

文章编号: 1007-7294(2025)10-1584-12

# 加强型蜂窝点阵夹层结构承载性能分析和优化设计

王文胜, 刘冰鑫, 宁惠君

(河南科技大学 土木建筑学院工程力学系, 河南 洛阳 471023)

**摘要:** 基于传统蜂窝夹层结构, 本文提出了一种加强型蜂窝点阵夹层结构, 并对其承载性能进行分析和优化设计。首先, 使用 3D 打印技术制备了传统蜂窝单胞和加强型蜂窝单胞试件, 并通过准静态压缩试验和数值模拟的方法验证了加强型蜂窝的承载性能较传统蜂窝单胞更为优异。其次, 以加强型蜂窝中 5 个关键参数作为设计变量, 分别创建了结构质量的 Kriging 代理模型以及能量吸收的径向基函数神经网络模型, 通过多目标遗传算法调用代理模型进行承载性能优化设计, 获得了加强型蜂窝单胞最优的结构参数, 并对优化结果进行了试验与仿真验证。结果表明, 在质量相同的条件下, 优化后的构型比初始构型的能量吸收性能提高了 24.25%, 比传统蜂窝夹层结构的能量吸收性能提升了 35.9%。

**关键词:** 加强型蜂窝; 点阵夹层; 准静态压缩; 能量吸收; 优化设计

**中图分类号:** O342 **文献标识码:** A **doi:** 10.3969/j.issn.1007-7294.2025.10.008

## Bearing performance analysis and optimization design of enhanced honeycomb lattice sandwich structure

WANG Wen-sheng, LIU Bing-xin, NING Hui-jun

(Department of Engineering Mechanics, School of Civil Engineering and Architecture, Henan University of Science and Technology, Luoyang 471023, China)

**Abstract:** Based on the classic honeycomb sandwich structure, an enhanced honeycomb lattice sandwich structure was proposed in this paper, and its load-bearing performance was analyzed and optimized. Firstly, unit cell specimens of both classic and enhanced honeycomb structures were fabricated using 3D printing technology. Quasi-static compression tests and numerical simulations were conducted to verify that the enhanced honeycomb unit cells have superior load-bearing performance compared to the classic honeycomb unit cells. Secondly, five key parameters of the enhanced honeycomb were selected as design variables to create a Kriging surrogate model for structural mass and a radial basis function neural network model for energy absorption. Multi-objective genetic algorithms were used to invoke the surrogate models for optimizing load-bearing performance. The optimal structural parameters of the enhanced honeycomb unit cells were obtained and validated through experiments and simulations. The results show that, under the same mass conditions, the optimized configuration improves energy absorption performance by 24.25% compared to the initial configuration and by 35.9% compared to the classic honeycomb sandwich structure.

收稿日期: 2025-04-17

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51975187); 工业装备结构分析国家重点实验室(大连理工大学)开放课题基金项目(GZ18114)

作者简介: 王文胜(1983-), 男, 博士, 教授, 通讯作者, E-mail: wswang@live.cn。

**Key words:** enhanced honeycomb; lattice sandwich structure; quasi-static compression; energy absorption; optimization design

## 0 引 言

随着工业现代化进程的不断推进,轻量化结构在各个领域的需求日益增加,轻质多功能化已成为结构设计的必然趋势,夹层结构因其优异的性能而得到广泛应用<sup>[1]</sup>。夹层结构由上、下面板和中间的轻质芯子组成,能在保持低重量的同时,展现出高比强度和高比刚度,具备出色的抗冲击和降噪性能<sup>[2-3]</sup>。由于夹层结构上、下面板与夹芯的各参数具有多种组合可能性,因此其在设计上具有极强的灵活性,通过调整各参数,可使结构同时具有多种优异的力学性能,因此,夹层结构在船舶制造、航空航天、建筑等多个领域都得到了广泛应用<sup>[4-6]</sup>。

但在实际工程应用中,由于夹层结构的复杂性及其对制备工艺的要求较高,设计过程中必须考虑其制备的可行性。传统的蜂窝夹层板制备时需分别制备夹芯与面板,然后在有限的操作空间内将夹芯与上、下面板固定。对于金属蜂窝夹层板来说,由于其结构内部完全封闭,使得焊接工作难以进行,结构内部无法观察,导致夹层板的质量控制成为一大难题,且传统的夹层结构已经无法满足工程中不同领域的多种需求,因此,亟需开发更适应于不同工程应用领域的夹层结构<sup>[7-8]</sup>。针对以上问题,研究人员设计出多种新型夹层结构,如双螺旋蜂窝状夹层结构<sup>[9]</sup>、仿生乌贼骨夹层结构<sup>[10]</sup>以及蜘蛛网芯夹层结构<sup>[11]</sup>等。

夹层结构在应用中所承受的载荷形式多种多样,其中比较常见的是压缩载荷。夹层结构在压缩过程中的载荷-位移曲线与吸能曲线能反映其各种力学性能的关键信息,可以为夹层结构的设计提供指导,因此,研究其压缩性能具有重要的工程意义<sup>[12-13]</sup>。由于点阵夹层结构具有很强的周期性,为了方便试验与仿真计算,学者们常常通过单胞对点阵夹层结构进行研究。Dastan 等<sup>[14]</sup>对 Kagome 构型进行了改进,并通过试验与仿真相结合的方法对其单胞进行研究,验证了新构型较原构型的比强度提升了约 100%;赵冰等<sup>[15]</sup>通过试验对比了金字塔型、四面体型、X 型三维点阵夹层结构单胞的压缩性能;Hu 等<sup>[16]</sup>对双层十字型点阵夹层结构单胞的承载性能进行研究,并通过仿真和试验验证了该点阵夹层结构单胞与夹层板在准静态压缩下的变形趋势相同;Zou 等<sup>[17]</sup>则对木材 X 型点阵夹层结构单胞进行了平面外压缩试验,研究了该结构的承载性能并创建了理论模型。

为了满足实际应用需求,夹层结构常需进行优化设计<sup>[18]</sup>。目前,国内外结构优化设计方法有很多,考虑到设计周期与计算成本的影响,代理模型技术在结构优化设计中逐渐受到重视并得到发展<sup>[19]</sup>。常见的代理模型技术有 Kriging 模型、响应面法以及神经网络模型等<sup>[20-22]</sup>。通过代理模型技术与优化算法结合,可以在设计变量与响应之间没有明确函数关系的情况下,利用离散的样本点对数学模型进行逼近拟合,从而缩短优化设计周期<sup>[23]</sup>。

在传统蜂窝夹层板的基础上,本文提出了一种加强型蜂窝点阵夹层结构。首先,制备了该结构单胞的 3D 打印模型,并通过试验与仿真相结合的方式分析了该单胞在准静态压缩情况下的承载性能。然后,基于数值仿真结果创建了结构质量的 Kriging 模型与能量吸收的径向基函数神经网络代理模型,利用多目标遗传算法调用代理模型对结构的 5 个关键参数进行优化,最终,获得了 Pareto 最优解集以及与初始构型质量相同的最优构型,并对最优构型进行了试验与仿真验证。研究结果可为该点阵夹层结构的工程应用提供参考。

## 1 结构与准静态压缩分析

### 1.1 加强型蜂窝点阵夹层结构设计

夹层结构存在的严重隐患是面与芯界面处的脱粘,该隐患极大损害了夹层结构的承载能力<sup>[24]</sup>。图 1

为传统蜂窝夹层板,若其材质为金属,则夹层板的面与芯之间由于完全封闭将会导致无法进行焊接,面与芯之间只能通过结构胶进行连接,这可能导致破坏发生在面与芯连接处。因此,本文提出一种较易于金属材料制备的加强型蜂窝点阵夹层结构,该结构由上、下两个平行的面板以及中间的芯子构成,由于芯子之间有空隙,因此,面与芯连接处可以通过自动焊接技术进行连接,从而保证了面与芯连接界面的强度。加强型蜂窝芯子可由六边形薄壁结构与加强肋经搭接拼焊法制备,其中六边形薄壁结构可通过六边形钢管切割获得,加强肋的制备也极为简便,制备工艺要求不高,该芯子形状与“米”字相似且不连续,可以根据实际工程需要对排列方式进行设计,如图2所示。

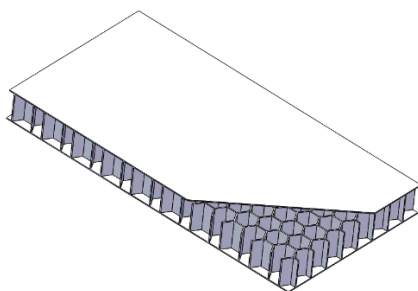


图1 传统蜂窝夹层结构

Fig.1 Sandwich structure of classic honeycomb

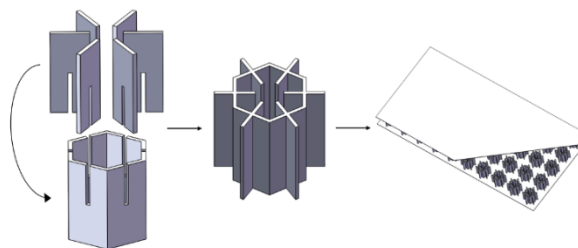


图2 加强型蜂窝点阵夹层结构

Fig.2 Lattice sandwich structure of enhanced honeycomb

此外,加强型蜂窝点阵夹层结构基本周期单元之间存在较大的空间,这使得结构内部具备良好的流通性,因此,加强型蜂窝点阵夹层结构在隔声降噪、传热、抗冲击和吸能等方面具有很大的潜力<sup>[25]</sup>。传统蜂窝夹层结构抵抗面外载荷时,其主要的破坏模式通常是由于蜂窝薄壁夹芯的失稳所导致。相比之下,加强型蜂窝点阵夹层结构通过在六边形蜂窝薄壁结构上引入加强肋,不仅增加了结构的整体刚度,而且能够更有效地分散和抵抗应力,当结构受到面外载荷时,加强肋能够协同工作,共同承担载荷,从而防止或延缓蜂窝壁的失稳现象,显著提升其抵抗面外载荷的能力。

### 1.2 准静态压缩试验

为评估加强型蜂窝点阵夹层结构的承载性能,本文对比了其与传统蜂窝夹层结构在准静态压缩试验过程中的能量吸收性能。考虑到夹层结构的高度周期性及试验与仿真计算的经济性,本文仅针对夹层结构的单个周期单元进行研究。图3为传统蜂窝单胞的选取方式,其单胞上、下面板的厚度均取为1 mm,面板的长宽分别取为38 mm与32.9 mm,芯子中蜂窝薄壁厚度为1.6 mm,高度为28 mm。

为比较加强型蜂窝与传统蜂窝的吸能性能,本文采用控制变量法,确保两种结构的芯子质量相同。加强型蜂窝单胞芯子的具体尺寸为: $R=10$  mm,  $D_1=1.6$  mm,  $D_2=1.2$  mm,  $H_1=5.4$  mm,  $H_2=5.4$  mm,芯子高度保持为28 mm。此外,考虑到上、下面板的长、宽对蜂窝承载性能的影响相对较小,为便于后续对加强型蜂窝单胞的优化设计且扩大优化范围,上、下面板的长度与宽度统一取为40 mm,厚度设为1 mm。加强型蜂窝芯子的结构尺寸如图4所示。

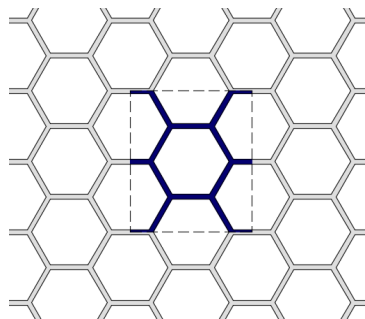


图3 传统蜂窝单胞选取示意图

Fig.3 Selection diagram of classic honeycomb cell

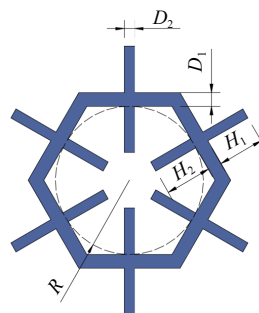


图4 加强型蜂窝芯子尺寸

Fig.4 Core size of enhanced honeycomb

通过准静态压缩试验和数值模拟对加强型蜂窝点阵夹层结构进行研究,考虑到 3D 打印技术成本低、速度快、可定制性强,因此,本文采用 3D 打印黑色尼龙(PA12)材料代替金属材料进行试件的制备。根据 MJF 打印成型原理进行 3D 打印,对 PA12 材料的打印层厚设定为 0.08 mm,确保尺寸精度误差在 0.25% 以内,PA12 材料的密度为 1.01 g/cm<sup>3</sup>。最终,通过 3D 打印技术制备了两种蜂窝单胞各 5 个试件且芯子质量均为 6.86 g。

准静态压缩试验在电子万能试验机上进行,该试验机所能承受的最大拉压载荷为 100 kN,足以满足本次试验的需求。在试验过程中,采用位移加载控制方法向两种蜂窝单胞试件施加 5 mm 位移载荷,加载速度为 1 mm/min。为确保试验结果的可靠性,每组试验重复 5 次,蜂窝单胞试件以及准静态压缩试验如图 5 所示。在评价平面外压缩载荷下结构的承载能力时,通常采用的指标包括平均破碎力、比吸能和总吸能<sup>[26]</sup>。由于已确保各芯子的质量均为 6.86 g,且位移载荷均为 5 mm,因此,选择总吸能( $E_a$ )作为评价不同结构承载性能的指标。

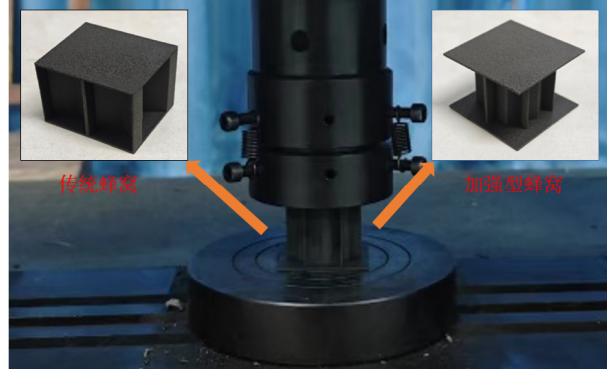


图 5 准静态压缩试验

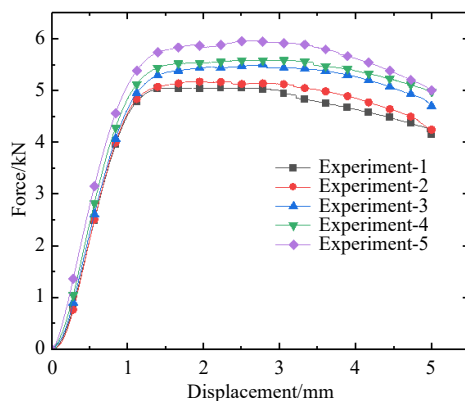
Fig.5 Quasi-static compression test

通过对夹层结构在准静态压缩试验过程中的载荷-位移曲线进行积分,可以得到夹层结构的总吸能( $E_a$ ),这一数值反映了面外载荷对夹层结构压缩 5 mm 过程中所做的功,同时也代表了压缩过程中试件所吸收的能量,其数学表达式如下:

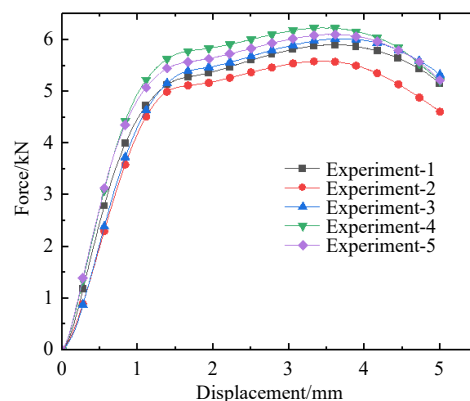
$$E_a = \int_0^5 F(s)ds \tag{1}$$

式中, $F(s)$ 表示压缩位移为 $s$ 时的瞬时力。

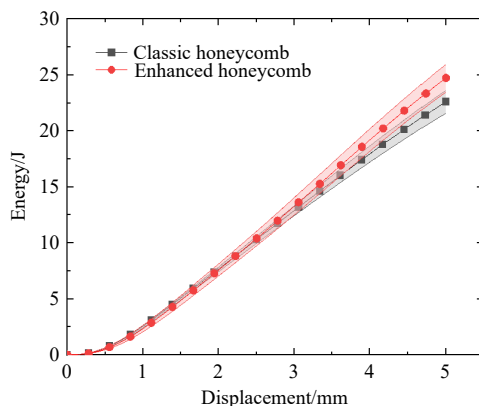
加强型蜂窝单胞与传统蜂窝单胞的准静态压缩试验结果如图 6 所示。通过图 6(a)与图 6(b)可以观察到两种蜂窝结构初始阶段的载荷与位移均呈线性关系,这一阶段的曲线斜率主要由单胞芯子的截面面积决定。在压缩位移达到 3 mm 后,加强型蜂窝单胞的外载荷仍有增大趋势,并且在 3.5 mm 时达到载荷峰值,而传统蜂窝夹层结构的外载荷在 3 mm 压缩位移后持续减小,加强型蜂窝的载荷峰值较传统蜂窝更高。对两种蜂窝的载荷-位移曲线进行积分,每条载荷-位移曲线均对应一条能量吸收曲线,为了方便不同蜂窝之间能量吸收性能的对比,通过两种蜂窝能量吸收曲线的均值与标准差分别获得了两者能量吸收的误差带曲线,如图 6(c)所示。在 5 mm 位移载荷下,加强型蜂窝的总吸能均值为 24.74 J,而传统蜂窝的总吸能均值为 22.62 J,这意味着,在相同质量和压缩位移的条件下,加强型蜂窝能量吸收值高出传统蜂窝单胞 9.37%,其抵抗失稳破坏的能力更强,能够吸收更多的能量,表现出更高的承载性能。



(a) 传统蜂窝载荷-位移曲线



(b) 加强型蜂窝载荷-位移曲线



(c) 两种蜂窝吸能曲线对比

图6 准静态压缩试验结果

Fig.6 Results of quasi-static compression test

### 1.3 数值仿真分析

在有限元仿真过程中,为模拟出3D打印PA12材料所制备试件的力学性能,需赋予数值仿真模型准确的材料属性。3D打印PA12材料采用各向同性<sup>[27]</sup>和弹塑性本构模型,为获取材料参数,依据国际规范ISO 527-1:2012制备标准拉伸试件进行单轴拉伸试验,加载速率为1 mm/min,图7给出了拉伸试件的尺寸及其拉伸过程中的应力-应变曲线,试件的尺寸单位为mm。通过曲线可以看出PA12具有明显的弹塑性阶段,受力初期材料表现出线弹性的性质,随后进入塑性变形阶段,从而确定PA12材料的部分属性,如表1所示。

表1 PA12材料属性

Tab.1 Material properties of PA12

$\rho/(\text{g}\cdot\text{cm}^{-3})$	$E/\text{MPa}$	$\mu$	$\sigma_y/\text{MPa}$	$\sigma_q/\text{MPa}$
1.01	850	0.3	18	40

图8为加强型蜂窝单胞的数值仿真模型,材料采用弹塑性本构模型,属性如表1所示。材料的弹性阶段弹性模量为850 MPa,屈服强度为18 MPa。塑性阶段则是通过在图7应力-应变曲线上等间距取出50个数据点,将其输入到有限元计算中对材料的塑性行为进行模拟。网格采用三维八节点六面体单元,使用种子为0.3 mm的网格,整个模型共有327 648个单元。准静态压缩试验中,上、下面板均与钢板接触,为模拟试验条件,在仿真模型中对下面板施加固定约束,对上面板施加向下5 mm的位移载荷。

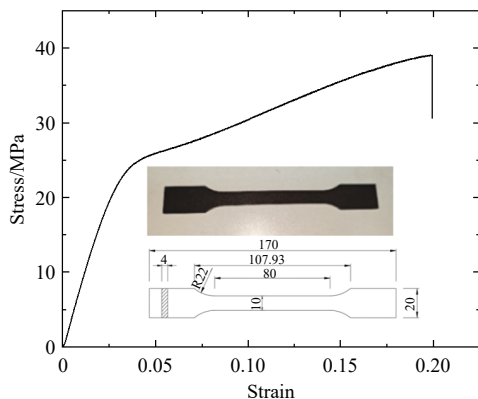


图7 拉伸试件应力-应变曲线

Fig.7 Stress-strain curve of tensile specimen

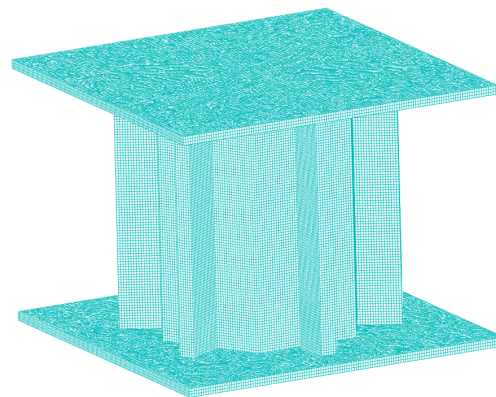


图8 加强型蜂窝单胞数值仿真模型

Fig.8 Numerical simulation model of enhanced honeycomb

图 9 展示了试验与仿真分析的载荷-位移曲线、能量-位移曲线对比,其中,试验结果以标准差误差带曲线表示。从图中可以看出,试验与仿真的载荷-位移曲线、能量-位移曲线趋势高度一致。两者的载荷-位移曲线初始阶段均呈现出线性上升的特点,随着载荷的增加,当载荷-位移曲线达到第一个拐点时,芯子的加强肋进入屈曲失稳的临界状态,当试验加载至最后 5 mm 的压缩位移时,试验与仿真中芯子的加强肋均发生失稳,整个阶段试验与仿真结果均保持较高的吻合度。通过对载荷-位移曲线积分得到在 5 mm 压缩位移下,试验与仿真的吸能分别为 24.74 J 与 24.68 J,二者之间的误差仅为 0.2%。这一结果表明,本文所采用的数值仿真模型具有较高的准确性,在构建代理模型时,数值仿真结果可以替代试验结果。

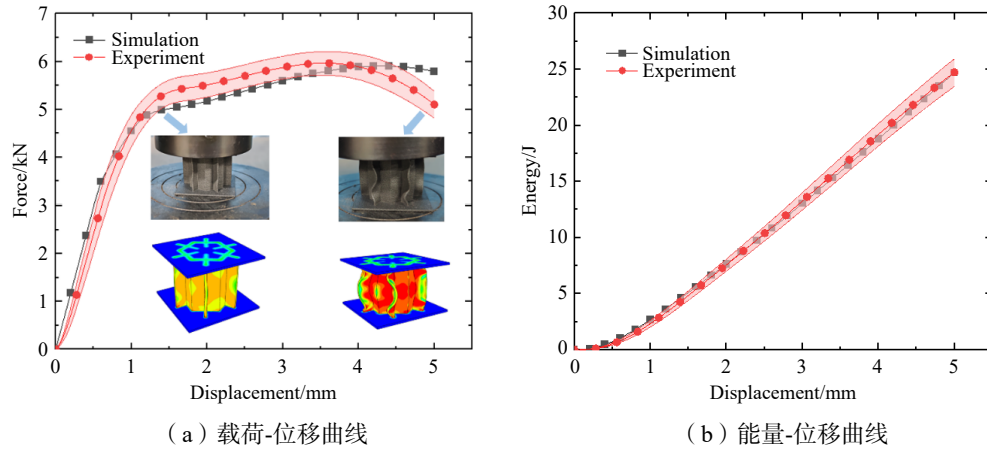


图 9 加强型蜂窝单胞准静态压缩仿真与试验结果

Fig.9 Simulation and experimental results of enhanced honeycomb in quasi-static compression

## 2 优化设计与代理模型构建

### 2.1 优化模型

结构参数对加强型蜂窝点阵夹层结构的承载能力具有重要影响,包括芯子六边形内切圆半径、六边形厚度、加强肋尺寸等。为此,在保持加强型蜂窝单胞上、下面板尺寸(40×40×1 mm)不变的前提下,重点对芯子的部分参数进行优化。如图 4 所示,取 5 个关键尺寸变量,分别为六边形内切圆半径 $R$ 、外加肋长度 $H_1$ 、内加强肋长度 $H_2$ 、六边形厚度 $D_1$ 以及加强肋厚度 $D_2$ ,通过调整这 5 个变量的组合,获得在质量(mass)和吸能( $E_a$ )上表现更为优异的结构构型。

优化目标是获得质量小而吸能多的结构,在数学模型中将这两个目标函数都转化为最小化问题,即追求最小的质量(mass)与最小的负能量( $-E_a$ )。进行优化时,必须确保芯子外部加强肋不超过面板的边界,并且内部加强肋不得自相交。因此,我们建立了该优化问题的数学模型:

$$\left\{ \begin{array}{l} \min \quad \text{mass}(R, D_1, D_2, H_1, H_2) \\ \quad \quad -E_a(R, D_1, D_2, H_1, H_2) \\ \text{s.t.} \quad 8 \text{ mm} \leq R \leq 12 \text{ mm} \\ \quad \quad 0.8 \text{ mm} \leq D_1 \leq 2 \text{ mm} \\ \quad \quad 0.8 \text{ mm} \leq D_2 \leq 2 \text{ mm} \\ \quad \quad 2 \text{ mm} \leq H_1 \leq 6 \text{ mm} \\ \quad \quad 2 \text{ mm} \leq H_2 \leq 6 \text{ mm} \end{array} \right. \quad (2)$$

### 2.2 代理模型构建

试验设计是获取有效数据的关键步骤,其目的在于识别关键试验变量、分析变量与响应之间的关

系、提高设计的稳健性,并为构建代理模型提供基础。样本点选取的质量对代理模型的精度有直接的影响,拉丁超立方设计可以充分保证样本空间的投影均匀性,具有有效的空间填充能力,特别适合于拟合非线性响应。因此,本文采用拉丁超立方试验设计方法来研究加强型蜂窝的承载性能。

针对加强型蜂窝芯子的  $m=5$  个变量,采用拉丁超立方抽样,得到所需的基本试验次数  $n$  为<sup>[28-29]</sup>:

$$n = \frac{(m+1)(m+2)}{2} = 21 \quad (3)$$

为确保代理模型可以提供更准确预测结果,本文利用拉丁超立方抽样方法抽取了 40 个样本点。抽得样本点的变量如表 2 的第 2~6 列所示,并通过数值仿真计算得到样本点对应的质量与总吸能的响应值如第 7 列和第 8 列所示。

表 2 拉丁超立方试验设计  
Tab.2 Experimental design of Latin Hypercube

Index	$R/mm$	$D_1/mm$	$D_2/mm$	$H_1/mm$	$H_2/mm$	mass/g	$E_a/J$
1	8	1.292	0.4	3.03	2.21	6.13	12.62
2	8.1	1.969	0.631	2.72	3.54	8.08	25.05
3	8.2	1.938	0.493	2.31	3.44	7.68	21.99
...	...	...	...	...	...	...	...
40	12	1.169	0.877	3.23	5.28	8.65	23.27

考虑到加强型蜂窝夹芯的变量数量相对较少(仅 5 个),且构建代理模型的计算资源充足,因此,不再进行显著性效应分析识别筛选变量。根据经验,随着各参数的取值增加,结构的质量和承载性能也会相应提升,因此,本文不再进行变量的相关性分析。

在处理大量、复杂且非线性的多目标优化问题时,由于对每个样本点都进行试验或仿真以获取整个优化区间的最优解是不现实的,因此,代理模型技术成为了非常有效的工具。代理模型能够将复杂的工程优化问题转为数学寻优问题,从而极大地减小工作量。常见的代理模型技术有 Kriging、多项式响应面与人工神经网络等。

针对加强型蜂窝的质量与能量吸收性能,分别构建相应的代理模型。由于加强型蜂窝的质量与各变量之间具有较好的线性关系,考虑到 Kriging 模型在利用样本数据空间相关性进行插值及其在有限样本数据下表现出的可靠预测能力,本文选择采用 Kriging 方法来构建加强型蜂窝芯子质量的代理模型。

Kriging 模型以变异函数理论和结构分析为基础,设  $x_0$  为需观测的点,  $x_0$  处的估计值为  $\tilde{y}(x_0)$ , 真实值为  $y(x_0)$ ,  $x_1, x_2, \dots, x_n$  为  $x_0$  周围的已观测点,它们对应的观测值为  $y(x_i), i = [1, 2, \dots, n]$ , 则估计值  $\tilde{y}(x_0)$  为:

$$\tilde{y}(x_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i y(x_i) \quad (4)$$

式中,  $\lambda_i$  为待定加权系数,需满足以下两个条件:

(1) 无偏估计:

$$E[\tilde{y}(x_0) - y(x_0)] = 0, \quad \text{即} \quad \sum_{i=1}^n \lambda_i = 1$$

(2)  $\tilde{y}(x_0)$  与  $y(x_0)$  之间的方差最小:

$$D[\tilde{y}(x_0) - y(x_0)] = - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j \gamma(x_i, x_j) + 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i \gamma(x_i, x_0) \quad (5)$$

其中,  $\gamma(x_i, x_j)$  表示以  $x_i$  和  $x_j$  两点的距离作为间距时参数的半方差值。

加强型蜂窝的能量吸收性能与各尺寸之间的关系可能存在较大的非线性,而 RBF 神经网络能够很

好地处理这种复杂性,因此选择 RBF 神经网络进行建模是非常合适的。RBF 神经网络具有拓扑结构简单、收敛速度很快以及能够以任意精度逼近连续函数的优点,这使得它在非线性系统建模和控制方面得到了广泛的应用<sup>[30]</sup>。RBF 神经网络代理模型由输入层、隐含层和输出层三层构成。第一层为输入层,其节点数目取决于设计变量的个数;第二层为隐含层,节点数目取决于问题的复杂程度;第三层为输出层,节点数目取决于输出数据的维数。在本文中,利用 RBF 神经网络预测加强型蜂窝的能量吸收性能,选用高斯函数作为核函数,其表达式如下:

$$R_i(x_m) = \exp\left(-\frac{\|x_m - c_j\|^2}{2\sigma^2}\right) \tag{6}$$

其中,  $x_m$  为输入层第  $m$  个样本,  $\|x_m - c_j\|$  是欧式范数,  $c_j$  为高斯函数的中心值,  $\sigma$  为高斯函数的宽度。

RBF 神经网络代理模型中神经元个数由经验公式确定<sup>[31]</sup>:  $h = \sqrt{i+o} + \alpha$ , 其中,  $i$  与  $o$  分别为输入层与输出层的节点数目,  $\alpha$  为调节常数, 可以设置为 1~10 之间的任意整数。本文中由于输入层有 5 个节点(对应加强型蜂窝的 5 个设计变量), 输出层有 1 个节点(对应能量吸收值), 因此根据经验公式, 隐含层神经元个数应在 3~13 个之间, 综合考虑, 选作 12 个神经元作为最终配置, 设定最大迭代步数为 10 000 步以确保神经网络的充分训练。

### 2.3 代理模型误差分析

为了确保代理模型的可靠性,在模型构建完成后,对其精度进行评估是非常重要的。为此,本文利用 Python 代码从加强型蜂窝点阵夹层结构的设计空间中额外抽取了 10 组随机抽样点作为测试集,如表 3 所示。对这些样本点进行仿真,利用仿真结果验证代理模型的准确性。采用相关系数( $R^2$ )与平均绝对误差百分比(MAPE)对代理模型进行评价,  $R^2$  的取值范围在 0~1 之间,用于量化模型对观测值变异性的解释程度,数值越接近 1 表示模型拟合效果越好,而平均绝对误差百分比则用于衡量模型的预测误差,其计算公式如下:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \tilde{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \tag{7}$$

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{y_i - \tilde{y}_i}{y_i} \right| \times 100\% \tag{8}$$

其中,  $y_i$  是观测值,  $\tilde{y}_i$  为模型的预测值,  $\bar{y}$  为观测值的均值,  $n$  为样本数量。

表 3 测试集取样及响应

Tab.3 Sampling and response of the test set

Index	$R/mm$	$D_1/mm$	$D_2/mm$	$H_1/mm$	$H_2/mm$	mass/g	$E_a/J$
1	8.62	0.9	0.61	2.09	2.5	5.78	11.91
2	9.87	1.56	0.45	2.75	3.07	7.38	18.86
3	11.03	1.42	0.47	3.45	2.31	7.42	18.53
...	...	...	...	...	...	...	...
10	10.72	0.84	0.93	3.86	2.15	6.96	17.58

将测试集的结果代入到代理模型并进行误差分析,得到了如表 4 所示代理模型关于  $R^2$  与 MAPE 的评估结果。从表中可以看出, Kriging 代理模型在质量预测上的相关系数达到了 0.9999, 平均绝对误差百分比也仅为 0.12%, 几乎完美地预测了结构的质量。而关于能量吸收的 RBF 神经网络代理模型的相关系数为 0.977, 大于 0.9<sup>[32]</sup>, 说明该模型可以很好地预测各变量与能量之间的变化趋势, 且平均误差百分比为 4.5%, 属于可以接受的范围, 可以认为 RBF 神经网络代理模型在能量吸收预测方面是可靠的。

表4 代理模型的误差分析  
Tab.4 Error analysis of proxy model

	Kriging	RBF
$R^2$	0.9999	0.977
MAPE	0.12%	4.5%

### 3 优化结果分析

#### 3.1 Pareto 前沿

基于加强型蜂窝结构优化的复杂性,本文构建了其分别关于mass与 $E_a$ 的代理模型。考虑到在5个参数的取值范围内全局寻优,在保持小数点后两位精度的条件下有 $9.2 \times 10^{11}$ 个样本点,为提高优化效率,采用多目标遗传算法(NSGA-II)对代理模型进行优化,经过30代遗传计算,每代种群包含1000个个体,以0.2的变异率进行迭代,最终获得Pareto前沿如图10所示。

#### 3.2 优化结果验证

从Pareto解集中选择与初始构型质量相等的构型作为最优解,该最优解的各参数分别为: $R=9$  mm,  $D_1=1.75$  mm,  $D_2=1.73$  mm,  $H_1=4.52$  mm,  $H_2=3$  mm。通过代理模型预测,该最优解在准静态压缩试验中的能量吸收值 $E_a=29.1$  J,为验证这一预测结果的准确性,对该最优解进行仿真与试验验证。

图11为最优解构型关于能量吸收性能的试验误差带与仿真结果对比,有限元仿真计算得到的能量吸收值为29.8 J,与代理模型预测值29.1 J误差仅为2.4%,表明代理模型具有较高的预测精度。利用3D打印PA12制备试件进行准静态压缩试验,5次压缩试验的平均能量吸收值为30.7 J,与仿真结果29.8 J的误差为3%,进一步验证了代理模型及优化算法的有效性。通过对比,我们发现在质量相同的条件下优化后的加强型蜂窝单胞构型的能量吸收量比初始构型提高了24.25%,比传统蜂窝单胞提高了35.9%。

图12为修正的Ashby材料性能选择图,加强型蜂窝点阵夹层结构在低密度的条件下具有高强度

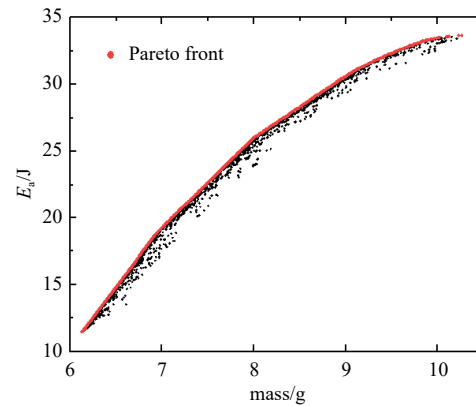


图10 Pareto最优解集

Fig.10 Optimal solution set of Pareto

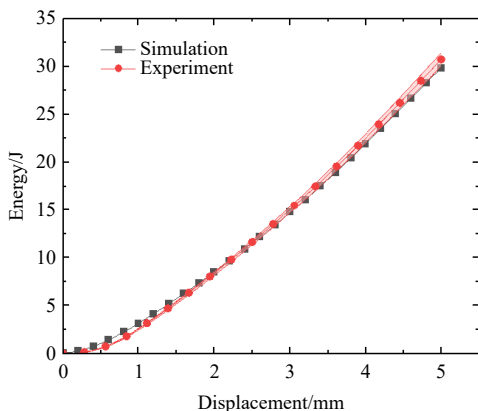


图11 最优解构型试验与仿真对比

Fig.11 Comparison between optimal solution configuration test and simulation

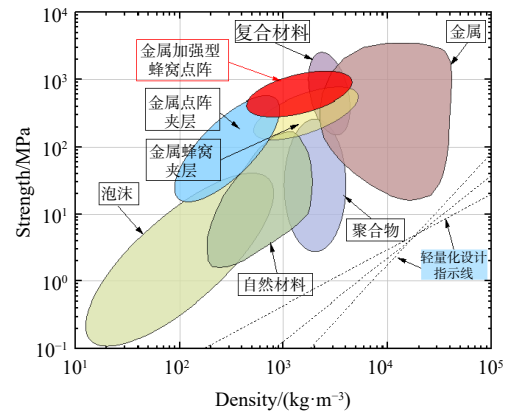


图12 修正的Ashby材料性能选择图<sup>[33-34]</sup>

Fig.12 Revised Ashby-style performance selection map for engineering materials<sup>[33-34]</sup>

和易于制备的优点,在相同质量下其承载性能较传统蜂窝夹层结构更为优异,该材料的设计区域位于 Ashby 材料性能选择图的空白区域,可以为工程应用提供参考。

## 4 结 论

本文在传统蜂窝夹层结构的基础上,提出了一种加强型蜂窝点阵夹层结构,并通过准静态压缩试验和数值模拟验证了其优异性,随后对其进行了优化设计,得出结论如下:

(1)基于传统蜂窝夹层结构,我们提出了一种加强型蜂窝点阵夹层结构,该结构在制备方面较传统蜂窝夹层结构更为简便,且可以保证面与芯连接处的强度。通过准静态压缩试验和数值模拟对比了加强型蜂窝点阵夹层结构与传统蜂窝夹层结构的承载性能,验证了加强型蜂窝点阵夹层结构的承载性能更为优异。

(2)我们创建了加强型蜂窝单胞可靠的数值仿真模型,通过数值模拟得到了代理模型的训练集与测试集,成功构建了结构质量的 Kriging 代理模型以及能量吸收的 RBF 神经网络代理模型,并通过多目标遗传算法调用代理模型,对加强型蜂窝的结构参数进行了优化,得到了 Pareto 最优解集。

(3)我们从 Pareto 解集中找出与初始构型质量相等的最优构型,并对该构型进行了准静态压缩试验和数值验证。结果表明,最优构型比初始构型的承载性能高出 24.25%,比传统蜂窝的承载性能高出 35.9%。

## 参 考 文 献:

- [1] Zhang P, Han Z, Ran X, et al. Path design and compression behavior of 3D printed continuous carbon fiber reinforced composite lattice sandwich structures[J]. *Composite Structures*, 2022, 296: 115893.
- [2] Palomba G, Epasto G, Crupi V. Lightweight sandwich structures for marine applications: A review[J]. *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, 2022, 29(26): 4839–4864.
- [3] Faidzi M K, Abdullah S, Abdullah M F, et al. Review of current trends for metal-based sandwich panel: Failure mechanisms and their contribution factors[J]. *Engineering Failure Analysis*, 2021, 123: 105302.
- [4] Birman V, Kardomateas G A. Review of current trends in research and applications of sandwich structures[J]. *Composites Part B: Engineering*, 2018, 142: 221–240.
- [5] 王 博, 郝 鹏, 田 阔, 等. 航空航天结构轻量化设计与实验方法研究进展[J]. *宇航学报*, 2023, 44(4): 596–606. Wang Bo, Hao Peng, Tian Kuo, et al. Advances in lightweight design and experimental methods for aerospace structures[J]. *Journal of Astronautics*, 2023, 44(4): 596–606. (in Chinese)
- [6] 伍 莉, 刘 均, 程远胜. 方形蜂窝夹芯夹层板弯曲问题的新解法[J]. *船舶力学*, 2012, 16(8): 926–934. Wu Li, Liu Jun, Cheng Yuansheng. A new algorithm for solving bending response of square-honeycomb sandwich plates[J]. *Journal of Ship Mechanics*, 2012, 16(8): 926–934. (in Chinese)
- [7] Yu X, Zhang Q, Schenk M, et al. Out-of-plane engineering constants of beetle elytra inspired sandwich cores[J]. *Thin-Walled Structures*, 2024, 197: 111571.
- [8] Zhang D, Guo D, Wang F, et al. Low-velocity impact response of a novel bionic turtle shell back armor sandwich structure[J]. *Journal of Materials Research and Technology*, 2024, 29: 910–923.
- [9] Xia P, Liu Q, Fu H, et al. Mechanical properties and energy absorption of 3D printed double-layered helix honeycomb under in-plane compression[J]. *Composite Structures*, 2023: 116982.
- [10] Cui C Y, Chen L, Feng S, et al. Compressive resistance of the bio-inspired cuttlebone-like sandwich structure under quasi-static load[J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2023, 248: 108222.
- [11] Tewari K, Pandit M K, Budarapu P R, et al. Analysis of sandwich structures with corrugated and spiderweb-inspired cores for aerospace applications[J]. *Thin-Walled Structures*, 2022, 180: 109812.
- [12] Goh G D, Neo S J C, Dikshit V, et al. Quasi-static indentation and sound-absorbing properties of 3D printed sandwich core

- panels[J]. *Journal of Sandwich Structures & Materials*, 2022, 24(2): 1206–1225.
- [13] Ye G, Bi H, Chen L, et al. Compression and energy absorption performances of 3D printed polylactic acid lattice core sandwich structures[J]. *3D Printing and Additive Manufacturing*, 2019, 6(6): 333–343.
- [14] Dastan T, Jafari Nedoushan R, Sheikhzadeh M, et al. Improved compressive performance of lattice truss core sandwich composites with modified Kagome topologies: An experimental and numerical study[J]. *Journal of Sandwich Structures & Materials*, 2023, 25(8): 826–845.
- [15] 赵冰, 李志强, 侯红亮, 等. 钛合金三维点阵结构制备工艺与压缩性能研究[J]. *稀有金属*, 2017, 41(3): 258–266. Zhao Bing, Li Zhiqiang, Hou Hongliang, et al. Fabrication and compression test of titanium alloy with three dimensional lattice structure[J]. *Chinese Journal of Rare Metals*, 2017, 41(3): 258–266. (in Chinese)
- [16] Hu H, Wang W, Ning H, et al. Numerical simulation and experimental study on the compression performance of a double layer cross-lattice-core sandwich structure[M]. Elsevier, 2024.
- [17] Zou L, Zheng T, Li S, et al. Compression behaviour of the wood-based X-type lattice sandwich structure[J]. *European Journal of Wood and Wood Products*, 2021, 79: 139–150.
- [18] Hao P, Ma R, Wang Y, et al. An augmented step size adjustment method for the performance measure approach: Toward general structural reliability-based design optimization[J]. *Structural Safety*, 2019, 80: 32–45.
- [19] Prusty J K, Papazafeiropoulos G, Mohanty S C. Free vibration analysis of sandwich plates with cut-outs: An experimental and numerical study with artificial neural network modelling[J]. *Composite Structures*, 2023, 321: 117328.
- [20] 张磊, 胡震. 基于克里金模型的潜水器耐压舱结构优化[J]. *船舶力学*, 2020, 24(1): 108–117. Zhang Lei, Hu Zhen. Structural optimization of submersible spherical pressure hull based on Kriging model[J]. *Journal of Ship Mechanics*, 2020, 24(1): 108–117. (in Chinese)
- [21] 谢硕, 陈奕宏, 强以铭, 等. 基于经验知识的船舶螺旋桨水动力样本扩充方法及其在预报代理模型中的应用[J]. *船舶力学*, 2024, 28(1): 36–44. Xie Shuo, Chen Yihong, Qiang Yiming, et al. A method of data expansion for marine propeller hydrodynamic performance based on priori knowledge and its application[J]. *Journal of Ship Mechanics*, 2024, 28(1): 36–44. (in Chinese)
- [22] Kumar K V, Sait A N, Panneerselvam K. Machinability study of hybrid-polymer composite pipe using response surface methodology and genetic algorithm[J]. *Journal of Sandwich Structures & Materials*, 2014, 16(4): 418–439.
- [23] 周映鸣, 周才华, 王博. 预折纹吸能管的多样性可竞争优化设计[J]. *振动与冲击*, 2016, 35(19): 143–147. Zhou Yiming, Zhou Caihua, Wang Bo. Optimization design for pre-fold energy absorption tubes[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2016, 35(19): 143–147. (in Chinese)
- [24] Carlsson L A, Kardomateas G A. *Structural and failure mechanics of sandwich composites*[M]. Berlin: Springer Science & Business Media, 2011.
- [25] 杨青苗, 王文胜, 张云豪. 不连续十字型点阵夹层结构的隔声性能[J]. *船舶力学*, 2023, 27(8): 1253–1261. Yang Qingmiao, Wang Wensheng, Zhang Yunhao. Sound insulation performance of discontinuous cross-lattice-core sandwich panel[J]. *Journal of Ship Mechanics*, 2023, 27(8): 1253–1261. (in Chinese)
- [26] Sun G, Li S, Liu Q, et al. Experimental study on crashworthiness of empty/aluminum foam/honeycomb-filled CFRP tubes[J]. *Composite Structures*, 2016, 152: 969–993.
- [27] Zhou J, Ng B F, Han N, et al. Crashworthiness and optimization of bionic sandwich cores under out-of-plane compression[J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2023, 246: 108137.
- [28] 张渝, 胡启国, 张甫仁. 基于粒子群算法的冷挤压模具结构参数优化设计[J]. *中国机械工程*, 2010(8): 1003–1007. Zhang Yu, Hu Qiguo, Zhang Furen. Optimal design of structural parameters of cold extrusion dies based on particle swarm optimization[J]. *China Mechanical Engineering*, 2010(8): 1003–1007. (in Chinese)
- [29] Lin W, Yang Y Y. Multi-objective optimization of sheet metal forming process using Pareto-based genetic algorithm[J]. *Journal of Materials Processing Technology*, 2008, 208(1-3): 499–506.
- [30] Chen S, Wolfgang A, Harris C J, et al. Symmetric RBF classifier for nonlinear detection in multiple-antenna-aided

- systems[J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 2008, 19(5): 737–745.
- [31] 王 凯. Python 神经网络入门与实战[M]. 北京: 北京大学出版社, 2020.  
Wang Kai. Introduction and practice of Python neural network[M]. Beijing: Peking University Press, 2020. (in Chinese)
- [32] Liu X, Concas F, Motlagh N H, et al. Estimating black carbon levels with proxy variables and low-cost sensors[J]. IEEE Internet of Things Journal, 2024, 10(11): 17577–17588.
- [33] Xiong J, Ma L, Wu L, et al. Fabrication and crushing behavior of low density carbon fiber composite pyramidal truss structures[J]. Composite Structures, 2010, 92(11): 2695–2702.
- [34] 韦兴宇. 基于裁折法的复合材料蜂窝夹芯结构设计及力学性能研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2022.  
Wei Xingyu. Design and mechanical properties of composite honeycomb sandwich structure based on the tailor-folding method[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2022. (in Chinese)