

文章编号: 1007-7294(2025)05-0790-17

# 基于 CFD-FEM 双向流固耦合的大外飘型船舶 砰击颤振响应不确定度研究

田光钰<sup>a,b</sup>, 王一雯<sup>a</sup>, 张涵韬<sup>a,b</sup>, 吴卫国<sup>a</sup>

(武汉理工大学 a. 绿色智能江海直达船舶与邮轮游艇研究中心; b. 船海与能源动力工程学院, 武汉 430063)

**摘要:** 船舶非线性波浪载荷及结构高频颤振响应的准确评估与分析, 是明确船舶结构安全性的前提, 然而其数值仿真计算的可靠性及其不确定度分析则较少得到关注。本文开展分段龙骨梁水弹性模型 CFD-FEM 双向流固耦合仿真以及试验研究, 对船模在波浪下的高频响应进行仿真分析, 并对仿真结果开展不确定度分析, 评估仿真模型的可靠性。数值不确定度的计算结果, 能够提供不同影响因素下结果是否收敛的判别依据和不确定度水平, 并明确船艏的砰击压力、船模的运动和船体高低频波浪弯矩的不确定度水平。对比数值仿真与试验测试可知, CFD-FEM 双向流固耦合仿真能够精确地捕捉到船舶结构高频响应, 船舶在巡航工况下高频弯矩成分能够占到低频波浪弯矩的 49.95% 以上, 砰击载荷诱发的舰船高频颤振动态响应不容忽视, 此类舰船的结构设计及安全评估中须考虑其影响。本文可为船舶砰击颤振此类高频结构动态响应的不确定度分析提供参考。

**关键词:** 水弹性模型试验; 砰击颤振; CFD-FEM 双向流固耦合; 不确定度分析

**中图分类号:** U661.4 U674.7 **文献标识码:** A **doi:** 10.3969/j.issn.1007-7294.2025.05.011

## Uncertainty analysis of large flared ship slamming response based on CFD-FEM two-way fluid-structure interaction

TIAN Guang-yu<sup>a,b</sup>, WANG Yi-wen<sup>a</sup>, ZHANG Han-tao<sup>a,b</sup>, WU Wei-guo<sup>a</sup>

(a. Green & Smart River-Sea-Going Ship Cruise and Yacht Research Center; b. School of Naval Architecture, Ocean and Energy Power Engineering, Wuhan University of Technology, Wuhan 430063, China)

**Abstract:** The accurate assessment and analysis of nonlinear wave loads on ships and the high-frequency vibrational response of ship structures are requisites for determining the safety of ship structures. However, the reliability of numerical simulation and the analysis of their uncertainties have received relatively little attention. This paper presents a segmented keel beam hydroelastic model CFD-FEM simulation and experimental research to simulate and analyze the high-frequency response of a ship model in waves. Uncertainty analysis was performed on the simulation results to evaluate the reliability of the simulation model. The calculation results of numerical uncertainties can provide criteria for judging the convergence of results under different influencing factors and the level of uncertainty. The uncertainty levels of the impact pressure on the ship's bow, the motion of the ship model, and the high and low-frequency wave bending

收稿日期: 2024-11-22

基金项目: 装备预先研究教育部联合基金青年人才项目 (8091B03012406); 武汉市知识创新专项曙光计划项目 (2023010201020318)

作者简介: 田光钰(1999-), 男, 硕士研究生;

王一雯(1990-), 女, 博士, 副研究员, 通讯作者; E-mail: yiwenwang90@whut.edu.cn.

moments of the ship hull are also clarified. A comparison between numerical simulation and experimental testing reveals that CFD-FEM two-way fluid-structure coupling simulation can accurately capture the high-frequency response of ship structures. The high-frequency bending moment component of the ship under cruising conditions can account for more than 49.95% of the low-frequency wave bending moment. The dynamic response of ships induced by impact loads cannot be ignored, and their influence must be considered in the structural design and safety assessment of such ships. This paper can provide a reference for the uncertainty analysis of high-frequency structural dynamic responses such as ship impact vibration.

**Key words:** hydroelastic model experiment; slamming-induced flutter; CFD-FEM; uncertainty analysis

## 0 引 言

水面舰船装备向着大型化、快速化、多功能化的方向发展,而且在深远海航行过程中所处环境愈发复杂恶劣,舰船高速航行时不可避免地会伴随着剧烈的船波相对运动,使得船艏易遭遇强非线性瞬态高幅值砰击载荷作用。不仅会使得船艏结构产生弹塑性变形或局部损伤,也会诱发全船结构的高频动态响应成分即砰击颤振,其与低频波浪载荷耦合叠加后的结构应力水平激增,成为影响船舶结构极限强度的重要因素之一。因此,对恶劣海况下船舶非线性波浪载荷以及砰击颤振的准确评估与分析,是明确舰船结构安全性的前提。

在研究砰击颤振这类结构动态响应较大且流固耦合效应显著的水弹性问题时一般使用双向流固耦合仿真方法,可模拟实际现象并较好地求解水弹性问题。Lakshmyanarayana 等<sup>[1-3]</sup>采用 CFD-FEM 方法针对规则波下的驳船运动响应开展双向流固耦合仿真计算,并与试验测量结果和二维水弹性计算进行对比,还采用相同方法研究了 S175 集装箱船的对称运动和波浪载荷,将规则波中的迎浪运动和波浪载荷与其他人的试验测量结果以及二维线性水弹性程序计算结果进行比较,其 CFD-FEM 方法预测船艏弯矩的精度与线性和非线性切片理论相当,结果表明该方法能够较好地捕捉模型的非线性波浪载荷特征。Jiao 等<sup>[4]</sup>基于 CFD-FEM 流固耦合模型分析了船舶在波浪条件下的非线性水弹性效应、砰击和甲板上浪,对其提出的 CFD-FEM 双向流固耦合方法在船舶水弹性模拟中的可行性进行验证,通过所提方法可以再现船舶耐波性和水弹性范围内的非线性大振幅运动、加速度、波浪载荷、砰击载荷、甲板上浪载荷以及颤振和波激振动响应。

伴随着数值仿真技术的广泛应用和不断更新,对其可靠性的研究也逐渐开展起来。20 世纪末,Roache 等<sup>[5]</sup>提出并开始数值仿真计算的不确定度分析研究。近年来有关船模波浪载荷试验和数值仿真的不确定度分析与研究也初步发展。不确定度分析是验证 CFD 计算可靠性与准确性的一种方法,包含“验证”和“确认”两大过程<sup>[6]</sup>。

模型试验中的测量不确定度分析能够以定量的形式给出试验的质量和可信度,是模型试验报告必要的一个组成部分,国内外学者已经分别将不确定度分析方法应用到了船模操纵性等试验中<sup>[7]</sup>。目前国际 ITTC-ISSC 联合委员会致力于促成对波浪载荷不确定度分析的发展,诸多学者也为此开展大量工作。Zhu 等<sup>[8]</sup>在进行分段水弹性模型试验的不确定度分析时,以多个波浪载荷测量数据的有效段为研究对象,将各组有效段数据的标准差与其平均值的比值用于量化各物理量的随机误差,发现拖曳速度、航向角和拖曳力均会对波浪弯矩测量结果的不确定度有一定影响。对 13000 TEU 分段船模在不规则波中结构响应的试验数据分析中发现<sup>[9]</sup>,试验中目标波浪谱与实际波浪谱的差异、斜浪航行时的浪向角和航速是试验不确定度的重要来源。司海龙等<sup>[10]</sup>开展了集装箱船波浪载荷模型试验,针对船体线型、转动惯量、重心高、测量梁标定系数等影响因素进行了不确定度分析,并建立了波浪载荷模型试验的不确定度分析方法,明确了模型试验不确定度的影响因素。

Guedes Soares<sup>[11]</sup> 研究了不同波浪载荷预测理论对短期船舶运动和载荷结果的影响, 并对模型的不确定度进行了定量分析, 以修正理论预测模型; 朱德祥等<sup>[12]</sup> 对 ITTC 关于 CFD 的不确定度分析流程进行了介绍, 并对 SUBOFF 艇体的表面压力系数进行了不确定度分析, 进行了初步的应用实践; Drummen 等<sup>[13]</sup> 使用滚装渡轮的不同试验和数值仿真数据对砰击和砰击载荷进行了基准研究, 对流体动力学特性的建模不确定度和结构响应进行了研究; Huang 等<sup>[14]</sup> 采用 CFD-FEM 流固耦合方法对标准 S175 集装箱船模型的运动和波浪载荷进行了全面计算, 对流体网格密度、流体区域大小、流体粘度等因素计算船舶响应的结果进行了不确定度分析, 与 S175 模型相关的试验和数值计算数据进行了对比。

目前, 在计算船舶的波浪载荷和全船结构的高频响应成分时, 较少关注其数值仿真计算结果的可靠性并进行不确定度分析, 而是否能够量化不确定度, 对于结构强度评估的影响和研究其可靠性方法的应用都是十分重要的。由于载荷和模型的复杂性, 本文开展分段龙骨梁水弹性模型 CFD-FEM 双向流固耦合的仿真以及试验研究, 对船模在波浪下的高频响应进行仿真分析, 并对仿真结果开展不确定度分析, 评估仿真模型的可靠性。通过两种方法的结合, 能够量化仿真中的不确定度对于结构强度评估的影响, 给出多个因素下船舶的砰击压力、船模的运动和船体高低频波浪弯矩的不确定度水平, 可为船舶砰击颤振此类高频结构动态响应的不确定度分析提供参考, 且能够较好地揭示船模砰击颤振高频响应的规律。

## 1 变截面龙骨梁水弹性船模试验

通过变截面龙骨梁的水弹性模型试验, 针对大外飘型船舶非线性波浪载荷、船艏瞬时砰击载荷以及高频砰击颤振响应开展研究。本试验于武汉理工大学拖曳水池内开展, 水池长 132 m, 宽 10.8 m, 水深 2 m。水池末端布置有液压式造波机, 可模拟不同波高、不同周期的规则波与不规则波。

为明确实船于波浪下的相对运动和非线性波浪载荷特性, 进行模型试验时, 需使船模满足与实船的几何相似、流体边界相似、流体动力相似和结构刚度相似等相似条件。综合考虑试验水池尺寸、造波能力、拖车航速等因素, 选用船模缩尺比为  $\lambda=30$ , 实船及船模的主要参数如表 1 所示。大外飘型船模重量分布与重心位置等参数通过特制设备进行调整从而与实船保持相似。此外, 为充分体现模型高频响应特性, 将整体船模进行分段设计, 分段截面 1~7 分别位于 #3、#5、#7.5、#10、#12.5、#15、#17 处, 8 分段船模通过铝制变截面龙骨梁进行连接, 以探究大外飘型船舶高频砰击颤振响应特性。

表 1 实船及船模主要参数

Tab.1 Principal particulars of ship and model

物理量	符号/单位	实船	船模
缩尺比	$\lambda$	1	30
总长	$L_{OA}/m$	154.4	5.146
垂线间长	$L/m$	142	4.733
型宽	$B/m$	17.8	0.592
型深	$h/m$	9.84	0.325
设计吃水	$d/m$	5.04	0.167
水密度	$\gamma/(t \cdot m^{-3})$	1.025	1.000
排水量	$\Delta/t$	6200	0.229

由于实船刚度沿船长方向变化较大, 通过变截面龙骨梁型式使得船模满足实船结构动态特性相似, 其龙骨梁的型式及结构尺寸如图 1 及表 2 所示。通过应变片测量上述各分段截面 1~7 站号处的垂向弯矩即  $M_{v1} \sim M_{v7}$ , 通过船艏布置的高精度高频压力传感器测量波浪下的砰击压力时间历程。

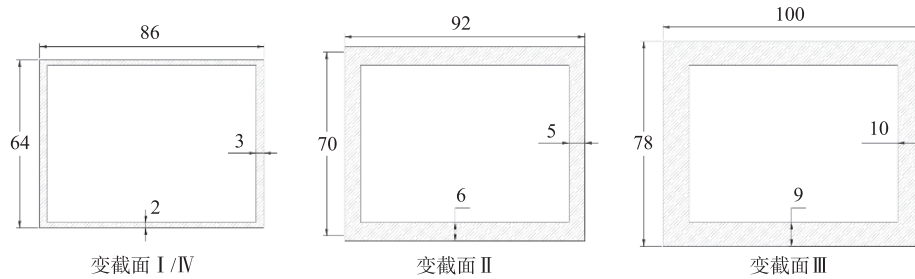


图 1 龙骨梁变截面型式及尺寸示意图 (单位:mm)

Fig.1 Shape and dimensions of backbone beam with variable sections

表 2 龙骨梁变截面尺寸

Tab.2 Dimensions of backbone beam with variable sections

站号	内壁宽/mm	内壁高/mm	左右壁面厚/mm	上下壁面厚/mm	长度/mm
1~4			3	2	535
4~6	80	60	5	6	473
6~16			10	9	2356
16~19			3	2	796

通过模型试验模拟实船的巡航工况, 船模试验的航速  $V=1.408$  m/s, 入射波浪频率( $\omega$ )范围为 2.688~5.853 rad/s, 波高  $H=0.0833\sim 0.167$  m, 拖曳水池模型试验如图 2 所示。



图 2 拖曳水池模型试验

Fig.2 Towing tank test of ship model

## 2 CFD-FEM 双向流固耦合仿真计算

基于 CFD-FEM 双向流固耦合仿真方法, 对变截面龙骨梁分段船模开展水弹性数值仿真研究, 分析波浪下船舶非线性波浪载荷及高频砰击颤振响应。根据结构变形对流场的影响程度, 可以分成两种类型即单向流固耦合与双向流固耦合。当结构变形被认为对流体具有较小可忽略的影响时, 可使用单向耦合, 单向耦合使用 CFD 计算流体载荷, 假定结构是刚性的, 将水压力作为载荷施加到结构模型计算结构响应; 结构变形较大且对流场存在较大影响时, 则使用 CFD-FEM 双向流固耦合仿真方法。

对于结构动态响应较大且流固耦合效应显著的水弹性问题, 一般使用双向流固耦合方法开展时域仿真分析, 采用的是双向隐式耦合法。流体与结构分别单独求解, CFD 计算采用的数值方法为有限体积方法, 假定流动受 RANS(平均雷诺 N-S)方程控制, 通过求解流体质量和动量守恒方程来得到船体表面压力。其中流动的 RANS 控制守恒方程为

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_i \partial x_j} - \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_j} \quad (1)$$

式中,  $\rho$  代表流体密度,  $\bar{p}$  代表平均压力,  $\nu$  为动力粘度,  $\bar{u}_i$  和  $\bar{u}_j$  为速度法向分量的平均值,  $\overline{u'_i u'_j}$  为雷诺应力张量系数。

流体自由表面的流动采用流体体积法 (Volume of Fluid, VOF) 来实现, VOF 方法可以有效地模拟两相流体交界处自由液面的状态, 明确不同流体介质的分布, 以获取自由液面的变形信息。VOF 方法通过求解计算域内流体体积分数的输运方程来捕捉界面运动。流体体积分数的输运方程表示如下:

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \mathbf{u} \nabla \alpha = \mathbf{S}(\alpha) \quad (2)$$

式中,  $\alpha$  表示流体体积分,  $\mathbf{u}$  为速度矢量,  $\nabla$  为梯度算子,  $\mathbf{S}(\alpha)$  为描述表面张力和影响体积分的力。

CFD 计算中采用的湍流模型的物理控制方程为标准  $k-\varepsilon$  模型, 通过求解湍流动能和湍流耗散率两个输运方程的分布来模拟湍流流动, 两个输运方程的形式为

$$\frac{\partial \bar{\rho} k}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{\rho} u_j k)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \bar{\mu} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) - \bar{\rho} \varepsilon + P_k \quad (3)$$

$$\frac{\partial \bar{\rho} \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{\rho} u_j \varepsilon)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \bar{\mu} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} P_k - C_{2\varepsilon} \bar{\rho} \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (4)$$

式中,  $k$  代表湍动能,  $\varepsilon$  代表湍流耗散率,  $\bar{\rho}$  是密度的时间平均值,  $\bar{\mu}$  为动力粘度,  $P_k$  为湍动能的产生项,  $C_{1\varepsilon}$  和  $C_{2\varepsilon}$  为经验常数。

FEM 计算则通过在船体外表面上施加流体水压力载荷, 基于有限元法得到结构的应力、位移和变形。CFD-FEM 双向流固耦合通过设定船体同一表面为耦合交界面进行数据交换, CFD 计算得到压力数据传递给 FEM 模型使结构模型产生变形, 反过来将结构变形数据反馈到流场中以更新流体网格。采用隐式耦合方案, 在每一个时间步长内多次进行数据交换迭代使得双向耦合仿真结果达到收敛。CFD-FEM 双向流固耦合仿真计算原理如图 3 所示。

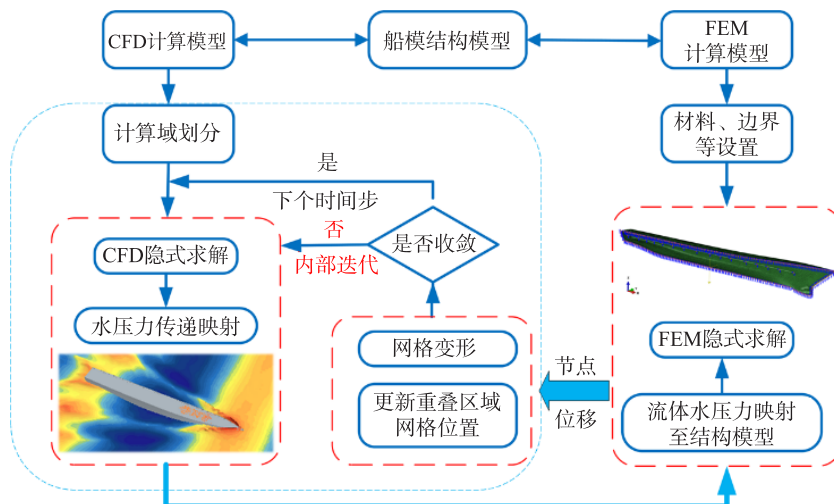


图 3 CFD-FEM 双向流固耦合仿真计算原理

Fig.3 CFD-FEM two-way fluid-structure interaction calculation principle

仿真计算模型的主尺度参数设置与试验模型保持一致, 保证两种模型的重量分布、龙骨梁刚度分布以及波浪参数相同。流体计算模型中计算域原点位于船底中横剖面和中纵剖面的交点处, 范围为  $-2.5L < x < 2L$ ,  $0 < y < 1.5L$ ,  $-2L < z < 1.2L$ , 划分为空气域和水域。沿船舶中纵面设置对称平面边界, 以降低计算域网格数量, 从而提高计算效率, 船体计算域和边界条件如图 4 所示。

采用五阶斯托克斯波模型模拟入射波浪, 在液面网格划分时为保证入射波浪稳定性, 沿船长纵向方向单个波浪周期至少由 40 个网格单元组成, 垂向方向至少由 16 个网格单元构成。本文流体仿真模型的液面区域, 在完整周期波浪的纵向方向设置 160 个单元, 垂向设置 40 个单元, 从而能精准捕捉自由液面和船波交界处的运动。水动力计算域的网格划分示意如图 5 所示。

结构仿真模型中三维龙骨梁采用线性梁单元 B31, 保证变截面型式与试验模型一致。通过瑞利阻尼考虑龙骨梁刚度阻尼的影响, 满足船模试验中的龙骨梁刚度特征相似。梁模型相对位置于重心高度处, 船模分段的总体质量集中分布于船长方向的梁单元之上。船模的外壳由面单元建模, 单元类型为 SFM4D4。外壳单元与梁单元的节点采用运动耦合约束连接, 外壳单元将流体载荷通过约束连接, 传递到龙骨梁结构单元进行结构响应分析。船舶结构有限元模型如图 6 所示。

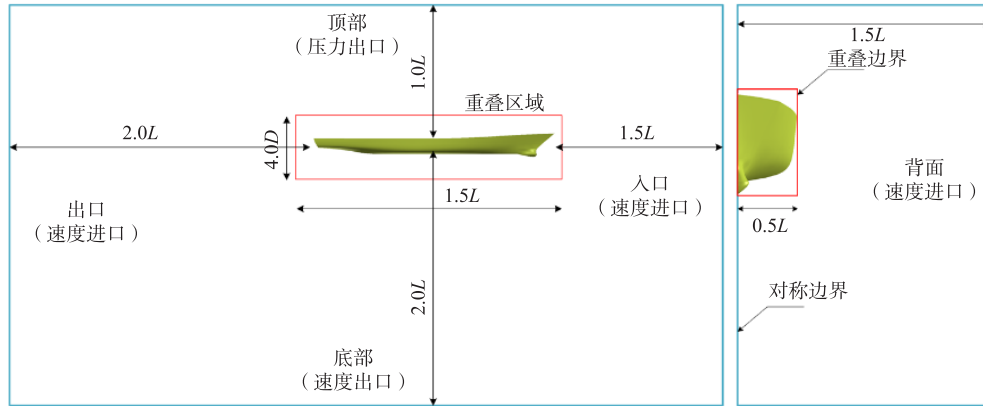


图 4 水动力计算域和边界条件

Fig.4 Hydrodynamic calculation domain and boundary conditions

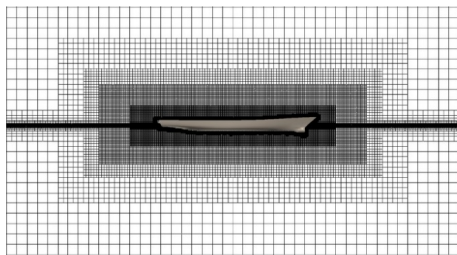


图 5 水动力计算域网格示意图

Fig.5 Fluid domain grid in the center plane



图 6 船舶结构有限元模型

Fig.6 Finite element model of ship hull

### 3 CFD-FEM 双向流固耦合仿真不确定度分析

基于 ITTC 相关指南中不确定度分析的相关要求<sup>[15]</sup>, 不确定度分析由验证(Verification)和确认(Validation)组成, 并分别计算数值不确定度和建模不确定度。数值不确定度的计算须明确计算模型的影响参数, 诸如时间步长、网格尺寸、迭代次数等。数值不确定度  $U_{SN}$  计算可表示为

$$U_{SN}^2 = U_G^2 + U_I^2 + U_T^2 + U_O^2 \quad (5)$$

式中,  $U_G$ 、 $U_I$ 、 $U_T$ 、 $U_O$  分别为网格、迭代次数、时间步和其他因素引起的不确定度。

一般选用  $n(n \geq 3)$  个影响参数来进行不确定度分析, 每次只改变一个参数的大小, 保持所有其他参数不变, 保证被改变的参数其扩大和缩小的比率相同。并对改变后的不同参数结果进行收敛性研究, 一般设置至少  $i(i \geq 3)$  个解来进行, 本文中选取 3 个不同的参数解来进行收敛性分析, 不同解之间的差值  $\varepsilon_i$  以及收敛比  $R_i$  分别为

$$\varepsilon_{i,21} = \hat{S}_{i,2} - \hat{S}_{i,1}, \quad \varepsilon_{i,23} = \hat{S}_{i,2} - \hat{S}_{i,3} \quad (6)$$

$$R_i = \frac{\varepsilon_{i,21}}{\varepsilon_{i,23}} \quad (7)$$

式中,  $i=1, 2, 3$  分别对应三个不同输入参数计算的解。收敛比存在三种不同的误差形式, I:  $0 < R_i < 1$ , 单调收敛(Monotonic Convergence, MC); II:  $R_i < 0$ , 振荡收敛(Oscillatory Convergence, OC); III:  $> 1$ , 发散(Monotonic Divergence, MD)。对于第 I 种迭代误差, 使用广义 Richardson 外推法来预测误差和准确度, 定义  $\delta_{RE_{i,1}}$  为数值误差,  $p_i$  为准确度阶数, 计算公式如下:

$$\delta_{RE_{i,1}} = \frac{\varepsilon_{i,21}}{r_i^{p_i} - 1}, \quad p_i = \frac{\ln(\varepsilon_{i,21}/\varepsilon_{i,21})}{\ln(r_i)} \quad (8)$$

在估计不确定度时还需要引入一个修正因子  $C_i$  (Correction Factor, CF), 修正因子是从基于一维波动方程、二维拉普拉斯方程和 Blasius 边界层分析的基准研究中提出的, 修正因子可作为确定数值计算

解和渐近范围的可靠定量度量,  $C_i$ 的计算公式为

$$C_i = \frac{r_i^{P_i} - 1}{r_i^{P_{iest}} - 1} \quad (9)$$

式中,  $P_{iest}$  为改进后准确度(精度)阶数的估计值, 一般取  $P_{iest}=2$ 。当  $C_i$  趋近于 1 时, 意味着计算解接近于渐近范围; 当  $C_i$  远离 1 时, 意味着计算的解远离渐近范围。根据修正因子  $C_i$  来估计不确定度<sup>[16]</sup>, 不确定度  $U_i$  公式为

$$U_i = \begin{cases} [9.6(1-C_i)^2 + 1.1] \times |\delta_{RE_{i,1}}|, & |1-C_i| < 0.125 \\ [2|1-C_i| + 1] \times |\delta_{RE_{i,1}}|, & |1-C_i| \geq 0.125 \end{cases} \quad (10)$$

上述方法为广义 Richardson 外推法的应用, 当  $C_i$  趋近于 1 时仅估计 50% 的不确定度。对不确定度公式进行修正得到在不同修正因子  $C_i$  下的修正不确定度  $U_{ic}$  为

$$U_{ic} = \begin{cases} [2.4(1-C_i)^2 + 0.1] \times |\delta_{RE_{i,1}}|, & |1-C_i| < 0.25 \\ [|1-C_i|] \times |\delta_{RE_{i,1}}|, & |1-C_i| \geq 0.25 \end{cases} \quad (11)$$

至于建模不确定度则是通过试验数据来评估。引入对比误差  $E$ , 它由基准试验数据和仿真数据得到。若  $D$  为试验值结果,  $S$  为仿真计算结果,  $U_D$  为试验的不确定度, 则对比误差和建模不确定度分别为

$$E = D - S \quad (12)$$

$$U_V^2 = U_D^2 + U_{SN}^2 \quad (13)$$

当  $E$  的绝对值小于建模不确定度  $U_V$  时则可以确认, 数值计算结果可靠, 反之则需要对模型进行修正。本章将针对仿真计算船模在波浪下的高频响应开展不确定度分析, 由于 Xing 等<sup>[17]</sup> 在研究中发现, 迭代不确定度至少比网格大小和时间步长的不确定度小一个数量级, 故本文对迭代次数这一影响因素不做分析, 仅针对网格大小、流体域尺寸、时间步长和结构阻尼比等影响因素开展分析。

### 3.1 流体域尺寸的影响分析

船模水弹性试验结果会受到拖曳水池壁面效应影响, 当船模尺度较大时, 池底和侧壁的存在使得水流的流动被限制, 回流速度增大而引起阻塞效应。因此进行仿真计算时应关注水域尺寸对计算结果的影响, 以保证结果的准确性。为了确定最合适可靠的流体域尺寸, 需进行水域大小的不确定度分析, 采用三个大小不同的水域尺寸进行对比, 以相同的放大比例  $r_G = \sqrt{2}$  改变水域的长度和宽度, 而空气域大小和水域的深度保持不变, 详细参数如表 3 所示。

表 3 三种不同大小水域尺寸信息

Tab.3 Size information of three different fluid domains

水域	水域宽度 $a_i/m$	水域长度 $b_i/m$
大尺寸	20.08	30.12
中尺寸	14.20	21.30
小尺寸	10.04	15.06

上述三种不同的水域大小下仿真计算得到的船模自由面波形如图 7 所示, 计算的船舶垂向运动的时域曲线对比如图 8 所示。由图中可以看出, 小尺寸水域与中尺寸水域计算的船模垂荡运动和纵摇运

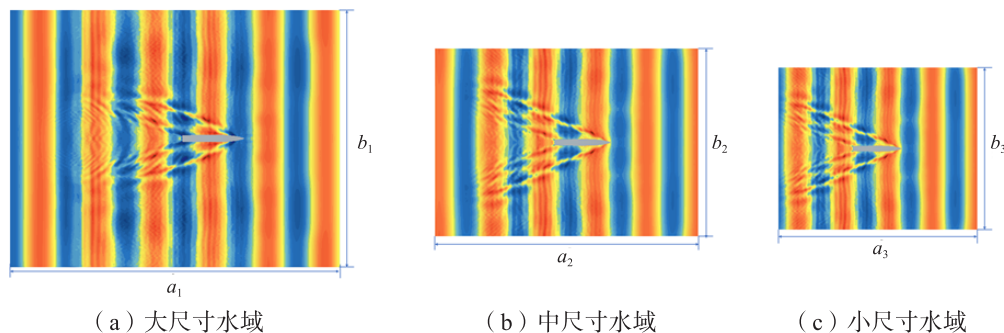


图 7 不同水域大小的自由面波形

Fig.7 Free surface waveform for fluid domains with different sizes

动的时域曲线非常接近,大尺寸水域结果有细微偏差。表 4 中列举的是计算三种不同尺寸流体域的垂向弯矩和船模运动的不确定度  $U_Z$  过程和结果。

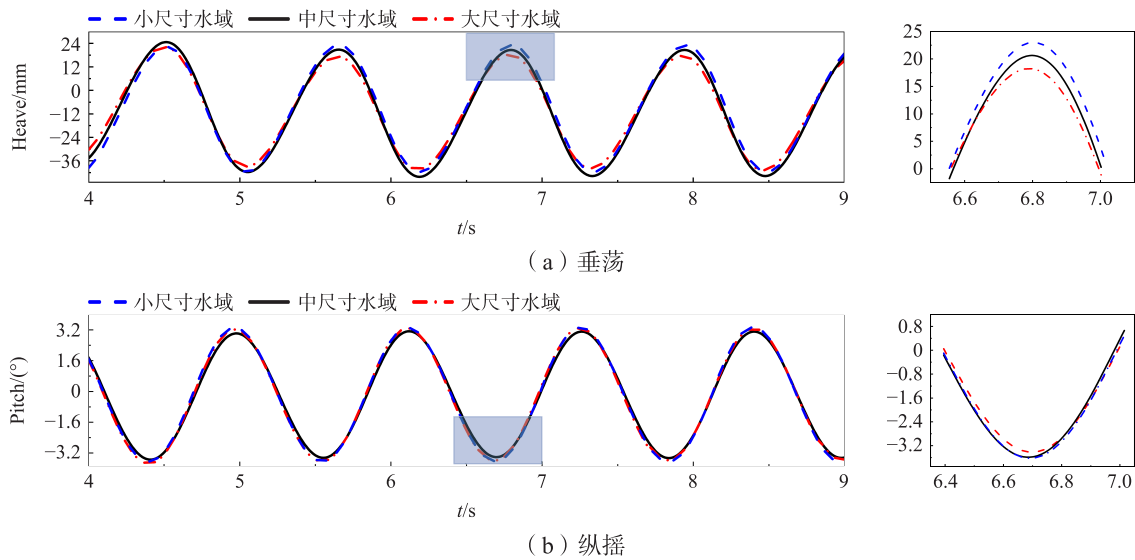


图 8 不同水域尺寸下船舶运动的时间历程曲线

Fig.8 Time histories of ship motions for different fluid-domain sizes

表 4 三种不同水域尺寸下的垂向弯矩和船模运动的不确定度分析

Tab.4 Uncertainty analysis of VBM and ship motions for three different fluid-domain sizes

参数/单位	三种不同水域大小 计算结果			差值		收敛比	准确度	修正 因子	数值 误差	不确 定度	校正不 确定度	不确定度 占比	结果 修正
	$S_{Z1}$	$S_{Z2}$	$S_{Z3}$	$\epsilon_{21}$	$\epsilon_{23}$								
纵摇/ $^\circ$	3.289	3.301	3.320	0.012	0.019	$R_G$	$P_k$	$C_k$	$\delta_{RE}$	$U_Z$	$U_{ZC}$	$U_Z/S_{Z2}$	$S_C$
垂荡/mm	29.801	30.018	30.622	0.217	0.604	0.632	1.326	0.583	0.021	0.038	0.009	0.012	3.339
1阶波浪 弯矩/(N·m)	27.878	28.026	28.302	0.148	0.276	0.360	2.949	1.779	0.122	0.313	0.095	0.010	30.331
2阶倍频 弯矩/(N·m)	11.904	12.000	12.288	0.096	0.288	0.534	1.810	0.873	0.169	0.212	0.022	0.008	28.238
二节点 弯矩/(N·m)	0.7458	0.755	0.7656	0.0092	0.0106	0.333	3.170	2.000	0.048	0.144	0.048	0.012	12.144
二节点 弯矩/(N·m)	0.7458	0.755	0.7656	0.0092	0.0106	0.868	0.408	0.152	0.060	0.163	0.0512	0.216	0.918

根据表 4 数据计算可得,用上述方法估计的船模纵摇和垂荡运动的不确定度  $U_Z$  分别为  $S_{Z2}$  的 1.15% 和 1.04%。船模首部截面 1 的  $M_{v1}$  的一阶波浪弯矩的不确定度  $U_Z$  为  $S_{Z2}$  的 0.76%, 校正后的不确定度  $U_{ZC}$  量级较小, 为  $S_{Z2}$  的 0.08%; 二节点弯矩的不确定度  $U_Z$  为  $S_{Z2}$  的 21.59%, 校正后不确定度  $U_{ZC}$  为  $S_{Z2}$  的 6.78%。结果表明纵摇和垂荡运动的不确定度均处于较低水平, 一阶波浪弯矩的不确定度处于较小的量级, 小于仿真结果的 1%, 但反映砰击颤振特性的船模二节点弯矩的不确定度处于相对较高的水平。水域尺寸的变化对于船舶运动和低频波浪载荷存在相当小的影响, 但对于高频响应成分会产生影响。综合考虑计算精度和计算资源, 在后续分析中选择中等大小水域。

### 3.2 迭代时间步长影响分析

在 CFD-FEM 双向流固耦合仿真方法计算砰击颤振这类涉及到高频振动的问题时, 计算模型设置的时间步长是影响结果收敛的重要因素。如果时间步长取值较大, 那么在计算的各个阶段都可能会出

现崩溃并导致压力发散的现象。因为在耦合时,流体和结构模型的网格变形位移数据在每个时间步中进行多次传递,较小的时间步长能防止网格变形过快,减小发散几率。在计算船舶水弹性分析这类特殊问题时,时间步长一般设置为小于2节点固有周期的1/100,以便计算收敛和较好地反映高频现象。

为探究时间步长因素的不确定度,以 $r_G = \sqrt{2}$ 的放大比例设置三个不同的时间步长:0.0007 s、0.001 s、0.0014 s,保持水域尺寸、网格大小和网格数量不变。采用上述三种时间步长分别开展仿真计算,仿真时长为10 s,并根据计算结果分别计算不确定度 $U_T$ 。

三种不同时间步长下船模 $t=4.5$  s时刻的船底压力云图如图9所示,垂向弯矩的对比如图10所示。表5中列举的是三种不同时间步长下的垂向弯矩和船模运动的不确定度计算过程。根据图10和表5可以看出,不同时间步长下计算得到的船模中部的垂向弯矩较为接近;小时间步长的结果有一定偏差。船模截面1处 $M_{v1}$ 的一阶波浪、二阶倍频和二节点弯矩的不确定度 $U_T$ 分别为 $S_{T2}$ 的1.13%、2.37%、29.27%。上述结果表明,时间步长大小对船体一阶波浪弯矩的影响较小,对反映砰击颤振特性的二节点波浪弯矩影响更显著。

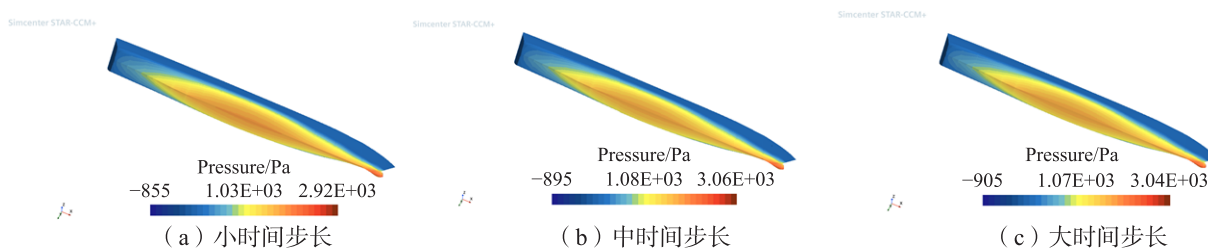


图9 不同时间步长下船底压力云图 ( $t=4.5$  s)

Fig.9 Calculated results of ship-bottom pressure under different time steps ( $t=4.5$  s)

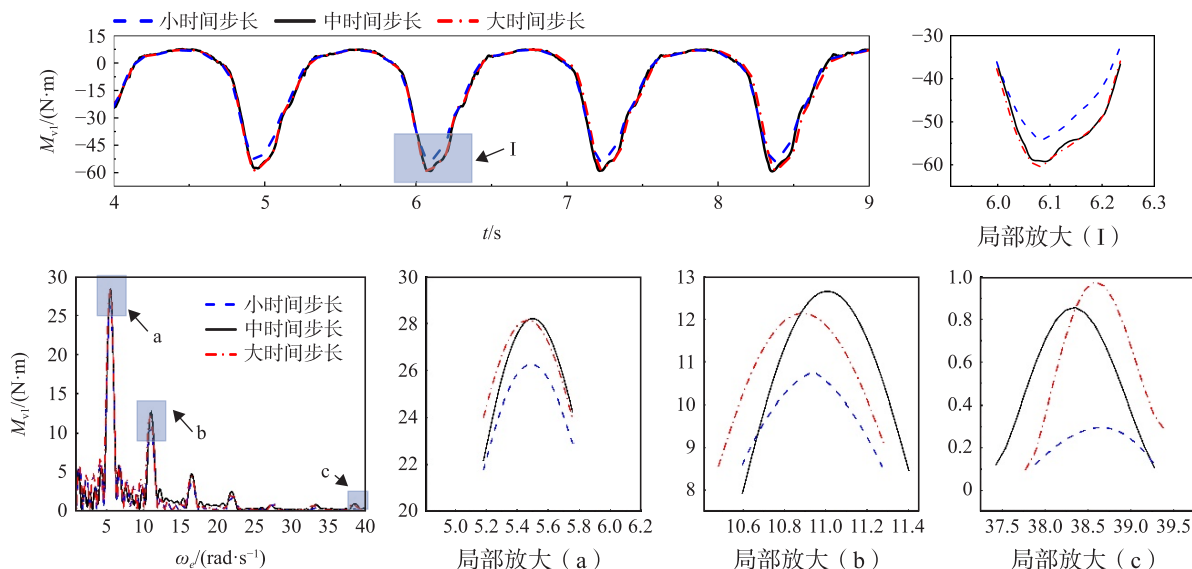


图10 不同时间步长下的垂向弯矩时域和频域对比图

Fig.10 VBM results in the time and frequency domain for different time steps

### 3.3 网格尺寸的影响分析

开展网格密度大小的不确定度分析,只改变重叠区域网格的密度大小,不改变背景区域的网格大小。设置重叠区域的网格基础尺寸为0.025 m(其他网格以此大小按照参数加细化进行变化),根据参数放大比例 $r_G = \sqrt{2}$ 划分,重叠网格基础尺寸大小分别为0.035 m、0.025 m、0.018 m。

表 5 不同时间步长下的垂向弯矩和船模运动的不确定度分析

Tab.5 Uncertainty analysis of VBM and motions under different time steps

	不同时间步长下 计算结果			差值		收敛比	准确度	修正 因子	数值 误差	不确 定度	校正不 确定度	不确定度 占比	结果 修正
	$S_{T1}$	$S_{T2}$	$S_{T3}$	$\varepsilon_{21}$	$\varepsilon_{23}$	$R_G$	$P_k$	$C_k$	$\delta_{RE}$	$U_T$	$U_{TC}$	$U_T/S_{T2}$	$S_C$
纵摇/ $^\circ$	3.332	3.301	3.267	-0.031	-0.034	0.900	0.304	0.111	-0.275	0.275	0.245	0.083	4.066
垂荡/mm	30.505	30.018	29.217	-0.487	-0.801	0.608	1.437	0.646	-0.754	0.754	0.267	0.025	31.307
1阶波浪 弯矩/(N·m)	28.194	28.026	26.481	-0.168	-1.545	0.109	6.403	8.198	-0.020	0.316	0.148	0.011	28.342
2阶倍频 弯矩/(N·m)	12.153	12.000	10.763	-0.153	-1.237	0.124	6.031	7.086	-0.022	0.284	0.131	0.024	12.284
二节点 弯矩/(N·m)	0.856	0.755	0.608	-0.101	-0.147	0.687	1.083	0.455	-0.222	0.222	0.121	0.294	1.218

在仿真模拟过程中,包括时间步长在内的其他参数保持不变,并且保证三种网格方案在计算域中能产生高质量的波,分别计算三种不同尺寸网格类型的  $\lambda/L=1.0$ ( $\lambda$  为波长)工况下的运动及载荷响应。每组网格方案的网格基础尺寸和计算域的网格总数见表 6,不同大小网格密度如图 11 所示。

根据图 12 和表 7 结果可知,不同网格大小方案计算得到的船模截面 1 处  $M_{v1}$  的一阶、二阶和二节点弯矩不确定度  $U_G$  为  $S_{G2}$  的 1.18%、12.00%、32.18%。修正后的校正不确定度分别为 1.18%、7.00%、18.80%。且截面 1 处的弯矩分量收敛方式均为单调收敛。网格大小的变化对低阶波浪弯矩的影响较小,对反映冲击颤振特性的高阶波浪弯矩影响逐渐增大。

表 6 三种不同网格大小的基础尺寸和网格总数

Tab.6 Base size and total number of grids for three different cases

网格方案	基础尺寸/m	网格总数
大网格	0.035	286.43万
中网格	0.025	328.38万
小网格	0.018	482.18万

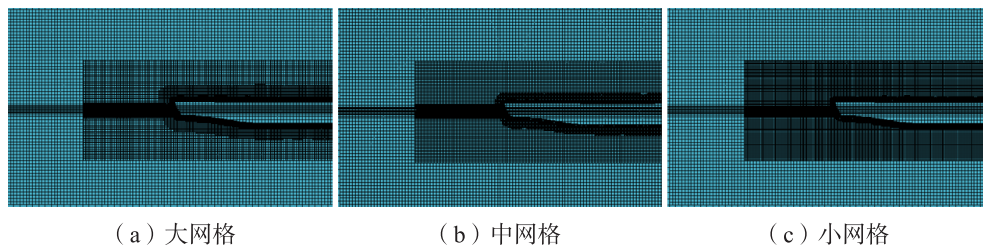
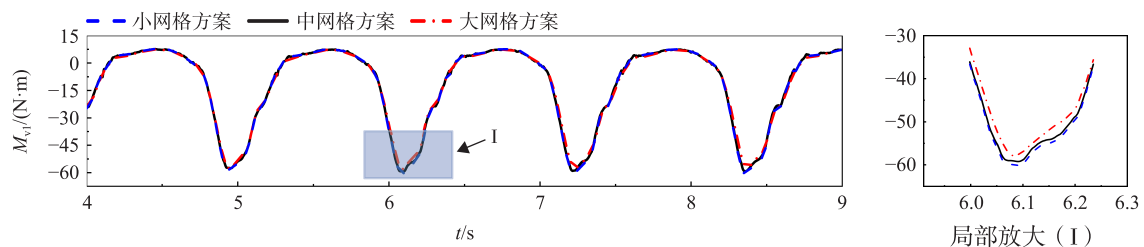


图 11 不同密度的网格

Fig.11 Grid density under different grid sizes



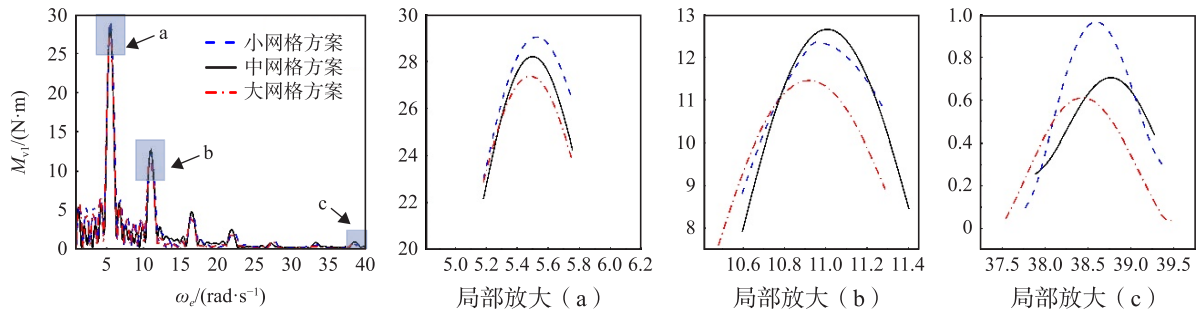


图 12 不同网格大小方案下的船中垂向弯矩的时间历程曲线和频域曲线

Fig.12 VBM results in the time and frequency domain for three different size of grids

表 7 不同网格大小方案下的垂向弯矩和船模运动的不确定度分析

Tab.7 Uncertainty analysis of VBM and ship motion under three different types of sizes

	三种不同网格大小方案 计算结果			差值		收敛比	准确度	修正因子	数值误差	不确定度	校正不确定度	不确定度占比	结果修正
	$S_{G1}$	$S_{G2}$	$S_{G3}$	$\varepsilon_{21}$	$\varepsilon_{23}$	$R_G$	$P_k$	$C_k$	$\delta_{RE}$	$U_G$	$U_{GC}$	$U_G/S_{G2}$	$S_C$
纵摇/ $^\circ$	3.413	3.301	3.160	-0.112	-0.141	0.794	0.664	0.259	-0.433	0.433	0.353	0.131	3.746
垂荡/mm	30.823	30.018	29.030	-0.805	-0.988	0.815	0.591	0.227	-3.541	1.394	0.889	0.046	31.412
1阶波浪弯矩/(N·m)	28.310	28.026	27.500	-0.284	-0.526	0.540	1.778	0.852	-0.333	0.333	0.049	0.012	28.359
2阶倍频弯矩/(N·m)	12.600	12.000	11.150	-0.600	-0.850	0.706	1.005	0.417	-1.440	1.440	0.840	0.120	13.440
二节点弯矩/(N·m)	0.856	0.755	0.612	-0.101	-0.143	0.706	1.003	0.416	-0.243	0.243	0.142	0.322	0.998

3.4 结构阻尼影响分析

Lakshmyraranana 等<sup>[18]</sup>采用流固耦合仿真方法分析了瑞利(Rayleigh)结构阻尼对船舫非线性波浪载荷的影响,与无阻尼情况相比,有结构阻尼时船舫弯矩幅值下降了约 60%。本文中的水弹性模型试验,采用变截面连续弹性龙骨梁连接船模的各个分段,在建立结构耦合模型时,考虑了瑞利阻尼系数,更加接近于船模试验模型的结构阻尼。

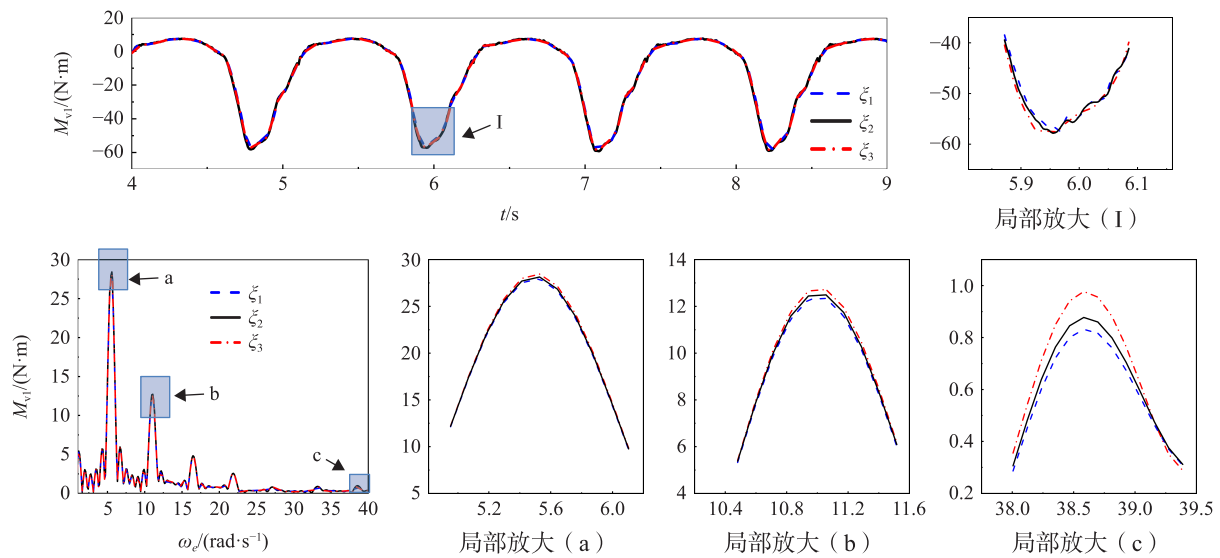


图 13 不同结构阻尼下的垂向弯矩时域和频域曲线

Fig.13 VBM results in the time and frequency domain for different structural damping

瑞利阻尼在结构动力分析中广泛应用,瑞利阻尼假设结构的阻尼矩阵是质量矩阵和刚度矩阵的组合。结构阻尼会对分段船模砰击颤振的高频响应产生影响,针对仿真中设置的结构阻尼比进行不确定度分析,其他参数保持不变,以 $r_G = \sqrt{2}$ 的放大比例均匀改变龙骨梁模型的结构阻尼比, $\xi_1$ 、 $\xi_2$ 、 $\xi_3$ 分别取 0.025、0.035、0.05,借以分析结构阻尼对砰击颤振响应的影响。计算得到的不同结构阻尼比下垂向弯矩的时域和频域计算结果如图 13 所示。

根据图 13 和表 8 可以看出, $M_{v1}$ 中的 1 阶和 2 阶波浪弯矩的不确定度  $U_{RC}U_R$  分别为  $S_{R2}$  的 1.68% 和 4.76%,二节点弯矩的不确定度  $U_R$  为  $S_{R2}$  的 6.04%;计算的校正不确定度  $U_{GC}$  值相对较小。表中的三个校核值均在阻尼的变化下单调收敛,结果表明反映砰击颤振特性的船模二节点垂向弯矩对阻尼的敏感性更高;阻尼对于船体梁结构的二节点高频振动存在相对更大的影响。

表 8 三种不同结构阻尼下的垂向弯矩的不确定度分析  
Tab.8 Uncertainty analysis of VBM with different structural damping

	三种不同结构阻尼 计算结果			差值		收敛比 $R_G$	准确度 $P_k$	修正 因子 $C_k$	数值 误差 $\delta_{RE}$	不确 定度 $U_R$	校正不 确定度 $U_{RC}$	不确定度 占比 $U_R/S_{R2}$	结果 修正 $S_C$
	$S_{R1}$	$S_{R2}$	$S_{R3}$	$\epsilon_{21}$	$\epsilon_{23}$								
1阶波浪 弯矩/(N·m)	27.949	28.137	28.451	0.188	0.313	0.601	1.471	0.665	0.283	0.472	0.104	0.017	28.609
2阶倍频 弯矩/(N·m)	12.340	12.491	12.718	0.151	0.227	0.665	1.179	0.505	0.300	0.595	0.206	0.048	13.086
二节点 弯矩/(N·m)	0.832	0.877	0.977	0.045	0.100	0.454	2.278	1.202	0.038	0.053	0.007	0.060	0.930

### 3.5 砰击压力不确定度分析

船舶在波浪中航行时,船艏易受到瞬态高幅值的砰击载荷作用,而砰击载荷会诱发舰船高频颤振响应。通过 CFD-FEM 双向流固耦合仿真方法来计算船艏部测点的砰击压力,砰击压力的不确定度分析通常需要考虑多个外部因素,此处综合前述几类影响因素即水域大小、网格大小、时间步长,来对砰击压力的不确定度进行单独分析,船模的运动与弯矩的分析已于前文介绍。

选择水线上方遭受外飘砰击的压力测点 P3 进行上述各个因素的砰击压力的不确定度分析,测点位置如图 14 所示。不同影响因素下船艏砰击压力时域曲线如图 15 所示,表 9 中记录了不确定度计算过程及结果。

对比得到的不同影响因素下的船艏测点砰击压力不确定度,可以看出网格对于砰击压力幅值影响较大,网格方案因素下的不确定度  $U_J$  为  $S_{J2}$  的 8.26%,校正不确定度  $U_{JC}$  为  $S_{J2}$  的 4.00%。时间步长方案因素下的砰击压力不确定度量级较小, $U_J$  为  $S_{J2}$  的 0.38%。可以得出以下结论,船艏的砰击压力对网格大小的敏感度更高。

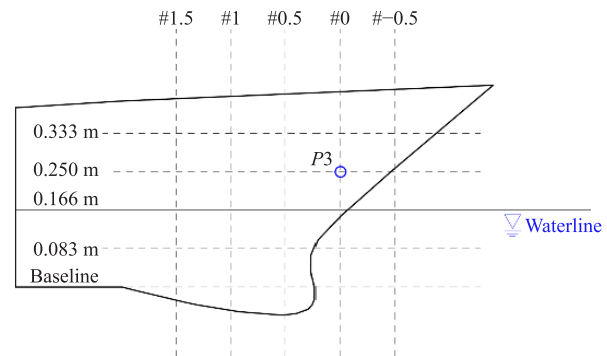


图 14 船艏砰击压力测点图  
Fig.14 Bow pressure measuring point P3

## 4 船模砰击颤振响应结果对比分析

在先前常规开展的分段水弹性船模模型 CFD-FEM 双向流固耦合仿真研究的基础上,对影响船模砰击颤振响应结果的多个因素进行不确定度分析。得到收敛性较好、计算精度和效率更高的仿真模

型,将船模运动、弯矩响应的仿真计算结果与试验数据进行对比,完成不确定性分析中的“确认”过程。CFD计算中水域大小为:  $-2.0L < x < 1.5L$ ,  $0 < y < 1.5L$ ,  $-2L < z < 1.2L$ ,重叠区域网格大小为0.018 m,时间步长为0.001 s;结构模型中龙骨梁结构阻尼比 $\zeta$ 为0.035。

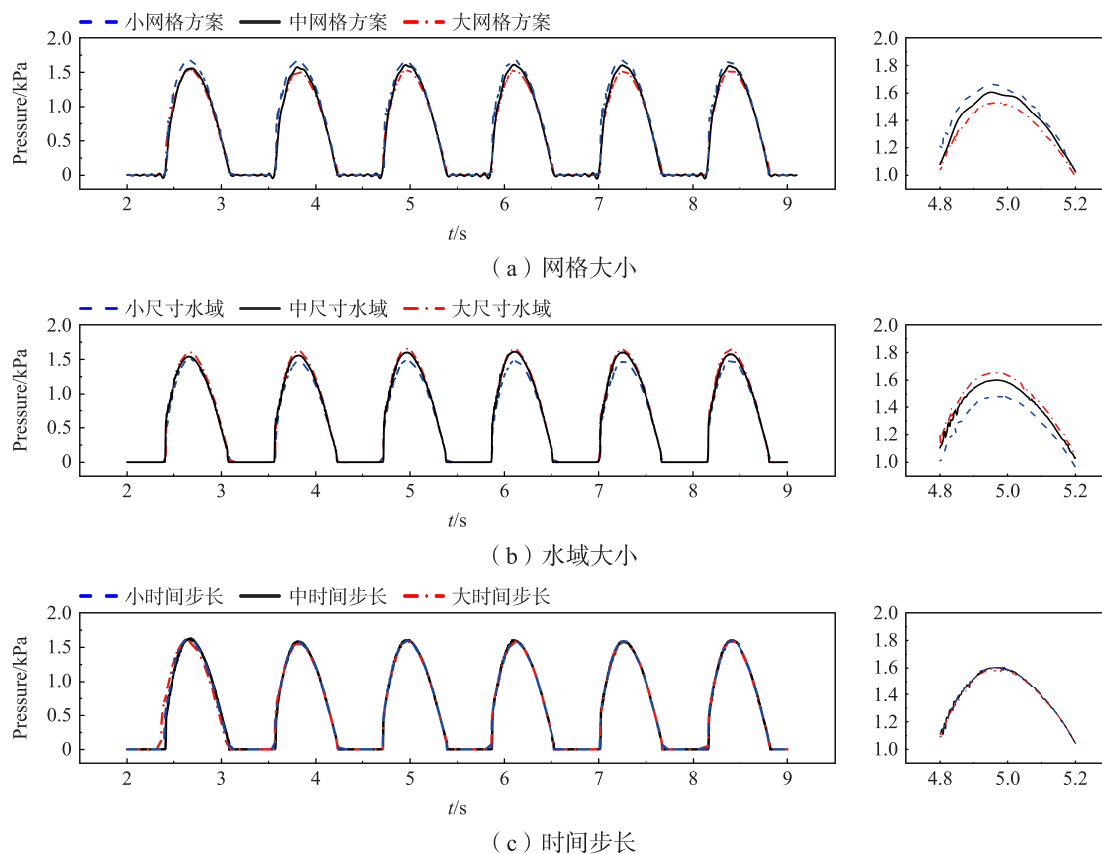


图15 不同影响因素下船舶砰击压力时域曲线

Fig.15 Time histories of bow slamming pressure under different schemes

表9 不同影响因素下的砰击压力不确定性分析

Tab.9 Uncertainty analysis of pressure with different factors

方案类型	三种不同方案			差值		收敛比	准确度	修正因子	数值误差	不确定度	校正不确定度	不确定度占比	结果修正
	$S_{J1}$	$S_{J2}$	$S_{J3}$	$\varepsilon_{21}$	$\varepsilon_{23}$	$R_G$	$P_k$	$C_k$	$\delta_{*RE}$	$U_J$	$U_{JC}$	$U_J/S_{J2}$	$S_C$
网格	1.520	1.599	1.725	0.079	0.126	0.625	1.355	0.599	0.132	0.132	0.064	0.083	1.730
水域	1.635	1.599	1.510	-0.036	-0.089	0.404	2.617	1.477	-0.024	0.048	0.016	0.030	1.646
时间步长	1.603	1.599	1.592	-0.004	-0.007	0.611	1.422	0.637	-0.006	0.006	0.003	0.004	1.605

在与试验相同的工况条件参数下,采用CFD-FEM双向流固耦合仿真模型计算所得的船模遭遇入射波幅 $\zeta_a$ ,与试验测量结果的比较如图16所示。由图可见,仿真模型计算与试验中测量的波浪高度和周期均具有良好的一致性,其中,平均波高之间的偏差为1.97%。

船舶在波浪中大幅运动时会发生砰击现象,基于砰击现象所产生的船体结构砰击颤振响应问题值得重点关注。船模底部在遭受剧烈的瞬态砰击载荷后会产生高频的砰击颤振。在危险遭遇频率 $\omega_e=5.713$  rad/s、波高 $H=0.083$  m的规则波条件下,同时采用仿真与试验方法得到船模首部截面1处的弯矩 $M_{v1}$ 与船中截面4处的弯矩 $M_{v4}$ ,经傅里叶变换后的频域曲线对比如图17所示。

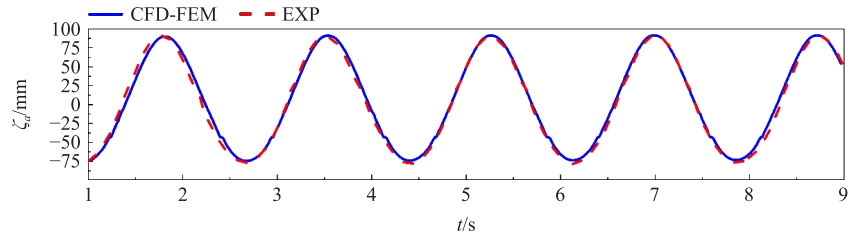


图 16 遭遇波浪高度的时域变化对比图（计算值与试验结果）

Fig.16 Comparison of wave heights between calculation and experiment

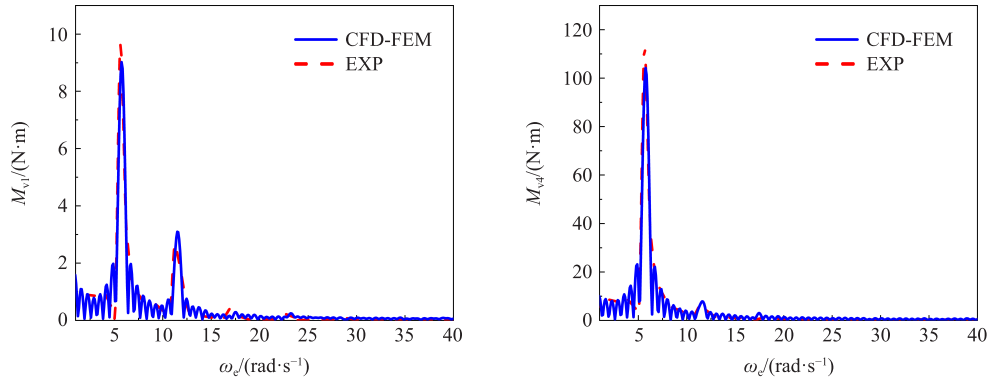


图 17  $M_{v1}$  与  $M_{v4}$  的垂向弯矩频谱图 ( $H=0.083$  m)

Fig.17 Spectrum diagram of the VBM at Section 1 and Section 4 for  $H=0.083$  m

可以看出,采用仿真方法计算的结果与试验测量数据吻合较好, $M_{v1}$  和  $M_{v4}$  仿真计算的一阶弯矩幅值比试验值约高 5.5% 和 4.2%,垂向弯矩幅频响应中均存在明显的二阶倍频弯矩分量( $\omega_e=11.505$  rad/s 处)。由于此时为小波高工况,且未发生明显砰击颤振现象,故在幅频响应的频域分析中没有出现二节点垂向弯矩高频分量。

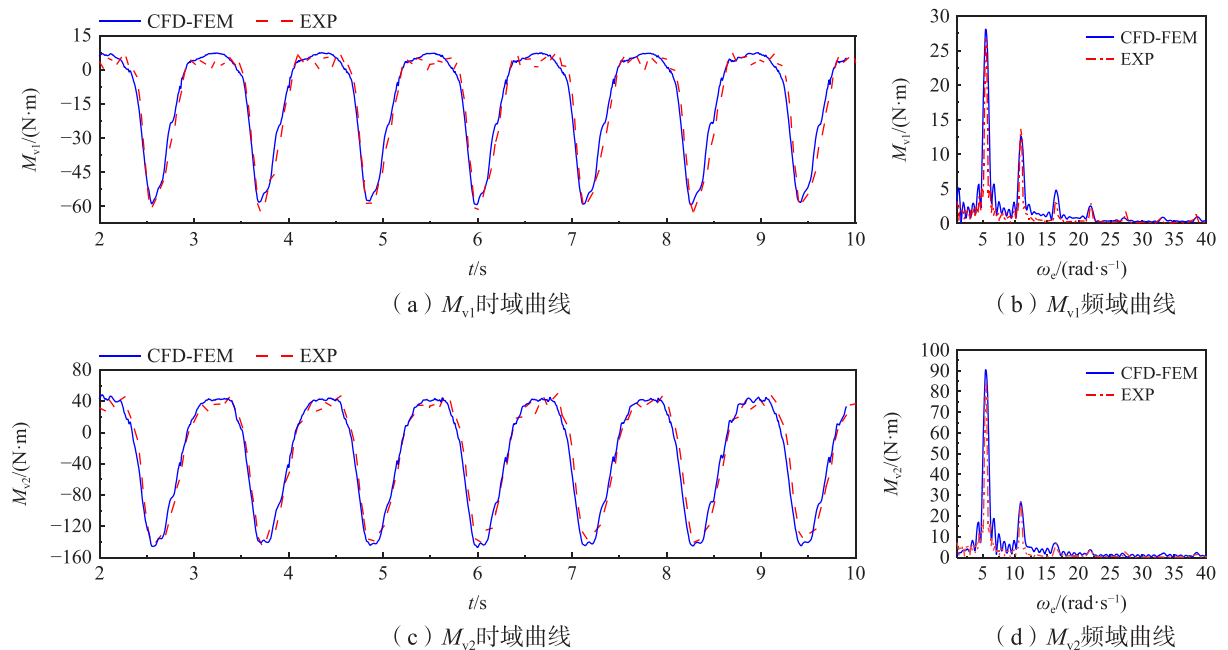


图 18 截面 1 和 2 的垂向弯矩响应时域曲线与频谱图

Fig.18 Time history and spectrogram of VBM at Section 1 and 2

随着波高的增大,在遭遇波浪频率  $\omega_e=5.713$  rad/s、波高  $H=0.167$  m 规则波条件下,采用 CFD-FEM 双向流固耦合方法与试验方法得到的船模首部两个载荷测量截面 1 和 2 处的垂向弯矩( $M_{v1}$  和  $M_{v2}$ )时域曲线,以及傅里叶变换后的频域曲线,一起绘制在图 18 中。 $M_{v1}$  和  $M_{v2}$  的波峰处都出现了高频非线性简谐特性,且相较于更靠近船艏位置的截面 2(#7.5),船艏部截面 1(#3)处的高频成分更加明显。

在危险遭遇频率和波高的工况下,采用 CFD-FEM 双向流固耦合仿真方法的计算结果和试验结果,均出现了明显的垂向弯矩高频振动现象,可以观察到清晰的 2~7 阶倍频成分。仿真与试验的垂向弯矩时域和频域的结果趋于一致,波峰处都存在高频非线性简谐特性,且相较于船艏附近的非线性特性,船艏附近的高频成分更明显, $M_{v1}$  和  $M_{v2}$  的各阶倍频弯矩分量数值占比如表 10 所示。在上述多阶倍频谐振的叠加耦合作用下,船体结构存在砰击颤振的非线性振动现象,垂向弯矩中存在二节点高频分量,其中  $M_{v1}$  二节点垂向弯矩高频分量是其低频分量的 4.56%。

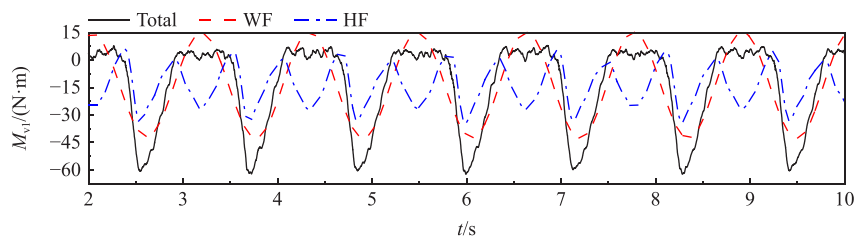
表 10 截面 1 和 2 处不同阶倍频垂向弯矩大小及占比

Tab.10 Values and proportions of VBM of different orders at Sections 1 and 2

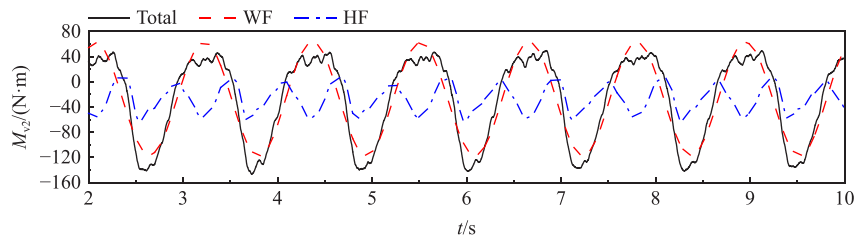
倍频阶级	截面1 ( $M_{v1}$ )				截面2 ( $M_{v2}$ )			
	垂向弯矩/(N·m)		各阶波浪弯矩占比 (%)		垂向弯矩/(N·m)		各阶波浪弯矩占比 (%)	
	试验结果	CFD-FEM	试验结果	CFD-FEM	试验结果	CFD-FEM	试验结果	CFD-FEM
1	28.211	28.893	100.00	100.00	88.591	91.71	100.00	100.00
2	14.088	12.785	49.94	44.25	27.187	26.772	30.69	29.19
3	3.533	4.062	12.52	14.06	6.787	7.011	7.66	7.65
4	2.885	2.456	10.23	8.50	4.214	3.842	4.76	4.19
5	1.685	1.056	5.97	3.65	2.95	2.036	3.33	2.22
6	0.747	0.701	2.65	2.43	1.47	2.149	1.66	2.34
7	1.286	0.714	4.56	2.47	3.175	2.419	3.58	2.64

将船模截面 1 和 2 处的各阶弯矩通过带宽滤波进行分离,得到低频波浪弯矩和高频倍频弯矩的时域曲线图,如图 19 所示。其中给出了垂向弯矩的低频(WF)和高频(HF,包括垂向二节点弯矩响应)时域曲线,其中 WF 和 HF 共同叠加作用下为弯矩总和(Total)。

由图 19 可知,截面 1 处的高频垂向弯矩在波浪弯矩总量中占比与截面 2 相比较,截面 2 更靠近船模中部,砰击颤振对其截面弯矩的影响逐渐减小。截面 2 处的高频垂向弯矩分量占比相对较小,但仍占一阶波浪弯矩的 49.95%。



(a) 截面1



(b) 截面2

图 19 船模截面 1 和 2 垂向弯矩成分时域对比

Fig.19 Time history of VBM components at Sections 1 and 2

## 5 结 论

本文通过分段龙骨梁水弹性模型试验以及 CFD-FEM 双向流固耦合仿真方法,开展了波浪下船体的砰击颤振高频响应特性及其不确定度分析,系统地揭示了流体域尺寸、时间步长、网格尺寸及结构阻尼比对砰击颤振响应的影响及不确定度。基于本文的研究分析总结出以下结论:

(1)对比数值仿真与试验测试可知,CFD-FEM 双向流固耦合仿真可精确捕捉全船结构砰击颤振响应。在巡航工况(波高 5 m,航速 15 kn,波长船长比  $\lambda/L=1$ )下,高频弯矩成分高达低频波浪弯矩的 49.95% 以上,砰击载荷诱发的舰船高频颤振的动态响应不容忽视,在此类舰船的结构设计及安全评估中须考虑其影响。

(2)本文可为船舶砰击颤振此类高频结构动态响应的不确定度分析提供参考,通过不确定度分析能够给出上述影响因素的结果在一定水平条件下的可靠性,一定程度上减少船舶水弹性仿真过程的不确定度。数值不确定度的计算结果能够提供不同影响因素下结果是否收敛的判别依据和不确定度水平。船舶砰击压力和船舶运动对于网格大小的敏感度更高,引起的不确定度高达到 13.12%,流体域尺寸不确定度最小,仅为 1.05~3.02%。分析船体高低频波浪弯矩不确定度时,低频波浪弯矩不确定度小于 5%,高频弯矩成分不确定度较大。文中额外考虑了结构阻尼的不确定度影响分析,结构阻尼对于高低阶弯矩的影响均处在相对较低水平, $M_{v1}$  的 1 阶和 2 阶波浪弯矩不确定度  $U_R$  分别为  $S_{R2}$  的 1.68% 和 4.76%, $M_{v1}$  二节点弯矩不确定度  $U_R$  为  $S_{R2}$  的 6.04%。这可能是由于二节点砰击颤振响应不仅与结构阻尼有关,还与刚度、质量分布、分段数、模态和外部因素有关。

## 参 考 文 献:

- [1] Lakshmyraranana P A, Temarel P. Application of a two-way partitioned method for predicting the wave-induced loads of a flexible containership[J]. Applied Ocean Research, 2020, 96: 102052.
- [2] Lakshmyraranana P A, Temarel P. Application of CFD and FEA coupling to predict dynamic behaviour of a flexible barge in regular head waves[J]. Marine Structures, 2019, 65(1): 308–325.
- [3] Lakshmyraranana P A, Hirdaris S. Comparison of nonlinear one- and two-way FFSI methods for the prediction of the symmetric response of a containership in waves[J]. Ocean Engineering, 2020, 203: 107179.
- [4] Jiao J L, Huang S X, Wang S, et al. A CFD-FEA two-way coupling method for predicting ship wave loads and hydroelastic responses[J]. Applied Ocean Research, 2021, 117(102919): 117–139.
- [5] Roache P J. Verification and validation in computational science and engineering[M]. Hermvsa, 1998.
- [6] 邓小刚,宗文刚,张来平,等. 计算流体力学中的验证与确认[J]. 力学进展, 2007, 37(2): 279–288.  
Deng X G, Zong W G, Zhang L P, et al. Verification and validation in computational fluid dynamics[J]. Advance in Mechanics, 2007, 37(2): 279–288. (in Chinese)
- [7] 马向能,孙张群,冯 骏. 测量不确定度分析在操纵性试验中的应用[J]. 船舶力学, 2004, 8(5): 52–61.  
Ma X N, Sun Z Q, Feng J. Uncertainty analysis in captive model test[J]. Journal of Ship Mechanics, 2004, 8(5): 52–61. (in Chinese)
- [8] Zhu S J, Wu M K, Moan T. Experimental and numerical study of wave-induced load effects of open ships in oblique seas[J]. Journal of Ship Research, 2011, 55(2): 100–123.
- [9] Zhu S J, Moan T. Nonlinear effects from wave-induced maximum vertical bending moment on a flexible ultra-large container ship model in severe head and oblique seas[J]. Marine Structures, 2014, 35: 1–25.
- [10] 司海龙,顾学康,胡嘉骏,等. 船模波浪载荷试验不确定度分析方法研究[J]. 船舶力学, 2022, 26(2): 202–214.  
Si H L, Gu X K, Hu J J, et al. Uncertainty analysis of ship model wave-induced load experiment[J]. Journal of Ship Mechanics, 2022, 26(2): 202–214. (in Chinese)
- [11] Guedes Soares C. Effect of transfer function uncertainty on short-term ship responses[J]. Ocean Engineering, 1991, 18(4):

- 329–362.
- [12] 朱德祥, 张志荣, 吴乘胜, 等. 船舶 CFD 不确定度分析及 ITTC 临时规程的初步应用[J]. 水动力学研究与进展 A 辑, 2007, 22(3): 363–370.  
Zhu D X, Zhang Z R, Wu C S, et al. Uncertainty analysis in ship CFD and the primary application of ITTC procedures[J]. Journal of Hydrodynamics, 2007, 22(3): 363–370. (in Chinese)
- [13] Drummen I, Holtmann M. Benchmark study of slamming and whipping[J]. Ocean Engineering, 2014, 86: 3–10.
- [14] Huang S X, Jiao J L, Guedes S C. Uncertainty analyses on the CFD–FEA co-simulations of ship wave loads and whipping responses[J]. Marine Structures, 2022, 82: 103129.
- [15] ITTC. 7.5-03-01-01, Uncertainty analysis in CFD verification and validation methodology and procedures[S]. 2021.
- [16] Wilson R, Shao J, Stern F. Discussion: Criticism of the "correction factor verification" method[J]. ASME J. Fluids Eng, 2004, 126(4): 704–706.
- [17] Xing T, Stern F. Factors of safety for Richardson extrapolation[J]. Journal of Fluids Engineering, 2010, 132(6): 061403.
- [18] Lakshmyraranana P A, Temarel P. Application of a two-way partitioned method for predicting the wave-induced loads of a flexible container ship[J]. Applied Ocean Research, 2020, 96: 102052.