: 247–259.
- [6] 康 庄, 孙丽萍. 深海工程中立管系统的设计分析[M]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学出版社, 2018: 16–17.  
Kang Zhuang, Sun Liping. Design and analysis of neutral pipe system in deep sea engineering[M]. Harbin: Harbin Engineering University Press, 2018: 16–17. (in Chinese)
- [7] Wang Jinlong, Duan Menglan. A nonlinear model for deepwater steel lazy-wave riser configuration with ocean current and internal flow[J]. *Ocean Engineering*, 2015, 94(1): 155–162.
- [8] Oh J, Jung D, Kim H, et al. A study on the simulation-based installation shape design method of steel lazy wave riser (SLWR) in ultra deepwater depth[J]. *Ocean Engineering*, 2020, 197: 106902.
- [9] Cheng Yong, Tang Lianyang, Fan Tianhui. Dynamic analysis of deepwater steel lazy wave riser with internal flow and seabed interaction using a nonlinear finite element method[J]. *Ocean Engineering*, 2020, 209: 107498.
- [10] Kim S J, Kim M H. Dynamic behaviors of conventional SCR and lazy-wave SCR for FPSOs in deepwater[J]. *Ocean Engineering*, 2015, 106: 396–414.
- [11] 徐 莹. 缓波形钢悬链立管分析与优化设计[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2016.  
Xu Ying. Analysis and optimization design of steel lazy wave catenary riser[D]. Harbin: Harbin Engineering University, 2016. (in Chinese)
- [12] Wu Han, Zeng Xiaohui, Xiao Jianyu, et al. Vector form intrinsic finite-element analysis of static and dynamic behavior of deep-sea flexible pipe[J]. *International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering*, 2020, 12: 376–386.
- [13] Xu Leige, Lin Mian. Analysis of buried pipelines subjected to reverse fault motion using the vector form intrinsic finite element method[J]. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2017, 93: 61–83.
- [14] 李效民, 孙宏伟, 王乐瑶, 等. 内孤立波作用下柔性跨接管动力性能研究[J]. *海洋工程*, 2020, 38(3): 75–84.  
Li Xiaomin, Sun Hongwei, Wang Leyao, et al. Dynamic performance study of flexible jumper under internal solitary waves [J]. *The Ocean Engineering*, 2020, 38(3): 75–84. (in Chinese)
- [15] 丁承先, 段云锋, 吴东岳. 向量式结构力学[M]. 北京: 科学出版社, 2012.  
Ding Chengxian, Duan Yunfeng, Wu Dongyue. Vector mechanics of structures[M]. Beijing: Science Press, 2012. (in Chinese)
- [16] Duan Y F, Wang S M, Yau J D. Vector form intrinsic finite element method for analysis of train-bridge interaction problems considering the Coach-Coupler effect[J]. *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, 2019, 19(2): 1950001.
- [17] Orcina. Documentation for OrcaFlex[K]. OrcaFlex Help (orcina.com).
- [18] 王树青, 梁丙臣. 海洋工程波浪力学[M]. 青岛: 中国海洋大学出版社, 2013.  
Wang Shuqing, Liang Bingchen. Wave mechanics for ocean engineering[M]. Qingdao: China Ocean University Press, 2013. (in Chinese)
- [19] DNVGL-RP-F114. Pipe-soil interaction for submarine pipelines[S]. 2017.
- [20] 王 展, 朱玉可. 非线性海洋内波的理论、模型与计算[J]. *力学学报*, 2019, 51(6): 1589–1604.  
Wang Zhan, Zhu Yuke. Theory, modelling and computation of nonlinear ocean internal waves[J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2019, 51(6): 1589–1604. (in Chinese)
- [21] 张 莉. 深海立管内孤立波作用的动力特性及动力响应研究[D]. 青岛: 中国海洋大学, 2013.  
Zhang Li. Study on dynamic characteristics and dynamic responses of deepwater riser under internal solitary waves[D]. Qingdao: Ocean University of China, 2013. (in Chinese)

- 
- [22] Lee C Y, Beardsley R C. The generation of long nonlinear internal waves in a weakly stratified shear flow[J]. *Journal of Geophysical Research*, 1974, 79(3): 453–462.
- [23] 李效民, 孙宏伟, 王乐瑶, 等. 内孤立波作用下柔性跨接管动力性能研究[J]. *海洋工程*, 2020, 38(3): 75–84.  
Li X, Sun H, Wang L, et al. Dynamic performance study of flexible jumper under internal solitary waves[J]. *The Ocean Engineering*, 2020, 38(3): 75–84. (in Chinese)
- [24] Kurup N, Shi S, et al. Numerical modeling of internal waves within a coupled analysis framework and their influence on spar platforms[J]. *Ocean Systems Engineering*, 2015, 5(4): 261–277.