DOI: 10.11883/bzycj-2018-0049 文章编号: 1001-1455(2018)06-1310-07

基于数字图像相关性方法的脆性材料拉氏反分析实验技术*

丁圆圆,张 振,赖华伟,王永刚
(宁波大学冲击与安全工程教育部重点实验室,浙江 宁波 315211)

摘要: 利用分离式 Hopkinson 压杆作为加载系统,借助超高速数字图像相关性分析方法,发展了长杆试件拉氏反分析实验技术,并用于研究脆性材料在小变形条件下的动态本构特性。通过超高速相机实时拍摄冲击加载下长杆试件变形的散斑图像,再对散斑图像进行数字图像相关性(digital image correlation, DIC)分析,获得长杆试件表面速度场和应变场。随后,以脆性材料 PMMA(polymethyl methacrylate)为例,从 DIC 分析得到的速度场中提取出不同拉格朗日位置上质点速度时程曲线,构建路径线连接整个速度场,再结合零初始条件,数值求解得到了试件中的应力时程曲线,消去时间参数后,获得了脆性材料 PMMA 的动态应力-应变曲线,并与 Hopkinson 压杆实验和准静态压缩实验的结果进行了对比,揭示了 PMMA 材料在小应变条件下的黏弹性本构响应特征。

关键词: 拉氏反分析;数字图像相关性;超高速相机;脆性材料;动态本构
中图分类号: O347.3 **国标学科代码**: 13015 **文献标志码**: A

冲击载荷下结构或材料的动态响应研究通常会归结为对实测各种波传播信息的解读分析[1-2]。应力波传播和演变特性本质上依赖于材料的本构行为,因此可利用一系列应力波传播信息来反推材料的动态本构关系。20 世纪 70 年代,Fowles[3]、Grady[4]和 Seaman[5]提出了 Lagrange 反分析(简称拉氏反分析)方法,该方法事先不需要对材料作任何的本构关系假定,实测波传播过程中的某些力学信息,基于普适的守恒方程计算得到其他的未知力学量。唐志平[6]和陈叶青等[7]在 20 世纪 90 年代曾对拉氏反分析方法的发展历史和研究现状进行过综述。近年来,仍然有许有学者对拉氏反分析方法进行改进和完善。陶为俊等[8-9]提出沿时间逐步求解应力和基于最小二乘法的拉氏反分析新方法,获得了混凝土材料应变率相关的弹塑性本构关系。林英睿等[10]对爆炸球面波实测数据进行拉氏反分析,得到了花岗岩材料的动态应力-应变关系曲线。Wang 等[11-12]把 Hopkinson 实验技术与拉氏反分析法相结合,提出了基于路径线法的"单点应力和速度复合测量+多点速度测量或多点应变测量"的拉氏反分析新方法。近年来,丁圆圆等[13]、Ding 等[14]又发展了基于路径线法和零初始条件的改进型拉氏反分析方法。

虽然拉氏反方法在理论和数值求解方面都逐渐趋于完善,但极少用于实验研究中,主要是因为缺乏波传播信息的高时空分辨动态测试技术。传统的动态测试手段主要是应力计[15](锰铜应力计或者 PVDF(polyvinylidene fluoride)应力计)和应变片[16]。应力计需要埋入试件内部来监测材料内部的应力流场,由此将在材料内部不可避免地留下人为界面,该界面会对应力波的传播特性带来一定的影响,从而影响拉氏反分析的准确度。试件表面的不同位置粘贴应变片可以比较方便地监测应变波传播信息,但是由应变波剖面积分求解速度信息和应力信息时,必须有应变边界条件和应力边界条件,这给数据处理带来了双重困难,会引入较大误差。事实上,在爆炸或冲击加载下,除了应力、应变信息外,粒子速度也是一个重要的物理量,可以比较方便地实时监测。早期采用磁电式粒子速度计来监测粒子速度时程,该技术是基于电磁感应原理[17]。近年来,基于激光多普勒频移原理的激光干涉粒子速度测试技

* 收稿日期: 2018-02-05; 修回日期: 2018-04-01
基金项目: 国家自然科学基金项目(11472142);科学挑战专题项目(TZ2018001)
第一作者: 丁圆圆(1987—),男,博士,讲师; 通信作者: 王永刚,wangyonggang@nbu.edu.cn。

术被广泛地应用于测量材料表面的粒子速度时程[18-21]，该测试技术是基于欧拉坐标系，测定的粒子速度时程不可直接应用于拉氏反分析，迄今未见激光干涉粒子速度测试技术应用于拉氏反分析相关的实验工作报道。数字图像相关性(digital image correlation，DIC)分析也是近年来发展迅猛的一种材料表面变形的光学非接触测试技术，可以实现试件表面位移场、速度场以及应变场的实时测量，现已广泛应用于材料静态力学性能测试领域[22-23]。随着超高速相机的发展，DIC 分析也逐渐应用于材料动态力学性能测试领域[24-25]。

本文以分离式 Hopkinson 压杆作为加载手段，借助高时空分辨率的超高速相机来实时监测 PMMA 长杆试件的表面变形散斑图像，结合 DIC 分析技术，获得试件表面的粒子速度场和应变场，再提取长杆试件上不同拉格朗日位置处的质点速度时程和应变时程，利用零初始条件，结合路径线法，构建脆性材料动态本构的拉氏反分析实验技术，并实现应变时程的自洽性检验，以 PMMA(polymethyl methacrylate)材料为例，考察该实验新技术的适用性。

1　基于零初始条件的拉氏反分析方法

在拉格朗日坐标下，一维应力波的质量守恒方程、动量守恒方程[2]分别为：

$$\frac{\partial v}{\partial X}=\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \tag{1}$$

$$\rho\frac{\partial v}{\partial t}=\frac{\partial \sigma}{\partial X} \tag{2}$$

式中：v、σ、ε 和 ρ 分别为粒子速度、应力、应变和密度，X 和 t 分别为拉格朗日坐标位置和时间。

从式(1)和(2)中可以发现，质量守恒方程将应变 ε 与质点速度 v 联系起来，而动量守恒方程建立了应力 σ 和质点速度 v 之间的关系，那么就可以通过测量中间变量质点速度 v 将应力 σ 和应变 ε 的关系建立起来，从而获取材料动态本构关系。由于 v、ε、σ 物理量之间是通过一阶偏导数相联系的，在分析过程中必然涉及微积分处理。在微积分处理前，根据 Grady 等[4]提出的路径线法，需要对得到的粒子速度场按照加载、卸载和曲线上的特征拐点进行分区，在确定每个区域不同 X 处的粒子速度波形 $v(X_i,t)$ 后，首先求其对拉格朗日位置 X 的一阶偏导数$(\partial v/\partial X)_t$，由此可通过方程(1)求得$\partial\varepsilon/\partial t$，再利用零时刻初始条件($t=0$ 时 $\varepsilon(X_i,0)=0$)，对时间 t 的积分求得应变波形 $\varepsilon(X_i,t)$。但是，在由方程(2)求得应力 $\sigma(X_i,t)$时则必须有应力边界条件才可以进行积分求得。事实上，对于$\sigma(X_i,t)$同样也有零时刻初始条件，为此需要把守恒方程中$\partial\sigma/\partial X$ 转换为$\partial\sigma/\partial t$，从而发展了零初始条件的拉氏方法。根据Grady 等[4]提出的路径线法，容易得到应力沿路径线的全微分关系：

$$\left.\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}X}\right|_p=\left.\frac{\partial\sigma}{\partial X}\right|_t+\left.\frac{\partial\sigma}{\partial t}\right|_X\left.\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}X}\right|_p \tag{3}$$

改写为：

$$\left.\frac{\partial\sigma}{\partial t}\right|_X=\left(\left.\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}X}\right|_p-\left.\frac{\partial\sigma}{\partial X}\right|_t\right)\Big/\left.\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}X}\right|_p=\left(\left.\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}X}\right|_p-\rho\left.\frac{\partial v}{\partial t}\right|_X\right)\Big/\left.\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}X}\right|_p \tag{4}$$

利用首条路径线上满足零时刻初始条件：$t=0$ 时，$\sigma=(\mathrm{d}\sigma/\mathrm{d}X)|_{p1}=0$，从而确定零时刻的路径线上的$\partial\sigma/\partial t$，再由数值积分可确定下一条路径线上的应力 σ，由此按式(4)逐次类推，可得到试件不同拉格朗日位置上的应力时程。最后，消去应变时程和应力时程中的时间参量，即可得到材料的应力-应变关系曲线。

2　实　验

波传播反分析实验装置如图 1 所示，该实验装置是在分离式 Hopkinson 压杆系统上搭建的，通过高压气枪发射铝合金短杆子弹，子弹撞击铝合金入射杆后，在入射杆中产生应力脉冲，应力脉冲从入射杆传入 PMMA 长杆试件中，从而实现对 PMMA 试件的动态加载。铝合金子弹的直径为 14.5 mm，长度为 100 mm。PMMA 长杆试件的直径也为 14.5 mm，长度为 1 000 mm。这里采用短杆子弹和长杆

试件避免了应力波在测量区发生叠加。实验中,在入射杆前端增加了波形整形器(环形无氧铜垫片)来调整应力脉冲的波形,以便于实现恒定应变率加载条件。采用基于超高速相机的 DIC 技术来监测长杆试件中波传播信息。DIC 技术是一种迅速发展的材料表面变形场测量技术,其基本原理:首先获取试样表面散斑图像,散斑图像上的所有特征点以像素点为坐标,以像素灰度作为信息载体;然后,在试样表面上划分出若干个图像子区,类似于有限元计算中划分网格,在图像移动或变形过程中,基于图像子区灰度值不变的假定,追踪每个图像子区在变形后图像的位置,即可获得所有的图像子区中心点处的位移矢量,从而获得物体表面的位移场信息。有关 DIC 方法的详细阐述请参见文献[22]。实验中,在长杆试件靠近入射杆的一端人工制作了长约 80 mm 的黑白散斑区。通过超高速相机实时记录试件散斑区的表面变形照片。对散斑照片进行 DIC 分析,即可获取试件全场位移、速度和应变等信息。这里需要强调的是,虽然 DIC 方法已广泛应用于材料准静态力学性能测试,但在材料动态力学性能测试方面的应用一直受制于超高速相机的时空分辨率。近年来,英国 Specialised-imaging 公司成功开发了一款高时空分辨率的 Kirana 相机,该相机拍摄速度范围为 1 000～5 000 000 s^{-1},在所有的拍摄速度下保持图像分辨率(924×768 像素)不变,一次触发可连续拍摄 180 张照片。在本实验中,加载应力脉冲的脉宽约 100 μs,这里采用的拍摄速度为 1 000 000 s^{-1},时间分辨率为 1 μs,总拍摄时长为 180 μs,因此可以完整记录应力脉冲在试件中的传播过程。

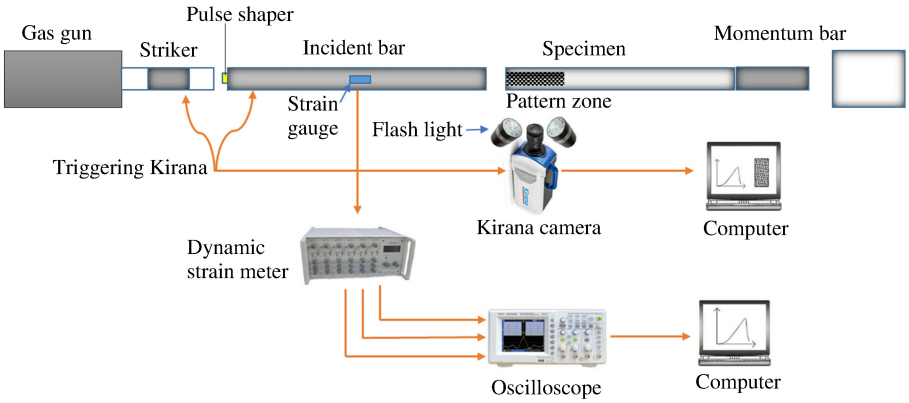


图 1 拉氏反分析实验装置示意图

Fig. 1 Schematic of Lagrange inverse analysis setup

3 实验结果与讨论

采用商业 DIC 分析软件(美国 Correlated Solutions 公司开发的 VIC-2D)对超高速相机拍摄到的长杆试件的散斑图像进行分析。图 2 给出几个不同时刻的 DIC 分析得到的位移场云图分布,图中可清楚显示出应力波传播到散斑区时所引起的位移场的变化。30 μs 之前应力波没有到达散斑区域,位移为零;在约 40 μs 时应力波抵达散斑区域,从而引起了位移场的变化;在 50 和 60 μs 时可以观察到应力波在杆中传播。图 3 给出了一个代表性特征点的位移时程曲线和粒子速度时程曲线,其中粒子速度时程曲线是通过对位移时程曲线进行求导而获取的。按照此方法,可以沿着长杆试件在不同的拉格朗日位置点提取出若干条粒子速度时程曲线。图 4 给出了接近撞击端附近的间距为 2.5 mm 的 4 个典型测量点的粒子速度时程曲线,图中显示了粒子速度的峰值随着传播距离有明显的衰减,这是因为试件材料 PMMA 是典型的黏弹性材料,这种衰减行为恰是反映了应力波在黏弹性材料中传播时典型的黏性耗散和弥散特性。

基于不同拉格朗日位置处的粒子速度时程曲线,根据式(1),再结合零初始条件,数值求解得到不同拉格朗日位置处的应变时程曲线,如图 5 所示。为了检验拉氏反分析得到的应变数据的可靠性,以一个典型测点为例,图 6 分别给出了拉氏反分析得到的应变时程与 DIC 分析得到的结果,结果显示 2 种方法所得的应变时程具有非常好的一致性,实现了应变自洽性验证。从图 5 可以看到,加载段的应变时程

的斜率基本保持不变，对数据进行最小二乘法线性拟合，即可得到 4 个测点试件的加载应变率在 585～636 s^{-1}，随着波传播距离的增大，应变率稍有减小。实验中，采用波形整形器技术产生三角形加载波，这基本保持了加载应变率恒定；通过调整子弹撞击速度来改变试件应变率和应变的大小。

为了求解应力时程，首先按照路径线法原理，以质点速度时程曲线上的峰值为特征点把质点速度时程曲线分为加载区和卸载区；在每个区域中，对每条质点速度曲线进行等间距划分节点数，那么每条质点速度曲线都有 N 个节点，将每条质点速度曲线所对应的节点通过光滑的曲线连接在一起，从而构造了路径线，通过这些路径线把整个速度场联系在一起，再利用式(4)计算应力时程。根据不同拉格朗日位置处的质点速度时程曲线，见图 4，拉氏反分析数值求解得到的 4 个测量点应力时程曲线见图 7。

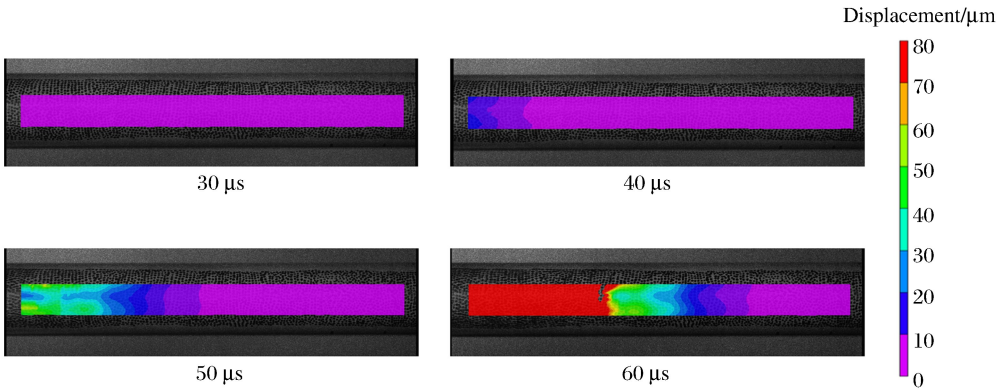


图 2　不同时刻的 DIC 分析得到的位移场云图

Fig. 2　Displacement field measured from DIC at different times

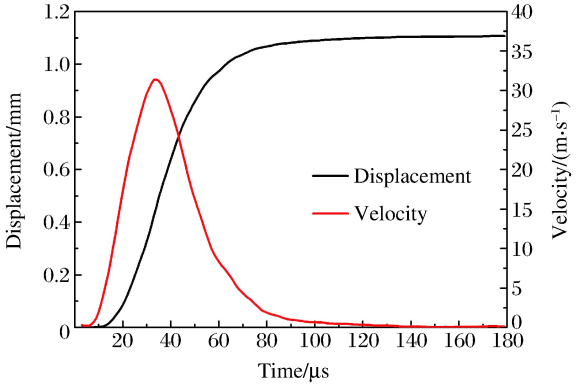


图 3　典型点的位移和速度时程曲线

Fig. 3　Typical displacement and velocity profiles

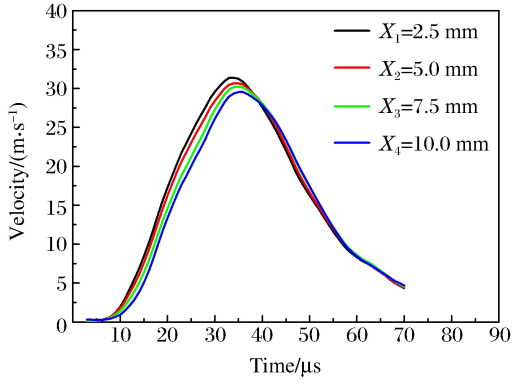


图 4　不同拉格朗日位置上速度时程曲线

Fig. 4　Velocity profiles at different Lagrangian points

根据图 5 和图 7 分别给出的应变时程和应力时程，消去时间参量，即得到了 PMMA 材料在高应变率(585～636 s^{-1})下的动态应力-应变曲线，如图 8 所示。图 8 同时也给出了 MTS-810 万能试验机和分离式 Hopkinson 压杆实验得到的 PMMA 材料在准静态(10^{-3} s^{-1})和动态 (450 s^{-1})下的应力-应变曲线。准静态实验结果表明，PMMA 材料在小应变下加载曲线和卸载曲线形成迟滞曲线，这恰好反映了 PMMA 材料具有非线性黏弹性本构响应的特征，而在较大应变时则表现出非线性黏弹塑性本构响应的特征。整体来说，PMMA 材料力学性能的应变率效应显著。另外，图 8 还显示：虽然拉氏反分析实验中试件应变率较高，但是试件总应变却小于分离式 Hopkinson 压杆实验的结果。在分离式 Hopkinson 压杆实验中，试件应变不仅取决于子弹撞击速度 v，还取决于子弹长度 L(加载脉宽 $t=2L/C_0$，C_0 是子弹中弹性波波速)。但是，在拉氏反分析实验中，从式(1)可知：试件的应变率与速度梯度相关，主要取决于子弹撞击速度，在本实验方案中子弹撞击速度受限于入射杆材料的弹性极限，这导致在拉氏反分析实验中难以在试件中产生较大的应变，这是拉氏反分析实验技术的最大不足之处，制约了拉氏反分析方法更广

泛的应用。因此,该方法主要较适合于研究脆性材料动态力学行为,如岩石、陶瓷、混凝土、脆性高聚物等。事实上,传统的分离式 Hopkinson 压杆实验技术在研究这类脆性材料时却遇到了一定的困难,由于脆性材料的破坏应变较小,难以满足应变/应力均匀性基本假定[26]。总体来说,在材料动态力学性能测试技术领域,拉氏反分析实验技术可以作为分离式 Hopkinson 压杆实验技术的有益补充,相辅相成。随着高精度的波传播信息多点监测技术快速发展,拉氏反分析实验技术也将逐渐得到较广泛的应用。

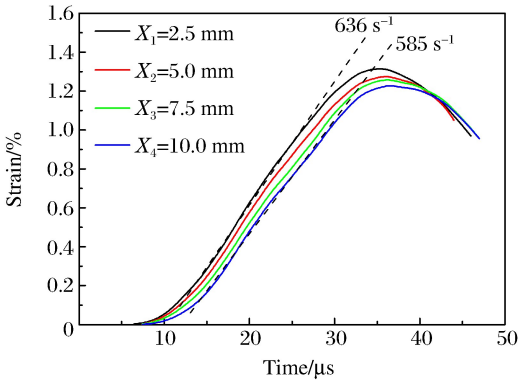


图 5 不同拉格朗日位置上应变时程曲线

Fig. 5 Strain profiles at different Lagrangian points

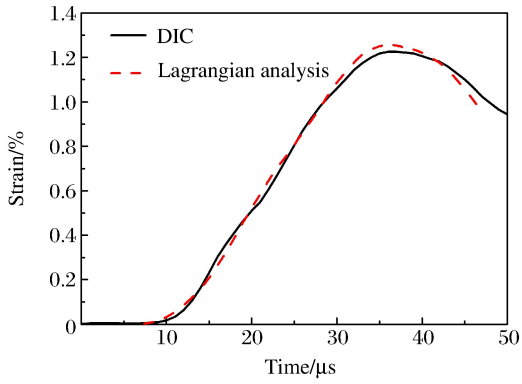


图 6 不同方法得到的应变时程曲线对比

Fig. 6 Comparison of strains determined by different methods

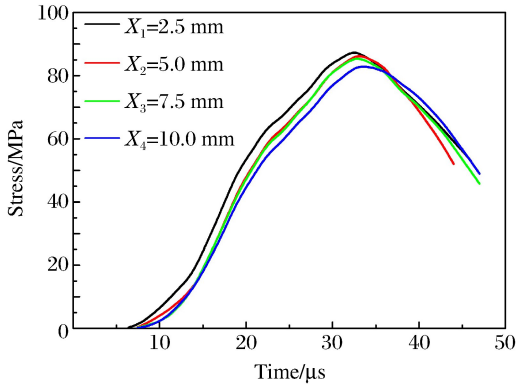


图 7 不同拉格朗日位置上应变时程曲线

Fig. 7 Stress profiles at different lagrangian points

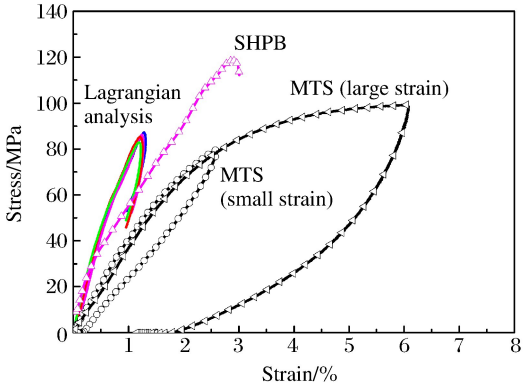


图 8 不同应变率下 PMMA 应力应变关系曲线

Fig. 8 Stress-strain curves of PMMA at different strain rates

4 结 论

以分离式 Hopkinson 压杆系统作为加载手段,借助超高速数字相机和数字图像相关性分析技术,实时监测了长杆试件某特定选区内的位移场、质点速度场及应变场信息。在不同的拉格朗日位置处提取出若干条质点速度时程曲线,构建路径线,再利用零初始条件,建立了脆性材料应力-应变关系的拉氏反分析数值求解方法。以 PMMA 材料为例,成功地获得了 PMMA 材料在高应变率下的应力-应变曲线,对比分析了该材料的率相关本构响应特征,对试件的应变时程进行了自洽性检验,验证了新实验技术的适用性,同时讨论了该技术的不足之处。

参考文献:

[1] 王礼立,王永刚. 应力波在用 SHPB 研究材料动态本构特性中的重要作用[J]. 爆炸与冲击,2005,25(1):17-25.
WANG Lili, WANG Yonggang. The important role of stress wave in the study on dynamic constitutive behavior of materials by SHPB[J]. Explosion and Shock Waves, 2005,25(1):17-25.

[2] 王礼立，朱珏，赖华伟. 冲击动力学研究中实测波信息的解读分析[J]. 高压物理学报，2010，24(4)：279-285.
WANG Lili，ZHU Jue，LAI Huawei. Understanding and interpreting of the measured wave signals in impact dynamics studies[J]. Chinese Journal of High Pressure Physics，2010，24(4)：279-285.

[3] FOWLES R. Conservation relations for spherical and cylindrical stress waves[J]. Journal of Applied Physics，1970，41：2740-2741.

[4] GRADY D E. Experimental analysis of spherical wave propagation[J]. Journal of Geophysical Research，1973，78：1299-1307.

[5] SEAMAN L. Lagrangian analysis for multiple stress or velocity gages in attenuating waves[J]. Journal of Applied Physics，1974，45：4303-4314.

[6] 唐志平. Lagrange 分析方法及其新进展[J]. 力学进展，1993，23(3)：348-359.
TANG Zhiping. Lagrangian analysis and its recent developments[J]. Advances in Mechanics，1993，23(3)：348-359.

[7] 陈叶青，冯叔瑜. 拉格朗日分析方法研究现状及应用中应注意的问题[J]. 爆炸与冲击，1998，18(1)：91-96.
CHEN Yeqing，FENG Shuyu. Present conditions of Lagrangian analysis and problems should be consided in the use [J]. Explosion and Shock Waves，1998，18(1)：91-96.

[8] 陶为俊，浣石，蒋国平. 基于最小二乘法的 Lagrange 分析方法研究[J]. 振动与冲击，2012，31(12)：98-101.
TAO Weijun，HUAN Shi，JIANG Guoping. Lagrangian analysis method based on least square[J]. Journal of Vibration and Shock，2012，31(12)：98-101.

[9] 陶为俊，浣石. 沿时间逐步求解应力的拉格朗日分析方法研究[J]. 物理学报，2012，20：200703.
TAO Weijun，HUAN Shi. Study on Lagrangian analysis for solving the stress gradually along the time[J]. Acta Physica Sinica，2012，20：200703.

[10] 林英睿，王占江，李运良，等. 依球面波粒子速度研究材料的本构关系[J]. 解放军理工大学学报(自然科学版)，2007，8(6)：606-610.
LIN Yingrui，WANG Zhanjiang，LI Yunliang，et al. Constitutive relation using particle velocity data of spherical waves[J]. Journal of PLA University of Science and Technology (Natural Science Edition)，2007，8(6)：606-610.

[11] WANG L，ZHU J，LAI H. A new method combining Lagrangian analysis with Hopkinson pressure bar technique [J]. Strain，2011，47：173-182.

[12] WANG Lili，DING Yuanyuan，YANG Liming. Experimental investigation on dynamic constitutive behavior of aluminum foams by new inverse methods from wave propagation measurements[J]. International Journal of Impact Engineering，2013，62：48-59.

[13] 丁圆圆，杨黎明，王礼立. 对基于质点速度测量的拉格朗日分析法的进一步探讨[J]. 宁波大学学报(理工版)，2012，25(4)：83-87.
DING Yuanyuan，YANG Liming，WANG Lili. A further discussion on the lagrangian analysis method based on particle velocity wave profiles measurements[J]. Journal of Ningbo University (Natural Science and Engineering)，2012，25(4)：83-87.

[14] DING Yuanyuan，WANG Shilong，ZHENG Zhijun，et al. Dynamic crushing of cellular materials：A unique dynamic stress-strain state curve[J]. Mechanics of Materials，2016，100：219-231.

[15] 蒋国平，浣石，郝洪，等. 钢纤维高强混凝土材料的气炮试验研究[J]. 物理学报，2013，62(1)：016201.
JIANG Guoping，HUAN Shi，HAO Hong，et al. Performance of steel reinforced high strength concrete investigated in the gas gun experiment[J]. Acta Physica Sinica，2013，62(1)：016201.

[16] 张磊，胡时胜，梁宗宪. 利用拉氏分析研究冲击载荷下混凝土应力-应变曲线[J]. 工程力学，2005，22(4)：163-166.
ZHANG Lei，HU Shisheng，LIANG Zongxian. Lagrange analysis of the stress-strain relation of concrete material under impact[J]. Engineering Mechanics，2005，22(4)：163-166.

[17] 赖华伟，王礼立. 用改进的基于质点速度测量的拉格朗日分析方法研究尼龙动态力学特性[J]. 实验力学，2011，26(2)：221-227.
LAI Huawei，WANG Lili. Nylon dynamic mechanical behavior study through a modified Lagrangian analysis based on particle velocity profile measurement[J]. Journal of Experimental Mechanics，2011，26(2)：221-227.

[18] BARKER L M, HOLLENBACK R E. Laser interferometer for measuring high velocities of any reflecting surface[J]. Journal of Applied Physics, 1972,43(11):4469-4675.

[19] WENG Jidong, TAN Hua, HU Shaolou, et al. New all-fiber velocimeter[J]. Review of Scientific Instruments, 2005,76(9):093301.

[20] WU Xianqian, WANG Xi, WEI Yanpeng, et al. An experimental method to measure dynamic stress-strain relationship of materials at high strain rates[J]. International Journal of Impact Engineering, 2014,69(4):149-156.

[21] LEA L J, JARDINE A P. Application of photon Doppler velocimetry to direct impact Hopkinson pressure bars[J]. Review of Scientific Instruments, 2016,87(2):023101.

[22] SUTTON M A, ORTEU J J, SCHREIER H. Image correlation for shape, motion and deformation measurements: Basic concepts, theory and applicants[M]. New York: Springer, 2009:81-116.

[23] SATO K, YU Q, HIRAMOTO J, et al. A method to investigate strain rate effects on necking and fracture behaviors of advanced high-strength steels using digital imaging strain analysis[J]. International Journal of Impact Engineering, 2014,75:11-26.

[24] LIU J, SALETTI D, PATTOFATTO S, et al. Impact testing of polymeric foam using Hopkinson bars and digital image analysis[J]. Polymer Testing, 2014,36:101-109.

[25] 申海艇,蒋招绣,王贝壳,等.基于超高速相机的数字图像相关性全场应变分析在 SHTB 实验中的应用[J].爆炸与冲击,2017,37(1):15-20.
SHEN Haiting, JIANG Zhaoxiu, WANG Beike, et al. Full field strain measurement in split Hopkinson tension bar experiments by using ultra-high-speed camera with digital image correlation[J]. Explosion and Shock Waves, 2017,37(1):15-20.

[26] 刘剑飞,胡时胜,王道荣.用于脆性材料的 Hopkinson 压杆动态实验新方法[J].实验力学,2001,16(3):283-290.
LIU Jianfei, HU Shisheng, WANG Daorong. A novel experimental method of Hopkinson pressure bar system for brittle materials[J]. Journal of Experimental Mechanics, 2001,16(1):283-290.

A Lagrangian inverse analysis technique for studying dynamic mechanical properites of brittle materials based on digital image correlation

DING Yuanyuan, ZHANG Zhen, LAI Huawei, WANG Yonggang

(*Key Laboratory of Impact and Safety Engineering, Ministry of Education of China, Ningbo University, Ningbo* 315211, *Zhejiang, China*)

Abstract: Based on the Hopkinson pressure bar and digital image correlation (DIC) techniques, a new Lagrangian inverse analysis experimental method was proposed to study the dynamic constitutive relation of brittle materials. A series of speckle images of long specimen deformation were recorded by an ultra-high-speed camera. The speckle images were processed by DIC to derive the velocity fields and strain fields on the surface of a long specimen. Based on the multi-particles velocity history curves measured by DIC, the whole velocity fields were constructed by many path lines. Then, a Lagrangian inverse analysis method was established for the dynamic constitutive relation of brittle rate-dependent PMMA materials by numerical solution. The results were compared with those of Hopkinson pressure bar test and quasi-static compression test, which display the characteristics of viscoelastic constitutive response of PMMA under the condition of small strain.

Keywords: Lagrangian inverse analysis; digital image correlation; ultra-high-speed camera; brittle material; dynamic constitutive relation

(责任编辑 张凌云)