文章编号：1001-1455(2014)03-0328-06

花岗岩在 SHPB 冲击破坏实验中最低加载应变率的杆径效应*

洪 亮[1,2]，金志仁[1]，邓宗伟[1]
(1. 湖南城市学院土木工程学院，湖南 益阳 413000；
2. 中南大学资源与安全工程学院，湖南 长沙 410083)

摘要：基于 Steverding-Lehnigk 脆性断裂准则，分析了半正弦应力波加载条件下 SHPB 杆径尺寸与导致花岗岩试样单次冲击破坏对应的最低应变率之间的关系。采用杆径分别为 22、36、50 和 75 mm 的 SHPB 实验系统对相应尺寸规格的花岗岩试样进行了应变率从高到低的冲击实验，讨论了花岗岩试样在单次冲击破坏情形下对应的最低应变率与实验杆径的相关性。理论和实验结果表明：岩石试样的最低加载应变率随着 SHPB 杆径的增大而以乘方关系减小，但当应变率低到 10^0 s^{-1} 量级时，Hopkinson 杆径已超过 100 mm，增大 Hopkinson 杆径降低加载应变率的效果不再明显。

关键词：固体力学；杆径效应；SHPB 实验；应变率
中图分类号：O347.3 **国标学科代码**：13015 **文献标志码**：A

从 20 世纪 70 年代 SHPB 实验系统被广泛应用于测试各种材料在高应变率下的动态力学特性开始[1-2]，分离式 Hopkinson 压杆已发展成为实测材料动态力学特性的基本实验装置之一。常规的 SHPB 实验系统主要测定岩石在应变率为 $10^2 \sim 10^4$ s^{-1} 的动态特性[3-5]，但在机械凿岩、深部开采工程、大型地下硐室与结构的抗爆设计等领域必须要有岩石类材料在中应变率段的动力特性[6]。限于实验装备与技术方面的原因，目前对于岩石等脆性材料在中等应变速率加载条件下的力学特性研究很少[6-9]。

考虑到 SHPB 冲击实验中试样的长度与试样应变速率呈反比这一事实，增大试件长度可以降低应变速率。在 SHPB 实验中，为使惯性效应和端部效应达到最小，试样长径比为 0.5 左右(惯性效应为 0 时试样的长径比约为 $\sqrt{3}\mu/2$，μ 为试样泊松比[10])，增大试样长度意味着增加试样直径。但为保证冲击实验过程中试样的应力分布均匀化，特别是径向应力的均匀化，试样的直径一般只略小于杆件直径。因此，增大试样长度亦表明杆件的直径相应增加。已有实验表明，将 Hopkinson 压杆增加到合适尺寸，即能在不降低冲击速度的前提下，保证岩石破裂，获得中应变率段岩石动态本构特征[6,11]。

本文中将主要分析 SHPB 实验系统杆径与导致岩石试样单次冲击破坏对应的最低加载应变率间的定量关系。

1 SHPB 杆径与试样应变率关系的理论分析

设作用于岩石试样上的荷载为一幅值为 σ_a 的理想半周期正弦应力脉冲：

$$\sigma(t)=\sigma_a \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right) \qquad 0 \leqslant t \leqslant \frac{T}{2} \tag{1}$$

式中：T 为加载应力脉冲的周期。根据 Steverding-Lehnigk 脆性断裂准则[12-14]，要使试样破坏，需满足：

$$\int \left(\sigma_a \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right)\right)^2 \mathrm{d}t = \frac{\pi\gamma E}{c} \tag{2}$$

* **收稿日期**：2012-11-15；**修回日期**：2013-04-07
基金项目：湖南省自然科学基金项目(10JJ6005)；湖南省教育厅重点研究项目(09A016)
作者简介：洪 亮(1973—)，男，博士，副教授。

式中：E 为弹性模量，γ 为材料的比表面能，c 为声速。对式(2)左边进行积分：

$$\int \left(\sigma_a \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right)\right)^2 \mathrm{d}t = \sigma_a^2\left(\frac{t}{2} - \frac{T}{8\pi}\sin\left(\frac{4\pi t}{T}\right)\right) \tag{3}$$

将式(3)代入式(2)，则有：

$$\sigma_a^2\left(\frac{t}{2} - \frac{T}{8\pi}\sin\left(\frac{4\pi t}{T}\right)\right) = \frac{\pi\gamma E}{c} \tag{4}$$

在 SHPB 实验中，冲头速度越高，则加载应力波幅值越大，所获得的试样应变率也越高。对于一定杆径的 SHPB 实验装置系统，在对某岩石材料进行冲击实验时，其加载应变率可以根据实验要求通过调整冲头速度进行改变。但能导致岩石试样单次冲击破坏的应变率，受限于系统对冲头的发射能力和试样材料特性，其变化范围却是有限的。特别地，存在一个最低的应变率，当低于该应变率时，试样在冲击荷载的单次作用下不会破坏。

对于一个 SHPB 实验的岩石试样，从理论上而言，其内部总存在一个有限尺度的最大裂纹。根据 Steverding-Lehnigk 脆性断裂准则，在加载应力波延时较大足以保证所有尺度裂纹扩展的情况下(实际情况亦如此，在 SHPB 实验中，为保证试样达到应力均衡状态，一般加载应力波会在试样中传播十几个来回以上)，决定试样脆性断裂的仅是加载应力波的幅值。由于最大尺度裂纹的扩展所需应力幅值最小，所以导致最大尺度裂纹扩展的应力幅值为试样脆性断裂的临界应力门槛值。SHPB 实验也表明，当加载应力波幅值小于某值时，岩石试样在单次冲击作用下不会破裂。对于半周期正弦应力波加载情形，其应力峰值出现在 $T/4$ 处。当应力峰值小于临界应力门槛值时，试样将处于弹性状态，冲击加载后试样完整；当应力峰值大于临界应力门槛值时，则会有某一区段裂纹长度的许多裂纹扩展，冲击加载后试样呈多个碎块；当应力峰值等于临界应力门槛值时，则试样内产生最大尺度的裂纹扩展，冲击加载后试样裂为 2 块或产生贯通裂纹。此时的应变率即是能导致试样单次冲击破坏的最低应变率。将 $t = T/4$ 代入式(4)，即可得半正弦加载波的幅值条件：

$$\sigma_a^2\left(\frac{1}{2}\times\frac{T}{4} - \frac{T}{8\pi}\sin\left(\frac{4\pi}{T}\,\frac{T}{4}\right)\right) = \frac{\pi\gamma E}{c} \tag{5}$$

即：

$$\sigma_a = \sqrt{\frac{8\pi\gamma E}{cT}} \tag{6}$$

由于在 SHPB 实验中，加载应力波的延时是由冲头的长度和声速决定的，则加载应力波周期

$$T = 2\,\frac{2l_0}{c_0} \tag{7}$$

式中：l_0 为冲头长度，c_0 为应力波在冲头中的传播速度。将式(7)代入式(6)可得：

$$\sigma_a = \sqrt{\frac{2\pi\gamma E c_0}{c l_0}} \tag{8}$$

因为在 SHPB 实验中，试样具有一定的长径比 $k = l_s/D_s$（D_s 为试样的直径，l_s 为试样长度，k 为试样长径比，对于岩石试样一般取 0.5)。为保证冲击实验过程中试样应力的均匀化条件，应力波延时一般应在试样两端间透反射多个来回，可以假定为：

$$\frac{2l_0}{c_0} = n\,\frac{l_s}{c} \tag{9}$$

式中：n 为应力波在试样中透反射次数，一般可取 20。据此，冲头长度可以用试样的直径表示为：

$$l_0 = \frac{nkD_s c_0}{2c} \tag{10}$$

将式(10)代入式(8)可得：

$$\sigma_a = \sqrt{\frac{4\pi\gamma E}{nkD_s}} \tag{11}$$

假定岩石为理想的弹脆性材料，结合岩石动态弹性模量较为恒定的特性[6,15]，定义岩石试样在冲击实验中的应变率为：

$$\dot{\varepsilon}=\frac{\varepsilon}{t}=\frac{\sigma_{\mathrm{a}}}{ET/4}=\frac{\sigma_{\mathrm{a}}c_0}{El_0} \tag{12}$$

将式(10)～(11)代入式(12)可得：

$$\dot{\varepsilon}=\frac{4c}{nkD_{\mathrm{s}}}\sqrt{\frac{\pi\gamma}{nkD_{\mathrm{s}}E}} \tag{13}$$

将 $E=\rho c^2$ 代入式(13)可得：

$$\dot{\varepsilon}=4\ (\pi\gamma)^{\frac{1}{2}}\rho^{-\frac{1}{2}}\ (nkD_{\mathrm{s}})^{-\frac{3}{2}} \tag{14}$$

由式(14)可以看出，对于外形相似(k 为定值)的某材料试样(γ、ρ 为常量)，采用相对延时恒定(n 一定)的应力脉冲加载时，其应变率随试样直径 D_{s} 或长度 l_{s} 的增加而降低，二者呈现乘方关系：

$$\dot{\varepsilon}=mD_{\mathrm{s}}^{-\frac{3}{2}} \tag{15}$$

式中：$m=4\ (\pi\gamma)^{0.5}\rho^{-0.5}\ (nk)^{-1.5}$。由于在 SHPB 实验中，为保证试样受力均匀，特别是径向受力均匀，通常试样直径 D_{s} 略等于弹性压杆直径 D_0，所以式(15)亦可以表述为：

$$\dot{\varepsilon}=mD_0^{-\frac{3}{2}} \tag{16}$$

即：岩石等脆性材料的加载应变率随 SHPB 杆径的增大而减小，二者呈乘方关系。

2 实验验证

2.1 实验装置与试样

在自行研制的 SHPB 实验测试系统上，分别利用直径为 22、36、50 和 75 mm 等 4 种 Hopkinson 压杆杆径以及能消除 P-C 振荡的半正弦波加载方式，对长径比相近直径不同的花岗岩试样进行了加载速率由高到低的冲击实验。实验中采用的冲头系列如图 1 所示。冲击实验中测得不同杆径系列 SHPB 装置产生的入射应变和与之对应的透射应变值的典型结果如图 2 所示。

实验试样分别取自同一花岗岩块。与压杆杆径对应，试样直径分别为 22、36、50 和 75 mm 等 4 种规格，长径比控制在 0.5 左右。



图 1 不同杆径 SHPB 实验装置对应的冲头系列

Fig. 1 Strikers with different diameters

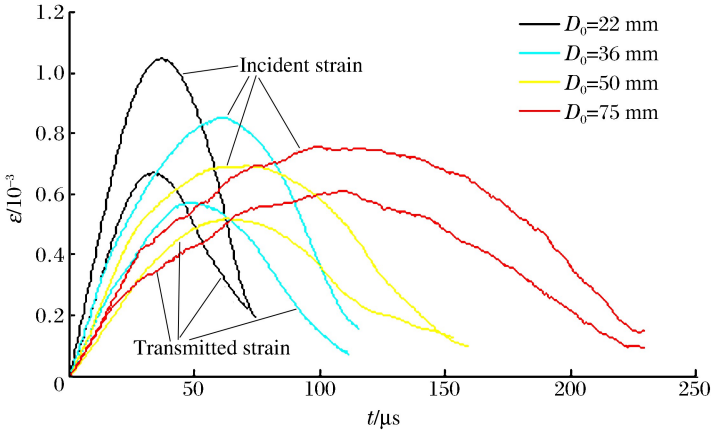


图 2 实验中测得不同杆径系列 SHPB 装置产生的典型入射应变与对应的透射应变值

Fig. 2 Typical test results of incident-stain and corresponding transmission-strain curves created by different diameters

2.2　实验方案与结果

在 4 种不同杆径系列的 SHPB 实验系统上，对花岗岩试样分别分组进行了加载速率由高到低的冲击实验。根据实验过程中试样破损的实际情况，每种杆径系列的加载速率分为 3～5 个级别，以试样仅能产生贯通裂纹为下限。每个级别的实验样本数由同一芯样加工试样的数量决定，且不少于 3 个。

图 3 给出了花岗岩试样在 75 mm 杆径的 SHPB 系统上进行加载应变率由高到低(5 个级别)的冲击实验典型结果。实验结果显示，在相同杆径的 SHPB 冲击实验条件下，随着加载速率由高到低变化，不同岩石试样的破损状态从以碎屑为主过渡为以块状为主，直至仅产生贯通裂纹，破损程度由强变弱。

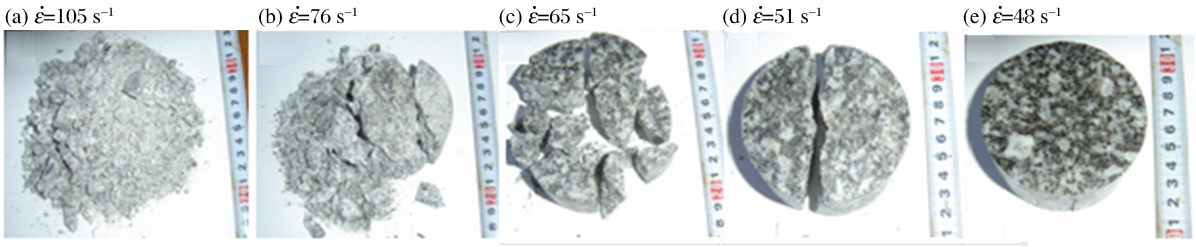


图 3　75 mm 杆径 SHPB 实验中不同应变率对应的花岗岩试样典型破裂状态

Fig. 3　Typical breakage of granite under different strain rate on 75 mm diameter bar system

需要指出的是，虽然在每个加载批次实验中都严格控制相同冲击气压和冲头冲程，旨在实现相同的加载应变率条件，但由于系统误差以及岩石材料本身的成分结构的非均一性，应变率大小和试样的破损状态不可避免地出现一定程度的差异。例如，在实施冲击加载速率由高到低的过程中，在某个设定的冲击加载速率级别出现了试样贯通裂纹情况，而大部分试样则碎裂成几块，或所有试样均未破损，据此可判定已临近单次冲击加载破裂的应变率下限并设定下一级别加载条件。但很难实现在一定加载条件下所有试样均呈现贯通裂纹的理想情况，特别是随着试样尺寸的增大其破损程度差别显著。然而，实验结果明确显示：对于不同杆径系列的 SHPB 实验，均存在一个能导致所选取的岩石试样破裂的加载速率下限，若加载速率低于此下限，将不能使岩石试样在单次冲击下破裂。表 1 给出了岩石试样分别在 22、36、50 和 75 mm 杆径条件下对应的能导致试样单次冲击破裂的加载应变率下限实验结果。

表 1　不同杆径条件下能导致岩石试样单次冲击破裂的加载应变率下限

Table 1　Strain rate lower limit in sample break under once impact corresponding to different-diameter bars

D_0/mm	试样编号	ρ/(g·cm^{-3})	k	$\dot{\varepsilon}$/s^{-1}	试样破损状态
22	22-1	2.65	0.59	159	贯通裂纹
	22-2	2.65	0.68	121	贯通裂纹
	22-3	2.65	0.58	169	贯通裂纹
	22-4	2.65	0.57	159	贯通裂纹
36	36-1	2.64	0.56	90	贯通裂纹
	36-2	2.63	0.52	85	贯通裂纹
	36-3	2.64	0.47	76	碎裂成 3 块
50	50-1	2.65	0.52	45	碎裂成 2 块
	50-2	2.65	0.51	53	贯通裂纹
	50-3	2.65	0.53	63	贯通裂纹
	50-4	2.65	0.53	47	贯通裂纹
75	75-1	2.66	0.50	41	碎裂成 4 块
	75-2	2.65	0.49	48	贯通裂纹

2.3　分析

由表 1 可知，增大 Hopkinson 杆径能显著降低导致岩石破裂的最低加载平均速率。将不同的杆径与所对应的能导致岩石破裂的最低加载应变率按式(16)进行拟合。拟合结果如图 4 所示。

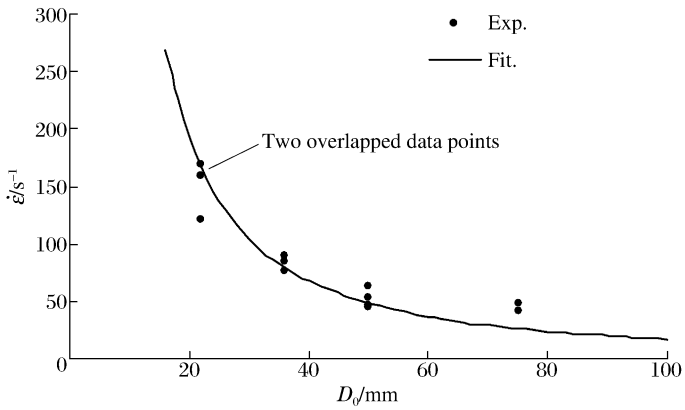


图 4 SHPB 杆径与导致岩石破裂的最低加载平均应变率关系

Fig. 4 Relationship between bar diameter and strain rate lower limit in rock break

需要说明的是,在实际的 SHPB 冲击加载实验中,即使实验条件完全符合一维应力波传播理论,由于应力波在试样中的透反射特性及试样-压杆弹性阻抗比的变化,因此理想的半正弦入射应力波作用在试样上后,由于波的透反射作用,其应力波形、幅值和波长均会发生变化,从而影响到式(16)的适用前提。虽然作用在试样上的应力波形和波长的变异是对上述推导结论产生影响的主要因素,但根据文献[16]并参照实验结果(见图 2),试样在加载应力峰值出现以前的加载应力波形仍为一似正弦应力波(但应力波作用在试样上的波长随试样-压杆弹性阻抗比的减小而增大,并随入射应力波波长的增大呈减小趋势),因此可以对式(16)中的 m 引入波形周期修正系数 α,即 $m=4(\pi\gamma)^{0.5}\rho^{-0.5}(\alpha nk)^{-1.5}$ 。

对于本次实验所用的花岗岩试样,式(16)中参数 m 的取值为 1.72×10^4,实验结果与理论曲线的相关系数 R^2 值为 0.93。由图 4 可以明显看出,对实验整体结果和理论曲线相关性影响显著的为直径为 75 mm 试样的应变率下限值。这主要是由于岩石力学特性的离散性随试样尺寸的增大而加剧,更难实现在一定加载条件下所有试样均呈现贯通裂纹的理想情况。根据表 1 中关于试样破损状态的描述:1 个试样裂为 4 块,另 1 个试样为贯通裂纹。由此判断本级的应变率下限值总体应该还能降低,如此则实验与理论结论的相关性实际会更高。

3 结 论

理论与实验分析表明,增大 Hopkinson 杆径能有效降低岩石试样的加载应变率,二者呈良好的乘方关系。但当应变率低到 10^0 s^{-1} 量级时,Hopkinson 杆径已超过 100 mm,且增大 Hopkinson 杆径以降低加载应变率的效果不再明显。

参考文献:

[1] Field J E, Walley S M, Proud W G, et al. Review of experimental techniques for high rate deformation and shock studies[J]. International Journal of Impact Engineering, 2004,30(7):725-775.

[2] 李夕兵,古德生. 岩石冲击动力学[M]. 长沙:中南工业大学出版社,1994:11.

[3] Meng H, Li Q M. Correlation between the accuracy of a SHPB test and the stress uniformity based on numerical experiments[J]. International Journal of Impact Engineering, 2003,28(5):537-555.

[4] Frew D J, Forrestal M J, Chen W. A split Hopkinson pressure bar technique to determine compressive stress-strain data for rock materials[J]. Experimental Mechanics, 2001,41(1):40-46.

[5] Zhu J, Hu S S, Wang L L. An analysis of stress uniformity for concrete-like specimens during SHPB tests[J]. International Journal of Impact Engineering, 2009,36(1):61-72.

[6] Li X B, Lok T S, Zhao J. Dynamic characteristics of granite subjected to intermediate loading rate[J]. Rock Mechanics and Rock Engineering, 2005,38(1):21-39.

[7] Perkin R D, Green S J, Friedman M. Uniaxial stress behavior of porphritic to nalite at strain rates to 10^3 s^{-1}[J].

International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 1970,7(5):527-535.

[8] Blabton T L. Effect of strain rates from 10^{-2}—10 s^{-1} in triaxial compression tests on three rocks[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 1981,18(1):47-62.

[9] 张学峰,夏源明. 中应变率材料试验机的研制[J]. 实验力学,2001,16(1):13-18.
Zhang Xue-feng, Xia Yuan-ming. Development of material testing apparatus for intermediate strain rate test[J]. Journal of Experimental Mechanics, 2001,16(1):13-18.

[10] Davies E D H, Hunter S C. The dynamic compression testing of solids by the method of the split Hopkinson bar [J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 1963,11(3):155-179.

[11] Lok T S, Li X B, Zhao P J, et al. Uniaxial compression tests on granite and its complete stress-strain relationship at high strain rate[C]// Wang S J, Fu B J, Li Z K. Frontiers of Rock Mechanics and Sustainable Development in the 21st Century. Netherlands: Balkema A A, 2001:85-87.

[12] Steverding B, Lehnigk S H. Response of cracks to impact[J]. Journal of Applied Physics, 1970,41(5):2096-2099.

[13] Steverding B, Lehnigk S H. Collision of stress pulses with obstacles and dynamic of fracture[J]. Journal of Applied Physics, 1971,42(8):3231-3238.

[14] Steverding B, Lehnigk S H. The fracture penetration depth of stress pulses[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 1976,13(3):75-80.

[15] 沈明荣,陈建峰. 岩体力学[M]. 上海:同济大学出版社,2006:55.

[16] Hong L, Li X B, Liu X L, et al. Stress uniformity process of specimens in SHPB test under different loading conditions of rectangular and half-sine input waves[J]. Transactions of Tianjin University, 2008,14(6):450-456.

Bar diameter effect of minimum loading strain rate in granite impacting tests by SHPB*

Hong Liang[1,2], Jin Zhi-ren[1], Deng Zong-wei[1]

(1. *Department of Civil Engineering, Hunan City University, Yiyang* 413000, *Hunan*, *China*;
2. *School of Resources and Safety Engineering, Central South University, Changsha* 410083, *Hunan*, *China*)

Abstract: The relationship between elastic bar diameter of split Hopkinson pressure bar(SHPB) systems and the minimum strain rate causing rock failure under once impact with half-sine stress wave loads, is analyzed based on the Steverding-Lehnigk fracture criterion of brittle materials. The tests were carried out at different strain rates from high to low on the SHPB systems with different elastic bar diameters of 22, 36, 50 and 75 mm. Granite was used in these tests, and its size varies with the elastic bar diameter. The variation law of the lowest strain rate with the elastic bar diameter was discussed. The theoretical and experimental results show that the lowest strain rate of rock decreases with the increase of the elastic bar diameter in power relation. However, the bar diameter has already exceeded 100 mm when the strain rate decreases to the order of 10^0 s^{-1}, and the effect of decreasing strain rate by increasing bar diameter turns to be less evident.

Key words: solid mechanics; bar diameter effect; SHPB test; strain rate

* Received 15 November 2012; Revised 7 April 2013
Corresponding author: Hong Liang, hongliangcsu@163.com

(责任编辑　曾月蓉)