

文章编号: 1007-7294(2025)07-1122-12

基于梳状函数的有限长圆柱壳水动力 噪声计算方法

俞白兮^{1,2}, 朱正道¹, 李 凯^{1,2}, 司马灿^{1,2}

(1. 中国船舶科学研究中心, 江苏 无锡 214082; 2. 深海技术科学太湖实验室, 江苏 无锡 214082)

摘要: 单层圆柱壳是水下航行体常见的结构形式, 在水动力噪声控制方面较双层圆柱壳更具优势, 但随着航速的增加, 单层圆柱壳的水动力噪声问题仍不可忽视。本文建立了无限大理想水介质中有限长圆柱壳的声振耦合模型, 并基于梳状函数, 采用相关函数和功率谱密度函数建立了有限长圆柱壳受湍流边界层脉动压力激励的水动力噪声计算方法。计算中分别采用梳状函数法与直接扩展法建立圆柱面的湍流边界层脉动压力波数-频率谱, 并分析了不同方法对圆柱表面激励力与壳体振动位移的影响, 最后将两种方法计算得到的辐射声功率与统计能量法结果作比较。研究表明: 基于梳状函数法得到的圆柱面湍流边界层脉动压力作用力和圆柱壳振动位移功率谱密度函数与直接扩展法的计算结果存在差异, 其中基于梳状函数法计算得到的圆柱壳辐射声功率与统计能量法计算结果在中高频具有更好的一致性, 验证了基于梳状函数的有限长圆柱壳水动力噪声计算方法具有更好的准确性。此外, 对比了不同航速、不同壳体厚度对圆柱壳受湍流边界层脉动压力激励的辐射声功率的影响, 计算结果符合水动力噪声的一般规律。

关键词: 有限长圆柱壳; 湍流边界层脉动压力; 梳状函数法; 水动力噪声

中图分类号: O427.5 **文献标识码:** A **doi:** 10.3969/j.issn.1007-7294.2025.07.011

Hydrodynamic noise calculation method based on comb functions for finite cylindrical shells

YU Bai-xi^{1,2}, ZHU Zheng-dao¹, LI Kai^{1,2}, SIMA Can^{1,2}

(1. China Ship Scientific Research Center, Wuxi 214082, China; 2. Taihu Laboratory of Deepsea Technological Science, Wuxi 214082, China)

Abstract: Single-layer cylindrical shells are common structural form of underwater vehicles, which have more advantages than double-layer cylindrical shells regarding hydrodynamic noise control. With the increase of speed, however, the hydrodynamic noise of single-layer cylindrical shells cannot be ignored. This paper establishes the vibro-acoustic coupling model of a finite cylindrical shell fully immersed in infinite ideal water medium. On the basis of the comb function, the hydrodynamic noise calculation method for finite cylindrical shells under external turbulent boundary layer (TBL) excitation is established using correlation function and power spectral density function. The comb function method and the direct expansion method are used to establish the TBL wavenumber-frequency spectrum, respectively. The influence of the two methods on the excitations and displacements of the cylindrical shell in the calculation are analyzed. Furthermore, the sound radiation powers determined by the two approaches are compared with that of the statistical energy method. The results indicate that the comb function method produces different power spectrum density

收稿日期: 2025-01-18

作者简介: 俞白兮(1990-), 男, 硕士, 工程师, 通讯作者, E-mail: 15806180898@163.com;

朱正道(1980-), 男, 硕士, 高级工程师; 李 凯(1984-), 男, 硕士, 高级工程师; 司马灿(1974-), 男, 研究员。

functions of TBL excitations and cylindrical shell displacements from the direct expansion method. The sound radiation power of finite cylindrical shells calculated by the comb function method has better agreement with the results of the statistical energy method in the medium and high frequencies, indicating that the hydrodynamic noise computation of finite cylindrical shell based on the comb function is more accurate. The effects of various speeds and shell thicknesses on the sound radiation power of finite cylindrical shell under TBL excitations are also compared. The results comply with the general law of hydrodynamic noise.

Key words: finite cylindrical shell; turbulent boundary layer; comb function method; hydrodynamic noise

0 引言

湍流边界层脉动压力激励壳体结构产生的水动力噪声,是水下航行体的主要噪声源之一。近年来,随着航行速度的增加及机械噪声和螺旋桨噪声的有效控制,水动力噪声对航行体安静性的影响日益凸显。单层圆柱壳作为水下航行体的常见结构形式,具有抑制水动力噪声的优势,但在中、高航速下的水动力噪声问题仍不可忽视。为此,需要建立单层圆柱壳受湍流边界层脉动压力激励的声辐射计算方法。

湍流边界层脉动压力为时空随机的面分布激励力,计算湍流边界层脉动压力激励的水下航行体壳体结构的振动和声辐射,一方面需要考虑辐射声场对壳体振动的耦合作用,另一方面需要采用相关函数及功率谱密度函数,表征时空随机激励下壳体的振动和声辐射特性。Strawderman^[1]考虑流体负载的作用,采用互功率谱密度函数描述湍流脉动压力激励源,计算分析无限大平板和简支平板振动的互功率谱和功率谱密度函数,奠定了水动力噪声研究的理论基础。文献[2-4]采用波数-频率谱,并提出了模态波函数的概念,求解矩形弹性板受湍流边界层脉动压力激励的振动及辐射声功率。常用的湍流边界层脉动压力频率-波数谱模型有 Corcos 模型^[5-6]、Chase 模型^[7-8],前者适用于传输波数,后者向低波数扩展了适用范围。Smol'yakov-Tkachenko 模型^[9]将边界层排挤厚度引入模型参数中,使模型与边界层流动状态相联系,适应性更好。Howe^[10]则建立了粗糙平面的湍流脉动压力波数-频率谱模型。上述模型都是针对刚性平面上的湍流边界层脉动压力建立的,Dhanak^[11]则考虑物面曲率对湍流边界层脉动压力的影响,建立了适用于细长圆柱面湍流脉动压力的频率-波数谱模型,但与单壳体水下航行体的圆柱面仍存在较大尺度差异。圆柱壳受湍流边界层脉动压力激励的振动和声辐射研究,较早的模型见于 Rattayya 等^[12]的文献,而 Blake^[13]介绍了在湍流脉动压力或噪声场激励下,圆柱壳响应和内部声场的计算方法及特征。Maxit^[14]则将刚性平面上的湍流边界层脉动压力互功率谱密度函数直接扩展到圆柱面,计算无限长圆柱壳受湍流边界层脉动压力激励的近场和远场声压的功率谱密度函数;在此基础上,Maxit 等^[15]针对圆柱壳的周向周期性,采用梳状函数将平面湍流边界层脉动压力波数-频率谱模型扩展到圆柱面,求解无限长加肋圆柱壳振动响应功率谱密度函数和辐射声功率,但有限长圆柱壳的水动力噪声计算模型尚未建立。

本文建立了有限长圆柱壳受湍流边界层脉动压力激励的声振耦合模型,并利用相关函数和功率谱密度函数建立了有限长圆柱壳水动力噪声计算方法。计算中基于梳状函数将平面湍流边界层脉动压力波数-频率 Corcos 谱扩展到圆柱面,并与将平面 Corcos 谱直接扩展到圆柱面的情况进行了对比,分析两者对圆柱面湍流边界层脉动压力作用力和圆柱壳振动特性的影响规律,并计算了相应的辐射声功率。经过与统计能量法的比较,表明基于梳状函数的有限长圆柱壳水动力噪声计算方法具有更好的准确性,并给出了不同航速、不同壳板厚度对水动力噪声的影响规律。

1 数学建模

1.1 有限长圆柱壳声振耦合方程

考虑两端简支的有限长加肋圆柱壳,浸没在无限大理想水介质中,参见图 1。

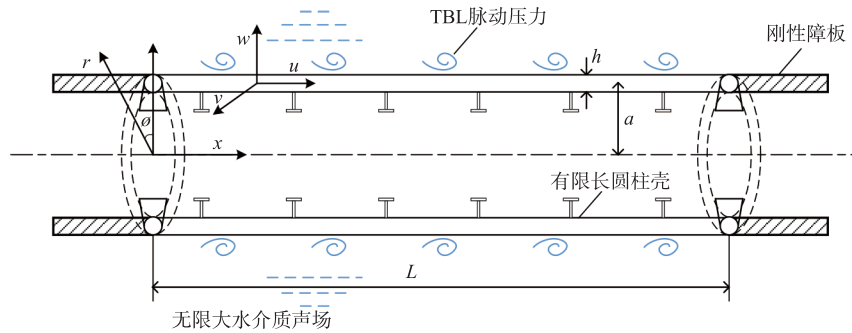


图 1 有限长圆柱壳模型示意图

Fig.1 Structural model of finite cylindrical shell

利用 Donnel 薄壳近似的圆柱壳振动方程^[16],采用模态叠加法建立有限长单层圆柱壳振动模态矩阵方程:

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} U_n \\ V_n \\ W_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ p_n^c + F_n^t \end{Bmatrix} \quad (1)$$

式中, $K_{11} \sim K_{33}$ 为圆柱壳振动机械阻抗矩阵, U_n 、 V_n 、 W_n 分别为轴向、周向、径向模态位移组成的列矩阵, p_n^c 、 F_n^t 分别为外场水介质对壳体的径向模态作用力与壳体外表面模态激励力组成的列矩阵,详细推导及表达式可见文献[18]。

有限长加肋圆柱壳通过与外声场的耦合,建立圆柱壳外表面受作用力激励时的模态矩阵方程:

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} + Z_n^c \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} U_n \\ V_n \\ W_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ F_n^t \end{Bmatrix} \quad (2)$$

式中, Z_n^c 为圆柱壳模态辐射阻抗。

1.2 湍流边界层脉动压力激励的声振耦合方程求解

由矩阵方程(2)可以得到圆柱壳表面质点径向振动模态位移与模态作用力的关系:

$$W_n = H \cdot F_n^t \quad (3)$$

式中, H 为圆柱壳声振耦合系统壳体外表面的频响函数矩阵。当作用在圆柱壳外表面的激励力为湍流边界随机面分布脉动压力时,需要进一步计算声振耦合响应的统计特性。为此,考虑式(3)对应的时域关系:

$$q_n(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau) \cdot f_n^t(t-\tau) d\tau \quad (4)$$

式中, $q_n(t)$ 、 $f_n^t(t)$ 分别为频域量 $W_n(\omega)$ 、 $F_n^t(\omega)$ 对应的时域量, $h(\tau)$ 为 $H(\omega)$ 对应的声振耦合系统时域脉冲函数矩阵。定义圆柱壳外表面声振耦合模态位移的相关函数为

$$R_{qq}(\tau) = E[q_n(t)q_n(t+\tau)^T] \quad (5)$$

式中, $E[\]$ 表示求期望。将式(4)代入式(5)中,得到圆柱壳外表面耦合振动模态位移的相关函数 $R_{qq}(\tau)$ 与外表面湍流边界层脉动压力模态作用力相关函数 $R_{ff}(\tau)$ 之间的关系:

$$R_{qq}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} h(\lambda_1) \cdot R_{ff}(\tau + \lambda_1 - \lambda_2) \cdot h(\lambda_2)^T d\lambda_1 d\lambda_2 \quad (6)$$

式中,

$$R_{ff}(\tau + \lambda_1 - \lambda_2) = E[f_n^t(t-\lambda_1)f_n^t(t-\lambda_2+\tau)^T] \quad (7)$$

对圆柱壳外表面耦合振动模态位移的相关函数作关于 τ 的 Fourier 变换,可以得到耦合振动模态位移的功率谱密度函数:

$$\Phi_{qq}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{R}_{qq}(\tau) \cdot e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (8)$$

将式(6)代入式(8), 得到圆柱壳外表面声振耦合模态位移功率谱密度函数 $\Phi_{qq}(\omega)$ 与壳体外表面湍流边界层脉动压力模态作用力功率谱密度函数 $\Phi_{ff}(\omega)$ 之间的关系:

$$\Phi_{qq}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{h}(\lambda_1) \cdot \mathbf{R}_{ff}(\tau + \lambda_1 - \lambda_2) \cdot \mathbf{h}(\lambda_2)^T d\lambda_1 d\lambda_2 \cdot e^{-i\omega\tau} d\tau = \mathbf{H}(\omega)^* \cdot \Phi_{ff}(\omega) \cdot \mathbf{H}(\omega)^T \quad (9)$$

考虑到模态作用力与激励力的关系:

$$\mathbf{f}_n^a(t) = \int_s \mathbf{f}_i(x, \phi, t) \boldsymbol{\varphi}(x, \phi) a dx d\phi \quad (10)$$

式中, a 为圆柱壳半径, $\boldsymbol{\varphi}(x, \phi)$ 为圆柱壳振动径向位移模态函数构成的列矩阵。将式(10)代入式(7)可得:

$$\mathbf{R}_{ff}(\tau) = \int_s \int_{s'} \boldsymbol{\varphi}(x, \phi) \mathbf{R}_{FF}(x, \phi, x', \phi', \tau) \boldsymbol{\varphi}(x', \phi')^T a^2 dx dy dx' dy' \quad (11)$$

式中, 圆柱壳外表面作用力的相关函数 $\mathbf{R}_{FF}(x, \phi, x', \phi', \tau) = E[\mathbf{f}_i(x, \phi, t) \mathbf{f}_i(x', \phi', t + \tau)]$ 。

对式(11)作关于 τ 的 Fourier 变换, 得到圆柱壳外表面湍流边界层脉动压力模态作用力功率谱密度函数与作用力功率谱密度函数之间的关系:

$$\Phi_{ff}(\omega) = \int_s \int_{s'} \boldsymbol{\varphi}(x, \phi) \Phi_{FF}(x, \phi, x', \phi', \omega) \boldsymbol{\varphi}(x', \phi')^T a^2 dx dy dx' dy' \quad (12)$$

Corcos 建立的湍流边界层脉动压力波数-频率谱 $\tilde{\Phi}_{FF}(k_x, k_y, \omega)$ 可以定量描述平面脉动压力与结构相互作用的时空耦合特征^[5]。在圆柱面上应用平面湍流边界层脉动压力谱模型, 有两种处理方法。第一种为直接扩展法, 即作坐标代换 $\phi = y/a$, 并假设湍流边界层脉动压力为时间平稳和空间均匀的随机过程, 则圆柱壳外表面湍流边界层脉动压力作用力的功率谱密度函数可以表示为

$$\Phi_{FF}(x, \phi, x', \phi', \omega) = \Phi_{FF}(x, y/a, x', y'/a, \omega) = \Phi_{FF}\left(x - x', \frac{y - y'}{a}, \omega\right) \quad (13)$$

对式(13)进行空间域上的 Fourier 变换, 可得圆柱壳外表面湍流边界层脉动压力作用力的功率谱密度函数与平面湍流边界层脉动压力波数-频率谱之间的关系:

$$\Phi_{FF}\left(x - x', \frac{y - y'}{a}, \omega\right) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\Phi}_{FF}(k_x, k_y, \omega) \cdot e^{ik_x(x-x')} \cdot e^{ik_y \frac{y-y'}{a}} dk_x dk_y \quad (14)$$

将式(13)、(14)代入式(12), 可以得到圆柱壳外表面湍流边界层脉动压力模态作用力功率谱密度函数与平面湍流边界层脉动压力波数-频率谱之间的关系:

$$\Phi_{ff}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\Psi}(k_x, k_y) \cdot \tilde{\Phi}_{FF}(k_x, k_y, \omega) \cdot \tilde{\Psi}^*(k_x, k_y) dk_x dk_y \quad (15)$$

式中, $\tilde{\Psi}(k_x, k_y)$ 为圆柱壳周向与轴向模态位移对应的模态波函数矩阵。在圆柱壳两端简支的边界条件下, $\Phi_{ff}(\omega)$ 中的矩阵元素为

$$\Phi_{nm}^{ff}(\omega) = \frac{1}{\varepsilon_n^2 \pi^4 l^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\psi}_n(k_y) \tilde{\psi}_m(k_x) \tilde{\Phi}_{FF}(k_x, k_y, \omega) \tilde{\psi}_n^*(k_y) \tilde{\psi}_m^*(k_x) dk_x dk_y \quad (16)$$

式中, $\tilde{\psi}_n(k_y)$ 、 $\tilde{\psi}_m(k_x)$ 分别为圆柱壳周向、轴向模态波函数, 具体表达式分别为

$$\tilde{\psi}_n(k_y) = 2k_y \sin \pi k_y \cdot e^{-ik_y \frac{l}{2}} / (k_y^2 - n^2) \quad (17a)$$

$$\tilde{\psi}_m(k_x) = -\frac{2m\pi}{l} \cdot e^{-ik_x \frac{l}{2}} \left\{ \begin{array}{l} \cos \frac{k_x l}{2} \\ i \cdot \sin \frac{k_x l}{2} \end{array} \right\} / [k_x^2 - \left(\frac{m\pi}{l}\right)^2] \quad (17b)$$

通过式(15)、(16)可由平面湍流边界层脉动压力波数-频率谱计算圆柱壳外表面模态作用力的功

率谱密度函数。实际上,式(15)、式(16)是将平面直接扩展到圆柱面的一种简单方式,从而可以将平面的湍流边界层脉动压力波数-频率谱用于圆柱面。

严格地讲,将平面湍流边界层脉动压力的空间互谱密度函数 $\Phi_{FF}(x, y, \omega)$ 扩展为用平面空间互谱表示的圆柱面湍流边界层脉动压力空间互谱密度函数 $\Phi_{FF}^p(x, y, \omega)$, 需考虑圆柱面的周期性, 为此, 作为第二种处理方法的梳状函数法, 采用了 Dirac 梳状分布函数并利用卷积积分建立两者的关系^[17]:

$$\Phi_{FF}^p(x, y, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_{FF}(x, y - y', \omega) \cdot \frac{1}{2\pi a} M\left(\frac{y'}{2\pi a}\right) dy' \quad (18)$$

式中, $M\left(\frac{y}{2\pi a}\right) = 2\pi a \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(y - 2\pi a n)$ 为 Dirac 梳状分布函数, 具有如下性质:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} M\left(\frac{y}{a}\right) \cdot e^{-ik_y y} dy = a M\left(\frac{k_y}{2\pi/a}\right) \quad (19a)$$

$$M\left(\frac{y}{a}\right) = a \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(y - na) \quad (19b)$$

对 $\Phi_{FF}^p(x, y, \omega)$ 作空间 Fourier 变换, 可以得到平面扩展到圆柱面的湍流边界层脉动压力波数-频率谱 $\tilde{\Phi}_{FF}^p(k_x, k_y, \omega)$:

$$\tilde{\Phi}_{FF}^p(k_x, k_y, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_{FF}^p(x, y, \omega) \cdot e^{-ik_x x} \cdot e^{-ik_y y} dx dy \quad (20)$$

将式(18)、式(19a)代入式(20)可以得到:

$$\tilde{\Phi}_{FF}^p(k_x, k_y, \omega) = \tilde{\Phi}_{FF}(k_x, k_y, \omega) \cdot M(k, a) \quad (21)$$

再将式(19b)代入式(21), 得到用平面湍流边界层脉动压力的波数-频率谱表示的平面扩展到圆柱面的湍流边界层脉动压力波数-频率谱:

$$\tilde{\Phi}_{FF}^p(k_x, k_y, \omega) = \frac{1}{a} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \tilde{\Phi}_{FF}(k_x, k_y, \omega) \cdot \delta\left(k_y - \frac{n}{a}\right) \quad (22)$$

设平面扩展到圆柱面的湍流边界层脉动压力空间互谱密度函数 $\Phi_{FF}^p(x, y, \omega)$ 与圆柱壳外表面的湍流边界层脉动压力空间互谱密度函数 $\Phi_{FF}^c(x, \phi, \omega)$ 相等, 且 $\Phi_{FF}^p(x, y, \omega)$ 可以表示为 $\tilde{\Phi}_{FF}^p(k_x, k_y, \omega)$ 的空间 Fourier 逆变换, 即

$$\Phi_{FF}^c(x, \phi, \omega) = \Phi_{FF}^p(x, y, \omega) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\Phi}_{FF}^p(k_x, k_y, \omega) \cdot e^{ik_x x} \cdot e^{ik_y y} dk_x dk_y \quad (23)$$

将式(22)代入式(23), 并利用 Dirac 函数的挑选性, 可以得到圆柱壳外表面的湍流边界层脉动压力空间互谱密度函数与平面湍流边界层脉动压力波数-频率谱之间的关系:

$$\Phi_{FF}^c(x, \phi, \omega) = \frac{1}{4\pi^2 a} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\Phi}_{FF}^p\left(k_x, \frac{n}{a}, \omega\right) \cdot e^{ik_x x} dk_x \right] \cdot e^{i\frac{n}{a} y} \quad (24)$$

进行圆柱面与平面间的坐标代换 $y = a\phi$, 则式(24)变为

$$\Phi_{FF}^c(x, \phi, \omega) = \frac{1}{4\pi^2 a} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\Phi}_{FF}^p\left(k_x, \frac{n}{a}, \omega\right) \cdot e^{ik_x x} dk_x \right] \cdot e^{in\phi} \quad (25)$$

实际上, 圆柱壳外表面的湍流边界层脉动压力波数-频率谱 $\tilde{\Phi}_{FF}^c(k_x, n, \omega)$ 与对应的空间互谱密度函数 $\Phi_{FF}^c(x, \phi, \omega)$ 存在关系, 作轴向的空间 Fourier 变换以及周向 Fourier 级数展开, 可以得到圆柱壳外表面湍流边界层脉动压力空间互谱密度函数与对应的波数-频率谱之间的关系:

$$\Phi_{FF}^c(x, \phi, \omega) = \frac{1}{4\pi^2} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\Phi}_{FF}^c(k_x, n, \omega) e^{ik_x x} dk_x \right] \cdot e^{in\phi} \quad (26)$$

对比式(24)、(26), 则有圆柱壳外表面与平面湍流边界层脉动压力波数-频率谱之间的关系:

$$\tilde{\Phi}_{FF}^C(k_x, n, \omega) = \frac{1}{a} \tilde{\Phi}_{FF}(k_x, n/a, \omega) \quad (27)$$

由式(27)可见, 将平面的湍流边界层脉动压力波数-频率谱扩展到圆柱面, 只需作坐标代换 $y = a\phi$, 将平面波数 k_y 替换为 n/a , 并乘以修正因子 $1/a$ 。

考虑到圆柱壳外表面的湍流边界层脉动压力时间平稳且空间均匀, 利用式(16)、(26)可以得到圆柱壳外表面湍流边界层脉动压力模态作用力的功率谱密度函数, 其中矩阵元素的具体表达式为

$$\Phi_{nm}^{ff}(\omega) = \frac{1}{\varepsilon_n^2 \pi^4 L^2} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\psi}_n(n) \tilde{\psi}_m(k_x) \tilde{\Phi}_{FF}^C(k_x, n, \omega) \tilde{\psi}_n^*(n) \tilde{\psi}_m^*(k_x) dk_x \quad (28)$$

式中, $\tilde{\psi}_m(k_x)$ 为圆柱壳轴向模态波函数, 表达式见式(17b), $\tilde{\psi}_n(n)$ 为圆柱壳周向模态波函数, 表达式为

$$\tilde{\psi}_n(n) = \int_0^{2\pi} \cos n\phi \cdot e^{-in\phi} d\phi = \varepsilon_n \pi \quad (29)$$

将式(27)、(29)代入式(28), 得到用修正的平面湍流边界层脉动压力波数-频率谱表示的圆柱壳外表面模态激励功率谱密度函数:

$$\Phi_{nm}^{ff}(\omega) = \frac{1}{a\pi^2 L^2} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\psi}_m(k_x) \tilde{\Phi}_{FF}\left(k_x, \frac{n}{a}, \omega\right) \tilde{\psi}_m^*(k_x) dk_x \quad (30)$$

比较式(16)与式(30)可见, 由于圆柱壳周向的周期性, 将湍流边界层脉动压力波数-频率谱由平面扩展到圆柱壳, 计算圆柱壳外表面的模态激励功率谱密度函数只需要作轴向波数的积分计算, 已无周向波数积分计算, 其中平面湍流边界层脉动压力 Corcos 波数-频率谱的详细表达式参见文献[5-6]。

无论是基于式(16)的直接扩展法, 还是基于式(30)的梳状函数法, 都可以计算得到圆柱壳外表面的湍流边界层脉动压力模态作用力功率谱密度函数 $\Phi_{ff}(\omega)$, 将它代入式(8)可得圆柱壳外表面的声振耦合模态位移功率谱密度函数 $\Phi_{qq}(\omega)$, 用于有限长加肋圆柱壳水动力辐射噪声计算。

1.3 湍流边界层脉动压力激励下圆柱壳辐射面声功率计算

根据圆柱壳辐射面声功率的定义和推导^[13], 可以得到有限长加肋圆柱壳的辐射声功率的计算表达式:

$$P_{\text{rad}}(\omega) = \omega^2 \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{q=1}^{\infty} S \cdot R_{nm} \cdot \Phi_{nm}(\omega) \quad (31)$$

式中, $\Phi_{nm}(\omega)$ 为圆柱壳辐射面振动模态位移的功率谱密度函数, R_{nm} 为归一化的圆柱壳模态辐射阻, S 为圆柱壳表面积。

湍流边界层脉动压力波数-频率谱采用基于式(16)的直接扩展法与式(30)的梳状函数法, 均可得到圆柱壳外表面湍流边界层脉动压力模态作用力的功率谱密度函数 $\Phi_{ff}(\omega)$, 继而利用式(8)计算得到圆柱壳外表面声振耦合模态位移功率谱密度函数 $\Phi_{qq}(\omega)$ 并代入式(31)中, 即可计算有限长加肋圆柱壳受湍流边界层脉动压力激励的辐射声功率。

2 计算模型校验

针对简支边界条件下两个不同参数的有限长无肋圆柱壳, 选取表 1 所列参数, 分别依据直接扩展法与梳状函数法, 计算圆柱壳表面湍流边界层脉动压力典型模态作用力的功率谱密度函数, 参见图 2。两种方法计算壳体表面湍流边界层脉动压力模态作用力功率谱密度函数结果表明, 模态作用力功率谱幅值随频率增加呈下降趋势, 且在对应轴向模态波函数主瓣呈现峰值, 模态阶数越高, 峰值频率也随之增加。对于长 4 m 的圆柱壳模型, 当周向模态阶数为 0 时, 基于直接扩展法与梳状函数法计算的模态作用力功率谱幅值基本一致; 随着周向与轴向模态阶数增大, 在整个计算频率范围, 直接扩展法的计算结

果约为梳状函数法的5倍。此外,对于长9.6 m圆柱壳模型,采用直接扩展法与梳状函数法分别计算得到的周向阶数为0时的模态作用力的功率谱幅值存在一定差别(参见图3),前者在整个频率范围约为后者的12倍,且随圆柱壳周向和轴向模态阶数的增加,其差别进一步增大,高阶模态时达到100倍左右。由此可见,基于梳状函数法计算得到的圆柱壳体表面湍流边界层脉动压力模态作用力的功率谱密度函数,在整个频率范围内小于直接扩展法的计算结果,随着圆柱壳模态阶数的增加与圆柱壳尺度的增大,两者的差别也增大,继而将影响圆柱壳受湍流边界层脉动压力激励时的壳体表面模态位移。

表1 圆柱壳及湍流边界层基本参数

Tab.1 Parameters of cylindrical shell and turbulent boundary layer

参数	数值	参数	数值
圆柱壳长度	4 m/9.6 m	圆柱壳半径	1 m/3.5 m
壳板厚度	5 mm/28 mm	结构阻尼因子	0.005
弹性模量	210 GPa	泊松比	0.3
密度	7800 kg/m ³	来流速度	5 m/s

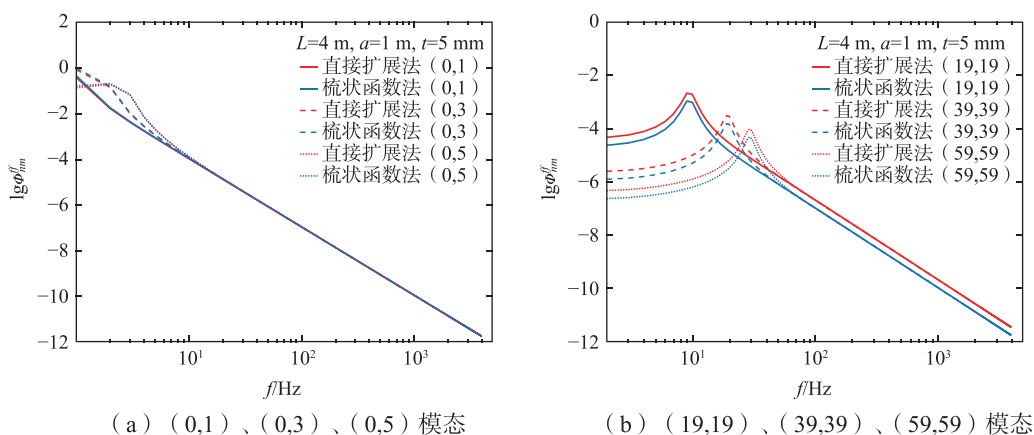


图2 小尺度圆柱壳表面模态作用力功率谱幅值

Fig.2 Power spectrum amplitude of modal force on the small-scale cylindrical shell's surface

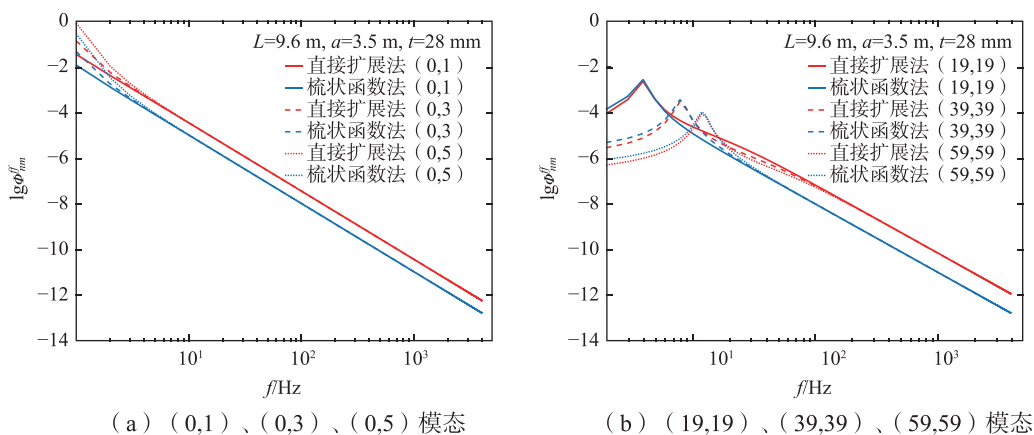


图3 大尺度圆柱壳表面模态作用力功率谱幅值

Fig.3 Power spectrum amplitude of modal force on the large-scale cylindrical shell's surface

分别采用直接扩展法与梳状函数法计算得到湍流边界层脉动压力模态作用力的功率谱密度函数后,进一步计算圆柱壳体的模态位移的功率谱密度函数,典型模态的计算结果如图4和图5所示。类似

圆柱壳体表面湍流边界层脉动压力的模态作用力, 对应两种方法计算的圆柱壳体的模态位移也与模态阶数、模型尺度有关。长 4 m 的圆柱壳模型周向阶数为 0 时, 采用直接扩展法与梳状函数法计算得到的圆柱壳表面模态位移的功率谱密度函数在整个计算频率范围内几乎完全一致; 而随着周向与轴向模态阶数的增加, 从低频开始直接扩展法的计算结果约为梳状函数法的 5 倍。对于长度为 9.6 m 的圆柱壳, 在周向阶数为 0 时, 采用直接扩展法的计算结果约为梳状函数法结果的 16 倍; 随着周向与轴向阶数增加, 两者模态位移功率谱幅值的差异由 16 倍增大至 100 倍左右。可见基于梳状函数法计算得到的圆柱壳模态位移小于直接扩展法的计算结果, 且随着模态阶数增加和圆柱壳模型尺度增大, 模态振动位移功率谱幅值更加偏小, 这会进一步影响圆柱壳受湍流边界层脉动压力激励时的声辐射特性。

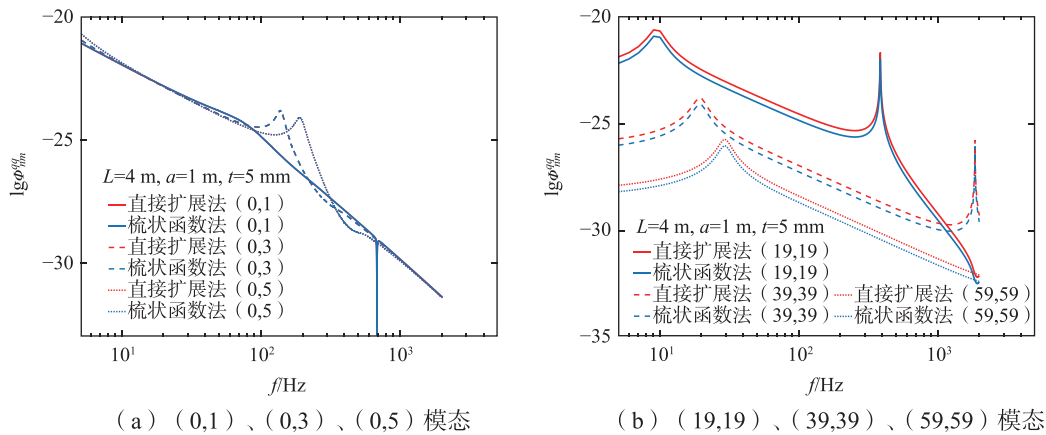


图 4 小尺度圆柱壳振动模态位移功率谱幅值

Fig.4 Power spectrum amplitude of modal displacement on the small-scale cylindrical shell's surface

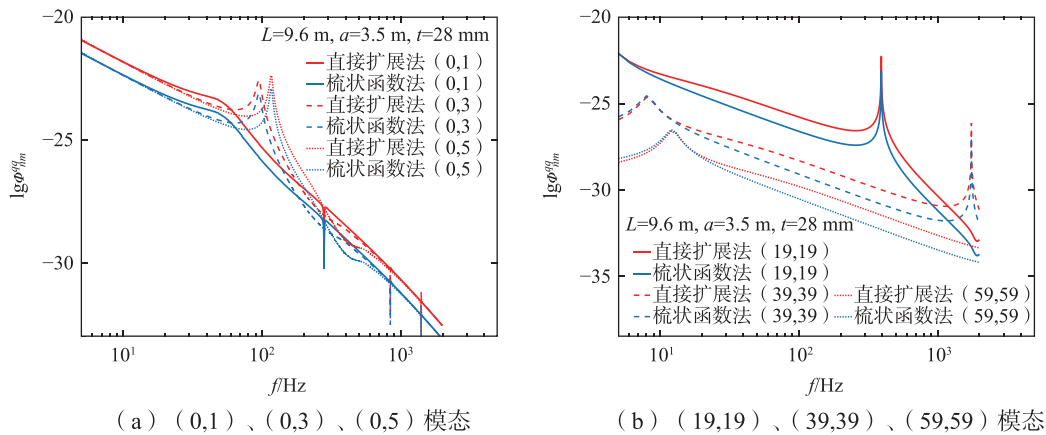
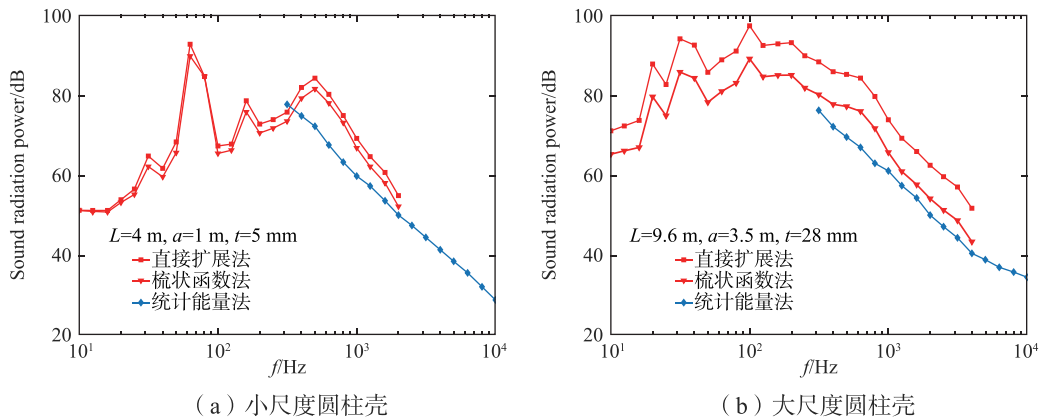


图 5 大尺度圆柱壳振动模态位移功率谱幅值

Fig.5 Power spectrum amplitude of modal displacement on the large-scale cylindrical shell's surface

下面进一步计算分析无声学覆盖层的圆柱壳模型在湍流边界层脉动压力激励下的辐射声功率, 并采用统计能量法的计算结果验证计算精度。统计能量法计算采用 Auto-SEA 商用软件建模, 并考虑子系统模态密度和声辐射效率的流体负载修正。为便于比较模态叠加法与统计能量法的计算结果, 将模态叠加法辐射声功率计算结果也表示为 1/3 倍频程谱级, 两种方法的结果比较如图 6 所示。结果表明: 两种模态作用力功率谱密度函数计算方法得到的辐射声功率, 随频率变化的规律基本一致, 但直接扩展法的结果大于梳状函数法的结果。在 500 Hz 以上频率范围, 针对 4 m 长圆柱壳模型, 基于直接扩展法计算得到的辐射声功率比统计能量法结果大 4.5 dB 左右, 圆柱壳模型长 9.6 m 时直接扩展法计算结果

比统计能量法大了约 10 dB; 而基于梳状函数法计算得到的这两种尺度的圆柱壳模型辐射声功率, 在 500 Hz 以上频率范围均比统计能量法结果大了约 2.5 dB, 说明采用梳状函数法计算得到的圆柱壳辐射声功率与统计能量法的计算结果更接近。大尺度圆柱壳模型采用直接扩展法时与统计能量法计算的辐射声功率差异较大, 是因为辐射声功率计算结果取决于模态作用力的功率谱密度函数计算结果, 而直接扩展法和梳状函数法计算的模态作用力功率谱密度函数的差别又与计算模型的尺度有关。定义模态作用力功率谱密度级差 $\Delta = 10\lg[\Phi_{mm}^r(\text{梳状函数法})/\Phi_{mm}^r(\text{直接扩展法})]$, 分别采用直接扩展法与梳状函数法, 按照表 2 中的基本参数计算所得的圆柱壳表面湍流边界层脉动压力典型模态作用力功率谱密度级的差值曲线如图 7 所示。在计算频率范围内, 随着圆柱壳长度由 4 m 递增至 10 m, 相应的半径由 1 m 递增至 2.5 m, 两种方法计算得到的模态作用力功率谱密度级的差值有所增大, 并且随着模态阶数的增加, 直接扩展法计算结果更加大于梳状函数法的计算结果。基于上述分析, 9.6 m 长的圆柱壳模型较 4 m 长的模型来说, 基于直接扩展法计算的辐射声功率与梳状函数法的计算结果差异更大, 相应地与统计能量法的偏差也更大。因此, 针对受湍流边界层脉动压力激励的圆柱壳模型, 采用梳状函数法计算模态作用力功率谱密度函数和辐射声功率具有更好的准确性, 且大尺度圆柱壳模型更应基于梳状函数法进行声辐射计算。



(a) 小尺度圆柱壳

(b) 大尺度圆柱壳

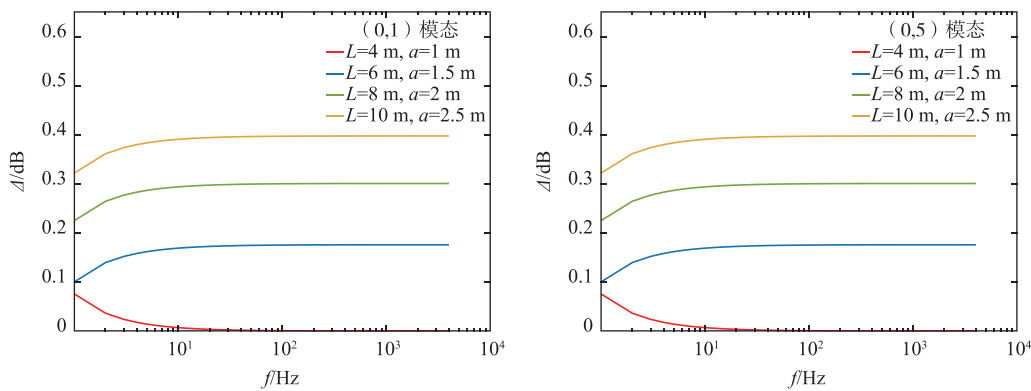
图 6 模态法与统计能量法计算的辐射声功率比较

Fig.6 Comparison of sound radiation power calculated by modal method and statistical energy method

表 2 圆柱壳及湍流边界层基本参数

Tab.2 Parameters of cylindrical shell and turbulent boundary layer

圆柱壳长度	圆柱壳半径	来流速度
4 m/6 m/8 m/10 m	1 m/1.5 m/2 m/2.5 m	5 m/s



(a) (0,1) 模态

(b) (0,5) 模态

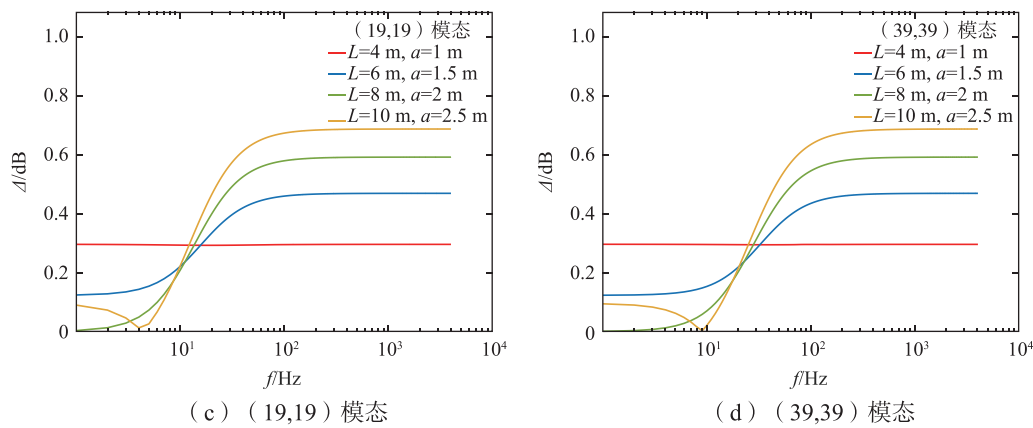


图 7 基于直接扩展法与梳状函数法的圆柱壳表面模态作用力功率谱密度级差

Fig.7 Grade differences of power spectrum of modal force on the cylindrical shells' surface based on comb function method and direct expansion method

根据表 1 所列模型参数, 基于梳状函数法计算长 9.6 m 圆柱壳受湍流边界层脉动压力激励的辐射声功率, 其中来流速度分别为 5 m/s、10 m/s、15 m/s, 计算结果的 1/3 倍频程曲线参见图 8。结果表明: 圆柱壳模型的水动力噪声随着来流速度的增加而增大, 来流速度由 5 m/s 增加一倍至 10 m/s 时, 圆柱壳辐射声功率增大约 17 dB, 来流速度由 10 m/s 增加至 15 m/s 时, 圆柱壳辐射声功率增大约 10 dB, 符合水动力噪声随航速变化的一般规律, 进一步说明在计算受湍流边界层脉动压力激励的圆柱壳辐射声功率时, 采用梳状函数法具有较好的精度。

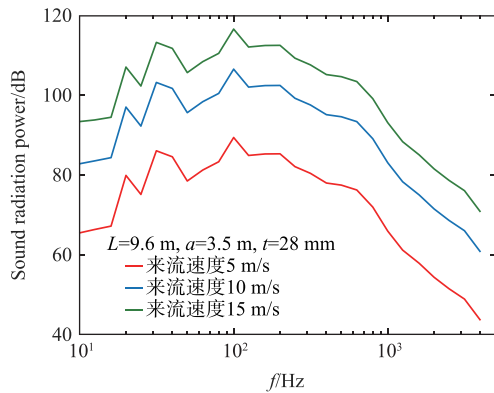


图 8 来流速度对圆柱壳辐射声功率的影响 (1/3 倍频程)

Fig.8 Influence of incoming velocity on the sound radiation power of cylindrical shell (1/3 octave)

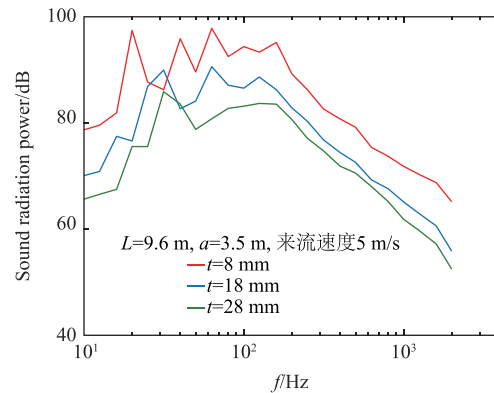


图 9 圆柱壳体厚度对辐射声功率的影响 (1/3 倍频程)

Fig.9 Influence of shell thickness on the sound radiation power of cylindrical shell (1/3 octave)

在此基础上, 计算长 9.6 m 圆柱壳模型受来流速度 5 m/s 时的湍流边界层脉动压力激励, 壳体厚度分别为 8 mm、18 mm、28 mm 的辐射声功率, 计算结果的 1/3 倍频程曲线参见图 9。在大部分计算频率范围内, 随着壳体厚度的增加, 圆柱壳辐射声功率不断降低, 这在 200 Hz 以下的低频段尤为明显, 厚度 28 mm 的圆柱壳模型辐射声功率较厚度为 18 mm、8 mm 圆柱壳模型分别减小约 4 dB、12 dB, 该降低效果在中高频范围有所减弱, 28 mm 厚的圆柱壳模型辐射声功率分别较 18 mm、8 mm 厚的情况减小 2 dB、10 dB 左右。我们知道, 双壳体潜艇其外壳结构的厚度明显小于单壳体潜艇, 由上述分析可知, 单壳体潜艇在受湍流边界层脉动压力激励时的辐射噪声控制方面, 较双壳体潜艇具有显著优势。

3 结 论

本文采用模态叠加法, 建立了无限大理想水介质中有限长圆柱壳声振耦合模型, 并采用相关函数

与功率谱密度函数,基于梳状函数建立了圆柱壳受湍流边界层脉动压力激励的水动力噪声计算方法。对比了梳状函数法与直接扩展法对圆柱面湍流边界层脉动压力作用力和圆柱壳振动位移的影响,并进一步分析两种方法计算的水动力噪声,研究结果表明:

(1)基于梳状函数法计算得到的圆柱壳体表面湍流边界层脉动压力模态作用力功率谱密度函数,在整个频率范围内与直接扩展法的计算结果存在不同,并进一步使得两种方法计算得到的圆柱壳模态位移存在差别。随着圆柱壳尺度的增大与模态阶数的增加,两种方法得到的模态作用力功率谱密度函数与模态位移的差别相应增大,继而影响圆柱壳受湍流边界层脉动压力激励时的声辐射特性。

(2)分别基于梳状函数法与直接扩展法计算有限长圆柱壳受湍流边界层脉动压力激励的辐射声功率,并与统计能量法计算结果进行比较,其中梳状函数法计算的辐射声功率结果与统计能量法结果在中、高频段吻合较好,表明采用梳状函数法计算模态作用力的功率谱密度函数和辐射声功率具有更好的准确性。

(3)来流速度增至2倍、1.5倍时,有限长圆柱壳受湍流边界层脉动压力激励的辐射噪声分别增大大约17 dB、10 dB,符合水动力噪声随航速5~6次方增加的一般规律;圆柱壳板厚度由28 mm逐渐减小至8 mm时,圆柱壳的水动力噪声在计算频率范围相应增大,声明了单层圆柱壳结构在受湍流边界层脉动压力激励时的水动力噪声控制方面,较双层圆柱壳具有显著优势。

在研究有限长圆柱壳受湍流边界层脉动压力激励水动力噪声计算的基础上,还需要进一步研究敷设声学覆盖层的加肋圆柱壳水动力噪声和声目标强度特性,并解决声学覆盖层多功能的兼容性。

参 考 文 献:

- [1] Strawderman W A. Turbulence induced plate vibration: Some effects of fluid loading on finite and infinite plates[J]. J. Acoust. Soc. Am., 1972, 52(2): 1537-1552.
- [2] Davies H G. Sound from turbulent boundary layer excited panels[J]. J. Acoust. Soc. Am., 1971, 49(3): 878-889.
- [3] Aupperle F A, Lambert R F. Acoustic radiation from plates excited by flow noise[J]. J. Sound and Vibration, 1973, 26(2): 223-245.
- [4] Chandiramani K L. Vibration response of fluid loaded structure to low speed flow noise[J]. J. Acoust. Soc. Am., 1997, 61(6): 1460-1470.
- [5] Corcos G M. Resolution of pressure in turbulence[J]. J. Acoust. Soc. Am., 1963, 35(2): 192-199.
- [6] Corcos G M. The resolution of turbulent pressure at the wall of a boundary layer[J]. J. Sound and Vibration, 1967, 6(1): 59-70.
- [7] Chase D M. Modeling the wave vector-frequency spectrum of turbulent boundary layer wall pressure[J]. Journal of Sound and Vibration, 1980, 70(1): 29-67.
- [8] Chase D M. The wave-vector-frequency spectrum of pressure on a smooth plane in turbulent boundary-layer flow at low Mach number[J]. J. Acoust. Soc. Am., 1991, 90(2): 1032-1040.
- [9] Smol'yakov A V. Calculation of the spectra of pseudo sound wall pressure fluctuations in turbulent boundary layers[J]. Acoustical Physics, 2000, 46 (3): 342-347.
- [10] Howe M S. Surface pressures and sound produced by turbulent flow over smooth and rough walls[J]. J. Acoust. Soc. Am., 1991, 90(2): 1041-1047.
- [11] Dhanak M R. Turbulent boundary layer on a circular cylinder the low-wave number surface pressure spectrum due to a low-Mach-number flow[J]. J. Fluid Mech., 1988, 191: 443-464.
- [12] Rattayya J V, Junger M C. Flow excitation of cylindrical shells and associated coincidence effects[J]. J. Acoust. Soc. Am., 1964, 36(5): 878-884.
- [13] Blake W K. Mechanics of flow-induced sound and vibration[M]. Orlando: Academic Press, INC, 1986.

- [14] Maxit L. Vibroacoustic response of a heavy fluid loaded cylindrical shell excited by a turbulent boundary layer[J]. *Journal of Fluids and Structures*, 2020, 92: 102758.
- [15] Maxit L, Guasch O. Noise radiated from a periodically stiffened cylindrical shell excited by a turbulent boundary layer[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2020, 466: 115016.
- [16] Ruotolo R. Influence of some thin shell theories on the evaluation of the noise level in stiffened cylinders[J]. *Journal of Sound Vibration*, 2002, 255(4): 777–788.
- [17] Stepanishen P R. Radiated power and radiation loading of cylindrical surfaces with nonuniform velocity distributions[J]. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1978, 63(2): 328–338.
- [18] 俞白兮, 李 凯, 张 峰, 等. 敷设分层梯度声学覆盖层的加肋圆柱壳声辐射特性研究[J]. *船舶力学*, 2024, 28(2): 294–308.
- Yu B X, Li K, Zhang F, et al. Research on sound radiation characteristics of ribbed cylindrical shells with multilayer graded acoustic coating[J]. *Journal of Ship Mechanics*, 2024, 28(2): 294–308. (in Chinese)