

文章编号: 1007-7294(2026)05-0804-12

E40 钢各向异性行为的实验和模拟研究

蔡一杰^{1,2}, 张文杰^{1,2}, 张文谦^{1,2}, 施凤燕³, 胡 勇³, 杨青云⁴

(1. 湖北工业大学 机械工程学院, 武汉 430068; 2. 现代制造质量工程湖北省重点实验室, 武汉 430068; 3. 武汉理工大学 船海与能源动力工程学院, 武汉 430063; 4. 中国船舶集团有限公司第七二五研究所, 河南 洛阳 471023)

摘要: 本文通过单向拉伸实验研究了 E40 钢在拉伸状态下的塑性变形行为, 结果表明其具有显著的各向异性特征。同时基于实验结果, 对 Hill48、Yld2000-2d 与 Yld2004-18p 三种屈服模型进行了参数标定, 并采用修正型 Hockett-Sherby 模型描述其应变硬化行为。最后基于 ABAQUS 软件开发了 VUMAT 子程序, 结合板料冲压实验系统评估不同屈服模型的工程适用性。数值模拟与实验结果对比显示, 在弯曲半径 $r = 200 \text{ mm}$ 和 $r = 500 \text{ mm}$ 的工况下, Yld2004-18p 模型的预测误差小于 4%, 其预测精度较 Hill48 模型提高约 3 倍。研究表明, Yld2004-18p 模型能更准确地刻画 E40 钢的各向异性响应, 为船舶构件精密成形仿真提供了有效的本构建模策略。

关键词: 屈服模型; 各向异性; E40 钢; 冲压成形

中图分类号: TG113.25 **文献标识码:** A **doi:** 10.3969/j.issn.1007-7294.2026.05.012

Experimental and simulation studies on the anisotropic behavior of E40 steel

CAI Yi-jie^{1,2}, ZHANG Wen-jie^{1,2}, ZHANG Wen-qian^{1,2}, SHI Feng-yan³, HU Yong³, YANG Qing-yun⁴

(1. School of Mechanical Engineering, Hubei University of Technology, Wuhan 430068, China; 2. Key Laboratory of Modern Manufacturing Quality Engineering in Hubei Province, Wuhan 430068, China; 3. Ocean and Energy Power Engineering, Wuhan University of Technology, Wuhan 430063, China; 4. Luoyang Ship Material Research Institute, Luoyang 471023, China)

Abstract: The plastic deformation behavior of E40 steel in the tensile state was investigated by unidirectional tensile experiments, and the results showed that it has significant anisotropic characteristics. Based on the experimental results, three yield models, Hill48, Yld2000-2d, and Yld2004-18p, were parametrically calibrated, and their strain hardening behaviors were described using a modified Hockett-Sherby model. A VUMAT subroutine was developed and implemented using ABAQUS software and combined with a sheet metal stamping experimental system to evaluate the engineering applicability of different yield models. Comparison between numerical simulations and experimental results shows that under bending radii of $r = 200 \text{ mm}$ and $r = 500 \text{ mm}$, the prediction error of the Yld2004-18p model is less than 4%, with its prediction accuracy approximately three times higher than that of the Hill48 model. The study shows that the Yld2004-

收稿日期: 2025-07-17

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(52371317); 湖北省自然科学基金项目(2022CFB882); 湖北工业大学高层次人才基金项目(XJ2025001402)

作者简介: 蔡一杰(1987-), 男, 博士, 副教授, E-mail: yijie.cai@hbut.edu.cn;

张文谦(1990-), 男, 博士, 副教授, 通讯作者, E-mail: wenqian_zh@hbut.edu.cn。

18p model can more accurately portray the anisotropic response of E40 steel, which provides an effective constitutive modeling strategy for the simulation of precision forming of ship components.

Key words: yield model; anisotropy; E40 steel; stamping forming

0 引 言

随着海洋工程与船舶制造对高性能结构材料需求的不断提升,高强度船用钢在大型船体结构中的应用日益广泛。其中,E40 钢作为一种在低温环境下仍具备优良强度与韧性的高强钢,广泛应用于船体外板、甲板结构以及高应力关键承载区域,在承受复杂海洋载荷与波浪冲击方面发挥着重要作用^[1-2]。在此背景下,船体板材的成形精度直接关系到结构安全性与装配质量。冷弯成形作为一种兼具高精度与低能耗的加工技术^[3],相较于传统火工成形无需经历加热与冷却过程,从而有效避免了材料性能劣化与组织变化问题,已成为船舶构件制造的关键工艺。然而,船用钢在成形过程中的回弹效应较为明显,会导致零件几何尺寸偏差及局部应力集中,从而影响成形精度和后续加工质量^[4-5]。因此,作为数值仿真理论的核心,本构模型对真实变形过程的精确描述不仅是保证材料成形有限元模拟准确性的前提,也直接决定了工艺优化的成效。本文通过解析 E40 钢各向异性特征及其与回弹行为的关联机制,为有限元仿真优化及成形工艺改进提供理论支撑。

目前,国内外学者围绕金属材料的各向异性已开展了广泛研究,多种描述材料各向异性的模型被提出,包括基于介观尺度的 Bishop-Hill 模型^[6]、粘塑性自洽模型 VPSC(Visco-Plastic Self-Consistent Model)^[7]、晶体塑性有限元法 CPFEM(Crystal Plasticity Finite Element Method)^[8]等,但其高昂的计算成本制约了工程应用。工程实践中,基于各向异性屈服模型与硬化定律耦合的唯象模型凭借计算效率优势成为主流方案。经典的 Hill48 屈服模型奠定了正交各向异性理论框架^[9],Chen 等^[10]基于该模型构建的板材本构模型经反向深冲实验验证,显示良好精度。但 Mu 等^[11]通过系统分析指出,Hill48 模型的预测有效性取决于材料各向异性演化的单调性特征,且与 R 值参数无显著相关性。为突破该限制,Barlat 等^[12-15]通过对应力张量进行线性变换,相继提出了 Yld89、Yld91、Yld2000-2d、Yld2004-18p 等各向异性屈服模型,其多参数架构显著提升了复杂应力状态下的各向异性表征能力。张玮等^[16]对船用 E36 钢的力学特性研究表明,其非线性应变硬化效应会显著改变材料的塑性流动规律,这要求本构建模需实现各向异性与硬化行为的精确耦合。Chen 等^[17]通过整合传统实验与有限元逆向识别(FEMU)方法,构建了 AA5086 铝合金的 Yld2000-2d 参数体系,并通过深冲成形实验验证了模型的可靠性。Wang 等^[18]进一步构建了基于 Yld2004-18p 的三维非关联本构模型,结合圆杯拉伸与扩孔实验,验证了模型在三维应力下对板材各向异性变形行为的高保真预测能力。

为了提升船用 E40 钢板冷弯成形回弹预测精度,本研究基于单轴拉伸实验分别实现对 Hill48、Yld2000-2d、Yld2004-18p 三种屈服模型的参数标定,并结合修正型 Hockett-Sherby 硬化定律构建了 E40 钢各向异性本构模型。为验证模型的适用性,进一步开展了冲压成形实验,并通过用户子程序 VUMAT 将本构模型嵌入 ABAQUS 平台进行数值模拟,系统评估了三种各向异性塑性模型的预测精度,为船用 E40 钢精密成形工艺参数优化提供理论支撑。

1 E40 钢力学性能测试

1.1 单向拉伸实验

为了获取 E40 钢的力学性能参数,依据 GB/T 228.1-2021《金属材料 拉伸试验 第1部分:室温试验方法》标准规范制备测试样本^[19]。其中,轧制方向(Rolling Direction, RD)定义为板材在轧制过程中的主变形方向,横向(Transverse Direction, TD)为与 RD 垂直的板面方向。本文中“角度”定义为试样拉伸方

向与轧制方向(RD)之间的夹角。以 RD 为 0° 基准方向,沿 RD 至 TD 方向按 15° 间隔选取不同取向($0^\circ \sim 90^\circ$)制备 7 组拉伸试样。文中所有涉及的 R 值均表示厚向异性系数,用于表征材料在塑性变形过程中宽度方向塑性应变与厚度方向塑性应变之比。不同下标(如 R_{RD} 、 R_{TD} 、 R_θ 、 R_b 等)仅表示取向或加载状态的差异,其物理含义保持一致。试样长度为 180 mm,几何形状为扁平狗骨形。单向拉伸实验在 YYF-50 型拉伸试验机上执行,设置位移速率为 2 mm/min,同步采用位移传感器采集载荷位移数据。图 1 展示了拉伸试样尺寸参数与实验装置。

1.2 实验结果分析

通过单向拉伸实验获取 E40 钢的力学性能参数,结果如图 2 和表 1 所示。实验结果表明,E40 钢在不同取向上的力学性能存在一定差异,表现出明显的各向异性特征。该各向异性特征对板材成形极限与回弹控制具有双重影响,在工程实践中需要建立包含各向异性参数的成形工艺优化模型。

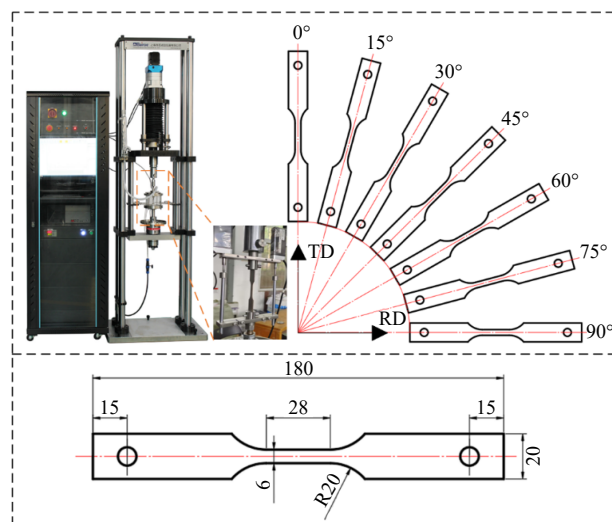


图 1 单轴拉伸试验和样品的几何形状

Fig.1 Uniaxial tensile tests and the geometry of samples

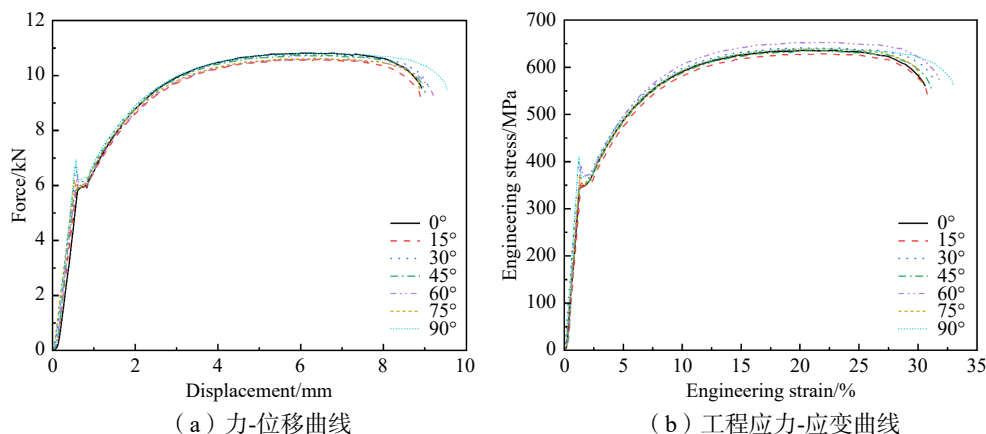


图 2 E40 钢不同方向的拉伸实验曲线

Fig.2 Tensile test curves of E40 steel in different directions

表 1 E40 钢不同取向下的力学性能及厚向异性系数 R

Tab.1 Mechanical properties and Lankford coefficient (R) of E40 steel at different orientations

角度/ $^\circ$	屈服强度 σ_s /MPa	抗拉强度 σ_b /MPa	伸长率 A /%	厚向异性系数 R
0	348.9	636.0	31.5	0.887
15	348.4	628.8	30.6	0.868
30	354.4	641.3	31.4	0.897
45	361.3	634.4	31.3	0.945
60	357.1	652.5	31.8	0.847
75	357.0	639.0	30.8	0.808
90	359.7	639.3	32.9	0.859

依据 GB/T 5027-2007^[20],当应变达 10% 时,采集横向应变与厚向应变并通过最小二乘法建立回归模型($R^2 \geq 0.98$),其斜率绝对值为厚向异性系数 R 值,如图 3 所示。

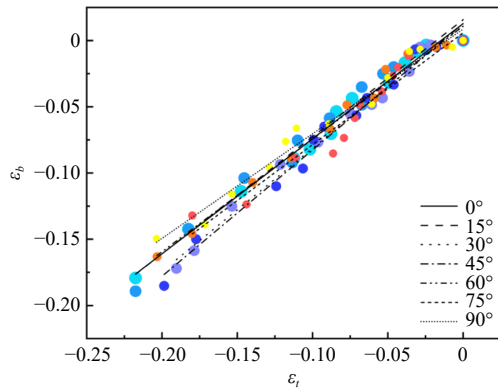


图3 不同方向厚向异性系数线性拟合

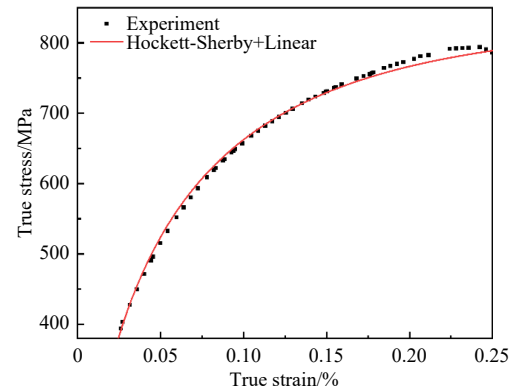


图4 硬化模型拟合值与实验值对比

Fig.3 Linear fit of Lankford coefficient in different directions Fig.4 Comparison between fitted and experimental values of the hardening model

基于 RD 方向的应力-应变曲线来确定材料的硬化准则。E40 钢的加工硬化过程通常包括一个初始快速硬化阶段和后续的线性硬化阶段。因此,为了更准确地描述材料的塑性流动特征,本研究对 Hockett-Sherby 函数进行了修正,通过引入线性项以同时表征初始快速加工硬化阶段和随后的线性硬化行为,如公式(1)所示

$$\sigma = \sigma_0 + K\varepsilon + Q(1 - e^{-b\varepsilon^a}) \quad (1)$$

公式(1)中的 σ_0 表示初始屈服应力, ε 为等效塑性应变, σ_0 、 K 、 Q 、 b 、 a 表示材料参数,其具体数值通过单轴拉伸试验逆向识别获得(见表2)。由图4可知,实验数据与拟合曲线吻合较好,说明所采用的硬化准则能够较为准确地预测 E40 钢板材的塑性变形情况。

表2 硬化模型拟合参数

Tab.2 Fitting parameters of hardening model

参数	σ_0	K	Q	b	a
Hockett-Sherby+Linear	983.835	131.570	7.387	0.663	-150.245

2 各向异性塑性模型标定

2.1 Hill48 屈服模型

在平面应力条件下,Hill48 屈服模型表达式为

$$f = (G + H)\sigma_{xx}^2 - 2H\sigma_{xx}\sigma_{yy} + (F + H)\sigma_{yy}^2 + 2N\sigma_{xy}^2 = \bar{\sigma}^2 \quad (2)$$

式中: f 为屈服函数,用于描述材料在各向异性应力状态下的屈服行为; $\bar{\sigma}$ 表示等效应力, $\bar{\sigma}^2$ 由应力分量通过 Hill 屈服准则计算得到。 F 、 G 、 H 和 N 是表征材料各向异性的参数。有两种求解方法,一种是采用屈服应力进行求解,表示为 Hill48-S,如下式所示

$$\begin{aligned} 2F &= \left(\frac{\sigma_{RD}}{\sigma_{TD}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{RD}}{\sigma_b}\right)^2 - 1 \\ 2G &= \left(\frac{\sigma_{RD}}{\sigma_b}\right)^2 + 1 - \left(\frac{\sigma_{RD}}{\sigma_{TD}}\right)^2 \\ 2H &= 1 + \left(\frac{\sigma_{RD}}{\sigma_{TD}}\right)^2 - \left(\frac{\sigma_{RD}}{\sigma_b}\right)^2 \\ 2N &= \left(\frac{2\sigma_{RD}}{\sigma_{DD}}\right)^2 - \left(\frac{\sigma_{RD}}{\sigma_b}\right)^2 \\ \sigma_b &= \frac{\sigma_{RD} + 2\sigma_{DD} + \sigma_{TD}}{4} \end{aligned} \quad (3)$$

式中: σ_b 表示等双拉应力状态下的屈服应力, 可由 0° 、 45° 和 90° 方向的单轴屈服应力计算得到^[21]。

第二种方法为采用 R 值进行求解, 表示为 Hill48- R , 如下式所示

$$\begin{aligned} F &= \frac{R_{RD}}{(1+R_{RD})R_{TD}} \\ G &= \frac{1}{1+R_{RD}} \\ H &= \frac{R_{RD}}{1+R_{RD}} \\ N &= \frac{(1+2R_{DD})(R_{RD}+R_{TD})}{2(1+R_{RD})R_{DD}} \end{aligned} \quad (4)$$

式中: R_{RD} 、 R_{DD} 和 R_{TD} 分别表示沿轧制方向(0°)、 45° 方向及横向(90°)的厚向异性系数, 其数值由表 1 中的单轴拉伸试验结果获得。

根据表 1 中的各向异性参数求得 Hill48 屈服模型的参数, 结果见表 3。

表 3 Hill48 屈服模型各向异性参数

Tab.3 Anisotropic parameters of the Hill48 yield model

	F	G	H	L	M	N
Hill48-S	0.4889	0.5479	0.4521	1.5	1.5	1.3472
Hill48-R	0.5472	0.5299	0.4701	1.5	1.5	1.5565

2.2 Yld2000-2d 屈服模型

Yld2000-2d 是由 Barlat 等^[14] 所提出的一种非二次的各向异性屈服模型, 对应的等效应力形式如下

$$\sigma_{eq} = \left\{ \frac{|X'_1 - X'_2|^M + |2X''_2 + X'_1|^M + |2X'_1 + X''_2|^M}{2} \right\}^{1/M} \quad (5)$$

式中: M 为与晶体结构有关的常数, 对于 E40 钢, $M=6$, X'_i 和 X''_i ($i=1,2$) 为二阶张量 $\mathbf{X}'$ 和 $\mathbf{X}''$ 的主值, 其中 $i=1$ 对应“+”号, $i=2$ 对应“-”号。形式如下

$$\begin{cases} X'_i = \frac{1}{2} (X'_{11} + X'_{22} \pm \sqrt{(X'_{11} - X'_{22})^2 + 4X'^2_{12}}) \\ X''_i = \frac{1}{2} (X''_{11} + X''_{22} \pm \sqrt{(X''_{11} - X''_{22})^2 + 4X''^2_{12}}) \end{cases} \quad (6)$$

$$\mathbf{X}' = \mathbf{L}' \boldsymbol{\sigma}; \quad \mathbf{X}'' = \mathbf{L}'' \boldsymbol{\sigma} \quad (7)$$

式中: $\boldsymbol{\sigma}$ 为柯西应力张量, $\mathbf{X}'$ 和 $\mathbf{X}''$ 为线性转换向量, 其形式如下

$$\begin{bmatrix} L'_{11} \\ L'_{12} \\ L'_{21} \\ L'_{22} \\ L'_{66} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_2 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} L''_{11} \\ L''_{12} \\ L''_{21} \\ L''_{22} \\ L''_{66} \end{bmatrix} = \frac{1}{9} \begin{bmatrix} -2 & 2 & 8 & -2 & 0 \\ -1 & -4 & -4 & 4 & 0 \\ 0 & -4 & -4 & 1 & 0 \\ -2 & 8 & 2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_3 \\ \alpha_4 \\ \alpha_5 \\ \alpha_6 \\ \alpha_8 \end{bmatrix} \quad (8)$$

式中: $\alpha_1 \sim \alpha_8$ 为材料的八个各向异性参数。

相较于仅含四个各向异性参数的 Hill48 屈服模型, Yld2000-2d 包含八个各向异性参数, 其扩展的参数空间显著增强了非对称屈服行为的表征能力。基于表 1 中不同取向单轴拉伸试验获得的屈服应力及厚向异性系数, 采用粒子群优化算法进行参数优化, 以最小化方程(9)中定义的误差函数, 得出 Yld2000-2d 的各个参数见表 4。

表 4 Yld2000-2d 各向异性屈服模型参数

Tab.4 Parameters of Yld2000-2d anisotropic yield model

α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6	α_7	α_8
1.069	0.918	1.186	1.025	1.073	1.355	0.981	0.773

$$E(\alpha_1, \dots, \alpha_8) = \sum_i \left(\frac{\sigma_i}{\sigma_i^{\text{exp}}} - 1 \right)^2 + \sum_i \left(\frac{R_i}{R_i^{\text{exp}}} - 1 \right)^2 \quad (9)$$

式中: σ_i^{exp} 和 R_i^{exp} 分别代表第 i 个方向下测得的屈服应力和厚向异性系数的实验数据, σ_i 和 R_i 则表示 Yld2000-2d 屈服模型在第 i 个方向上的预测值。

2.3 Yld2004-18p 屈服模型

针对 Yld2000-2d 屈服模型在复杂应力状态下的表征局限, Barlat 等^[15] 基于高阶张量变换理论提出了具有 18 个各向异性参数的 Yld2004-18p 屈服模型。该模型通过引入双线性变换张量对应力偏张量 S 进行线性变换。该屈服模型如下

$$\varphi(\sigma) = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 |\tilde{S}'_i - \tilde{S}''_j|^a = 4\bar{\sigma}^a \quad (10)$$

对于 E40 钢, $a=6$ 。 σ 为流动应力(等效应力), $\tilde{S}'_i$ 和 $\tilde{S}''_j$ 为张量 $\tilde{S}'$ 、 $\tilde{S}''$ 的主应力值, 它们由应力偏张量 S 的两次线性变换定义。如下式

$$\tilde{S}' = C' S = C' T \sigma = L' \sigma \quad (11)$$

$$\tilde{S}'' = C'' S = C'' T \sigma = L'' \sigma \quad (12)$$

公式(11)、(12)中, C' 和 C'' 是应力张量线性变换矩阵, 如下式

$$C' = \begin{bmatrix} 0 & -c'_{12} & -c'_{13} & 0 & 0 & 0 \\ -c'_{21} & 0 & -c'_{23} & 0 & 0 & 0 \\ -c'_{31} & -c'_{32} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c'_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c'_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c'_{66} \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$C'' = \begin{bmatrix} 0 & -c''_{12} & -c''_{13} & 0 & 0 & 0 \\ -c''_{21} & 0 & -c''_{23} & 0 & 0 & 0 \\ -c''_{31} & -c''_{32} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c''_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c''_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c''_{66} \end{bmatrix} \quad (14)$$

T 也是线性变换, 如下式所示

$$T = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \quad (15)$$

为了确定 Yld2004-18p 的各向异性系数, 基于表 1 中不同取向单轴拉伸试验获得的力学性能数据, 采用梯度下降算法对屈服模型参数进行反演标定, 以最小化误差函数。最终得到的模型参数如表 5 所示。

表 5 E40 钢的 Yld2004-18p 的系数

Tab.5 Coefficients of Yld2004-18p for E40 steel

参数	c'_{12}	c'_{13}	c'_{21}	c'_{23}	c'_{31}	c'_{32}	c'_{44}	c'_{55}	c'_{66}
实验值	0.8689	0.7209	0.5009	0.9520	0.6541	1.2411	0.9357	1	1
参数	c''_{12}	c''_{13}	c''_{21}	c''_{23}	c''_{31}	c''_{32}	c''_{44}	c''_{55}	c''_{66}
实验值	0.6121	1.1445	0.9676	0.7189	1.2240	0.4174	0.9854	1	1

在本工作中, 误差函数定义为

$$E(c'_{ij}, c''_{ij}) = \sum_p w_p \left(\frac{\sigma_p^{\text{pr}}}{\sigma_p^{\text{ex}}} - 1 \right)^2 + \sum_q w_q \left(\frac{r_q^{\text{pr}}}{r_q^{\text{ex}}} - 1 \right)^2 \quad (16)$$

式中: p 为不同方向单轴拉伸或单轴剪切时可用的实验流动应力个数, q 为实验 R 值的个数。上式中, 上标 ex 或 pr 表示对应值是实验值或预测值。误差函数中的每一项都用 w 加权。该权重可以用来区分流动应力或 r 值。将平面内流动应力的权重、单轴拉伸时的 R 值, 以及其他流动应力的权重分别设为 1.00、0.10 和 0.01。Yld2004-18p 屈服模型中包含 14 个代表板料面内性能的参数。由于板料在厚度方向上不存在弯曲, c'_{55} 、 c''_{55} 和 c'_{66} 、 c''_{66} 表征板料面外的剪切属性设置为 1。基于表 1 的试验结果, 得出 c'_{ij} 和 c''_{ij} 的具体参数见表 5。

2.4 塑性各向异性参数

根据 Hill 正交各向异性塑性理论^[9], 用于表征板材的面内各向异性特征。该参数与表 1 中所列 R 值具有相同物理含义, 均表示宽度方向塑性应变与厚度方向塑性应变之比。其表达式为

$$R = \frac{d\varepsilon_b}{d\varepsilon_t} \quad (17)$$

对于沿 x 轴(RD)的单轴拉力, R 值可进一步表示为

$$R_\theta = - \frac{\frac{\partial \varphi}{\partial \sigma_{xx}} \sin^2 \theta + \frac{\partial \varphi}{\partial \sigma_{yy}} \cos^2 \theta - \frac{\partial \varphi}{\partial \sigma_{xy}} \sin 2\theta}{\left(\frac{\partial \varphi}{\partial \sigma_{xx}} + \frac{\partial \varphi}{\partial \sigma_{yy}} \right)} \quad (18)$$

式中: φ 表示屈服函数, 其具体形式由所选各向异性屈服模型(Hill48、Yld2000-2d 或 Yld2004-18p)确定。需说明的是, 前文中的 f 与此处的 φ 均表示屈服函数, 仅符号表示不同, 其物理含义一致。式中各偏导数项基于关联流动法则由屈服函数对应力分量求导得到, 用于描述塑性应变增量方向。 θ 为单轴拉伸方向相对于轧制方向(RD)的取向角。

关于正交各向异性坐标的单轴应力张量与柱坐标的关系为

$$\sigma_\theta(Y_\theta, \theta) = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & 0 \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_\theta \cos^2 \theta & Y_\theta \sin \theta \cos \theta & 0 \\ Y_\theta \sin \theta \cos \theta & Y_\theta \sin^2 \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (19)$$

式中: Y_θ 表示沿取向角 θ 方向的单轴拉伸屈服应力。

3 不同屈服模型对 E40 钢各向异性的预测能力

分别采用 Hill48、Yld2000-2d 和 Yld2004-18p 屈服模型计算得到不同加载方向时归一化屈服应力的理论值, 并将其与实验结果进行比较, 结果如表 6 和表 7 所示。

表 6 E40 钢归一化屈服应力的实验值与预测值

Tab.6 Experimental and predicted values of normalized yield stress for E40 steel

方向/°	实验值	Hill48-S	Hill48-R	Yld2000-2d	Yld2004-18p
0	1	0.9903	1.0156	1.0004	0.9990
15	0.9987	1.0030	1.0101	1.0068	0.9997
30	1.0158	1.0184	0.9990	1.0217	1.0170
45	1.0354	1.0316	0.9923	1.0351	1.0331
60	1.0236	1.0345	0.9949	1.0388	1.0248
75	1.0233	1.0301	1.0027	1.0345	1.0244
90	1.0309	1.0271	1.0070	1.0314	1.0298

根据公式(20)计算不同屈服模型预测屈服应力和 R 值的误差 E , 其结果如图 5 所示。数据分析表

明, Yld2004-18p 屈服模型预测精度最高, 屈服应力与 R 值分别实现 0.12% 和 0.55% 的最低平均偏差; Hill48 屈服模型预测精度最低, 对应误差分别为 2.24% 和 8.5%; Yld2000-2d 屈服模型预测精度中等, 对应偏差分别为 0.58% 和 3.75%。

表 7 E40 钢厚向异性系数 R 值的实验值与预测值

Tab.7 Comparison of experimental and predicted Lankford coefficient of E40 steel

方向/°	实验值	Hill48-S	Hill48-R	Yld2000-2d	Yld2004-18p
0	0.887	0.825	0.887	0.888	0.887
15	0.868	0.814	0.903	0.902	0.862
30	0.897	0.795	0.934	0.931	0.893
45	0.945	0.799	0.945	0.948	0.957
60	0.847	0.842	0.920	0.923	0.852
75	0.808	0.898	0.879	0.880	0.814
90	0.859	0.925	0.859	0.861	0.858

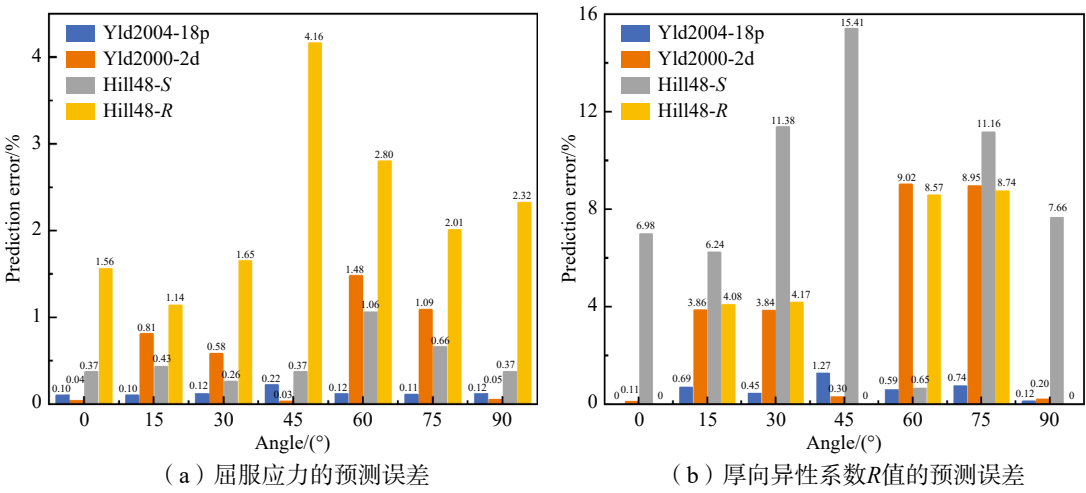


图 5 不同屈服模型下屈服应力和 R 值的预测误差

Fig.5 Prediction errors of yield stress and coefficient R for different yield models

$$E_1 = \left| \frac{\sigma_{\text{pred}} - \sigma_{\text{exp}}}{\sigma_{\text{exp}}} \right| \times 100\% \tag{20}$$

式中: σ_{exp} 为实验值, σ_{pred} 为理论预测值。

图 6 给出了不同屈服模型预测结果与实验数据的对比情况, 其中图 6(a)为屈服应力随取向角变化

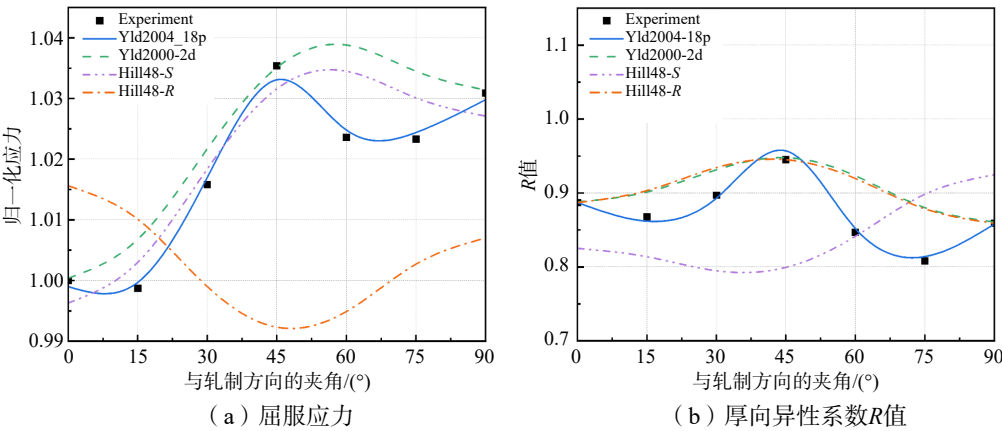


图 6 不同屈服模型下 E40 钢的实验和预测

Fig.6 Experimental and predicted results of E40 steel for different yield models

的分布,图 6(b)为厚向异性系数 R 随取向角的变化规律。从图 6 中可以看出,Yld2004-18p 屈服模型在非 45° 轧制取向区间展现出较好的吻合度,说明其复杂参数体系能较好捕捉多角度各向异性特征。实验数据点与 Yld2000-2d 屈服模型的理论预测曲线有一定误差,与 Hill48 的理论预测曲线误差最大。该现象源于 Hill48 模型受限于其各向异性参数采集维度不足,对非对称各向异性行为的适应性较差。

图 7 为不同屈服模型下的屈服轨迹与实验值的对比,Hill48 屈服模型因参数简化及数学形式限制,屈服轨迹与实验值偏差显著;而 Yld2000-2d 屈服模型轨迹形状较接近实验曲线,尤其在剪切主导区,吻合度提升明显,但在纯剪切区偏差较大,可能是由于二维平面假设导致对纯剪切和双轴拉伸的耦合效应捕捉不足。综上所述,Yld2004-18p 屈服模型对 E40 钢的各向异性行为具有更优越的表征能力。

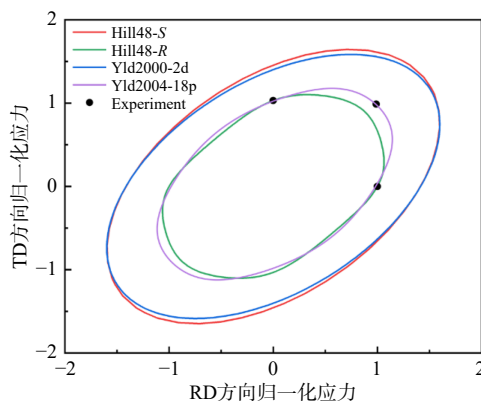


图 7 不同屈服模型下的屈服轨迹与实验结果对比

Fig.7 Comparison between yield trajectories and experimental results for different yield models

4 模型验证分析

为进一步验证模型预测效果,加工了两块尺寸为 $100\text{ mm} \times 30\text{ mm} \times 10\text{ mm}$ 的长方体坯料,分别采用半径为 200 mm 和 500 mm 的模具进行冲压实验。

基于 ABAQUS 平台构建了 E40 钢冷弯成形显-隐式顺序耦合仿真模型。如图 8 所示,模具简化为刚体,板材采用 C3D8R 单元,弹性模量 $E = 210\text{ GPa}$,泊松比 $\nu = 0.3$,摩擦系数设为 0.1 。成形阶段使用 ABAQUS/Explicit 模块进行显式动态分析:设置位移载荷驱动上模下压,采用自主开发的 VUMAT 子程序分别将 Hill48、Yld2000-2d 和 Yld2004-18p 各向异性屈服模型及硬化准则嵌入材料属性中,模拟 $r = 200\text{ mm}/500\text{ mm}$ 两种弯曲半径下的非线性变形;回弹阶段转入 ABAQUS/Standard 模块执行隐式静态分析,将成形终态应力场作为初始条件,通过完全释放边界约束,精确模拟卸载后的弹性回复行为。该方法通过显式算法保障大变形计算的收敛性,采用隐式求解确保回弹量的计算精度。数值分析的基本条件如表 8 所示。

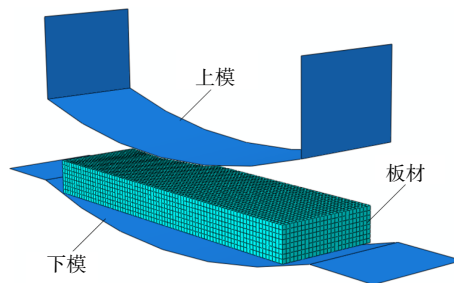


图 8 有限元模型

Fig.8 Finite element model

表 8 冲压有限元模拟参数汇总

Tab.8 Summary of stamping forming finite element simulation parameters

节点数	单元数	内存	软件	操作系统	处理器
18 227	15 360	8 GB	ABAQUS/Explicit	64-bit Windows 10	Intel (R) Core (TM) i5-12600KF 3.70 GHz

表 9 比较了 Hill48、Yld2000-2d 和 Yld2004-18p 三种屈服模型在冲压模拟中的计算时间。可以看出, Hill48 因形式简单、参数少而计算耗时最短, Yld2000-2d 引入更多面内各向异性参数计算耗时显著增加, Yld2004-18p 由于阶数高且需求解主应力, 计算时间最长。此外, 小弯曲半径($r = 200\text{ mm}$)下局部曲率大, 显式积分求解时间步减小, 导致计算时间反而略长于大半径工况。

表 9 不同屈服模型在模拟冲压试验时的计算时间比较

Tab.9 Comparison of calculation times for different yield models in simulating stamping forming tests

弯曲半径	屈服模型		
	Hill48	Yld2000-2d	Yld2004-18p
$r = 500\text{ mm}$	4 min 20 s	7 min 28 s	10 min 17 s
$r = 200\text{ mm}$	4 min 47 s	8 min 03 s	11 min 16 s

图 9 展示了在不同弯曲半径($r = 200\text{ mm}$ 与 $r = 500\text{ mm}$)条件下, 沿板材上表面长度方向(X 方向)的回弹变形法向位移误差分布情况, 其中误差定义为模型预测结果与实验测量结果在板材表面法向方向上的位移差。所有模型的回弹误差在 $X = 0$ 附近均表现出对称分布。在变形程度较大时($r = 200\text{ mm}$), Hill48 与 Yld2000-2d 在边缘区域误差较大, 峰值超过 1 mm , 预测精度不理想; 而 Yld2004-18p 模型在整个区域内误差均控制在 5% 以内, 表现出更高的预测一致性和空间均匀性。随着变形程度减小($r = 500\text{ mm}$), 所有模型的误差明显减小, 其中 Yld2004-18p 误差小于 3% , 为最优表现。Hill48 模型精度中等, 边缘区域误差略有波动, 而 Yld2000-2d 虽在整体应变较缓区域有所改善, 但边缘误差仍较明显。

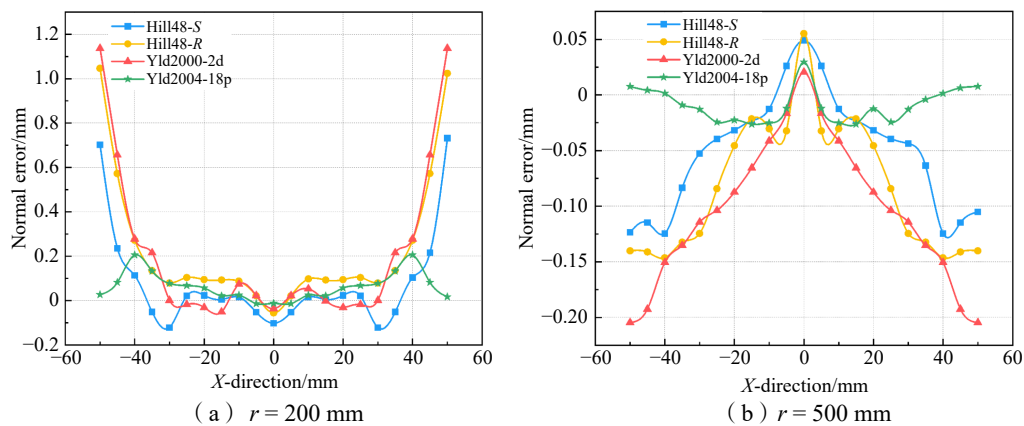


图 9 沿板材长度方向 (X 方向) 的法向位移误差分布

Fig.9 Distribution of normal displacement error along the plate length direction (X -direction)

上述预测差异主要源于各屈服模型对材料各向异性和非线性塑性行为的描述能力差异。Hill48 模型由于采用二次屈服函数, 难以准确捕捉材料在复杂应力状态下的真实变形特征, 尤其在小变形条件下, 其相对误差可达 15% 。Yld2000-2d 虽然通过引入参数扩展改善了各向异性描述能力, 但在应力梯度较高区域依然存在预测偏差。相比之下, Yld2004-18p 模型通过更高阶的屈服函数形式和优化参数设置, 能更准确地描述 E40 钢板材的塑性应变演化和厚向回弹特性, 在不同工况下均表现出优异的成形精度与工程适用性。

5 结 论

本文围绕 E40 钢板材在拉伸状态下的各向异性行为及其冲压回弹预测, 结合单向拉伸实验、屈服模型参数标定及数值模拟, 对比分析了 Hill48、Yld2000-2d 和 Yld2004-18p 三种各向异性屈服模型的适

用性与预测精度,主要结论如下:

(1) E40 钢在拉伸状态下表现出显著的各向异性特征,实验结果显示,不同方向屈服应力最大相差 13 MPa,伸长率相差 2.3%,厚向异性系数均小于 1。

(2) 基于实验数据对 Hill48、Yld2000-2d 和 Yld2004-18p 三种屈服模型进行了参数标定,并采用修正型 Hockett-Sherby 模型描述材料的应变硬化行为。结果表明,Yld2004-18p 模型在主应力空间下的屈服面轨迹与实验吻合度最高。

(3) 冲压回弹实验结果验证了不同屈服模型的成形预测精度。Hill48 和 Yld2000-2d 在厚度减薄率及回弹模拟中的最大相对误差分别约为 10% 和 15%,Yld2004-18p 在小半径($r = 200 \text{ mm}$)和大半径($r = 500 \text{ mm}$)工况下预测误差均小于 4%,较 Hill48 模型精度提高约 3 倍,能更准确地反映 E40 钢的塑性变形与回弹特性,具有良好的工程适用性。

参 考 文 献:

- [1] Chen H, Guo N, Zhang X, et al. Effect of water flow on the microstructure, mechanical performance, and cracking susceptibility of underwater wet welded Q235 and E40 steel[J]. *Journal of Materials Processing Technology*, 2020, 277: 116435.
- [2] Wang J, Ma J, Liu Y, et al. Influence of heat input on microstructure and corrosion resistance of underwater wet-welded E40 steel joints[J]. *Journal of Materials Engineering and Performance*, 2020, 29(11): 1–10.
- [3] Mutafti A, Irwan J M, Yidris N, et al. An in-depth comparative FEA on through-thickness residual stresses in press-braked cold-formed steel section[J]. *Results in Engineering*, 2024, 22: 102124.
- [4] Wang R, Sun C, Liu X, et al. Research on springback mechanism of TA2/Q235B composite plate in roll forming[J]. *Journal of Manufacturing Processes*, 2024, 119: 715–728.
- [5] 梁棋钰, 张 龙, 朱 凌. 考虑部分卸载效应的多压头凹形成形及回弹预测 (英文)[J]. *船舶力学*, 2024, 28(12): 1953–1969.
Liang Q Y, Zhang L, Zhu L. Forming and springback prediction of strips under multi-square punch concave forming process considering partial-unloading effects[J]. *Journal of Ship Mechanics*, 2024, 28(12): 1953–1969. (in Chinese)
- [6] Juul N Y, Oddershede J, Beaudoin A, et al. Measured resolved shear stresses and Bishop-Hill stress states in individual grains of austenitic stainless steel[J]. *Acta Materialia*, 2017, 141: 388–404.
- [7] Zhou B, Wang L, Wang J, et al. Dislocation behavior in a polycrystalline Mg-Y alloy using multi-scale characterization and VPSC simulation[J]. *Journal of Materials Science & Technology*, 2022, 98: 87–98.
- [8] Zhou S, Ben Bettaieb M, Abed-meraim F. Investigation of the effect of morphological and crystallographic textures on the ductility limits of thin metal sheets using a CPFEM-based approach[J]. *European Journal of Mechanics-A/Solids*, 2024, 106: 105293.
- [9] Hill R. A theory of the yielding and plastic flow of anisotropic metals[J]. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, 1948, 193(1033): 281–297.
- [10] Chen G, Zhao C, Shi H, et al. Nonlinear kinematic hardening constitutive model based on Hill48 yield criterion and its application in reverse deep drawing[J]. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, 2022, 44(10).
- [11] Mu Z, Zhao J, Meng Q, et al. Applicability of Hill48 yield model and effect of Anisotropic Parameter Determination Methods on anisotropic prediction[J]. *Journal of Materials Engineering and Performance*, 2022, 31(3): 2023–2042.
- [12] Barlat F, Lian K. Plastic behavior and stretchability of sheet metals. Part I: A yield function for orthotropic sheets under plane stress conditions[J]. *International Journal of Plasticity*, 1989, 5(1): 51–66.
- [13] Barlat F, Lege D J, Brem J C. A six-component yield function for anisotropic materials[J]. *International Journal of Plasticity*, 1991, 7(7): 693–712.
- [14] Barlat F, Brem J C, Yoon J W, et al. Plane stress yield function for aluminum alloy sheets—part 1: Theory[J]. *International*

- Journal of Plasticity, 2003, 19(9): 1297–1319.
- [15] Barlat F, Aretz H, Yoon J W, et al. Linear transformation-based anisotropic yield functions[J]. International Journal of Plasticity, 2005, 21(5): 1009–1039.
- [16] 张 玮, 毛柳伟, 杨 坤, 等. 船用 E36 钢的动态力学行为及本构关系 (英文)[J]. 船舶力学, 2022, 26(6): 912–918.
Zhang W, Mao L W, Yang K, et al. Dynamic mechanical behavior and constitutive relation of shipbuilding E36 steel[J]. Journal of Ship Mechanics, 2022, 26(6): 912–918. (in Chinese)
- [17] Chen J, Wang Z, Chu X, et al. Calibration of Yld2000-2D anisotropy yield criterion with traditional testing and inverse identification strategies[J]. Materials, 2023, 16(21): 6904.
- [18] Wang H, Fan C, Yoshimura A, et al. A non-associated constitutive model based on Yld2004-18p yield criterion and its applications on sheet metal forming analysis[J]. Scientific Reports, 2025, 15(1).
- [19] GB/T 228.1-2021. 金属材料 拉伸试验 第 1 部分: 室温试验方法[S].
GB/T 228.1-2021. Metallic materials-tensile testing-Part I: Method of test at room temperature[S]. (in Chinese)
- [20] GB/T 5027-2007. 金属薄板和薄带塑性应变比 (r 值) 试验方法[S].
GB/T 5027-2007. Metallic materials sheet and strip determination of plastic strain ratio(r -values) [S]. (in Chinese)
- [21] Fuhui S, Sebastian M, Junhe L. Forming limit prediction by the Marciniak-Kuczynski model coupled with the evolving non-associated Hill48 plasticity model[J]. Journal of Materials Processing Tech., 2019, 287.