

文章编号: 1007-7294(2024)01-0103-12

基于近场动力学的含损伤缺陷 Q345钢裂纹扩展分析

李双^{1,2}, 吕海宁^{1,2}, 黄小华³, 杨建民^{1,2}

(1. 上海交通大学海洋工程国家重点实验室, 上海 200240; 2. 上海交通大学三亚崖州湾深海科技研究院, 海南 三亚 572000; 3. 广西大学防灾与结构安全教育部重点实验室, 南宁 530004)

摘要: 船舶与海洋工程结构中由于材料本身缺陷或服役过程中产生的细小裂纹, 使结构不可避免地产生裂纹损伤, 造成应力集中而破坏。为了研究含裂纹缺陷低合金钢构件的裂纹扩展行为, 以应用广泛的Q345钢为研究对象, 基于近场动力学(Peridynamics, PD)理论提出一种改进的双参数PD方法。首先考虑PD力的非局部长程力特性, 推导对应的键刚度系数; 其次, 根据含裂纹缺陷Q345钢拉伸破坏的线性和非线性的力学行为, 构建双参数PD本构力函数的基本形式。通过研究不同双裂纹间距、长度和角度的Q345钢裂纹扩展行为, 与试验结果对比验证本文改进的双参数PD方法的准确性, 并且给出交变荷载情形下疲劳裂纹扩展的计算方法。结果可为船舶钢构件的优化设计和断裂预防提供参考。

关键词: Q345钢; 近场动力学; 裂纹扩展; 损伤断裂; 受拉破坏

中图分类号: U661.4 **文献标识码:** A **doi:** 10.3969/j.issn.1007-7294.2024.01.010

Crack propagation analysis of Q345 steel with defects based on peridynamics

LI Shuang^{1,2}, LÜ Hai-ning^{1,2}, HUANG Xiao-hua³, YANG Jian-min^{1,2}

(1. State Key Laboratory of Ocean Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China;

2. Yazhou Bay Institute of Deepsea SCI-TECH, Shanghai Jiao Tong University, Sanya 572000, China;

3. Key Laboratory of Disaster Prevention and Structural Safety of Ministry of Education, Guangxi University, Nanning 530004, China)

Abstract: In ship and ocean engineering, structures inevitably encounter crack damage due to material defects or microcracks generated during their service time, which causes stress concentration and structural failure. To better simulate the crack propagation behavior of steel members with defects, Q345 steel was taken as the research object in this paper, an improved two-parameter peridynamic (PD) model was proposed based on the PD theory. The internal length effect of long-range forces was considered and the corresponding expressions of coefficient were deduced firstly. Furthermore, the basic form of the constitutive force function of the two-parameter PD was constructed based on the linear and nonlinear mechanical behaviors of the failure process of Q345 steel with defects. The crack propagation behaviors of Q345 steel with different crack distance, length and angle were studied and compared with the experimental results, which verified the accuracy of the present work. Then, the calculation method of fatigue crack propagation under alternating load was given.

收稿日期: 2023-07-22

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51979159); 上海市科委“科技创新行动计划项目”(19DZ1207300)

作者简介: 李双(1992-), 男, 博士研究生;

吕海宁(1979-), 男, 副教授, 博士生导师, 通讯作者, E-mail: haining@sjtu.edu.cn。

The research results may provide a reference for the optimization design and failure prevention of steel members in ocean engineering.

Key words: Q345 steel; peridynamics; crack propagation; fracture damage; tensile failure

0 引 言

Q345 钢材作为一种低合金高强度结构钢,综合性能良好,被广泛应用于船舶与海洋工程结构中,是军辅船、民船的主要结构材料,还是舰艇设备的结构用材料^[1-2]。虽然该材料具有较好的塑性性能,但是由初始裂纹扩展造成的低应力脆断是工程结构钢的主要破坏模式^[3],这是由于材料本身缺陷(金属浇筑产生的收缩孔、气泡、杂质,锻压产生的褶层,焊接产生的气孔、夹杂等)或使用过程中造成的损伤(机加工产生的刀伤,运输产生的碰伤,使用过程中的疲劳裂纹和腐蚀裂纹等),使结构内部不可避免地会存在裂纹缺陷,破坏了构件和材料的连续性和均匀性,造成应力集中,在一定条件下微裂纹不断扩展和积聚产生宏观裂纹,最终使材料和结构的工作应力在远低于屈服极限的情况下发生脆性断裂,使工程中存在重大安全隐患,产生不可预估的损失。因此,研究含裂纹缺陷的低合金钢构件的裂纹扩展规律、断裂和破坏行为,掌握其裂纹断裂特性具有重要的学术价值和工程应用背景,且对于军民船结构的均衡设计、关键钢构件的断裂防护等具有重要意义。

为了研究含裂纹缺陷的钢构件断裂特性和裂纹扩展规律,相关研究者分别采用试验和数值模拟的方法进行了研究。在试验方面,余柳明^[4]进行了含裂纹损伤的 Q345 钢构件拉伸试验并提出了呈现脆性性能的概率分析方法。张得扬等^[2]研究了 Q345 钢 T 型焊接接头的抗冲击性能,发现焊接拉伸试件的塑性阶段较短,在相同位移载荷下有裂纹缺陷的焊接拉伸试件会提前发生断裂。在数值方面,何书韬等^[5]利用弹塑性裂纹及裂纹扩展的理论解析解,探讨了不同裂纹变量对含裂纹损伤的海洋平台结构承载能力的影响。李景阳等^[6]根据有限元数值分析方法,研究了双向拉伸载荷作用下的含裂纹金属板的剩余极限强度。刘伟^[7]基于线弹性断裂力学理论,借助 ANSYS 软件平台,利用 APDL 语言编制了专用分析程序,研究了含裂纹损伤金属材料的二维裂纹扩展路径。曾双峰^[7]和李玉涛^[8]研究了含双边裂纹缺陷的 Q345 钢在单轴拉伸荷载下的裂纹扩展规律和渐进断裂行为,并采用 ABAQUS 软件平台进行计算模拟。张婧等^[9]应用非线性有限元分析方法,研究了初始变形缺陷对含裂纹加筋板承载力的影响,并讨论了预制裂纹位置和长度对板应力分布特征及变形模式的影响。

由以上分析可知,研究者大多采用有限元及其扩展方法进行结构的断裂模拟,但是有限元法及其他基于连续介质力学理论的数值方法在处理材料不连续问题时,需要额外引入裂纹扩展准则,而且如何克服网格依赖性以及如何解决裂纹萌发和扩展时的非奇异问题仍然是一个挑战。

新兴的近场动力学理论(Peridynamics, PD)^[10]的提出弥补了这些不足。PD 以位移的空间积分形式完全重构了传统连续介质力学理论,这种积分型方程在不连续处仍有定义而使其避免了奇异性问题,且 PD 将物体离散为一系列带质量的物质点,物质点之间通过“键”连接,从而不存在网格依赖性问题。断裂准则通过一个描述连接键状态的记忆函数嵌入本构方程中,能够模拟材料中裂纹自发的萌生和扩展,是一种特别适合模拟材料破坏的力学理论^[11]。传统的键基近场动力学方法(Bond-based Peridynamics, BPD)^[10,12]只有一个微观模量参数,即键刚度,产生了固定泊松比的限制,在平面应力状态下,泊松比只能是 1/3,平面应变状态和三维应力状态下,泊松比只能是 1/4^[13]。因此,2007 年,Silling 等^[14]提出了能突破泊松比恒定限制的态基 PD 方法,但是其需要较高的计算成本并且降低了数值稳定性。2015 年,Prakash 等^[15]通过引入一个切向弹簧,提出一种求解平面应力问题的双参数 PD 模型,该模型不仅突破了 BPD 固定泊松比的限制,并且能够保留 BPD 的简单性和数值实施稳定性,但是该模型主要是为了解决弹脆性破坏问题,对材料受载过程中的非线性行为无法表述,而且也无法反映 PD 非局部力的长程力特性。

本文基于近场动力学理论,通过改进 Prakash 等^[15]提出的双参数 PD 方法,提出一种适用于模拟含损伤缺陷的低合金钢断裂的非线性双参数近场动力学模型,重点研究含裂纹损伤的 Q345 钢拉伸断裂行为,可为船舶设计和结构破坏预测提供参考。

1 双参数 PD

传统键基 PD 中,宏观连续体在其所在空间域 Ω 内由大量物质点组成,物质点以初始构型的位置 X 作为标记,携有体积 V_x 和质量密度 ρ 。任一物质点 X 仅在其有限的“域”内通过键与其他物质点 X' 存在相互作用力 f ,而与该域以外的物质点不存在任何相互作用。域是以该物质点为中心、以 δ 为半径的邻域范围 $H_x = \{X' \in \Omega: |X' - X| \leq \delta\}$,根据牛顿第二定律,物质点 X 在 t 时刻的运动方程为

$$\rho \ddot{u} = \int_{H_x} f(u' - u, X' - X, t) dV_{X'} + b(X, t) \tag{1}$$

式中, $\ddot{u} = \partial^2 u(X, t) / \partial t^2$ 为加速度, b 为体力密度; f 为本构力函数,包含了物质点的所有本构信息,表示 t 时刻单位体积的物质点 X' 施加于物质点 X 的体力密度; u 和 u' 分别表示 t 时刻两物质点的位移。通常采用 $\xi = X' - X$ 表示初始时刻两物质点的相对位置, $\eta = u' - u$ 表示在 t 时刻它们的相对位移,则 t 时刻两物质点的相对位置为 $\xi + \eta$ 。

根据 Prakash 等^[15]提出的双参数 PD 方法,假定平面结构内任意两物质点 X 和 X' 间通过法向弹簧和切向弹簧连接,法向弹簧是沿着平行键初始方向 ($\hat{e}_n // \xi = X' - X$),切向弹簧是沿着垂直于连接键初始方向 ($\hat{e}_t \perp \xi$),此时, X 和 X' 之间微弹性应变能密度为

$$\omega = \frac{1}{2} c_n(\xi, \delta) \eta_n^2 + \frac{1}{2} c_t(\xi, \delta) \eta_t^2 \tag{2}$$

式中, $c_n(\xi, \delta)$ 和 $c_t(\xi, \delta)$ 分别为法向刚度系数和切向刚度系数, $|\xi|$ 为物质点 X 和 X' 之间键的原长,且 $|\xi| = \xi$, η_n 是相对位移矢量在键初始方向的分量, η_t 是相对位移矢量在垂直于连接键初始方向的分量。 ω 是由于弹簧伸长而储存在连接键中的单位体积应变能密度,称为微弹性应变能密度。物质点 X 的宏观弹性应变能密度 $W^{PD}(X)$ 是其近场范围 H_x 内所有与它连接的键内微弹性应变能密度之和,表示为

$$W^{PD}(X) = \frac{1}{2} \int_{H_x} \omega dV_{X'} \tag{3}$$

于是,根据 Silling^[10]的方法,两物质点 X 和 X' 间的作用力密度被推导为

$$f = \frac{\partial \omega(\eta, \xi)}{\partial \eta} = c_n(\xi, \delta) \eta_n \hat{e}_n + c_t(\xi, \delta) \eta_t \hat{e}_t \tag{4}$$

在二维情形下, \hat{e}_n 和 \hat{e}_t 分别表示沿着键初始方向和垂直键初始方向单位矢量,即

$$\begin{cases} \hat{e}_n = \cos\theta \hat{e}_1 + \sin\theta \hat{e}_2 \\ \hat{e}_t = -\sin\theta \hat{e}_1 + \cos\theta \hat{e}_2 \end{cases} \tag{5}$$

该本构力函数是一个不一定与 $\xi + \eta$ 共线的矢量,因此,PD 的运动方程可表示为

$$\rho \ddot{u}(X, t) = \int_{H_x} (c_n(\xi, \delta) \eta_n \hat{e}_n + c_t(\xi, \delta) \eta_t \hat{e}_t) dV_{X'} + b(X, t) \tag{6}$$

考虑均匀双向应变场下的各向同性均匀体。假设应变无穷小,则每一点的变形梯度为

$$F = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} + 1 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{22} + 1 \end{bmatrix} \tag{7}$$

式中, ε_{11} 和 ε_{22} 分别是材料中任意物质点沿方向 1 和方向 2 的应变值。假定 ξ 是参考构型中与 \hat{e}_1 成 θ 角的任意键,为了简单起见,令 $\xi = |\xi|$,则 $\xi = \{\xi \cos\theta, \xi \sin\theta\}^T$ 。而键 ξ 变形成 $\xi + \eta$ 可通过 $F\xi$ 给出,即 $\xi + \eta = \{(\varepsilon_{11} + 1)\xi \cos\theta, (\varepsilon_{22} + 1)\xi \sin\theta\}^T$ 。则相对位移矢量 $\eta = \{\varepsilon_{11}\xi \cos\theta, \varepsilon_{22}\xi \sin\theta\}^T$,进一步地,相对位移矢量 η 可以分解为沿法向和切向的分量

$$\eta_n = \xi(\varepsilon_{11}\cos^2\theta + \varepsilon_{22}\sin^2\theta), \quad \eta_t = \xi(\varepsilon_{22} - \varepsilon_{11})\cos\theta\sin\theta \quad (8)$$

将式(2)代入式(3),可得宏观弹性近场动力学应变能密度为

$$W^{PD}(\mathbf{X}) = \frac{1}{2} \int_{H_x} \left(\frac{1}{2} c_n(\xi, \delta) \eta_n^2 + \frac{1}{2} c_t(\xi, \delta) \eta_t^2 \right) dV_{x'} \quad (9)$$

将式(8)中 η_n 和 η_t 代入式(9),得

$$W^{PD}(\mathbf{X}) = \frac{1}{4} \int_0^{2\pi} \int_0^\delta c_n(\xi, \delta) \xi^3 (\varepsilon_{11}\cos^2\theta + \varepsilon_{22}\sin^2\theta)^2 + c_t(\xi, \delta) \xi^3 ((\varepsilon_{22} - \varepsilon_{11})\cos\theta\sin\theta)^2 d\xi d\theta \quad (10)$$

将上式进行积分,PD应变能密度的最终表达式为

$$W^{PD}(\mathbf{X}) = \left(\frac{3\pi c_n(\xi, \delta)\delta^4}{64} + \frac{\pi c_t(\xi, \delta)\delta^4}{64} \right) (\varepsilon_{11}^2 + \varepsilon_{22}^2) + \left(\frac{\pi c_n(\xi, \delta)\delta^4}{32} - \frac{\pi c_t(\xi, \delta)\delta^4}{32} \right) (\varepsilon_{11}\varepsilon_{22}) \quad (11)$$

为使各向同性线弹性PD模型再现经典的连续介质模型结果,要求 $W^{PD}(\mathbf{X})$ 等于均质各向同性线弹性材料在双向应变下的应变能 $W^{CCM}(\mathbf{X})$,平面应力条件下为

$$W^{CCM}(\mathbf{X}) = \frac{E}{2(1-\nu^2)} (\varepsilon_{11}^2 + \varepsilon_{22}^2) + \frac{E\nu}{1-\nu^2} \varepsilon_{11}\varepsilon_{22} \quad (12)$$

比较式(11)和(12)中的 $(\varepsilon_{11}^2 + \varepsilon_{22}^2)$ 项和 $\varepsilon_{11}\varepsilon_{22}$ 项系数,双参数PD法向和切向刚度系数可通过材料常数泊松比 ν 和弹性模量 E 表达:

$$c_n(\xi, \delta) = \frac{8E}{\pi\delta^4(1-\nu)}, \quad c_t(\xi, \delta) = \frac{8E(1-3\nu)}{\pi\delta^4(1-\nu^2)} \quad (13)$$

同理可得平面应变条件下的双参数PD法向和切向刚度系数表达式为

$$c_n(\xi, \delta) = \frac{8E}{\pi\delta^4(1+\nu)(1-2\nu)}, \quad c_t(\xi, \delta) = \frac{8E(1-4\nu)}{\pi\delta^4(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (14)$$

值得注意的是,平面应力条件下当材料的泊松比为1/3,平面应变条件下当材料的泊松比为1/4时,切向刚度 c_t 趋近于零,从而退化为类似于传统BPD的单参数模型。

2 改进双参数PD

2.1 考虑PD非局部长程力特性修正

为了考虑PD物质点间作用强度随物质点距离增大而衰减的客观规律,基于Ha等^[6]在传统BPD模型考虑的能够反映非局部长程力尺寸效应的核函数修正项,推导了双参数键基PD的圆锥形微模量表达式。传统BPD模型中圆锥形微模量变化函数为 $g(\xi, \delta) = 1 - (\xi/\delta)$,因此,考虑非局部长程力特性的双参数键基PD的法向和切向刚度可表达为

$$\begin{cases} c_n(\xi, \delta) = c_n(0, \delta)g(\xi, \delta) \\ c_t(\xi, \delta) = c_t(0, \delta)g(\xi, \delta) \end{cases} \quad (15)$$

式中, $c_n(0, \delta)$ 和 $c_t(0, \delta)$ 分别反映两物质点相邻时的点之间法向和切向刚度, $g(\xi, \delta)$ 反映物质点间长程力的强度随两点间距离变化的规律并且需满足一定的条件方能成立^[7]。

因此,式(9)可改写为

$$W^{PD}(\mathbf{X}) = \frac{1}{2} \int_{H_x} \left(\frac{1}{2} c_n(0, \delta) \eta_n^2 + \frac{1}{2} c_t(0, \delta) \eta_t^2 \right) g(\xi, \delta) dV_{x'} \quad (16)$$

比较式(16)和(12)中的 $(\varepsilon_{11}^2 + \varepsilon_{22}^2)$ 项和 $\varepsilon_{11}\varepsilon_{22}$ 项系数,可得长程力修正后的双参数键基PD法向和切向刚度系数表达式。

在二维平面应力状态下,

$$c_n(\xi, \delta) = \frac{40E}{\pi\delta^4(1-\nu)} \left(1 - \frac{\xi}{\delta}\right), \quad c_t(\xi, \delta) = \frac{40E(1-3\nu)}{\pi\delta^4(1-\nu^2)} \left(1 - \frac{\xi}{\delta}\right) \quad (17)$$

同理,二维平面应变状态下,

$$c_n(\xi, \delta) = \frac{40E}{\pi\delta^4(1+\nu)(1-2\nu)} \left(1 - \frac{\xi}{\delta}\right), \quad c_t(\xi, \delta) = \frac{40E(1-4\nu)}{\pi\delta^4(1+\nu)(1-2\nu)} \left(1 - \frac{\xi}{\delta}\right) \quad (18)$$

2.2 双参数PD的非线性本构力函数构建

双参数键基PD模型只能描述弹脆性材料的力学行为,而不能描述材料的非线性受力情况。根据曾双峰^[7]和李玉涛^[8]针对含裂纹缺陷的Q345低合金钢在单轴拉伸荷载试验下的载荷-位移曲线,如图1(a)所示,其完整破坏过程是线性与非线性的力学行为,由于初始裂纹的存在,Q345钢裂纹尖端存在高度的应力集中,所以载荷-位移曲线没有明显的屈服平台,其受力过程可划分为线弹性变形OA,非线性强化变形AB和损伤破坏BC三个阶段。

在近场动力学理论中,近场力与伸长量、荷载与位移均为力与变形的关系,均表述了材料破坏的力学行为,其线性和非线性的关系应是基本一致的。于是,基于石宏顺等^[18]将BPD模型本构力函数划分为线性变形和非线性变形阶段的思想,将含裂纹缺陷的低合金钢的双参数PD本构力函数与试验所得荷载-位移曲线进行拟合,得到双参数PD的非线性本构力函数曲线,如图1(b)所示。线性段OA和非线性段AC描述键的弹性变形和非线性变形阶段;超过A点以后进入非线性阶段,材料开始发生损伤变形直至最后破坏。

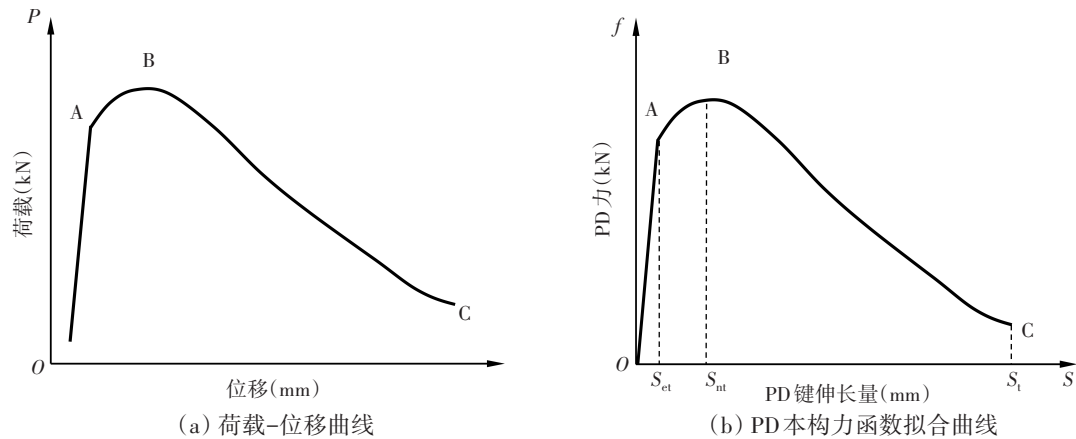


图1 含裂纹缺陷的Q345钢的荷载-位移曲线和双参数PD力函数拟合曲线

Fig.1 Load-displacement curve and two-parameter PD force function fitting curve of Q345 steel with crack defects

基于双参数PD方法通过引入非线性本构函数以及损伤模型,使之能够模拟含裂纹损伤的Q345钢损伤累积和断裂行为。由图1(a)可知,荷载-位移曲线的A点是线性变形至非线性变形的过渡点,引入损伤变量D:

$$D = \begin{cases} 0, & 0 < s \leq s_{et} \\ 1 - \exp\left(-\frac{s - s_{et}}{s_{nt}}\right), & s_{et} < s \leq s_t \\ 1, & s_t < s \end{cases} \quad (19)$$

式中: s 表示键拉伸时的变形,定义为 $s = (|\xi + \eta| - |\xi|) / |\xi|$; s_{et} 表示键拉伸时弹性变形阶段临界伸长量; s_{nt} 表示键最大拉伸临界伸长量; s_t 表示键拉伸断裂伸长量,对应PD键的断裂。当 $0 < s \leq s_{et}$ 时,键处在弹性变形阶段,当 $s_{et} < s \leq s_t$ 时,键进入非线性变形阶段,此时键的损伤开始逐渐积累;当 $s \geq s_t$ 时,键断裂。在准静态荷载情况下,键拉伸断裂伸长量可表示为 $s_t = \alpha f_t / E$,键的断裂意味着裂纹的形成。因此,受拉荷载下Q345钢线性变形和非线性变形阶段的本构力函数基本形式可表示为

$$f(\eta, \xi) = \begin{cases} D \cdot (c_n(\xi, \delta)\eta_n \hat{e}_n + c_t(\xi, \delta)\eta_t \hat{e}_t), & s_{et} < s \leq s_{nt} \\ (1 - D) \cdot (c_n(\xi, \delta)\eta_n \hat{e}_n + c_t(\xi, \delta)\eta_t \hat{e}_t), & \text{其它} \end{cases} \quad (20)$$

将式(19)代入式(20),可得含裂纹损伤Q345钢拉伸断裂的双参数PD非线性本构力函数表达式:

$$f(\boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\xi}) = \begin{cases} c_n(\boldsymbol{\xi}, \delta)\boldsymbol{\eta}_n\hat{e}_n + c_t(\boldsymbol{\xi}, \delta)\boldsymbol{\eta}_t\hat{e}_t, & 0 < s \leq s_{et} \\ (c_n(\boldsymbol{\xi}, \delta)\boldsymbol{\eta}_n\hat{e}_n + c_t(\boldsymbol{\xi}, \delta)\boldsymbol{\eta}_t\hat{e}_t) [1 - \exp(-\frac{s - s_{et}}{s_{nt}})], & s_{et} < s \leq s_{nt} \\ (c_n(\boldsymbol{\xi}, \delta)\boldsymbol{\eta}_n\hat{e}_n + c_t(\boldsymbol{\xi}, \delta)\boldsymbol{\eta}_t\hat{e}_t) \exp(-\frac{s - s_{et}}{s_{nt}}), & s_{nt} < s \leq s_t \\ 0, & s_t < s \end{cases} \quad (21)$$

在交变荷载情况下,PD疲劳裂纹的扩展仍采用上述改进的PD计算方法,但是键疲劳断裂准则取代准静态荷载下的断裂准则。在疲劳断裂准则中,单次的荷载无法直接产生键断裂效应,通过对模型的一次准静态分析来处理一次荷载循环,得到这一次荷载循环中键的损伤量。随着交变荷载循环次数的增加,键的损伤逐步累积,当达到一定的条件时,键断裂,从而得到疲劳裂纹的萌生和扩展。因此,可赋予每个键“剩余寿命” λ 的概念,其初始值与循环荷载次数 N 的关系^[19]如下:

$$\begin{cases} d\lambda/dN = -A\varepsilon^p \\ \lambda(0) = 1 \\ \varepsilon = |s_{\max} - s_{\min}| = |s_{\max}(1 - R)| \end{cases} \quad (22)$$

式中: ε 为键伸长率的变化值; s_{\max} 和 s_{\min} 分别为一次加载过程中键伸长率的最大值和最小值,通过准静态分析得到; R 为应力比; A 和 p 均为可通过实验数据拟合得到的待定常数。PD采用标量函数 μ 来表达键的损伤情况^[12],键未发生断裂时, $\mu = 1$;键断裂时,两个物质点相互作用永久消失,此时 $\mu = 0$ 。交变荷载情况下,在标量函数 μ 中引入“剩余寿命” λ 参数,将 μ 改写为

$$\mu(\lambda, t) = \begin{cases} 0, & s > s_t \text{ 或 } \lambda \leq 0 \\ 1, & \text{其它} \end{cases} \quad (23)$$

为了表征任意质点位置处的损伤程度,可基于标量函数 μ 定义每个质点的损伤指数 ψ ,当 $\psi = 0$ 时表示材料未发生损伤, $\psi = 1$ 时表示材料完全损伤,可表示为

$$\psi(\boldsymbol{X}) = 1 - \int_{n_x} \mu dV_{x'} / \int_{n_x} dV_{x'} \quad (24)$$

3 误差分析

为了验证提出的改进双参数PD模型的计算精度,通过数值解与解析解进行对比分析。采用长1 m、宽0.5 m的长方形薄板,弹性模量 $E = 200$ GPa,密度 $\rho = 7850$ kg/m³,几何参数和材料参数除泊松比外,与Madenci等^[20]采用的误差分析算例相同,薄板被离散为 100×50 个物质点,物质点间距 $\Delta = 0.1$ mm,邻域半径 $\delta = 3.015\Delta$,沿矩形短边施加的单轴应力荷载为 $p = 200$ MPa,应力边界条件的施加方式是从薄板边界区域上以体力密度的形式施加在板内物质点上。因为双参数PD模型能够突破传统BPD模型固定泊松比的限制,该算例取材料泊松比 ν 等于0.1、0.15、0.2、0.25、0.3、1/3分别进行计算。

根据弹性力学基本理论,二维平面 x 和 y 位移解析解计算公式为 $u_x(x, y = 0) = px/E$, $u_y(x = 0, y) = -\nu py/E$ 。 x 和 y 位移的数值解 u_x^* 、 u_y^* 与解析解 u_x 、 u_y 的相对误差计算公式为 $e_x = (u_x^* - u_x)/u_x$, $e_y = (u_y^* - u_y)/u_y$,其中, e_x 、 e_y 分别表示 x 和 y 位移的相对误差。

当泊松比 $\nu = 0.3$ 时,改进的双参数PD模型与Prakash等^[15]原双参数PD模型计算的薄板沿受力 x 方向的误差位移云图如图2所示。由图可知,改进的双参数PD模型沿受力方向的数值解与解析解的最大相对误差为1.85%,而原双参数PD模型最大相对误差为2.44%。薄板内部的相对误差也从0.43%提升到了0.1%。

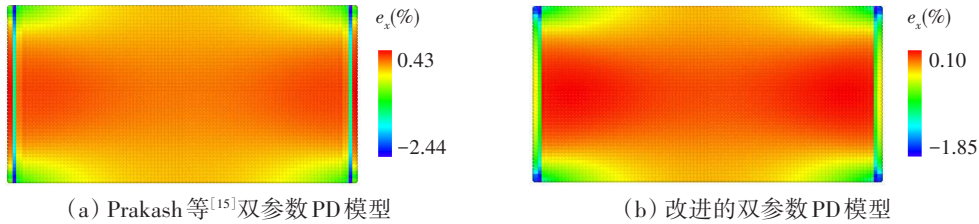


图2 双参数PD模型相对误差云图

Fig.2 Contours of two-parameter PD model relative errors

图3给出了泊松比 ν 分别取 0.1、0.15、0.2、0.25、0.3、1/3 情况下的两种双参数 PD 模型沿薄板受力方向的最大相对误差。由图3可知,无论材料泊松比取何值,改进的双参数 PD 模型总能进一步提高计算精度,减少误差;并且随着材料泊松比的增大,计算误差有逐渐增大的趋势,但最大的相对误差也仅有 2.54%,此时泊松比 $\nu = 1/3$ 。

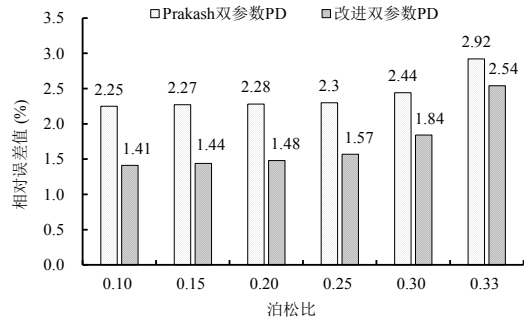


图3 不同泊松比情况下两种双参数PD模型的最大相对误差

Fig.3 Maximum relative errors of two two-parameter PD models with different Poisson's ratios

4 含损伤缺陷 Q345 钢裂纹扩展模拟

为了验证改进的非线性双参数 PD 方法,将试验结果和数值模拟仿真得到的裂纹扩展结果进行对比分析。采用几何参数和材料参数与文献[7-8]相同的低合金高强度 Q345 结构钢,有效几何尺寸长度、宽度和厚度分别为 70 mm、40 mm 和 4 mm,试件双边缘预制穿透型裂纹,裂纹宽度为 2 mm,如图4所示。材料弹性模量 $E = 203 \text{ GPa}$,泊松比 $\nu = 0.3$,质量密度 $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$,极限抗拉强度 $f_t = 572 \text{ MPa}$,将试件进行离散,取物质点间距 $\Delta = 0.5 \text{ mm}$,邻域半径 $\delta = 3.015\Delta$ 。整个模拟过程中在试件短边采用位移加载,每一个加载步在试件两端施加一个增量为 $\Delta u = 1.5 \times 10^{-7} \text{ mm}$ 的位移,为了得到每一步位移的稳态解,采用动态松弛法^[20],时间步长取 $\Delta t = 1.0$ 。最大拉伸临界伸长量与材料抗拉强度相关, $s_m = f_t/E = 2.82 \times 10^{-3}$ 。通过 PD 数值计算方法,以程序设计的方式实现了对该材料破坏的模拟。

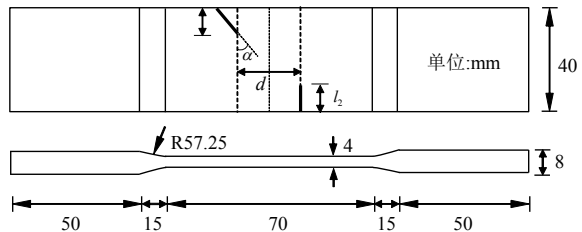


图4 预制双边裂纹的 Q345 钢试件示意图

Fig.4 Sketch of the Q345 steel specimen with double-edge notch

4.1 不同裂纹间距双边裂纹扩展分析

在本节中,试件的双边预制裂纹互相平行,双裂纹长度 $l_1 = l_2 = 10 \text{ mm}$, $\alpha = 0^\circ$,裂纹纵向间距 d 分别为 0 mm、10 mm 和 20 mm。

图5展示了 d 为 10 mm 和 20 mm 时 Q345 钢试件的裂纹扩展模式。由图5(a)可知, $d = 10 \text{ mm}$ 时,试件在 $t=2100$ 时间步双预制缺陷尖端开始起裂,裂纹沿垂直加载方向生长,到达 $t=2900$ 时,两尖端的水平距离和竖向距离接近相等,裂纹改变扩展方向,沿与水平方向大约 45° 方向扩展,至 $t=3700$ 时,最终双裂纹串接,试件被拉断。由图5(b)可知, $d = 20 \text{ mm}$ 时,试件在 $t=2230$ 时间步双缺陷尖端开始起裂,试件裂纹单独沿垂直加载方向一直扩展,双裂纹互不影响,不发生交汇,各自扩展至试件边缘,至 $t=5550$ 时间步,最终断裂破坏。由模拟可知,随着裂纹间距的增大,双边裂纹从开始扩展至完全破坏的时间有逐渐增大的趋势。

图6展示了采用本文改进双参数 PD 方法和 Zhao 等^[21]采用态基 PD 方法模拟的裂纹间距分别为 $d = 0 \text{ mm}$, $d = 10 \text{ mm}$ 和 $d = 20 \text{ mm}$ 时的 Q345 钢试件的最终断裂形态;图7展示了试验试件的三种裂纹间距

的预制缺陷布置形式和拉伸断裂试验结果。对比可知,PD 数值模拟仿真得到的裂纹启裂位置、扩展方向以及最终破坏形态与试样试验产生的结果保持了很好的一致性;与 Zhao 等^[21]采用态基 PD 模拟的拉伸断裂结果也吻合较好。证明了提出的双参数 PD 模型用于含损伤缺陷的 Q345 钢的裂纹扩展和拉伸断裂破坏分析是可行的。

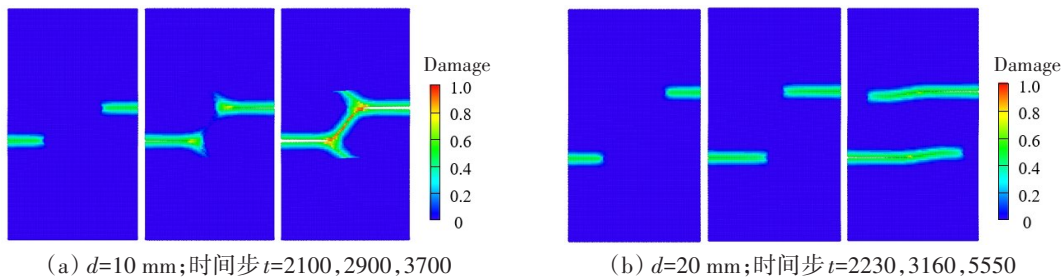


图 5 不同裂纹间距的试件裂纹扩展示意图

Fig. 5 Crack propagation of specimens with different crack distances

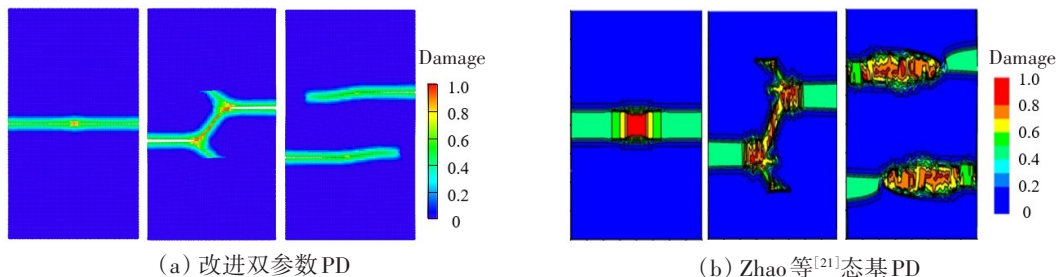


图 6 不同裂纹间距 Q345 钢裂纹生长路径的两种数值模拟结果对比

Fig. 6 Comparison of numerical simulation results of Q345 steel with different crack distances by two PD methods

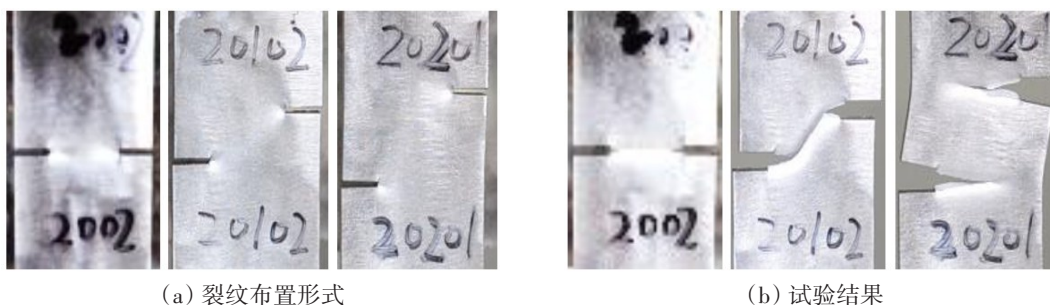


图 7 不同裂纹间距 Q345 钢的裂纹布置形式和拉伸断裂试验结果^[7]

Fig. 7 Experimental results of Q345 steel specimens with different crack distances

4.2 不同裂纹长度双边裂纹扩展分析

在本节中,试件的双边预制裂纹位于试件的中轴线上,双裂纹间距 $d = 0 \text{ mm}$, $\alpha = 0^\circ$,裂纹长度分别为 $l_1 = l_2 = 5 \text{ mm}$, $l_1 = 5 \text{ mm}$ 、 $l_2 = 10 \text{ mm}$ 和 $l_1 = l_2 = 10 \text{ mm}$ 。

图 8 展示了 $l_1 = l_2 = 5 \text{ mm}$ 和 $l_1 = 5 \text{ mm}$ 、 $l_2 = 10 \text{ mm}$ 时 Q345 钢试件的裂纹扩展模式。由图 8(a)可知, $l_1 = l_2 = 5 \text{ mm}$ 时,试件在 $t = 2400$ 时间步双预制缺陷尖端开始起裂,双裂纹沿垂直加载方向对称扩展,至 $t = 3700$ 时裂纹进一步水平生长,到达 $t = 4100$ 时,双裂纹尖端在试件中心交汇。由图 8(b)可知, $l_1 = 5 \text{ mm}$ 、 $l_2 = 10 \text{ mm}$ 时,试件在 $t = 2100$ 时间步 l_2 裂纹率先萌发并沿垂直加载的方向扩展,之后 l_1 裂纹扩展,至 $t = 3200$ 时, l_2 裂纹率先到达试件中心位置,最后至 $t = 3700$,双裂纹在靠近 l_1 裂纹尖端附近交汇并贯穿整个试件。由模拟可知,当双边裂纹对称布置时,在荷载作用下,裂纹对称扩展;对称裂纹越长,试件有更早破坏的趋势;当双边裂纹非对称布置时,裂纹首先沿预制缺陷更长的一侧扩展,然后在短边预制裂纹处交汇贯通。

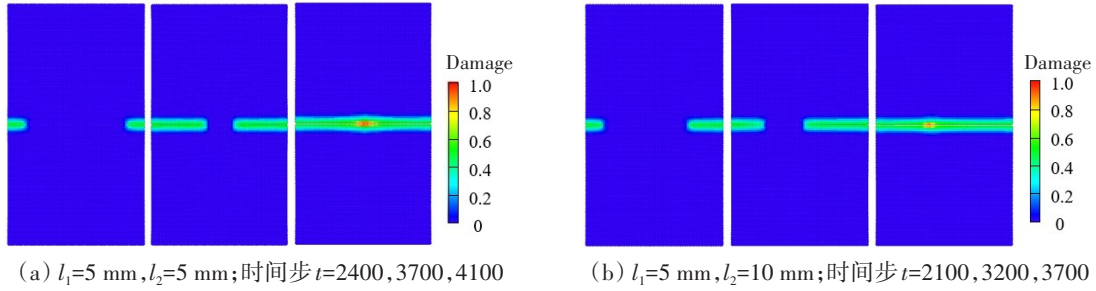
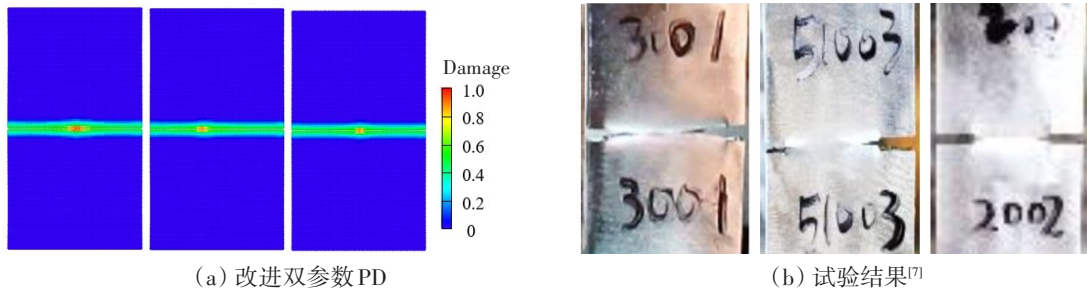


图8 不同裂纹长度的试件裂纹扩展示意图

Fig.8 Crack propagation of specimens with different crack lengths

图9展示了采用本文改进双参数PD方法和试验方法获得的三种不同双裂纹长度 $l_1 = l_2 = 5\text{ mm}$ 、 $l_1 = 5\text{ mm}$ 、 $l_2 = 10\text{ mm}$ 和 $l_1 = l_2 = 10\text{ mm}$ 的裂纹生长路径。在模拟过程中,当裂纹尖端的损伤值接近1时,物质点间的PD力消失,裂纹沿垂直加载方向扩展,随着荷载的增加,损伤部位逐渐扩大,最终贯穿整个试件。通过图9(a)和9(b)对比可知,数值模拟和试验结果的裂纹扩展路径保持一致。



(a) 改进双参数PD

(b) 试验结果^[7]

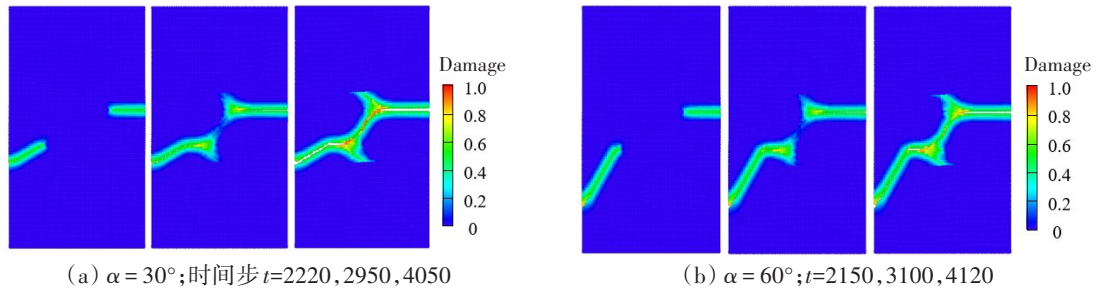
图9 不同裂纹长度Q345钢裂纹生长路径的数值模拟和试验结果对比

Fig.9 Comparison of numerical and experimental results of Q345 steel with different crack lengths

4.3 不同裂纹角度双边裂纹扩展分析

在本节中,试件的双边分别预制水平裂纹和斜裂纹,双裂纹长度 $l_1 = 10\text{ mm}$ 、 $l_2 = 10\text{ mm}$,裂纹纵向间距 $d = 10\text{ mm}$ 。试件倾斜裂纹角度分别为 $\alpha = 30^\circ$ 、 $\alpha = 45^\circ$ 和 $\alpha = 60^\circ$ 。

图10(a)展示了 $\alpha = 30^\circ$ 时Q345钢试件在 t 为2220、2950和4050时间步的裂纹扩展模式;图10(b)展示了 $\alpha = 60^\circ$ 时Q345钢试件在 t 为2150、3100和4120时间步的裂纹扩展模式。两种试件的裂纹扩展模式和最终破坏模式相似,首先,裂纹从预制倾斜裂纹的尖端扩展,随后,预制水平裂纹的尖端开始扩展,双裂纹沿垂直加载方向生长,当两尖端的水平距离和竖向距离接近相等时,裂纹改变扩展方向,沿与水平方向大约 45° 方向扩展,最终双裂纹串接,试件被拉断。由于预制裂纹倾角的改变并没有改变双边预制裂尖的间距,因此裂纹角度的增大,对裂纹扩展模式和试件整体贯通时间并无较大影响。



(a) $\alpha = 30^\circ$; 时间步 $t=2220, 2950, 4050$

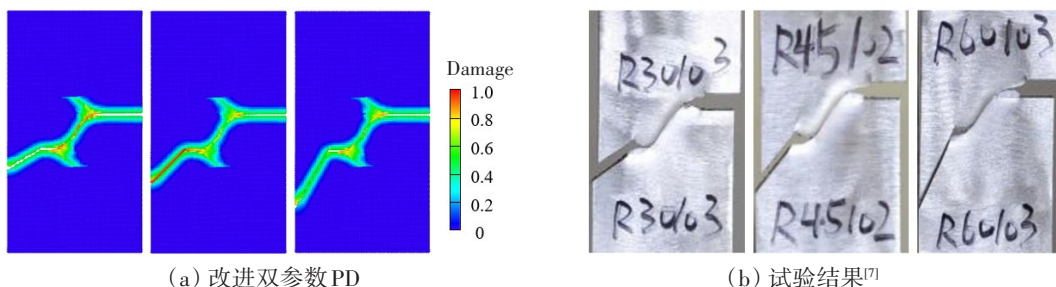
(b) $\alpha = 60^\circ$; $t=2150, 3100, 4120$

图10 不同裂纹角度的试件裂纹扩展示意图

Fig.10 Crack propagation of specimens with different crack angles

图11展示了采用本文改进双参数PD方法和试验方法获得的三种不同双裂纹角度 $\alpha = 30^\circ$ 、 $\alpha = 45^\circ$ 和 $\alpha = 60^\circ$ 时的试件破坏形态。对比可知,PD数值结果与试验结果保持了很好的一致性,但也存在一

定差异。主要原因在于:PD 理论认为材料是理想均匀各向同性的,而试样实际上存在非均匀性和成分性能等差异;其次,PD 理论是从宏观尺度来描述材料破坏,未从材料的微观和细观尺度分析原子分子、自身存在的微孔洞、微裂纹及晶界对材料破坏的影响^[18]。



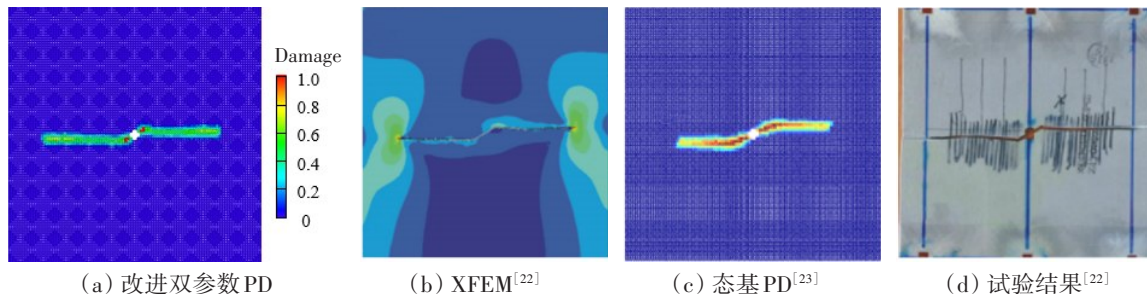
(a) 改进双参数 PD (b) 试验结果^[7]
图 11 不同裂纹角度 Q345 钢裂纹生长路径的数值模拟和试验结果对比

Fig.11 Comparison of numerical and experimental results of Q345 steel with different crack angles

4.4 交变荷载下中心斜裂纹板的裂纹扩展模拟

采用本文 PD 模型对文献[22-23]中斜裂纹板的疲劳裂纹扩展进行模拟。试件尺寸为 300 mm×100 mm×2 mm,中心有一穿透斜裂纹,裂纹长度为 10 mm,与垂直中心线的夹角为 60°,弹性模量 $E = 72 \text{ GPa}$,泊松比 $\nu = 0.3$ 。平板上下预留夹持端并施加拉一拉交变荷载,最大应力 $\sigma_{\max} = 70 \text{ MPa}$,应力比 $R = 0.1$,将其简化为平面应力问题并建立 PD 疲劳模型,物质点间距 $\Delta = 1 \text{ mm}$, $\delta = 3.015\Delta$,共计 29 988 个真实物质点,在板顶端一层物质点上施加 70 MPa 的最大循环载荷,对平板下端 3 层物质点的位移进行约束,采用与文献[23]相同的模型参数和最大循环加载次数:模型参数 $A = 6450$, $p = 2.86$,设置最大循环加载次数 $N = 139\ 610$ 。

使用本文改进的 PD 模型,对交变荷载下斜裂纹板内疲劳裂纹扩展进行模拟,裂纹扩展路径结果如图 12(a)所示,疲劳裂纹自中心斜裂纹两尖端处向两侧扩展,且两侧裂纹扩展路径均近似呈一水平



(a) 改进双参数 PD (b) XFEM^[22] (c) 态基 PD^[23] (d) 试验结果^[22]

图 12 交变荷载下试件裂纹扩展路径的数值模拟和试验及文献结果对比

Fig.12 Comparison of numerical and experimental results of specimen under alternating load

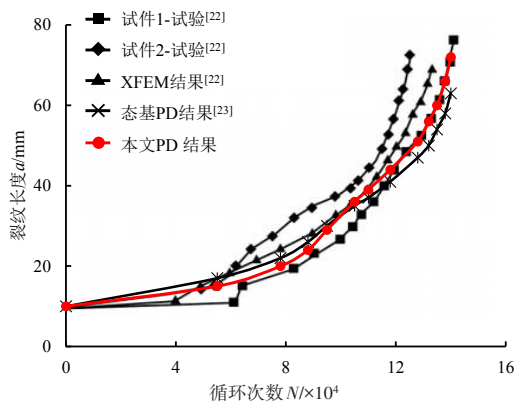


图 13 荷载循环次数与裂纹长度的关系

Fig.13 Relationship between the number of load cycles and the crack lengths

直线。图 12(b)-(d)分别展示了采用扩展有限元法(XFEM)^[22]、态基 PD 方法^[23]的模拟结果和试验结果^[22]。对比图 12(a)与图 12(b)-(d)可得,本文模拟结果与试验结果和文献模拟结果的裂纹扩展路径基本一致。在相同循环加载次数下,将中心斜裂纹左右两尖端的扩展长度与初始裂纹长度相加,得到疲劳裂纹总长度 a 与循环荷载次数 N 的 $a-N$ 曲线,将其与试验结果^[22]和已有文献结果^[22-23]进行比较(图 13),结果吻合较好,证明了本文 PD 模型模拟交变荷载情况下裂纹扩展的准确性。

5 结 论

近场动力学理论采用积分方程替代传统微分方程从而避免了在不连续处产生的奇异性问题且不存在网格依赖性,特别适用于研究材料破坏问题。本文基于 Prakash 等^[15]提出的 PD 方法,通过引入长程力函数修正非线性损伤模型,提出了适用于含裂纹缺陷 Q345 钢裂纹扩展的双参数 PD 模型。通过误差分析、准静态荷载和交变荷载情形下含初始缺陷钢构件的裂纹扩展和断裂模拟分析,得出以下结论:

(1) 改进的双参数 PD 模型减小了原始模型的计算误差,并且发现,随着材料泊松比的增大,数值解与解析解的相对误差有增大的趋势。

(2) 准静态荷载下,PD 数值模拟的裂纹开裂位置、扩展方向和最终破坏路径与试验结果和其它数值方法所得模拟结果吻合较好;交变荷载下,PD 数值模拟的裂纹扩展长度与循环荷载次数的关系与试验结果和已有文献数值结果保持一致;证明了本文提出模型对含缺陷的 Q345 钢进行裂纹扩展分析的适用性和准确性。

(3) 在一定条件下,试件的破坏形态与预制缺陷的相对位置有关,而初始裂纹缺陷的长度和角度对最终裂纹扩展路径影响虽不大,但对试件整体贯通破坏时间产生一定的影响。

参 考 文 献:

- [1] 孟利平,程远征,张伦平,等. 应变率和应力三轴度对 Q345B 钢动态力学性能的影响研究[J]. 船舶力学, 2019, 23(10): 1210-1220.
Meng Liping, Cheng Yuanzhen, Zhang Lunping, et al. Influence of strain rate and stress triaxiality on the dynamic mechanical behavior of Q345B steel[J]. Journal of Ship Mechanics, 2019, 23(10): 1210-1220. (in Chinese)
- [2] 张得扬,汪 俊,穆春元,等. Q345B 钢 T 型焊接接头抗冲击性能研究[J]. 中国造船, 2021, 62(04): 276-285.
Zhang Deyang, Wang Jun, Mu Chuanyuan, et al. Investigation of impact resistance of T-shaped welded joint of Q345B steel [J]. Shipbuilding of China, 2021, 62(04): 276-285. (in Chinese)
- [3] 刘 伟. 二维裂纹扩展数值模拟及疲劳寿命预测[D]. 济南: 山东大学, 2014.
Liu Wei. Numerical simulation of 2D crack propagation and fatigue life prediction[D]. Jinan: Shandong University, 2014. (in Chinese)
- [4] 余柳明. 含裂纹损伤钢构件的拉伸试验及其呈现脆性性能的概率分析方法[D]. 南昌: 东华理工大学, 2021.
Yu Liuming. Tensile test of steel member with crack damage and its probability analysis method for its brittle performance [D]. Nanchang: East China University of Technology, 2021. (in Chinese)
- [5] 何书韬,赵 耀,袁 华. 考虑裂纹扩展的周向裂纹损伤圆柱壳的极限强度[J]. 中国造船, 2011, 52(04): 23-37.
He Shutao, Zhao Yao, Yuan Hua. Ultimate strength of cylindrical shells with circumferential cracks considering crack growth [J]. Shipbuilding of China, 2011, 52(04): 23-37. (in Chinese)
- [6] 李景阳,崔维成,王 芳. 中心穿透裂纹板在复杂载荷作用下的剩余极限强度分析[J]. 舰船科学技术, 2009, 31(08): 44-50.
Li Jingyang, Cui Weicheng, Wang Fang. Ultimate strength analysis of central through-thickness cracked plate under complex load[J]. Ship Science and Technology, 2009, 31(08): 44-50. (in Chinese)

- [7] 曾双峰. 单轴拉伸荷载下 Q345 钢双边裂纹的扩展行为研究[D]. 南宁: 广西大学, 2014.
Zeng Shuangfeng. Bilateral crack growth behavior of Q345 steel under uniaxial tensile load[D]. Nanning: Guangxi University, 2014. (in Chinese)
- [8] 李玉涛. 含内部裂纹 Q345 钢在单轴拉伸作用下的破坏研究[D]. 南宁: 广西大学, 2015.
Li Yutao. Failure research on internal crack of Q345 steel under uniaxial tensile load[D]. Nanning: Guangxi University, 2015. (in Chinese)
- [9] 张 婧, 江小龙, 石晓彦, 等. 具有初始缺陷的裂纹加筋板剩余极限强度分析[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2016, 37(07): 915-922.
Zhang Jin, Jiang Xiaolong, Shi Xiaoyan, et al. Residual ultimate strength of cracked stiffened panels with initial defects[J]. Journal of Harbin Engineering University, 2016, 37(07): 915-922. (in Chinese)
- [10] Silling S A. Reformulation of elasticity theory for discontinuities and long-range forces[J]. Journal of the Mechanics & Physics of Solids, 2000, 48(1): 175-209.
- [11] 黄小华, 李 双, 金艳丽, 等. 冲击荷载作用下泊松比对脆性材料破坏影响的近场动力学分析[J]. 振动与冲击, 2020, 39(20): 204-215.
Huang Xiaohua, Li Shuang, Jin Yanli, et al. Effect of Poisson's ratio on the fracture of brittle materials under impact loading via peridynamics[J]. Journal of Vibration and Shock, 2020, 39(20): 204-215. (in Chinese)
- [12] Silling S A, Askari E. A meshfree method based on the peridynamic model of solid mechanics[J]. Computers & Structures, 2005, 83(17-18): 1526-1535.
- [13] Zhu Q, Ni T. Peridynamic formulations enriched with bond rotation effects[J]. International Journal of Engineering Science, 2017, 121: 118-129.
- [14] Silling S A, Epton M, Weckner O, et al. Peridynamic states and constitutive modeling[J]. Journal of Elasticity, 2007, 88(2): 151-184.
- [15] Prakash N, Seidel G D. A novel two-parameter linear elastic constitutive model for bond based peridynamics[C]/56th AIAA/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference, 2015.
- [16] Ha Y D, Bobaru F. Studies of dynamic crack propagation and crack branching with peridynamics[J]. International Journal of Fracture, 2010, 162(1-2): 229-244.
- [17] 秦洪远, 黄 丹, 刘一鸣, 等. 基于改进型近场动力学方法的多裂纹扩展分析[J]. 工程力学, 2017, 34(12): 31-38.
Qin Hongyuan, Huang Dan, Li Yimin, et al. An extended peridynamic approach for analysis of multiple crack growth[J]. Engineering Mechanics, 2017, 34(12): 31-38. (in Chinese)
- [18] 石宏顺, 钱松荣, 原群盛, 等. 基于近场动力学理论的准脆性材料的本构力函数的构建[J]. 计算力学学报, 2017(4): 422-427.
Shi Hongshun, Qian Songrong, Yuan Qunsheng, et al. Construction of the constitutive force function of quasi-brittle materials based on the peridynamic theory[J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2017(4): 422-427. (in Chinese)
- [19] Silling S, Askari A. Peridynamic model for fatigue cracking: SAND 2014-18590[R]. Albuquerque, NM: Sandia National Laboratory Report, 2014.
- [20] Madenci E, Oterkus E. Peridynamic theory and its applications[M]. New York: Springer, 2014.
- [21] Zhao J, Tang H, Xue S. Peridynamics versus XFEM: A comparative study for quasi-static crack problems[J]. Frontiers of Structural and Civil Engineering, 2018, 12(4): 548-557.
- [22] 何龙龙, 刘志芳, 顾俊杰, 等. 基于 XFEM 的疲劳裂纹扩展路径和寿命预测[J]. 西北工业大学学报, 2019, 37(4): 737-743.
He Longlong, Liu Zhifang, Gu Junjie, et al. Fatigue crack propagation path and life prediction based on XFEM[J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2019, 37(4): 737-743.
- [23] 朱 海, 许飞云, 杨会超. 基于近场动力学的二维疲劳裂纹扩展模型[J]. 东南大学学报(自然科学版), 2020, 50(4): 705-711.
Zhu Hai, Xu Yunfei, Yang Huichao. Two-dimensional fatigue crack propagation model based on peridynamics[J]. Journal of Southeast University (Natural Science Edition), 2020, 50(4): 705-711.