

文章编号: 1007-7294(2024)03-0354-14

# 三角形布置圆柱体群绕流特性与流动机理研究

涂佳黄<sup>1</sup>, 吕海宇<sup>1</sup>, 胡刚<sup>1,2</sup>, 王贯宇<sup>1</sup>

(1. 湘潭大学 土木工程学院, 湖南 湘潭 411105; 2. 重庆市城市建设发展有限公司, 重庆 400014)

**摘要:** 基于浸没边界-多松弛-格子玻尔兹曼方法, 对 $Re=100$ 时等边三角形布置三圆柱体群绕流问题进行数值模拟, 分析间距比( $K_d$ )与来流角度( $\alpha$ )两个关键参数对流体力系数及流场特性的影响, 揭示其流动机理。计算结果表明: 不同流场下游尾流模式分为单漩涡、单漩涡体向双漩涡过渡、不规则的双漩涡、规则的双漩涡、双漩涡向三漩涡过渡、不规则的三漩涡和规则的三漩涡模式, 在 $\alpha=30^\circ$ 时流场下游漩涡街更加规则, 尾流模式转变更快。三圆柱所受的时均流体力系数受间隙流流速影响较大, 各来流角度下随间距比(除小间距比外)的变化趋势基本一致, 尾流模式转变会导致三圆柱群的流体力系数均方根值发生显著变化, 在 $K_d \geq 3.5$ 后上游圆柱流体力系数均方根值有较大起伏。除 $\alpha=0^\circ$ 工况外, 在 $K_d \geq 2.5$ 后中游圆柱的涡脱落频率受 $\alpha$ 和 $K_d$ 影响较小, 数值相对稳定。

**关键词:** 浸没边界-多松弛-格子玻尔兹曼方法; 等边三角形布置; 尾流模式; 流体力系数; 流动机理

中图分类号: O357.1 文献标识码: A doi: 10.3969/j.issn.1007-7294.2024.03.004

## Flow characteristics and mechanism of three cylinders in a triangular arrangement

TU Jia-huang<sup>1</sup>, LÜ Hai-yu<sup>1</sup>, HU Gang<sup>1, 2</sup>, WANG Guan-yu<sup>1</sup>

(1. College of Civil Engineering, Xiangtan University, Xiangtan 411105, China; 2. Chongqing City Construction Development Co. Ltd., Chongqing 400014, China)

**Abstract:** Based on the immersed boundary-multiple relaxation-lattice Boltzmann method, a numerical simulation of the flow around three cylinders in equilateral triangle arrangement was conducted at  $Re=100$ , the influence of two key parameters, the spacing ratio ( $K_d$ ) and incoming flow angle ( $\alpha$ ), on fluid force coefficient and flow field characteristics was analyzed, and several flow mechanisms were revealed. The calculation results show that the wake pattern in different flow fields is divided into single vortex, single vortex to double vortex, irregular double vortex, regular double vortex, double vortex to triple vortex, irregular triple vortex and regular triple vortex pattern, and that the downstream vortex street is more regular and the wake pattern changes faster at  $\alpha=30^\circ$ . The time-averaged fluid force coefficient of three cylinders is greatly affected by the gap flow velocity, and the changing trend with the spacing ratio (except for the small spacing ratio) at each incoming flow angle is nearly identical. The transition of the wake pattern will change the root mean square value of three cylinders' fluid force coefficient significantly. When  $K_d \geq 3.5$ , the root mean square value of upstream cylinder's fluid force coefficient fluctuates greatly. Except for  $\alpha=0^\circ$ , the vortex shedding frequency of the midstream cylinder is less affected by  $\alpha$  and  $K_d$  when  $K_d \geq 2.5$ , which is relatively stable.

收稿日期: 2023-09-23

基金项目: 国家自然科学基金项目(11602214); 湖南省自然科学基金项目(2020JJ4568; 2021JJ50027);  
湖南省教育厅科学研究项目(21A0103)

作者简介: 涂佳黄(1982-), 男, 博士, 教授, E-mail: tujiahuang1982@163.com。

**Key words:** immersed boundary–multiple relaxation–lattice Boltzmann method; equilateral triangle arrangement; wake pattern; fluid force coefficient; flow mechanism

## 0 引言

在实际工程中,相较于单、双柱体形式结构,多柱体结构群形式运用更广泛,如海洋平台立柱、输电线路和桥墩柱等。柱体结构群的绕流问题会更复杂,既要考虑结构与流体的作用,还需考虑结构群之间复杂的互扰效应。以往的研究大多集中于串、并列双柱体结构形式<sup>[1-3]</sup>。Sumner<sup>[1]</sup>和 Alam<sup>[2]</sup>研究串列双圆柱结构绕流时,发现了三种流型:拓展体流、再附流和共同脱涡流,三种流型中,下游柱对上游柱的影响在间距比  $L/D < 5.0$  时较显著<sup>[3]</sup>。在对  $18 \leq Re \leq 100$  范围内的并列双圆柱结构研究中, Liu 等<sup>[4]</sup>将其近尾流区分为稳定与不稳定模式。

部分学者对低雷诺数下多圆柱群绕流问题进行了研究<sup>[5-10]</sup>。Bao 等<sup>[5]</sup>采用数值计算方法研究了间距比和来流角度对等边三角布置圆柱群绕流特性的影响; Zheng 等<sup>[6]</sup>模拟三圆柱群的绕流,发现小间距比工况下,上游布置并列圆柱比下游布置并列圆柱时的流场流动模式更加稳定;同时, Kang 和 Su<sup>[7]</sup>也分析了两种布置方式下三圆柱群涡脱落频率和流体力系数的变化,也发现上游布置并列圆柱时的尾流呈周期性变化流场更加稳定;杨泉泉等<sup>[8]</sup>详细研究间距比  $L/D$  ( $1.0 \leq L/D \leq 6.0$ )、 $Re=100$  下的等边三角形布置圆柱的尾流模式,发现 6 种模式,按间距比分单体 ( $1.0 \leq L/D \leq 1.4$ )、偏斜 ( $1.4 < L/D \leq 1.9$ )、Flip-Flop ( $1.9 < L/D \leq 2.5$ )、反相 ( $2.5 < L/D \leq 2.8$ ;  $3.4 < L/D \leq 4.1$ )、同相 ( $2.8 < L/D \leq 3.4$ ;  $4.1 < L/D \leq 4.5$ )、共同脱涡模式 ( $4.5 < L/D \leq 6.0$ ); 同时,在  $50 \leq Re < 100$  范围内, Chen 等<sup>[9]</sup>又发现了稳定对称流和稳定不对称流两种流动结构; Gao 等<sup>[10]</sup>研究了不同雷诺数与间距比工况下等边三角形排布圆柱群绕流的三维效应,研究发现了附带偏斜流邻近模式、附带 Flip-Flop 流邻近模式、双漩涡脱落模式、双漩涡到三漩涡脱落过渡模式、三漩涡脱落模式的五种不同模式,同时,当  $L/D=1.25$  时可以延缓三圆柱尾流由二维向三维过渡。

另外一些学者用实验的方法去研究高雷诺数工况下不同参数对三圆柱群绕流特性的影响<sup>[11-15]</sup>。Pouryoussefifi<sup>[11]</sup>测量了  $Re=6.08 \times 10^4$  和  $1.26 \times 10^4$  工况下等边三角布置三圆柱表面压力分布; Igarashi 和 Suzuki<sup>[12]</sup>实验研究了串列三圆柱的绕流特性,将上游圆柱剪切层对下游圆柱影响方式划为六种; Lam 和 Cheung<sup>[13]</sup>在  $2.1 \times 10^3 \leq Re \leq 3.5 \times 10^3$  范围内对三圆柱群绕流开展了实验研究,在  $1.27 < L/D < 2.29$  区间内出现了双稳态模式, Bansal 和 Yarusevych<sup>[14]</sup>也报道过类似的双稳态模式; Gu 和 Sun<sup>[15]</sup>在  $Re=5.5 \times 10^4$  和  $1.4 \times 10^4$  工况下研究了间距比对等边三角形布置圆柱流动的影响,根据间距比改变分为小间距、过渡间距、中间距和大间距 4 个不同区域,当  $1.7 \leq L/D \leq 2.2$  时,可以分为邻近干扰、剪切层再附着和尾流三种相互作用。

综上所述,柱体绕流的研究使用了不同的数值方法或者实验方法,相关的参数涉及了不同的  $Re$ 、间距比、布置方式等,探究了其尾流模式、流体力特性、涡脱落特征,取得了诸多成果。本文运用浸没边界的多松弛格子 Boltzmann (IB-MRT-LBM) 数值方法研究  $Re=100$  下等边三角形布置三圆柱的流场特性,该方法可以满足计算高效率、高准确度和较好适用性的要求,同时数值模拟方法可以弥补实验方法对低雷诺数的模拟能力的缺陷,便于更加精细刻画流场的动态过程;主要分析不同来流角度和间距比两个参数(其中来流角度  $\alpha$  选取  $0^\circ$ 、 $15^\circ$ 、 $30^\circ$ 、 $45^\circ$  和  $60^\circ$ ,间距比  $K_d$  范围为  $1.2 \leq K_d \leq 6.0$ )对等边三角形布置三圆柱体群尾流模式和流体力系数的影响,阐明流场的转变过程。

## 1 数值方法和验证

### 1.1 数值方法

#### 1.1.1 多松弛格子 Boltzmann 方程

格子 Boltzmann 方程在速度、时间、空间上表现出特殊的离散形式,可将微观粒子的速度  $\xi$  离散成

有限维的速度空间  $\{e_0, e_1, \dots, e_N\}$ ,  $N$  表示粒子编号, 分布函数  $f$  也可进行离散  $\{f_0, f_1, \dots, f_N\}$ , 其中  $f_\alpha = f_\alpha(r, e_\alpha, t)$ ,  $\alpha = 0, 1, \dots, N$ . 在粒子碰撞过程中, 可在不同方向上的分布函数中采用不同的松弛时间进行求解, 即多松弛的格子 Boltzmann 模型(MRT-LBM):

$$f_\alpha(r + e_\alpha \delta_t, t + \delta_t) - f_\alpha(r, t) = -\mathbf{M}^{-1} \mathbf{S} [m(r, t) - m^{eq}(r, t)] \tag{1}$$

式中:  $m$  是  $m_k$  组成的向量,  $m_k = \varphi_k f$ ,  $k = 1, 2, \dots, b$ ,  $b$  等于 DrQs 模型中速度模型的向量个数  $s$ ;  $\varphi_k$  是粒子速度的线性无关多项式;  $\mathbf{M}$  是  $\varphi_k$  确定的变换矩阵;  $m^{eq} = \mathbf{M} f^{eq}$ ,  $m = \mathbf{M} f$ ;  $f^{eq}$  为平衡态的密度分布函数;  $\mathbf{S}$  为松弛矩阵, 引入 D2Q9 模型后, 松弛矩阵转换为  $\mathbf{S} = \mathbf{M} \mathbf{\Omega} \mathbf{M}^{-1} = \text{diag}(0, s_x, s_x, 0, s_y, s_y, s_v, s_v)^{-1}$ , 其中  $\mathbf{\Omega}$  是碰撞矩阵, 由无量纲松弛时间  $\tau = \tau_0 / \delta_t$  组成。

MRT-LBM 算法中, 不同于实际有量纲的物理系统参数, 密度  $\rho$ 、 $u$  和  $p$  均与分布函数有关, 即

$$\begin{aligned} \rho &= \sum_{\alpha} f_{\alpha} \\ u &= \frac{1}{\rho} \sum_{\alpha} f_{\alpha} e_{\alpha} \\ p &= \rho c_s^2 \end{aligned} \tag{2}$$

式中,  $c_s$  是格子声速, 定义为  $c_s = c / \sqrt{3}$ , 在 D2Q9 模型中, 有  $c_s = 1 / \sqrt{3}$ 。运动粘度的定义也与实际的物理系统定义不同:

$$v = c_s^2 \left( \frac{1}{s_v} - \frac{1}{2} \right) \delta_t \tag{3}$$

式中,  $\delta_t = 1 / N_t$ ,  $N_t$  为时间步数,  $s_v$  为松弛矩阵中关于运动粘度的一项。

实际流场中存在固体物时, 流固边界的流体质点受到边界力作用使得流场密度分布函数发生变化, 郭照立等<sup>[16]</sup>将额外作用力施加到流场中, 结合不含外力项的 MRT-LBM 方程, 得到新的方程:

$$\begin{aligned} f_{\alpha}(r + e_{\alpha} \delta_t, t + \delta_t) - f_{\alpha}(r, t) &= -\mathbf{M}^{-1} \mathbf{S} [m(r, t) - m^{eq}(r, t)] + \mathbf{M}^{-1} \hat{F} \delta_t \\ \hat{F} &= \mathbf{M} \mathbf{F} = \left( \mathbf{I} - \frac{1}{2} \mathbf{S} \right) \mathbf{M} \bar{F} \end{aligned} \tag{4}$$

式中,  $\delta_t$  为时间步长,  $\hat{F}$  为边界作用力分布函数,  $\mathbf{I}$  是单位矩阵。

### 1.1.2 浸没边界-格子 Boltzmann 方法

对外力项的速度进行修正, 可以改善传统 IB-LBM 方法在流线穿透方面的不足, 从而严格满足无滑移边界的要求, 使流场演化过程中分布函数精度得到提高<sup>[17]</sup>。本文将浸没边界与格子 Boltzmann 方法相结合, 将节点额外作用力加入格子 Boltzmann 方程, 即公式(4)。按照文献[18]的计算思路, 使用二阶拉格朗日插值法对修正速度进行求解, 提高作用力  $f$  的精度。如图 1 所示, 曲线代表实际的固体边界, 固体采用拉格朗日坐标系描述, 流体则采用欧拉坐标系描述,  $P$  为拉格朗日节点, 和欧拉节点  $A$  之间的距离为  $\Delta_1$ , 和欧拉节点  $B$  之间的距离为  $\Delta_2$ , 通过  $A_1$ 、 $B_1$ 、 $P$  点对  $A$  和  $B$  速度进行修正。拉格朗日节点  $P$  的速度  $(u_p, v_p)$  为已知, 由三点拉格朗日插值可计算出节点  $A$  修正后的速度:

$$\begin{aligned} u_A &= \frac{2\delta_x^2}{(\delta_x + \Delta_1)(\delta_x + \Delta_2)} u_P + \frac{2\Delta_1}{3(\delta_x + \Delta_1)} u_{A_1} - \frac{\Delta_1}{3(\delta_x + \Delta_2)} u_{B_1} \\ v_A &= \frac{2\delta_x^2}{(\delta_x + \Delta_1)(\delta_x + \Delta_2)} v_P + \frac{2\Delta_1}{3(\delta_x + \Delta_1)} v_{A_1} - \frac{\Delta_1}{3(\delta_x + \Delta_2)} v_{B_1} \end{aligned} \tag{5}$$

同理, 欧拉节点  $B$  的速度可以由点  $A_1$ 、 $B_1$ 、 $P$  进行修正。竖向欧拉节点  $C$  和  $D$  同样需要  $D_1$ 、 $C_1$ 、 $Q$  三

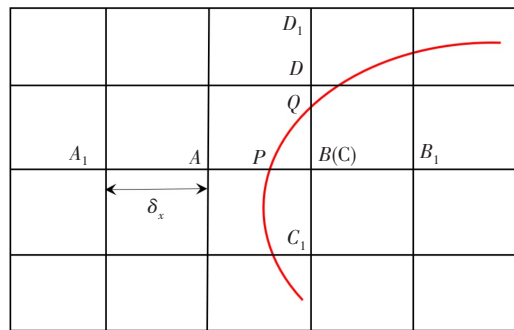


图 1 流体和固体边界节点示意图

Fig.1 Schematic diagram of fluid and solid boundary nodes

点插值修正,如果同一个节点被修正了两次,如图重合的节点B和节点C,那么最终修正速度取两次修正的平均值:

$$\begin{aligned} \bar{u}_{B(C)} &= (\bar{u}_B + \bar{u}_C)/2 \\ \bar{v}_{B(C)} &= (\bar{v}_B + \bar{v}_C)/2 \end{aligned} \tag{6}$$

通过对修正速度的求解,可以求出作用力 $f$ :

$$f = 2\rho \frac{(\bar{u} - u^*)}{\delta_i}, u^* = \frac{\sum_{\alpha} e_{\alpha} f_{\alpha}}{\rho} \tag{7}$$

式中, $\bar{u}$ 为修正速度, $u^*$ 为中间过渡速度。

本文的IB-MRT-LBM 计算流程如下:

- (a) 设定流场的初始值 $\rho$ 和 $u$ ,利用公式(1)计算出初始的平衡态密度分布函数 $m^{eq}$ ;
- (b) 求出流场域各格点的宏观量 $\rho$ 和 $u^*$ ,进行边界处理;
- (c) 由修正速度法,求出边界周围欧拉点的修正速度 $\bar{u}$ ,根据公式(7)计算流体与固体边界发生碰撞后的作用力 $f$ ;
- (d) 通过作用力 $f$ 求出 $\hat{F}$ ,代入公式(4)求得下一时刻新的分布函数;
- (e) 重复上述步骤(b)与(c),直到结果收敛。

### 1.2 参数有效性验证

为了验证算法参数设置的准确性,选取单圆柱模型做绕流模拟,对模型的边界处理格式与网格分辨率进行验证。无量纲参数如阻力系数 $C_D$ 、升力系数 $C_L$ 与斯托罗哈数 $St$ 分别定义为

$$C_D = \frac{F_x}{\frac{1}{2} \rho U_0^2 D}, C_L = \frac{F_y}{\frac{1}{2} \rho U_0^2 D}, St = \frac{f_s D}{U_0} \tag{8}$$

式中, $F_x$ 与 $F_y$ 分别是浸入边界所受到的阻力与升力, $f_s$ 是圆柱漩涡脱落频率。选取 $Re=100$ ,无量纲的入口速度 $u_0=0.05$ ,边界条件以及流场域大小设置如图2所示。

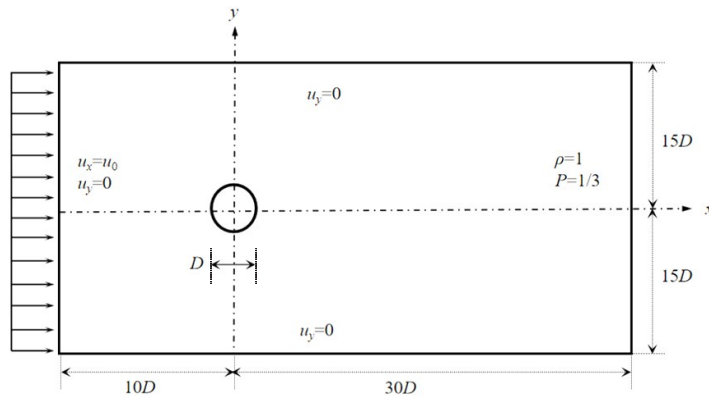


图2 单圆柱绕流计算域以及边界条件示意图

Fig.2 Schematic diagram of computational domain of flow around a single cylinder and the boundary conditions

对单位 $D$ 内包含的格子数分别为20、30和40三种工况的单圆柱绕流问题进行模拟,并将其流体力系数和 $St$ 的计算结果与文献[19-20]进行对比,结果见表1。计算结果之间的误差主要是由于边界格式的精度、网格数量与计算域大小等方面共同影响产生的。另外,在其它参数设置不变情况下,流场网格的分辨率会对数值结果产生一些影响,本节对不同格子数工况下的单圆柱绕流问题进行了计算分析。格子数20工况的 $C_{D-mean}$ 、 $C_{L-rms}$ 和 $St$ 值相对于格子数40工况的误差均明显大于格子数为30工况的数值,但是格子数为40工况计算所需时间会明显增加,因而单位直径 $D$ 包含的格子数选择为30,可以较好地解决计算精确性与效率之间的问题。

表 1 网格分辨率验证  
Tab.1 Grid resolution verification

单位 $D$ 包含格子数	格子总数	$C_{D-mean}$	$C_{L-rms}$	$St$
20	881 901	1.403 (0.43%)	0.210 (8.70%)	0.165 (2.94%)
30	1 982 851	1.398 (0.07%)	0.223 (3.04%)	0.169 (0.59%)
40	3 523 801	1.397	0.230	0.170
文献[19]	787 191	1.438	0.233	0.167
文献[20]	8 100 000	1.420	/	0.168

1.3 问题描述

1.3.1 计算模型和边界条件

均匀来流作用下等边三角形布置三圆柱绕流的计算模型以及边界条件如图 3 所示,三个圆柱分别记为圆柱 1(C1)、圆柱 2(C2)、圆柱 3(C3),其圆心围成的等边三角形的重心为坐标原点  $O$ ,三个圆柱的直径均为  $D$ ,任意两圆柱圆心之间的距离与圆柱直径的比为  $K_d=L/D$ , $OO_2$  是  $C_2$  的圆心  $O_2$  与流场域坐标原点  $O$  的连线,来流角度为来流在入口处与流场域上下边界形成的角度,大小等于直线  $OO_2$  与  $X$  轴的夹角  $\alpha$ 。计算区域选取为  $[-25D, 40D] \times [-20D, 20D]$ 。模型参数选择如下:  $Re=100$ ,  $1.5 \leq K_d \leq 6.0$ ,  $\alpha=0^\circ$ 、 $15^\circ$ 、 $30^\circ$ 、 $45^\circ$ 、 $60^\circ$ 。为保证计算的精确性,设置无量纲速度  $u_x=u_0=0.05$ ,  $u_y=0$ ,选择非平衡外推边界格式为流场区域边界,流场出口的密度  $\rho=1$ ,对应压力  $p=\rho c_s^2=1/3$ 。

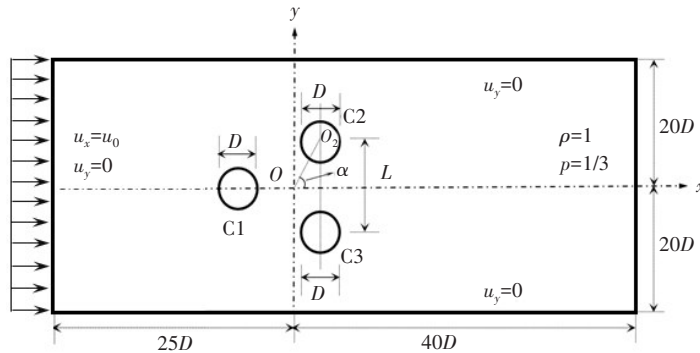
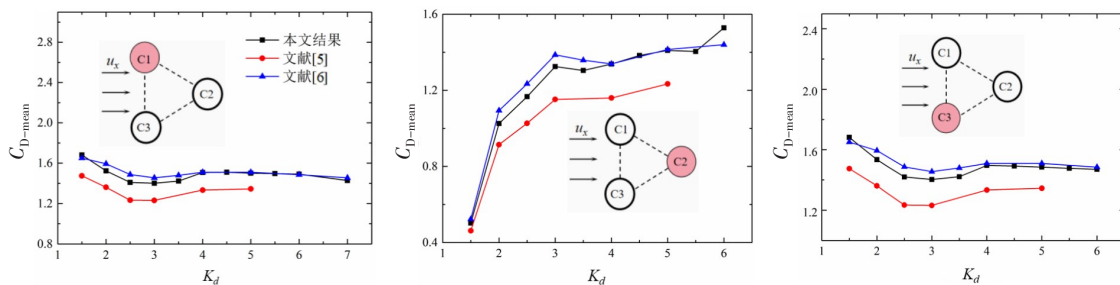


图 3 等边三角形布置三圆柱绕流计算域以及边界条件示意图

Fig.3 Schematic diagram of the computational domain and boundary conditions for the flow around three cylinders in equilateral triangle arrangement

1.3.2 算例验证

为验证 IB-MRT-LBM 算法在模拟等边三角布置三圆柱绕流问题的正确性,本小节选择  $Re=100$ ,  $1.5 \leq K_d \leq 6.0$ ,  $\alpha=0^\circ$  工况进行对比分析。图 4 展示了等边三角形布置三圆柱绕流计算的圆柱阻力系数平均值  $C_{D-mean}$  与升力系数脉动值  $C_{L-rms}$  随间距比的变化规律,与文献结果进行了比较,发现本文的计算结



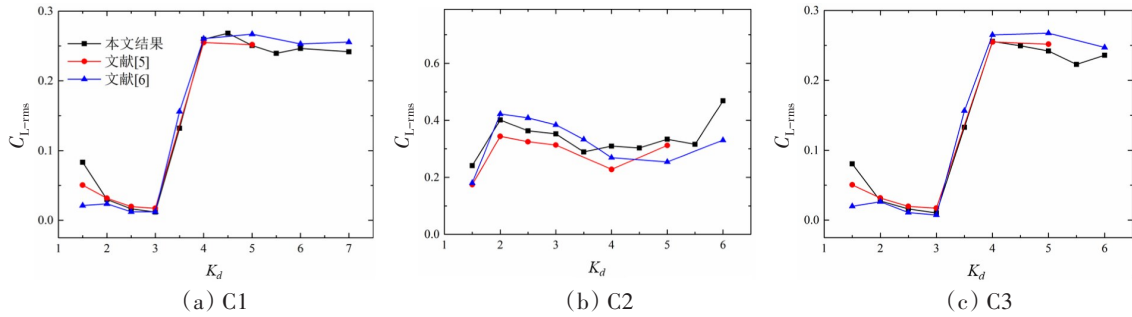


图4 等边三角布置三圆柱群流体力系数计算结果对比

Fig.4 Comparison of calculation results of fluid force coefficients of three cylinders in equilateral triangle arrangement 果与文献的结果基本吻合,存在一些误差可能是计算方法不同导致的。通过以上验证,说明本文算法在求解等边三角形布置三圆柱群绕流问题方面具有正确性与适应性。

## 2 计算结果与分析

### 2.1 尾流模式

本节对不同来流角度与间距比下的三圆柱体群的尾流模式进行了总结,见表2,主要模式有七种:单漩涡模式(SV)、单漩涡体向双漩涡过渡模式(SV-DV)、不规则的双漩涡模式(IDV)、规则的双漩涡模式(RDV)、双漩涡向三漩涡过渡模式(DV-TV)、不规则的三漩涡模式(ITV)和规则的三漩涡模式(RTV)。

表2 各工况下三圆柱群尾流模式分布

Tab.2 Wake pattern distribution of three-cylinder group at different cases

$K_d$	1.2	1.5	2.0	3.0	3.5	4.0	4.5	5.5
$\alpha=0^\circ$	SV	SV-DV	RDV	IDV	DV-TV	ITV	ITV	RTV
$\alpha=15^\circ$	SV	SV-DV	IDV	IDV	DV-TV	ITV	ITV	RTV
$\alpha=30^\circ$	SV	SV-DV	IDV	DV-TV	ITV	RTV	RTV	RTV
$\alpha=45^\circ$	SV	SV-DV	IDV	IDV	IDV	DV-TV	ITV	RTV
$\alpha=60^\circ$	SV	SV-DV	IDV	RDV	IDV	DV-TV	RTV	RTV

小间距比工况下,间隙流发展较弱,间隙内部不存在剪切层,三圆柱群上下侧的剪切层以稳定频率脱落漩涡,因而各来流角度工况下尾流模态均为单漩涡模式(SV)。

当 $K_d=1.5$ 时,间隙流流量增多,如图5(a)所示,除了自由流侧有明显漩涡脱落之外,C2后方负号剪切层和C3自由流侧的剪切层融合后脱落漩涡,呈现单漩涡向双漩涡过渡模式(SV-DV)。间距比增大到2.0,当 $\alpha=45^\circ$ 时,C1尾流和C2尾流发生了融合,如图5(b)所示,C1和C2间隙侧没有漩涡脱落,间隙流被夹在中间,流动方向不断变化,C2和C3间隙侧的尾流被压缩,呈粗细不均的形态,间隙侧剪切层有漩涡脱落但周期性不明显,为不规则双漩涡模式(IDV)。然而,其它来流角度下,流场会转变为规则的双漩涡模式(RDV),如图5(c)所示,C1尾流在间隙内部伸长,影响C2、C3漩涡脱落,由于没有充足的动量提供,C2和C3间隙侧尾流产生的漩涡被拉伸成条状,但整体的下游涡街正负交替、规则有序。

中间距比工况下,C1自由流侧的剪切层有漩涡脱落趋势,但间隙侧剪切层还未脱落漩涡,如图5(d)所示,层间互扰作用以及下游漩涡变形融合显著,C3下游负号漩涡向右下方移动,在对流过程中正负融合后,正号漩涡消失,整个流场下游的漩涡形态极不规则,尾流模式是双漩涡向三漩涡脱落的过渡模式(DV-TV)。另外一种尾流模式如图5(e)所示,C1尾流受间隙流影响很小,C1下游可以找到负号的漩涡,表明C1尾流完全具备了脱落漩涡的能力,自由流侧的剪切层在脱涡过程中和C2剪切层

融合,但此时 C2 下游漩涡变形程度显著,使得圆柱受力不稳定性增加,为不规则三漩涡脱落模式 (ITV)。

大间距比工况下,如图 5(f)所示,各圆柱剪切层均发生摆动,C1 和 C2 剪切层产生的漩涡发生融合,与 C3 后方的漩涡形成两列正负交替的独立涡街,彼此不受干扰,流场脱涡模式具有周期性的特点,因此尾流模式为规则的三漩涡脱落模式 (RTV)。

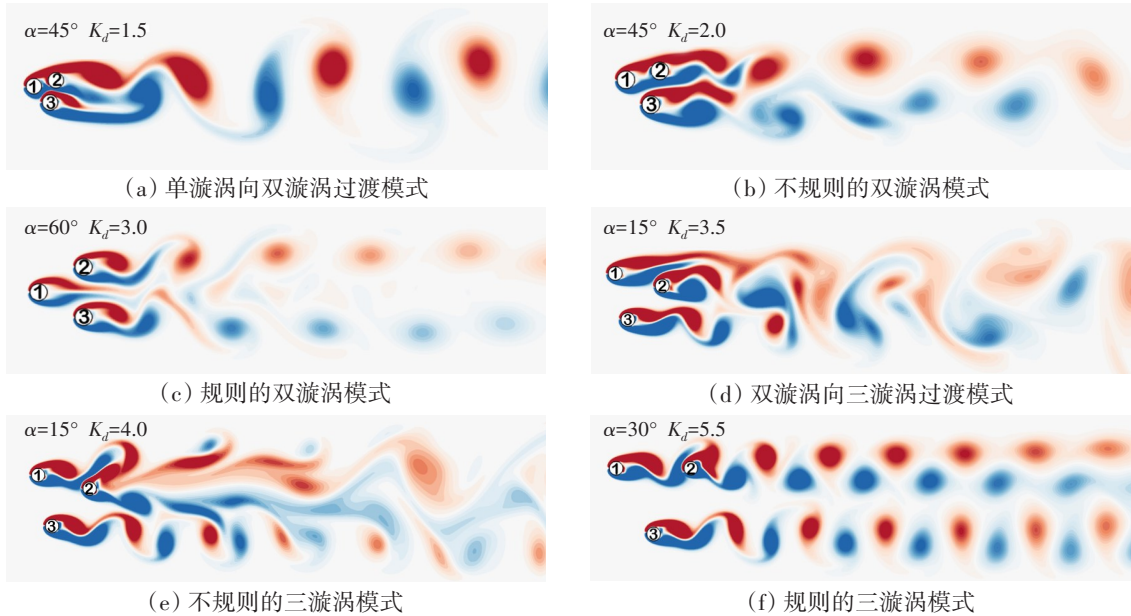


图 5 不同尾流模式下流场瞬时涡量图

Fig.5 Instantaneous vorticity diagram of the flow field for different wake patterns

### 2.2 流体力系数

#### 2.2.1 时均特性

来流角度的变化会使得流体流动的方向出现偏差,尾流区漩涡也将受此影响,从而柱体间存在不同的绕流特性,然而不同角度下升阻力时均系数( $C_{D-mean}$ ,  $C_{L-mean}$ )随间距比的变化规律类似,如图 6 和图 7 所示。当  $\alpha \leq 30^\circ$  时,C1 的  $C_{D-mean}$  在  $K_d=1.5$  处取得最大值后逐渐减小后稳定,如图 6(a)所示。当  $\alpha=45^\circ$  和  $60^\circ$  时,C1 的  $C_{D-mean}$  分别在  $K_d=2.5$  与  $1.5$  处取得最小值。之后  $C_{D-mean}$  均随着  $K_d$  增大而趋于平稳。需注意的是,在  $\alpha \leq 30^\circ$  工况下 C1 的  $C_{D-mean}$  均会大于  $\alpha=45^\circ$  和  $60^\circ$  工况,由于当  $\alpha=15^\circ$  时 C1 和 C3 在横流向接近

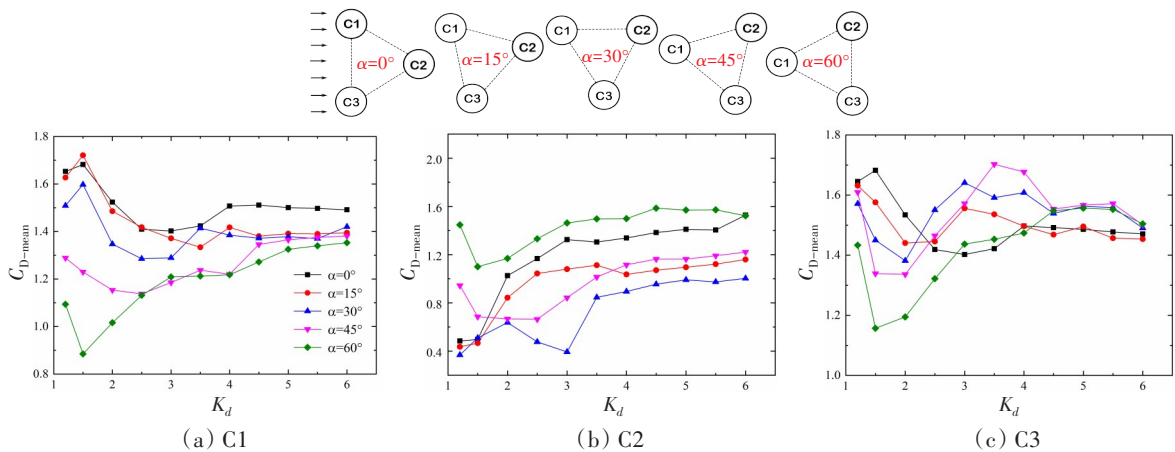


图 6 不同来流角度下三圆柱体群阻力系数平均值随间距比的变化

Fig.6 Variation of time-averaged value of the drag coefficient for three-cylinder group with the spacing ratio in different incoming flow angles

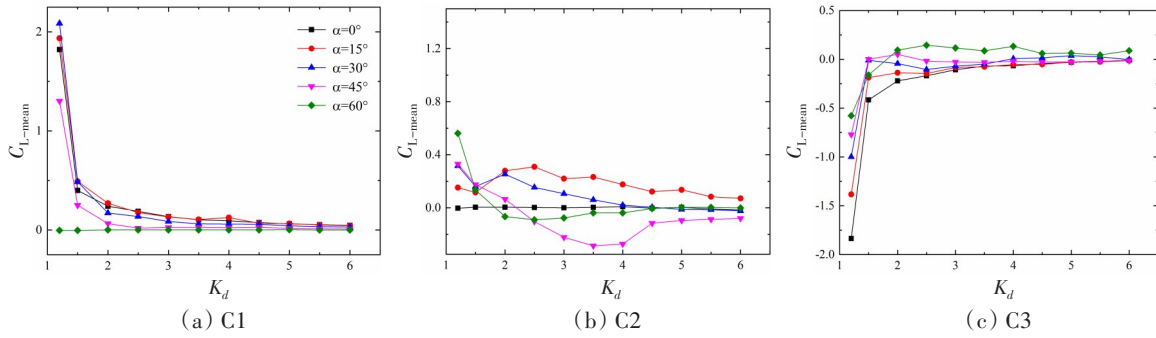


图7 不同来流角度下三圆柱体群升力系数平均值随间距比的变化

Fig.7 Variation of time-averaged value of the lift coefficient for three-cylinder group with the spacing ratio in different incoming flow angles

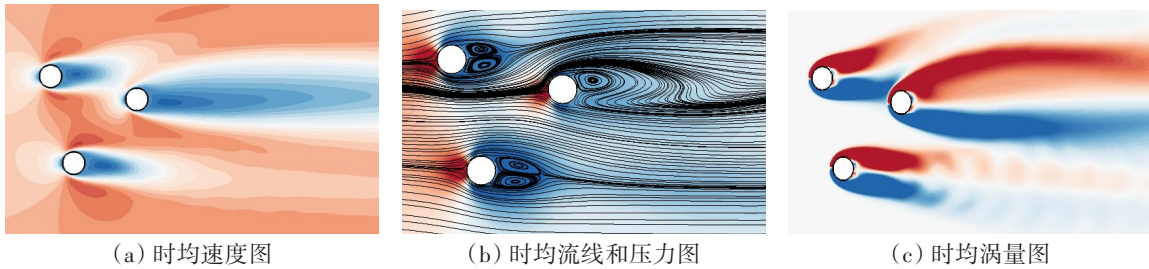


图8  $\alpha=15^\circ, K_d=4.0$  工况下三圆柱体群时均流场特性图

Fig.8 Time-averaged flow field characteristic diagram of three-cylinder group for  $\alpha=15^\circ, K_d=4.0$

并列排布,柱体距离较大,C1周边流速会增大,如图8(a)所示,于是C1后方形成了低压区,流线在后方较远处才开始汇合,如图8(b)所示,但是该特征在  $\alpha=45^\circ$  时并不明显。同时,与  $\alpha=45^\circ$  工况相比,  $\alpha=15^\circ$  时 C1 的剪切层范围会缩小,表明 C1 后方流体只在较小范围内做旋转运动,其余动量较大的流体则径直向下游运动,见图8(c),导致  $\alpha=15^\circ$  工况 C1 承受了更大的阻力。

在小间距比 ( $K_d=1.2, 1.5$ ) 下,当来流角度较大 ( $\alpha=45^\circ, 60^\circ$ ) 时,C2 前表面偏上方的区域存在一个压力驻点,  $C_{D-mean}$  远大于其余工况下的结果,如图6(b)所示。 $\alpha=30^\circ$  时,C1 和 C2 串列,C2 所受阻力会减小。当  $2.0 \leq K_d \leq 3.0$  与  $\alpha=30^\circ$  时,C2 的  $C_{D-mean}$  会逐渐减小。随间距比和来流角度改变,  $C_{D-mean}$  会出现突变:当  $K_d=3.0$  时,由  $0.4 (\alpha=30^\circ)$  增加至  $0.82 (\alpha=45^\circ)$ ,另外当  $\alpha=30^\circ$  时,由  $0.4 (K_d=3.0)$  增大至  $0.82 (K_d=3.5)$ ,此处的机理是流线的分布改变导致 C2 的受力方式也发生变化。进一步对其时均流线和压力图进行分析,如图9(a)所示,C1 和 C2 的自由流侧流线重合,部分的流线偏转产生了小范围的回流,向下流动过程中与具有较高动量的间隙流相遇,受流体间剪切力作用回流流体方向再次偏转,呈“Z”状的流线,最后流线汇合,C1 对 C2 屏蔽作用最明显,C2 所受的时均阻力最小。然而,  $\alpha=45^\circ$  工况下,C2 后方形成“S”形流线,前方自由流侧形成一个明显的压力驻点,如图9(b)所示;另外  $K_d=3.5$  时的间隙流量增大,C2 后方流体回流后再附着显著减弱,如图9(c)所示,造成了突变的形成。

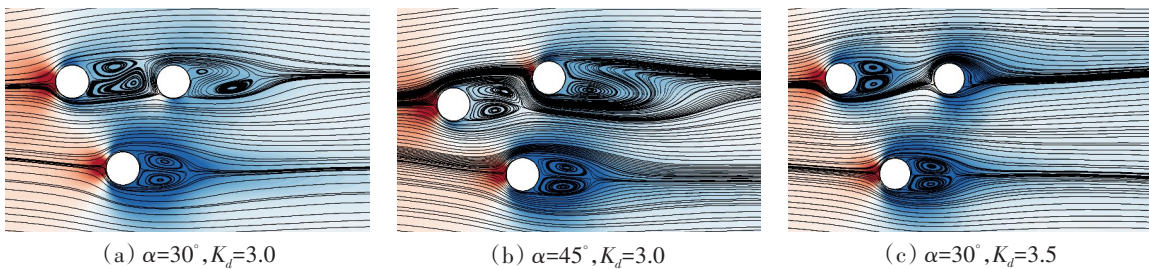


图9 不同工况下三圆柱体群时均流线和压力图

Fig.9 Time-averaged streamline and pressure diagram of three-cylinder group at different cases

随着来流角度的增加,C3 逐渐从上游圆柱转变为下游圆柱,受力发生变化。当  $K_d \leq 2.0$  时,随着来

流角度的增大, C3 的  $C_{D-mean}$  会减小, 如图 6(c) 所示。当  $K_d \geq 2.5$ 、 $\alpha \geq 30^\circ$  时  $C_{D-mean}$  均有明显的上升幅度。特别是  $\alpha = 45^\circ$  工况下, 当  $K_d = 3.5$  和 4.0 时, C3 的  $C_{D-mean}$  达到最大值, 由于 C2 和 C3 在横流向近似并列排布, 圆柱体间距离大, 来流在经过 C2 和 C3 间隙时获得了充足的动量, 因而间隙流速较大, 在 C3 周围形成低压区, 如图 10(a)~(b) 所示。另外, 与  $\alpha = 15^\circ$  工况相比, C3 的剪切层长度会减小, 如图 10(c) 所示, 因此 C3 受较大的时均阻力作用。  $K_d \geq 4.5$  后变化逐渐平稳,  $\alpha = 0^\circ$  和  $\alpha = 15^\circ$  所受的  $C_{D-mean}$  较小。

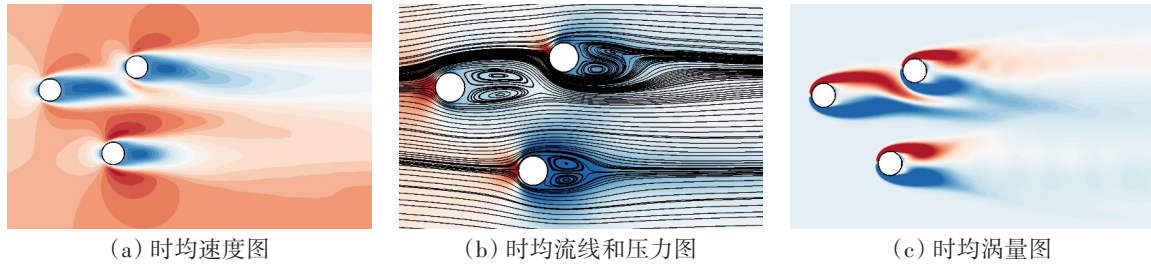


图 10  $\alpha = 45^\circ, K_d = 4.0$  工况下三圆柱体群时均流场特性图

Fig.10 Time-averaged flow field characteristic diagram of three-cylinder group for  $\alpha = 45^\circ, K_d = 4.0$

对于升力系数而言, C1 的升力系数平均值变化趋势受来流角度的影响较小。随着间距比的增大, 其  $C_{L-mean}$  值会逐渐减小并趋近于 0。在  $K_d = 1.2$  处不同来流角度工况  $C_{L-mean}$  值相差较大, 如图 7(a) 所示。然而, 当  $\alpha = 60^\circ$  时, 由于三圆柱体群关于来流中心线对称, 此时  $C_{L-mean}$  维持在 0。

在小间距比工况下 ( $K_d \leq 1.5$ ), 随着来流角度的增大, C2 的  $C_{L-mean}$  会增加, 如图 7(b) 所示, 自由流侧的涡脱落对 C2 的影响更加明显。然而, 在小来流角度工况下, C2 会被自由流侧的剪切层包裹, C2 的下游涡街远离其表面使得  $C_{L-mean}$  减小。在  $\alpha = 15^\circ$  和  $\alpha = 30^\circ$  工况下, 由于自由流侧脱落的漩涡强度增大, 因而  $K_d = 1.5 \sim 2.0$  范围内  $C_{L-mean}$  会增大。在  $\alpha = 45^\circ$  工况下,  $C_{L-mean}$  出现负值, 这可能是由于 C2 下游涡街较 C3 更加杂乱, 导致涡强度损失大, 从而 C2 受 C3 下游涡街影响显著。但  $K_d = 4.5$  时, 由于 C3 下游涡街也受干扰, 致使其对 C2 的影响减弱, 使 C2 的  $C_{L-mean}$  减小。

当  $K_d = 1.2$  时, 间隙流没有充分发展, 外侧自由流对 C3 的影响占主要地位, 分离剪切层的作用使得 C3 承受向下的吸力,  $C_{L-mean}$  的绝对值较大, 如图 7(c) 所示。同时, 随着来流角度的减小,  $C_{L-mean}$  会增大。随着间距比的增大, C3 间隙侧也出现分离的剪切层,  $C_{L-mean}$  有所减小。然而, 当  $\alpha = 60^\circ$  时, 在  $2.0 \leq K_d \leq 4.0$  范围内, C3 又受到向上的流体力作用, 使得  $C_{L-mean}$  为正值。

2.2.2 脉动特性

本节分析三圆柱体所受流体力系数脉动特性的变化情况。图 11 和图 12 展示了不同来流角度工况下三圆柱的流体力系数均方根值 ( $C_{D-rms}, C_{L-rms}$ ) 随间距比的变化特性。随来流角度的增大, C1 的  $C_{D-rms}$  会减小, 如图 11(a) 所示。另外, 随着间距比的增大, C1 的  $C_{D-rms}$  逐渐减小趋近于 0, 当  $K_d = 1.2$  时, C1 的  $C_{D-rms}$  会达到最大值, 当来流角度较小时, 自由流侧剪切层受到 C2 的干扰较小, 较少附着在 C2 的表面, 导致发展越充分, C1 的阻力系数波动范围会增大。

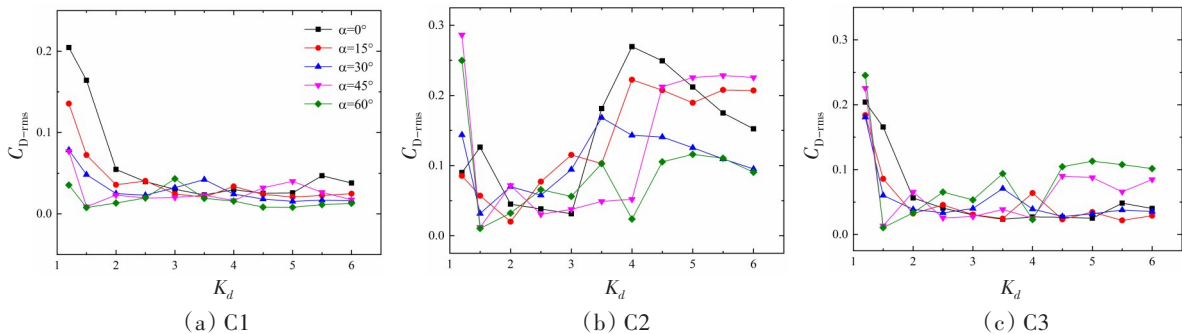


图 11 不同来流角度下三圆柱体群阻力系数均方根值随间距比的变化

Fig.11 Variation of root mean square value of the drag coefficient for three-cylinder group with the spacing ratio in different incoming flow angles

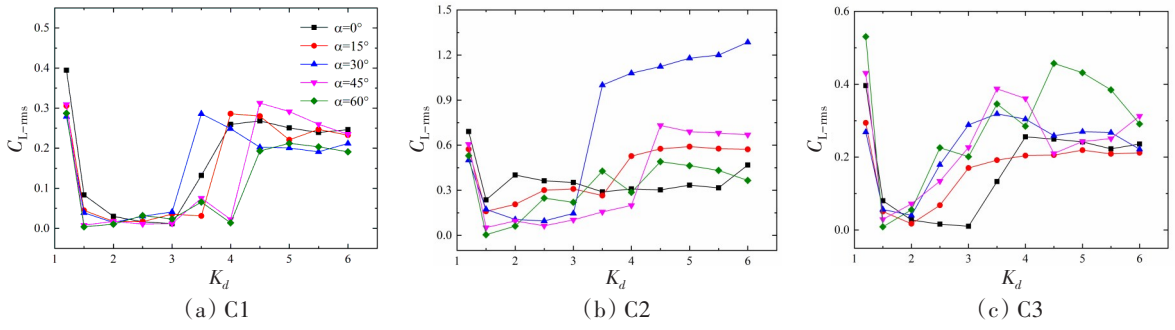


图 12 不同来流角度下三圆柱体群升力系数均方根值随间距比的变化

Fig.12 Variation of root mean square value of the lift coefficient for three-cylinder group with the spacing ratio in different incoming flow angles

在小间距比( $K_d \leq 1.5$ )下,  $\alpha=0^\circ$ 工况流场关于顺流向中心线对称, 下游涡街分布规则, 如图 13(a) 与 13(b) 所示, 因而 C2 的  $C_{D-rms}$  大于其它角度下的数值。然而, 当  $\alpha=45^\circ$  时,  $K_d$  增加, 间隙侧剪切层形成, 漩涡脱落位置远离 C2, 如图 13(d) 所示, 对 C2 的影响会减弱, 此时  $C_{D-rms}$  减小。随着  $K_d$  的进一步增加,  $C_{D-rms}$  逐渐增大, 再次达到极大值后小幅回落。当  $K_d \geq 3.0$  时, 由于尾流模式的改变, C2 的  $C_{D-rms}$  出现突变。在  $\alpha=30^\circ$  与  $K_d=3.5$  工况下, 尾流呈 ITV 模式。另外, 在  $\alpha=60^\circ$  与  $K_d=4.0$  工况下, C2 的  $C_{D-rms}$  发生陡降。间隙流进一步发展, 切断了间隙内动量以及涡量的输送, 如图 13(e) 所示, C1 尾流拉伸较长而未卷起, 间隙流由于层间的相互挤压速度加快, 打断了剪切层的相互作用, 脱落的漩涡变形程度大, 强度损失较大, 因而单看 C2 或者 C3 下游涡街正负交替特征并不明显, 同时 C2 和 C3 涡脱落相位差约为  $180^\circ$ , 呈反相模式<sup>[9]</sup>。然而, 当  $K_d$  增大至 4.5 后, C1 尾流区有了足够的空间, 如图 13(f) 所示, 能够形成完整的涡结构, C2 和 C3 涡脱落同相, 呈同相模式<sup>[9]</sup>, 尾流模式从反相转变为同相时, 也会导致 C2 的  $C_{L-rms}$  发生较大变化。

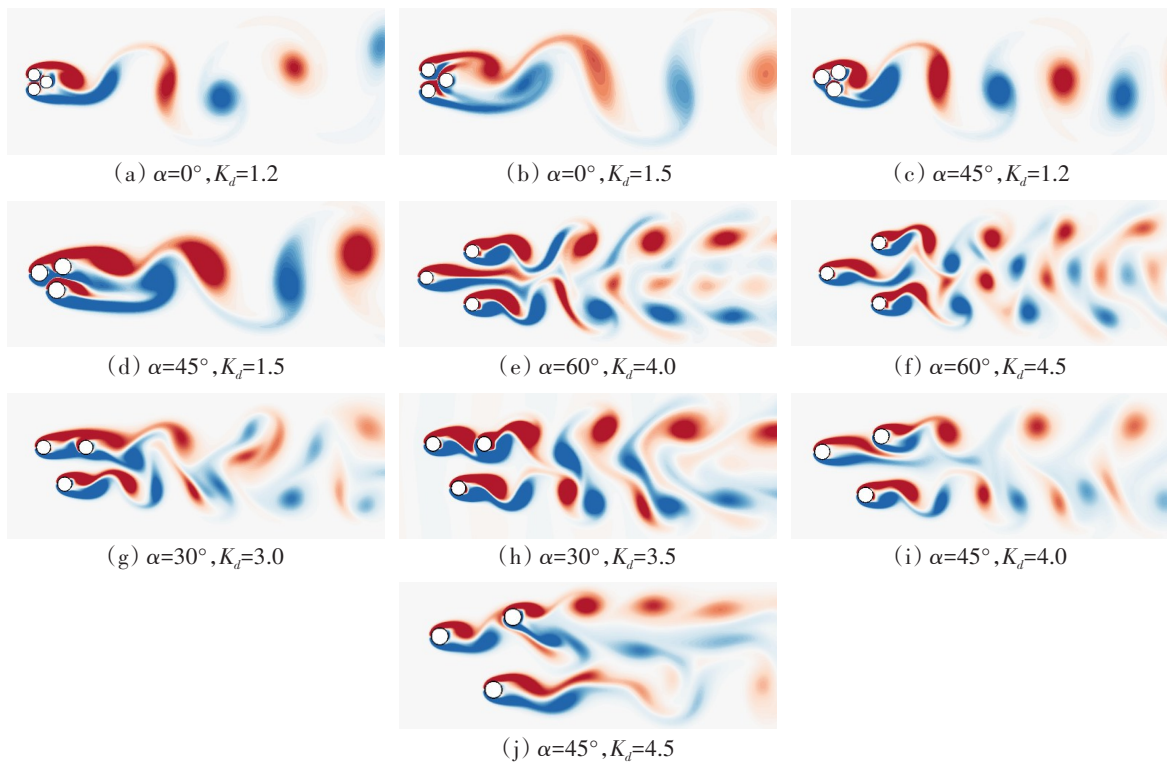


图 13 不同工况下的流场瞬时涡量图

Fig.13 Instantaneous vorticity diagrams of the flow field at different cases

当 $K_d=1.2$ 时,各来流角度下尾流模式均为SV模式,涡街距C3较近,且漩涡脱落最规则,造成C3的 $C_{D-rms}$ 最高, $K_d$ 增至1.5后,间隙侧剪切层初步发展,尾流模式转变,漩涡位置距C3较远,导致其 $C_{D-rms}$ 减小, $K_d \geq 2.0$ 后变化幅度均较小。

升力系数方面,C1的 $C_{L-rms}$ 在 $K_d=1.2$ 处取得最大值,逐渐减小至0附近后趋于稳定。随着间距比的增加,尾流模式有所转变,导致 $C_{L-rms}$ 发生突变。在 $\alpha=30^\circ$ 与 $K_d=3.0$ 工况下 $C_{L-rms}$ 曲线的跃升,这是由尾流模式从DV-TV转变为ITV所引起,C1、C2剪切层融合产生更大的漩涡,导致 $C_{L-rms}$ 达到0.289,之后的 $C_{L-rms}$ 均未出现显著变化情况。

如图12(b)所示, $\alpha=30^\circ$ 与 $K_d=3.5$ 工况下C2的 $C_{L-rms}$ 达到1.05。图13(g)和(h)从机理上展示了突变的原由, $K_d=3.0$ 增至3.5,C1剪切层卷起后脱涡,C2后方漩涡在下游形成了更加明显的涡街,对柱体受力影响显著。分析两个工况C2的 $C_D$ 与 $C_L$ 相位,如图14(a)所示, $K_d=3.0$ 时,相位关系紊乱, $C_D$ 、 $C_L$ 整体变化幅度较小, $C_L$ 在0附近变化。然而,当 $K_d=3.5$ 时,尾流模式从DV-TV转变为ITV,其相位曲线呈规则的“月牙形”, $C_D$ 、 $C_L$ 的变化幅度显著增加。类似地,在 $\alpha=45^\circ$ 与 $K_d=4.5$ 工况下的 $C_{L-rms}$ 达到0.75,比较图13(i)和图15(j),C1剪切层区别很大, $K_d=4.0$ 工况下C1剪切层一直被拉伸而不脱落,而 $K_d=4.5$ 工况下C1剪切层能够脱落漩涡,受此影响,C2、C3的剪切层被扭转和拉伸,脱落的漩涡变成长条状,尾流模式也由DV-TV转变为ITV。从相位分析,如图14(b)所示, $K_d=4.0$ 时, $C_D$ 、 $C_L$ 相位变化呈长条状,变化幅度较小, $C_L$ 均小于0,表明C2只承受向下的流体力作用。另外, $C_D$ 增大时 $C_L$ 呈减小趋势, $C_D$ 减小时则相反,反映了C2受力机理,即 $C_D$ 增大时C2下游的涡吸力效应占主导, $C_L$ 增大时C3下游涡吸力效应占主导。当 $K_d=4.5$ 时,由于受下游涡街的影响显著,相位曲线呈“半月形”, $C_L$ 近似关于零点对称,变化幅度显著增大。

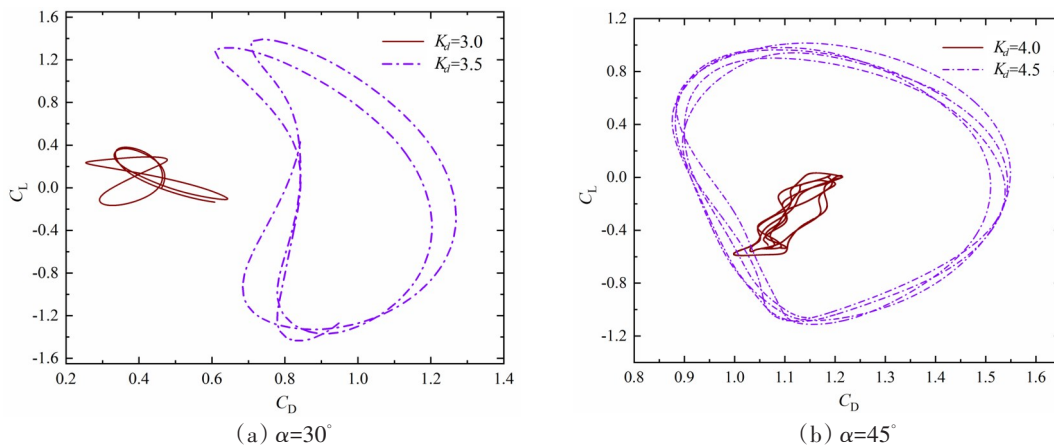


图14 不同工况下C2的 $C_D$ 、 $C_L$ 相位图

Fig.14 Phase diagram of  $C_D$  and  $C_L$  for C2 at different cases

如图12(c)所示,不同来流角度工况下,C3的 $C_{L-rms}$ 呈先减小再增大至稳定的变化规律,其中 $\alpha=0^\circ$ 和 $\alpha=60^\circ$ 下C3的 $C_{L-rms}$ 分别与C1、C2一致。值得关注的是,在 $\alpha=45^\circ$ 与 $K_d=4.5$ 工况下,C3的 $C_{L-rms}$ 突然减小,这是由于随间距比增加,下游圆柱对上游C1尾流发展的抑制效果会减弱,三圆柱群间尾流互扰效应导致C3的绕流发生变化,涡街的演化受到影响。

综上所述,剪切层间的互扰效应影响了漩涡的脱落,同时在间隙流的干扰下,形成了不同的漩涡脱落模式,对圆柱体的脉动力系数产生了不同的影响。

### 2.3 涡脱落频率

图15为三圆柱体斯托罗哈数随间距比和来流角度的变化情况。当间距比较小时( $K_d \leq 1.5$ ),流场漩涡数量较少,尾流模式为SV和SV-DV模式,三圆柱体的涡脱落频率均会逐渐减小。当 $\alpha \leq 15^\circ$ 时,三圆柱体结构的涡脱落频率在 $K_d=2.0$ 处达到最小,然而,当 $\alpha > 15^\circ$ 时 $St$ 最小值出现在 $K_d=1.5$ 处,随着 $K_d$ 的

增大,三圆柱体群结构的涡脱落得到加强, $St$ 值均会有较大幅度的提升。图16展示了五个工况的能量谱密度(PSD),在图16(a)~(c)中,C3主峰对应的 $St$ 值变化不大(分别为0.19、0.185、0.175),表明C3受C1和C2的影响较小。在 $\alpha=30^\circ$ 与 $K_d=3.0$ 工况下,C2出现了两个较大的PSD主峰,其 $St$ 值分别为0.127与0.19(和C1相同), $\alpha=45^\circ$ 时C2的两个PSD主峰接近,并且其中一个 $St$ 仍和C1相同,但C1峰值PSD接近于0,在 $\alpha=30^\circ$ 与 $K_d=3.5$ 工况下C1和C2都仅有一个主峰,但C1仍接近于0, $\alpha=30^\circ$ 与 $K_d=3.5$ 工况和 $\alpha=45^\circ$ 与 $K_d=3.0$ 工况下,C1和C2间隙内不会发生漩涡脱落。 $\alpha=45^\circ$ 、 $K_d=4.5$ 时C3的 $St$ 出现一次突变,发生该现象的原因是C3和C2尾流之间的互扰效应致漩涡无法正常脱落。当 $\alpha=60^\circ$ 时, $K_d=4.0$ 与4.5时C2和C3主峰对应的 $St$ 几乎一致,如图16(d)~(e)所示, $K_d$ 从4.0变化至4.5后,C1剪切层尾部能够卷起,以C2、C3相同的频率脱落漩涡,同时,三圆柱主峰所对应的能量均提升较大,表明当 $K_d=4.5$ 时C1尾流能够干扰圆柱的漩涡脱落方式。随 $K_d$ 继续增大时,剪切层间与下游涡相互作用逐渐减弱,后方涡街更加规则,呈现RTV模式,涡脱落频率最终趋于稳定。 $\alpha=0^\circ$ 工况下涡街演化更规则有序,圆柱间的互扰效应以及流场下游的漩涡融合变形最弱,因此在 $\alpha=0^\circ$ 与 $K_d \geq 3.5$ 下,C1和C3的 $St$ 值均较大。除 $\alpha=60^\circ$ 工况,C2始终位于顺流向的下游,其和上游圆柱的相互作用更强,相较于C1和C3,C2的涡脱落更容易受到间距比和来流角度的影响。

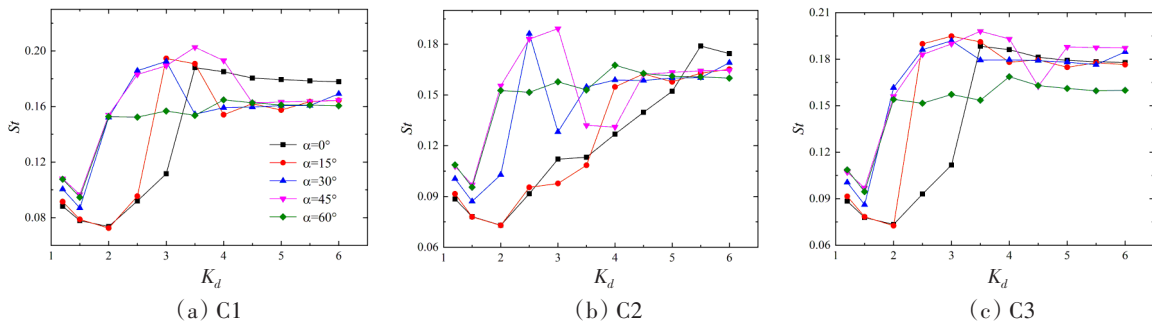


图15 不同工况下三圆柱群斯托罗哈数随间距比的变化情况

Fig.15 Variation of the Strouhal number for three-cylinder group with the spacing ratio at different cases

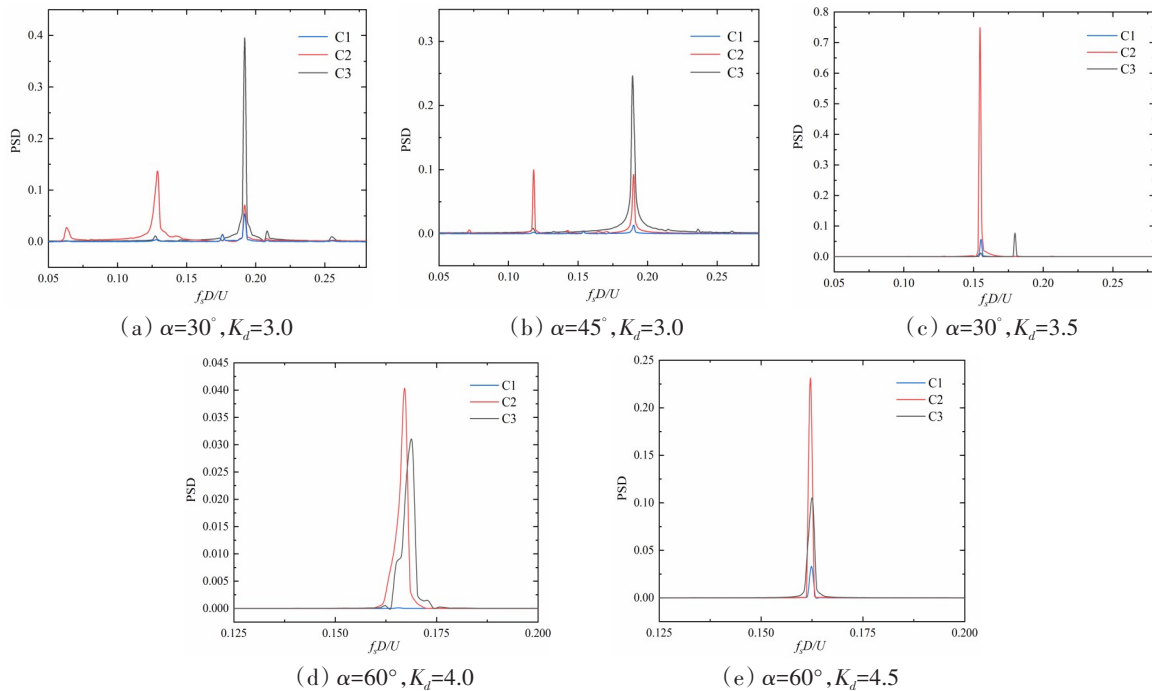


图16 不同工况下的三圆柱结构能量谱密度图

Fig.16 PSD diagram for three-cylinder group at different cases

### 3 结 论

本文基于IB-MRT-LBM研究了 $Re=100$ 下等边三角布置三圆柱体结构群的绕流特性,分析了不同来流角度和间距比对三圆柱体群尾流模式及其流体力系数的影响,阐述了其流动机理。主要结论如下:

(1) 不同来流角度下尾流模式分为SV、SV-DV、RDV、IDV、DV-TV、RTV、ITV七种模式。 $\alpha=30^\circ$ 时下游涡街更加规则,且尾流模式转变更快, $\alpha=45^\circ$ 和 $\alpha=60^\circ$ 时尾流模式则转变较慢。各来流角度下尾流模式均存在从不规则向规则转变的过程, $K_d \geq 5.5$ 后尾流模式均为RTV。

(2) 流体力系数时均值受间隙流速影响较大,除了小间距比,各来流角度下随间距比变化趋势基本一致, $\alpha=45^\circ$ 时在较大间距比范围内出现了升力系数均值为负的情况。在 $K_d \geq 3.5$ 后,尾流模式的转变对C1的流体力系数均方根值有明显影响。同时,剪切层的摆动、融合等互扰效应也会改变流场的脉动特性。

(3) 不同来流角度工况下,在 $K_d \geq 3.5$ 时C1和C3的 $St$ 受 $K_d$ 的影响较小,数值变化相对稳定。 $\alpha=0^\circ$ 工况下,当 $K_d \geq 3.5$ 时,C1和C3的 $St$ 值均较大。除 $\alpha=60^\circ$ 工况,C2的涡脱落更容易受到间距比和来流角度的影响。

### 参 考 文 献:

- [1] Sumner D. Two circular cylinders in cross-flow: A review[J]. Journal of Fluids and Structures, 2010, 26(6): 849-899.
- [2] Alam M M, The aerodynamics of a cylinder submerged in the wake of another[J]. Journal of Fluids and Structures, 2014, 51: 393-400.
- [3] Papaioannou G V, Yue D K P, Triantafyllou M S, et al. Three-dimensionality effects in flow around two tandem cylinders[J]. Journal of Fluid Mechanics, 2006, 558: 387-413.
- [4] Liu K, Ma D, Sun D, et al. Wake patterns of flow past a pair of circular cylinders in side-by-side arrangements at low Reynolds numbers[J]. Journal of Hydrodynamics B, 2007, 19(6): 690-697.
- [5] Bao Y, Zhou D, Huang C. Numerical simulation of flow over three circular cylinders in equilateral arrangements at low Reynolds number by a second-order characteristic-based split finite element method[J]. Computers & Fluids, 2010, 39(5): 882-899.
- [6] Zheng S, Zhang W, Lü X. Numerical simulation of cross-flow around three equal diameter cylinders in an equilateral-triangular configuration at low Reynolds numbers[J]. Computers & Fluids, 2016, 130: 94-108.
- [7] Kang X, Su Y. Lattice Boltzmann simulation of flow around two, three and four circular cylinders in close proximity[J]. Physics, Mechanics & Astronomy, 2012, 55(10): 1873-1885.
- [8] 杨泉泉, 及春宁, 陈威霖, 等. 三角形排列圆柱绕流尾流模式及其流体力特性[J]. 水动力学研究与进展, 2019, 34(1): 69-76.  
Yang Xiaoxiao, Ji Chunling, Chen Weilin, et al. Wake patterns and hydrodynamic forces of flow around circular cylinders in an equilateral triangular arrangement[J]. Chinese Journal of Hydrodynamics, 2019, 34(1): 69-76.
- [9] Chen W, Ji C, Alam M, et al. Numerical simulations of flow past three circular cylinders in equilateral triangular arrangements[J]. Journal of Fluid Mechanics, 2020, 891: A14.
- [10] Gao Y, Qu X, Zhao M, et al. Three-dimensional numerical simulation on flow past three circular cylinders in an equilateral-triangular arrangement[J]. Ocean Engineering, 2019, 189: 106375.
- [11] Pouryoussefifi S G, Mirzaei M, Pouryoussefifi S M H. Force coefficients and Strouhal numbers of three circular cylinders subjected to a cross-flow[J]. Archive of Applied Mechanics, 2011, 81: 1725-1741.
- [12] Igarashi T, Suzuki K. Characteristics of the flow around three circular cylinders[J]. Bulletin of JSME, 1984, 27: 2397-2404.
- [13] Lam K, Cheung W. Phenomena of vortex shedding and flow interference of three cylinders in different equilateral arrangements[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1988, 196: 1-26.

- [14] Bansal M S, Yarusevych S. Experimental study of flow through a cluster of three equally spaced cylinders[J]. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 2017, 80: 203–217.
- [15] Gu Z, Sun T. Classification of flow pattern on three circular cylinders in equilateral–triangular arrangements[J]. *Journal of Wind Engineering & Industrial Aerodynamics*, 2001, 89(6): 553–568.
- [16] Guo Z, Zheng C, Shi B. Discrete lattice effects on the forcing term in the lattice Boltzmann method[J]. *Physical Review E*, 2002, 65(4): 046308.
- [17] Shu C, Liu N, Chew Y. A novel immersed boundary velocity correction–lattice Boltzmann method and its application to simulate flow past a circular cylinder[J]. *Journal of Computational Physics*, 2007, 226: 1607–1622.
- [18] 王星. 基于速度修正的浸入边界–格子 Boltzmann 方法及应用研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2012.  
Wang Xin. Research on immersed boundary–lattice Boltzmann method based on velocity correction and the application[D]. Nanjing: University of Aeronautics and Astronautics, 2012.
- [19] 栗怀广. 钝体空气动力学的格子玻尔兹曼方法[D]. 成都: 西南交通大学, 2010.  
Li Huaiguang. Lattice Boltzmann method for bluff body aerodynamics[D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2010.
- [20] 宋妙妍. 基于 IB–LBM 的振荡圆柱流动特性与壁面效应研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2019.  
Song Miaoyan. Research on flow characteristics and wall effect of oscillating cylinder based on IB–LBM[D]. Harbin: Harbin Engineering University, 2019.