DOI: 10.11883/bzycj-2017-0281

负泊松比蜂窝材料的动力学响应及能量吸收特性*

韩会龙,张新春,王 鹏
(华北电力大学机械工程系,河北 保定 071003)

摘要: 针对传统正方形蜂窝,通过用更小的双向内凹结构胞元替代原蜂窝材料的结构节点,得到了一种具有负泊松比特性的节点层级蜂窝材料模型。利用显式动力有限元方法,研究了冲击荷载作用下该负泊松比蜂窝结构的动力学响应及能量吸收特性。研究结果表明,除了冲击速度和相对密度,负泊松比蜂窝材料的动力学性能亦取决于胞元微结构。与正方形蜂窝相比,该负泊松比层级蜂窝材料的动态承载能力和能量吸收能力明显增强。在中低速冲击下,试件表现为拉胀材料明显的"颈缩"现象,并展示出负泊松比材料独特的平台应力增强效应。基于能量吸收效率方法和一维冲击波理论,给出了负泊松比蜂窝材料的密实应变和动态平台应力的经验公式,以预测该蜂窝材料的动态承载能力。本文的研究将为负泊松比多胞材料冲击动力学性能的多目标优化设计提供新的设计思路。

关键词: 多胞材料;负泊松比;平台应力增强效应;能量吸收
中图分类号: O347;TB39 **国标学科代码**: 13015 **文献标志码**: A

与传统多胞材料(正泊松比)不同,负泊松比(negative Poisson's ratio, NPR)多胞材料在单向拉伸作用下,会发生侧向膨胀。这种独特的拉胀现象使负泊松比多胞材料表现出更优异的力学性能,比如,良好的应力扩散效应,极低的体积模量,极高的剪切模量和能量吸收能力等[1]。拉胀多胞材料的出现为具有特殊力学属性的材料和结构设计提供了一个全新的方向和途径,具有强大的工程应用前景[2-3]。随着对负泊松比多胞材料研究的进一步深入,不同微拓扑结构在不断涌现。关于拉胀多胞材料的研究一直是材料学家和工程师们关注的前沿课题,尤其在强动载荷作用下,载荷的高频成分将控制结构的动力响应,胞元微结构的改变对材料局部动态应力演化的影响更加显著。因此,如何建立微结构与多胞材料动力学响应间的关系,也是负泊松比多胞材料力学性能研究的重要目标之一。

负泊松比多胞材料已引起了学者们的广泛关注[4-8]。Prall 等[4]运用理论分析和实验相结合的方法对六韧带手性蜂窝结构的面内力学特性进行了研究;张新春等[5]采用数值方法讨论了六韧带手性蜂窝结构的冲击动力学特性,得到了蜂窝材料的面内宏/微观变形行为、密实应变、动态平台应力和比能量吸收能力与胞元微结构参数间的关系;Scarpa 等[6]运用理论分析和数值模拟相结合的方法分析了具有管状拓扑结构的内凹六边形蜂窝材料的力学性能;张伟等[7]设计出了一种具有负泊松比效应的汽车前纵梁吸能盒结构,研究表明该结构的等效弹性模量和平台应力在面内加载过程中均能得到一定程度的增强;Qiao 等[8]分别研究了均匀和功能梯度双箭头蜂窝材料的抗冲击性能,并对这种负泊松比蜂窝材料应力增强效应的产生机理进行了解释。以上研究成果主要集中于模型构建、准静态力学性能的预测以及负泊松比变形特性的解释,而对负泊松比多胞材料在冲击载荷下的动态力学性能和能量吸收机理的研究刚刚展开[5,8-9]。在强动载荷作用下,微结构效应和惯性效应将主要影响多胞材料的宏观动态响应特性。胞元微结构的改变引起拉胀多胞材料中丰富多彩的动力学演化特性还有待于进一步澄清。

针对传统正方形蜂窝,通过用更小的双向内凹结构替代原蜂窝材料的结构节点,给出了一种负泊松比层级蜂窝结构(即星形节点周期性蜂窝结构)。本文中以负泊松比蜂窝结构为研究对象,利用显式动

* **收稿日期**: 2017-08-06; **修回日期**: 2018-01-16
基金项目: 国家自然科学基金(11402089);河北省自然科学基金(A2017502015);
中央高校基本科研业务费专项资金(2016MS114,2017MS153)
第一作者: 韩会龙(1988—),男,硕士,工程师; **通信作者**: 张新春,xczhang@ncepu.edu.cn。

力有限元方法对该负泊松比蜂窝的微结构效应、平台应力增强效应和能量吸收特性进行了研究，以期建立胞元微结构与负泊松比多胞材料宏观动力学性能间的关系。

1　模型构建与临界冲击速度

1.1　几何模型

对于传统正方形蜂窝，如图 1(a)所示，通过用更小的双向内凹结构胞元替代原蜂窝材料的结构节点，得到了一种负泊松比层级蜂窝结构(即星形节点周期性蜂窝结构，如图 1(b))，该结构可看作一种引入负泊松比层级结构的组合蜂窝材料，其具有层级蜂窝材料的各种优点。随着金属 3D 打印快速成型技术的日益成熟，负泊松比蜂窝材料的制备难度将大大减小，加工质量能够得到控制。图 1(c)给出了负泊松比蜂窝代表性体积单元的结构示意图。其中，L_s 表示节点胞壁的长度，L 表示连接蜂窝材料的韧带长度的一半，t 表示蜂窝材料的胞壁厚度，α 表示内凹箭头节点内夹角的一半，β 表示内凹箭头节点间夹角。对于负泊松比蜂窝结构，夹角 α 与 β 存在如下关系：

$$\beta = 2\alpha - 90^\circ \qquad \alpha \in (45^\circ, 90^\circ] \tag{1}$$

根据多胞材料理论[3]，蜂窝材料的相对密度可由代表性体积单元的实体部分面积与其总横断面面积的比值给出。因此，负泊松比蜂窝结构的相对密度可由下式给出，即：

$$\Delta\rho = \frac{A_s}{A_{\text{total}}} = \frac{(L+2L_s)t}{\left(L+\sqrt{2}L_s\sin\dfrac{\beta}{2}\right)^2} = \frac{\left(1+2\dfrac{L_s}{L}\right)\dfrac{t}{L}}{\left(1+\sqrt{2}\dfrac{L_s}{L}\sin\dfrac{\beta}{2}\right)^2} \tag{2}$$

式中：A_s 为负泊松比蜂窝结构代表性体积单元实体部分面积，A_{total} 为代表性体积单元总横断面面积。

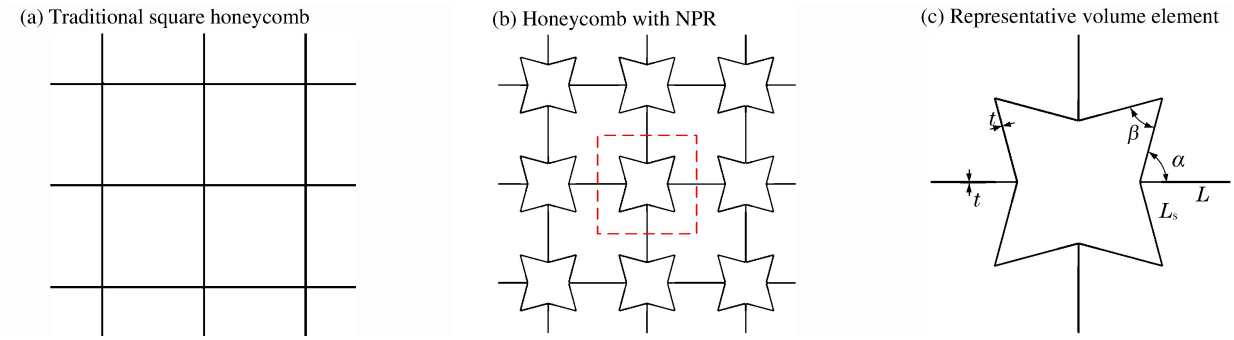


图 1　负泊松比蜂窝结构的构造过程及其代表性体积单元

Fig. 1　The constructive process and representative volume element of honeycombs with negative Poisson's ratio (NPR)

1.2　有限元模型

图 2 给出了负泊松比蜂窝材料的计算模型示意图。利用显式动力学有限元方法并借助 Abaqus/Explicit 进行面内动力响应特性计算。基体材料为金属铝，假定为理想弹塑性模型，并服从 Mises 屈服准则；上、下刚性板视为刚体，采用 R3D4 单元进行离散，具体材料参数如表 1 所示。试件中各胞壁均采用 S4R 壳单元进行离散。为了保证收敛，沿胞壁厚度方向取 5 个积分点。对于计算中可能的接触，将刚性板与试件间定义为面面自动接触，摩擦系数为 0.02[9]；试件内部各胞元间定义为通用接触，且无摩擦。通用接触为 ABAQUS 中的主要接触形式之一，缺省设置为各单元面内自动接触。当刚性板沿 y 方向冲击蜂窝体时，试件的底端固定，左右两侧自由，边界条件与文献[9-12]完全相同。另外，为保证变形的平面应变状态，试件中所有节点的面外位移均被限制。试件在 x 和 y 方向上分别有 12 和 14 个胞元。数值研究表明，在 x 和 y 方向内填充胞元数目超过 10 时，其动态响应趋于稳定[5]。

作为对比，本文中也对传统正方形蜂窝结构的面内冲击动力学性能进行了研究，计算模型如图 2(a)所示。为了验证有限元模型的可靠性，选取了 Liu 等[11]所建立的正方形蜂窝。正方形蜂窝的壁长为负泊松比蜂窝相邻两个代表性体积单元中心的距离，试件在 x 和 y 方向上分别有 12 和 14 个胞元。

除此之外，基体材料属性、边界条件和网格划分等均与负泊松比蜂窝材料模型完全相同。

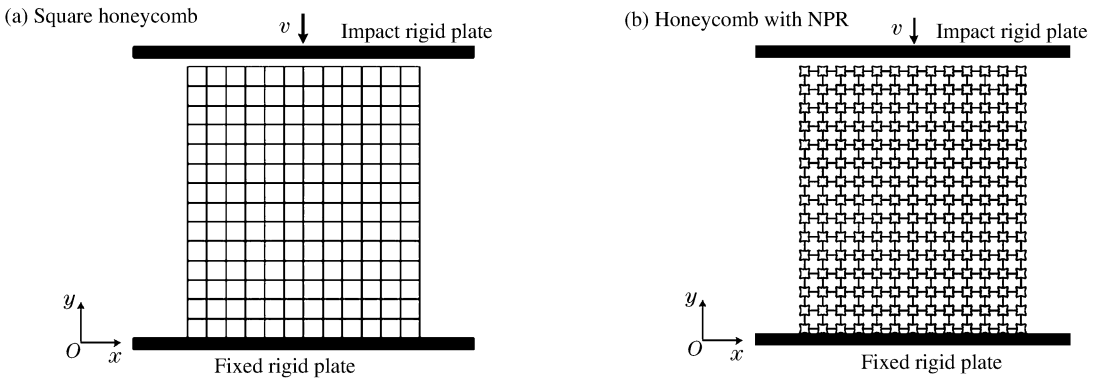


图 2 蜂窝材料的计算模型示意图

Fig. 2 Illustration of calculating model for honeycombs

表 1 基体材料与刚性板材料参数

Table 1 Parameters of matrix material and rigid plate material

材料	ρ/(kg·m^{-3})	E/GPa	ν	σ_y/MPa
铝	2 700	69	0.3	76
刚性板	7 800	210		

1.3 临界速度

在冲击载荷作用下，冲击速度是影响多胞材料动力响应特性的一个非常重要指标。当冲击速度超过陷波波速[13]（即第一临界速度）时，局部变形带开始形成。陷波波速为：

$$V_{cr1}=\int_0^{\varepsilon_{cr}} c(\varepsilon)\,\mathrm{d}\varepsilon \tag{3}$$

式中：ε_{cr}为应力达到第一次应力峰值时对应的名义应变（即初始应变），切线模量 $c(\varepsilon)$为：

$$c(\varepsilon)=\sqrt{\frac{\sigma'(\varepsilon)}{\Delta\rho\rho_s}} \tag{4}$$

式中：$\sigma'(\varepsilon)$ 表示多胞材料线弹性阶段的弹性模量，ρ_s为基体材料的密度，$\Delta\rho$ 为多胞材料的相对密度。

随着冲击速度的继续增加，冲击端局部变形更加明显，局部变形带以冲击波的形式由冲击端向固定端传播。多胞材料变形表现出冲击波特征时的冲击波波速[13]，称为第二临界速度，可由下式给出：

$$V_{cr2}=\sqrt{\frac{2\sigma_0\varepsilon_D}{\Delta\rho\rho_s}} \tag{5}$$

式中：σ_0为多胞材料的准静态平台应力，ε_D为多胞材料的密实化应变（也称为锁定应变）。

根据以上分析，多胞材料的动态响应依据冲击速度可分为 3 个区域：

(1)区域 1：$v<V_{cr1}<V_{cr2}$，多胞材料发生准静态变形；

(2)区域 2：$V_{cr1}\leqslant v\leqslant V_{cr2}$，多胞材料表现出局部化变形特征；

(3)区域 3：$V_{cr1}<V_{cr2}<v$，多胞材料的局部变形带从冲击端以冲击波的形式向固定端传播。

本文中，对于壁厚 $t=0.3$ mm 的负泊松比蜂窝结构（$\beta=60°$和 $L_s/L=1$），第一临界速度 $V_{cr1}\approx 17$ m/s，第二临界速度 $V_{cr2}\approx 90$ m/s。将冲击速度介于区域 1 时称为低速冲击，将冲击速度介于区域 2 时称为中速冲击，将冲击速度介于区域 3 时称为高速冲击。

2 数值结果与讨论

2.1 面内冲击变形

对于负泊松比蜂窝结构，取 $\beta=60°$，$L_s=L=2$ mm，$t=0.3$ mm。而对于传统正方形蜂窝，取胞壁长度为 6.83 mm，壁厚与负泊松比蜂窝完全相同。图 3 给出了冲击速度 $v=20$ m/s 时蜂窝材料的名义应

力应变曲线。其中，名义应变 ε 为试件压缩位移与初始竖向高度的比值；名义应力 σ 为刚性板压缩反力与试件初始横截面面积的比值。受到面内冲击时，传统蜂窝结构的面内冲击过程（如图 3(a)）可划分为三个阶段：线弹性区、平台区和密实化区，与文献[10-11]所述正泊松比蜂窝结构完全一致。与正泊松比蜂窝结构不同，负泊松比蜂窝材料的面内冲击（如图 3(b)）可进一步划分为 4 个阶段：线弹性区、平台区、平台应力增强区和密实化区。在线弹性区，负泊松比蜂窝的压缩应力在极短的时间内急剧增大至初始应力峰值，而后逐渐减小并趋于稳定，此时所对应的压缩应变为初始应变 ε_{cr}；进入平台区，负泊松比蜂窝材料所承受的压缩应力趋于稳定并围绕某一固定值上下波动，同时发生大的压缩应变，该阶段为冲击能量吸收的主要区域；在平台区的后段，随着压缩应变的持续增大，压缩应力不再保持稳定，而是随着压缩应变以一定斜率逐渐增大，称为平台应力增强区（如图 3(b)）。平台应力增强区开始的标志是压缩应力单调增大且大小超过平台应力，此时对应的压缩应变用平台应力增强应变 ε_E 表示；当所有的胞壁完全贴合在一起，达到压缩密实时，这一阶段称为密实化区，密实化区开始的标志是应力应变曲线斜率突然增大并保持不变，此时对应的应变用密实应变 ε_D 表示。

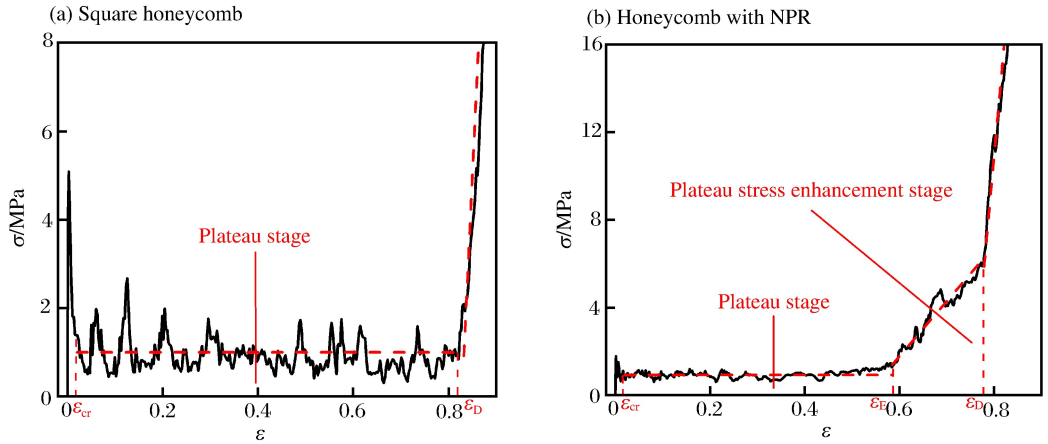


图 3　面内冲击载荷作用下蜂窝材料的名义应力应变曲线

Fig. 3　Nominal stress-strain curves of honeycombs under in-plane crushing

为了探究造成上述两种蜂窝冲击响应特性差异的原因，图 4 给出了冲击速度 $v=20$ m/s 时，传统蜂窝和负泊松比蜂窝在 $\varepsilon=0.6$ 时的宏微观变形模式，此时负泊松比蜂窝的面内冲击过程处于平台应力增强区。图中显见，对于正泊松比蜂窝材料（如图 4(a)），在中低速冲击时，会发生压缩-膨胀现象，在水平方向上胞元会向外扩散。因此在平台区结束后，不会出现平台应力增强区，而是随着胞元胞壁的逐渐接触，压缩应力迅速升高而进入密实化区。而对于负泊松比蜂窝（如图 4(b)），会发生轴向压缩-收缩现象，在达到密实化之前，负泊松比蜂窝结构中心位置的材料重新形成了多层非均匀的多胞结构，导致负泊松比蜂窝结构的等效弹性模量增大，进而产生平台应力增强效应，主要表现在平台应力增强区。综上所述，造成负泊松比蜂窝和正方形蜂窝冲击响应特性差异的主要原因是负泊松比蜂窝中双向内凹层级结构的负泊松比效应。

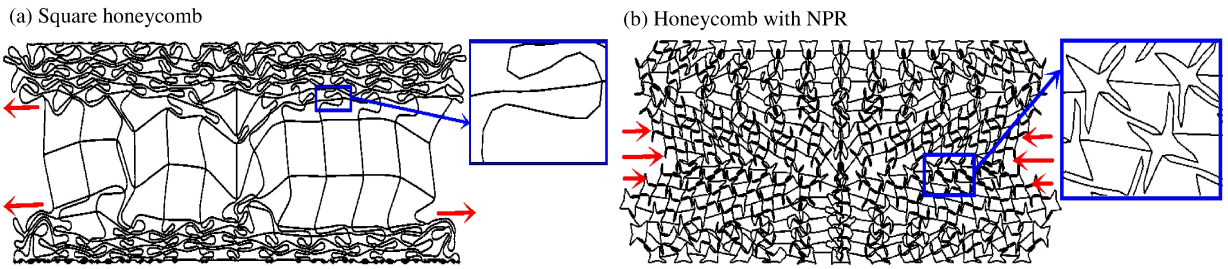


图 4　蜂窝的宏微观变形模式

Fig. 4　Macroscopic and microscopic deformation modes of honeycombs

图 5～6 分别给出了负泊松比蜂窝和正方形蜂窝在不同冲击速度下的变形模式，其中名义应变为 $\varepsilon=0.375$。对于负泊松比蜂窝，在中低速冲击时，结构发生内凹，呈现出负泊松比特性，在宏观上表现为明显的“颈缩”现象；在高速冲击时，由于惯性效应的影响，负泊松比蜂窝由冲击端逐层压缩直到密实，局部变形明显，负泊松比效应减弱。而对于正方形蜂窝，在不同冲击速度下均未出现负泊松比现象，其变形与文献[11]类似。

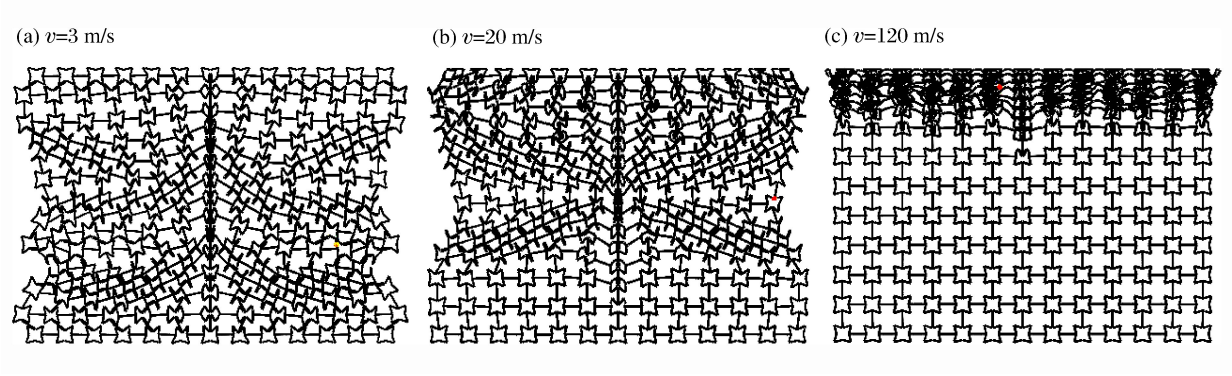


图 5　不同冲击速度下负泊松比蜂窝材料的宏观变形模式

Fig. 5　Macroscopic deformation modes of honeycombs with NPR at different impact velocities

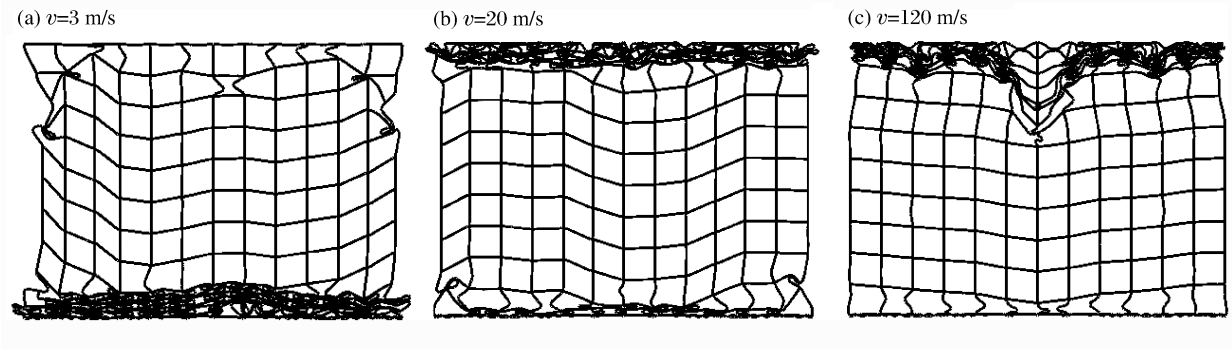


图 6　不同冲击速度下正方形蜂窝材料的宏观变形模式

Fig. 6　Macroscopic deformation modes of square honeycombs at different impact velocities

2.2　密实应变和平台应力增强应变

在冲击载荷作用下，与冲击能量吸收关系最大的是平台应力 σ_{P} 和密实应变 ε_{D}。多胞材料的密实应变理论上等于孔隙率[3]，即：

$$\varepsilon_{\mathrm{D}}=1-\Delta\rho \tag{6}$$

但研究表明[3,12]，多胞材料发生密实化现象时对应的应变略小于孔隙率，密实应变是多胞材料相对密度的函数，即：

$$\varepsilon_{\mathrm{D}}=1-\lambda\Delta\rho \tag{7}$$

式中：λ 为多胞材料的微结构影响参数[12]。对于蜂窝材料，Gibson 等[3]建议取 $\lambda=1.4$。实践中发现，密实应变 ε_{D} 是一个速度敏感型变量，在一定程度上还受到惯性等因素的影响。为避免了人为选择的随意性，目前广泛采用能量吸收效率方法来确定多胞材料的密实应变[5,9]。基于能量吸收效率方法，密实应变 ε_{D} 可由下式确定，即：

$$\left.\frac{\mathrm{d}\eta(\varepsilon)}{\mathrm{d}\varepsilon}\right|_{\varepsilon=\varepsilon_{\mathrm{D}}}=0 \tag{8}$$

定义在给定名义应变下多胞材料所吸收的能量与相应名义应力的比值 η 为：

$$\eta=\frac{\int_0^{\varepsilon}\sigma(\varepsilon)\mathrm{d}\varepsilon}{\sigma(\varepsilon)} \tag{9}$$

然而，实际多胞材料的能量吸收效率曲线中有很多局部极大值，如图 7 所示。在本文中的计算中，定义最后的极大值点(即能量效率曲线开始迅速下降的点)所对应的名义应变为锁定应变点。

保持 $L_s/L=1$ 和 $t=0.3$ mm 不变，通过改变胞元内凹箭头节点间夹角 β，表 2 给出了负泊松比蜂窝结构在不同冲击载荷下的密实应变。对于相同的相对密度，低速冲击时，负泊松比蜂窝结构的密实应变大致等于其静态密实应变，与冲击速度关系不大；在高速冲击时，惯性效应明显，试件密实应变大致相同，接近于孔隙率，冲击速度的影响较小。但对于中速冲击时，密实应变将受到微结构惯性和冲击速度影响。密实应变随着相对密度的增大而逐渐减小，随着冲击速度的增大而相应增大。可见，在低速和高速冲击时，相对密度是影响负泊松比蜂窝结构密实应变的重要指标；在中速冲击时，密实应变同时受到相对密度和冲击速度的影响。考虑到惯性效应和微结构效应的影响，给出基于分段函数形式的密实应变公式，即：

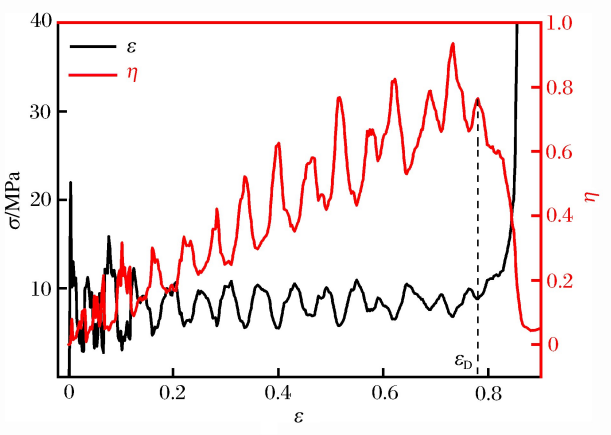


图 7　负泊松比蜂窝名义应力应变曲线与能量吸收效率曲线

Fig. 7　Nominal stress-strain curve and corresponding energy absorption efficiency curve of honeycomb with NPR

$$\begin{cases}\varepsilon_{DH}=k_{DH}(1-\lambda_{DH}\Delta\rho) & v<V_{cr1}<V_{cr2}\\ \varepsilon_{DT}=k_{DT}(1-\lambda_{DT}\Delta\rho) & V_{cr1}\leqslant v\leqslant V_{cr2}\\ \varepsilon_{DD}=k_{DD}(1-\lambda_{DD}\Delta\rho) & V_{cr1}<V_{cr2}<v\end{cases}\tag{10}$$

式中：ε_{DH}、ε_{DT} 和 ε_{DD} 分别为低速、中速和高速冲击时负泊松比蜂窝结构的动态密实应变，λ_{DH}、λ_{DT} 和 λ_{DD} 分别为低速、中速和高速冲击时的修正系数，k_{DH}、k_{DT} 和 k_{DD} 分别为相应的速度相关系数。k_{DH} 和 k_{DD} 为常数，k_{DT} 为冲击速度的函数，可由下式给出：

$$k_{DT}=a(1+bv)\tag{11}$$

式中：a 和 b 为常数，v 为冲击速度。基于最小二乘拟合方法，本文中给出了不同冲击速度下负泊松比蜂窝结构密实应变的经验公式，即：

$$\begin{cases}\varepsilon_{DH}=0.766(1-1.064\Delta\rho) & v<V_{cr1}<V_{cr2}\\ \varepsilon_{DT}=0.846(1+0.001v)(1-1.1\Delta\rho) & V_{cr1}\leqslant v\leqslant V_{cr2}\\ \varepsilon_{DD}=0.909(1-0.923\Delta\rho) & V_{cr1}<V_{cr2}<v\end{cases}\tag{12}$$

表 2　负泊松比蜂窝结构的密实应变

Table 2　Densification strains of honeycombs with NPR

$v/(\mathrm{m\cdot s^{-1}})$	ε_D				
	$\Delta\rho=0.13$	$\Delta\rho=0.15$	$\Delta\rho=0.19$	$\Delta\rho=0.24$	$\Delta\rho=0.32$
3	0.666 1	0.642 0	0.617 5	0.550 7	0.515 1
20	0.739 0	0.714 7	0.689 1	0.649 5	0.558 4
70	0.786 7	0.759 7	0.729 6	0.683 9	0.583 8
120	0.808 0	0.780 4	0.744 5	0.702 5	0.645 4
200	0.814 9	0.793 0	0.755 6	0.719 3	0.651 3

为了验证上述密实应变经验公式的有效性，在保持其他微结构参数不变的前提下而改变胞壁厚度，建立了不同相对密度的负泊松比蜂窝结构模型。基于有限元模拟和能量吸收效率方法，得到了不同相对密度负泊松比蜂窝结构在高速、中速和低速冲击载荷下的密实应变，如图 8 所示。图中显见，当相对密度低于 0.32 时，有限元模拟结果与经验公式吻合较好，即在低速和高速冲击时，负泊松比蜂窝结构的密实应变主要取决于相对密度；在中速冲击时，负泊松比蜂窝结构的密实应变由相对密度和冲击速度共同主导。研究表明，该经验公式对于相对密度低于 0.32 的负泊松比蜂窝结构均适用。

由于负泊松比内凹结构的引入，在中低速冲击时负泊松比蜂窝结构的应力应变曲线在平台区可进一步划分为两个阶段，即平台区和平台应力增强区，两个阶段的临界应变点定义为平台应力增强应变 ε_E。图 9 给出了负泊松比蜂窝结构的平台应力增强应变 ε_E 与密实应变 ε_D 之间的关系。图中显见，在中低速冲击时，两者之间呈现出线性关系，即 $\varepsilon_E = k\varepsilon_D$。通过对有限元计算结果进行线性拟合，得到中速（$v$ = 20 m/s）和低速（v = 3 m/s）冲击时的比例系数 k 分别为 0.79 和 0.58。研究表明，在冲击速度相同的条件下，平台应力增强应变与密实应变几乎成正比；随着冲击速度的增大，比例系数相应增大。

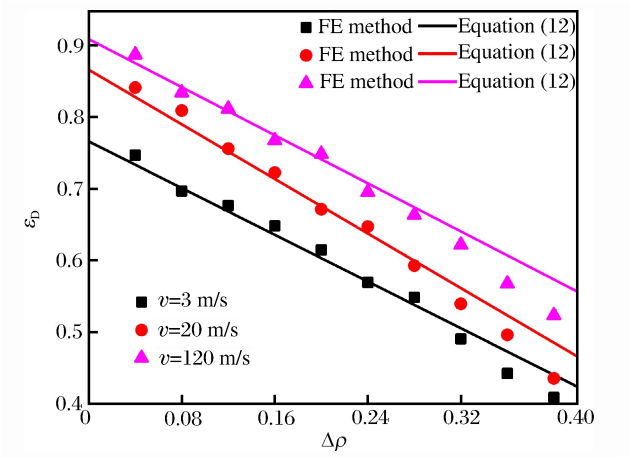


图 8　负泊松比蜂窝结构的密实应变与冲击速度间的关系

Fig. 8　Variation of desification strain with impact velocity for honeycombs with NPR

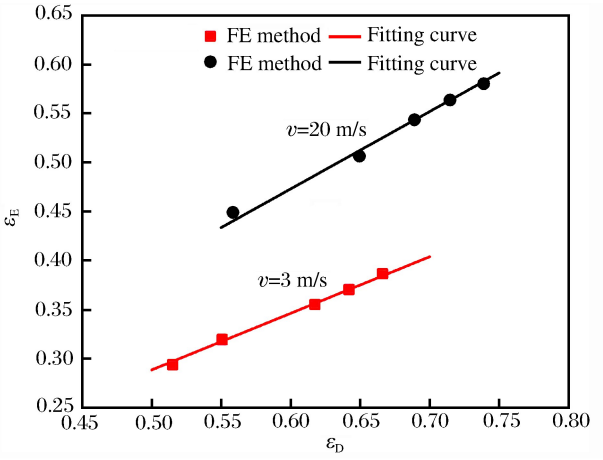


图 9　负泊松比蜂窝结构的平台应力增强应变和密实应变关系曲线

Fig. 9　Variation of plateau stress enhancement strain with densification strain for honeycombs with NPR

2.3　平台应力

对于负泊松比蜂窝结构，由于平台应力增强区的存在，本文将平台区和平台应力增强区的平均应力作为平台应力，即：

$$\sigma_P = \frac{\int_{\varepsilon_{cr}}^{\varepsilon_D} \sigma(\varepsilon)\mathrm{d}(\varepsilon)}{\varepsilon_D - \varepsilon_{cr}} \tag{13}$$

式中：ε_{cr} 为初始应变。在整个冲击过程中，ε_{cr} 值很小，文中取 ε_{cr} = 0.02，以达到更高的计算精度。ε_D 为密实应变，由前文所述的能量吸收效率方法给出。

为了研究负泊松比结构的引入对蜂窝材料平台应力的影响，在保证相对密度 $\Delta\rho$ = 0.15 不变的前提下，基于式(13)，图 10 给出了负泊松比蜂窝结构（β = 60°，L_s/L = 1）在冲击端平台应力随冲击速度的变化规律。作为对比，图中还给出了相同相对密度下正方形蜂窝材料的平台应力。结果表明，负泊松比蜂窝和正方形蜂窝的平台应力都随冲击速度的增加而增大，在中高速冲击时，其平台应力近似正比于冲击速度的平方。当冲击速度和相对密度一定时，负泊松比蜂窝结构的平台应力明显高于传统正方形蜂窝材料，究其原因是由于负泊松比结构的引入，负泊松比蜂窝结构宏观变形更加困难，而产生平台应力增强效应。可见，由于负泊松比层级结构的引入，负泊松比蜂窝材料的动态承载能力明显增强。

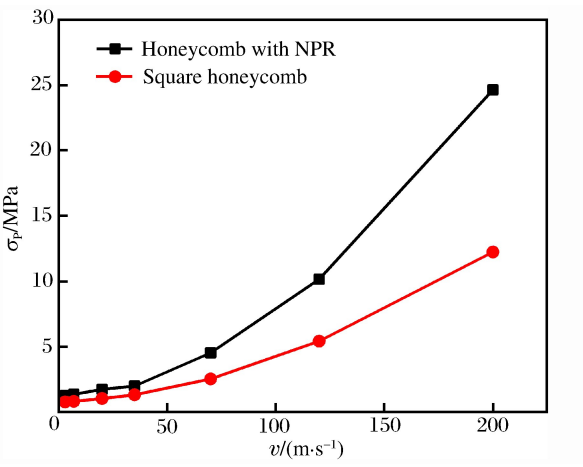


图 10　不同冲击速度下负泊松比蜂窝和正方形蜂窝的平台应力

Fig. 10　Plateau stresses of honeycombs with NPR and square honeycombs at different impact velocities

只要冲击速度足够高，产生平面塑性波前，塑性冲击波理论便可应用于多胞材料[12,14]。根据一维冲击波理论，Qiu 等[12]给出了不同微结构多胞材料的平台应力与冲击速度之间的函数关系式，即：

$$\sigma_{\mathrm{P}}=A\sigma_{\mathrm{y}}\Delta\rho^{2}+\frac{\Delta\rho\rho_{\mathrm{s}}v^{2}}{1-B\Delta\rho} \tag{14}$$

式中：A 和 B 为拟合系数，取决于多胞材料的微结构；σ_{y} 为基体材料的屈服应力。基于式(14)和最小二乘拟合，给出了负泊松比蜂窝结构冲击端平台应力与冲击速度和相对密度之间的关系，即：

$$\sigma_{\mathrm{P}}=0.55\sigma_{\mathrm{y}}\Delta\rho^{2}+\frac{\Delta\rho\rho_{\mathrm{s}}v^{2}}{1-1.17\Delta\rho} \tag{15}$$

在保持 $L_{\mathrm{s}}/L=1$ 和 $t=0.3$ mm 不变条件下，通过改变胞元内凹箭头节点间夹角 β，得到了不同微结构负泊松比蜂窝材料模型。图 11 给出了不同微结构下(即不同 β)负泊松比蜂窝材料冲击端平台应力与冲击速度间的关系。在给定冲击速度下，随着 β 的减小，相对密度的增加，冲击端平台应力明显增加。作为对比，图中还给出了经验公式(式(15))的理论计算结果，用实线表示。从图中可以看出，两者吻合较好，从而也证明了式(15)的有效性。由图 11 可以看出，相比于有限元计算结果，该经验公式得到的平台应力偏低。

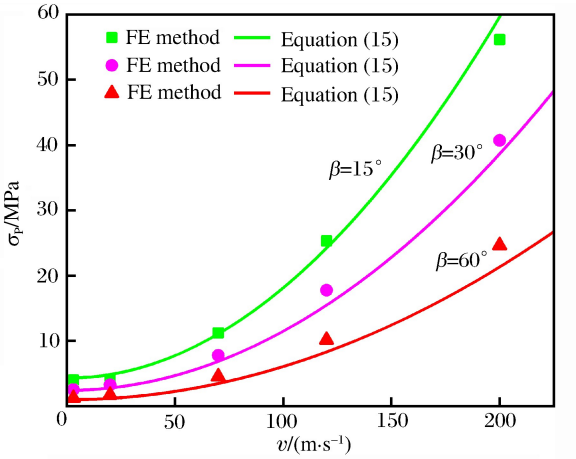


图 11　不同微结构负泊松比蜂窝材料的平台应力与冲击速度间的关系

Fig. 11　Variation of plateau stresses for honeycombs with NPR at different cellmicro-structures with respect to impact velocities

2.4　能量吸收特性

传统多胞材料普遍存在冲击峰值应力高和平台应力波动大等缺点(如图 3(a))，因此在用作冲击吸能构件时有很大的局限性。由于具有低强度、小应力波动、大压缩应变和平台应力增强等特点(如图 3(b))，负泊松比多胞材料用于冲击吸能构件时具有更大的优势[15]。

在冲击载荷作用下，如果忽略冲击过程中热能和声能等能量的消耗，多胞材料吸收的能量主要转化为 2 大部分，即蜂窝材料的内能和动能，将两者之和定义为总能量[16]。在保证相对密度不变的条件下，图 12 给出了不同冲击速度和不同微结构(即 β 角)下负泊松比蜂窝材料的名义应力随名义应变的变化曲线。图中可以看出，在微结构相同的条件下，蜂窝材料的承载能力随冲击速度的增加而增大。在相同冲击速度下($v=20$ m/s)，蜂窝材料的承载能力随 β 角的增大而增大。

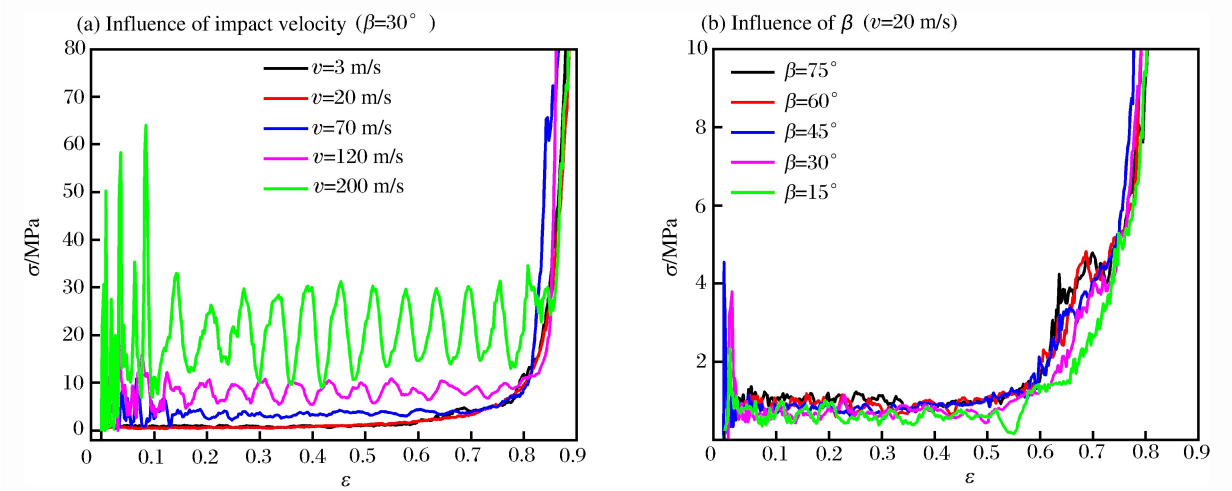


图 12　负泊松比蜂窝的名义应力应变关系

Fig. 12　Relation between nominal stress and nominal strain of honeycombs with NPR

图 13 给出了相应负泊松比蜂窝材料的总吸收能量随名义应变的变化曲线。研究结果表明，当胞元微结构和相对密度一定时，随着冲击速度的增大，试件的能量吸收能力明显增强（如图 13(a)）。当冲击速度和相对密度一定时，试件的总吸收能量随着 β 的增大而增大（如图 13(b)）。综上所述，通过改变胞元微结构和增大冲击速度可以提升负泊松比蜂窝的能量吸收能力。

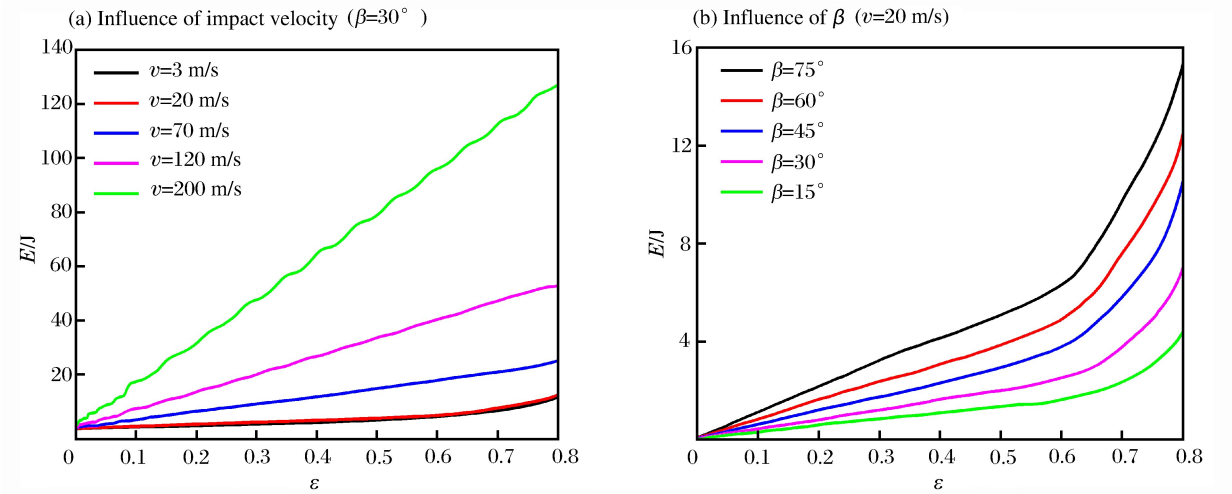


图 13　负泊松比蜂窝的能量吸收与名义应变关系

Fig. 13　Relation between energy absorption and nominal strain of honeycombs with NPR

为了进一步探究面内冲击作用下负泊松比蜂窝结构的能量吸收分布情况，本文中定义内能分布系数 Φ（内能在总吸收能量中所占的比例），即：

$$\Phi=\frac{E_{\mathrm{I}}}{E} \tag{16}$$

式中：E_{I} 为负泊松比蜂窝结构的内能；E 为负泊松比蜂窝结构的总吸收能量。

图 14 给出了不同冲击速度下内能分布系数 Φ 随名义应变的变化关系。当相对密度不变时（如图 14(a)），冲击速度对内能分布系数 Φ 的影响较大，随着冲击速度的增加，试件中的内能相应减小，由低速冲击（v=3 m/s）时的 0.99 逐渐减小到高速冲击（v=200 m/s）时的约 0.45。当冲击速度恒定时（v=20 m/s），除了相对密度，内能分布系数 Φ 亦取决于胞元微结构（如图 14(b)）。可见，当冲击速度低于冲击波速（即 $v<V_{\mathrm{cr2}}$）时[13]，在冲击载荷作用下，以内能为主。随着冲击速度的增大，惯性效应增强，内能的分布比例相应减小。对于相同相对密度和冲击速度条件下，内能分布系数 Φ 随 β 角的增大有增加的趋势，但变化不明显。

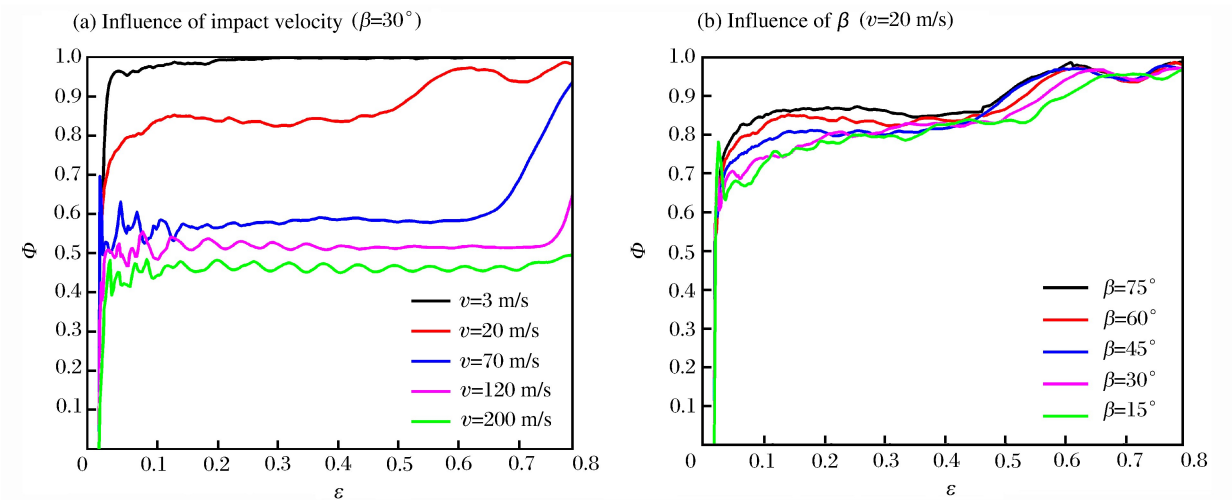


图 14　负泊松比蜂窝的内能分布系数与名义应变关系

Fig. 14　Relation between internal energy distribution coefficient and nominal strain of honeycombs with NPR

3 结　论

通过用更小的双向内凹结构替代传统正方形蜂窝的结构节点，得到了一种负泊松比蜂窝结构模型。基于显式动力有限元方法，对该负泊松比蜂窝材料动力学响应和能量吸收特性进行了研究。得到如下结论。

(1)在面内冲击载荷下，负泊松比蜂窝结构的冲击过程可分为线弹性阶段、平台阶段、平台应力增强阶段和密实化阶段 4 个阶段。在中低速冲击时，负泊松比蜂窝结构表现出负泊松比材料在轴向压缩时独特的“颈缩”现象，从而导致平台应力增强效应。随着冲击速度的增加，惯性效应增强，负泊松比蜂窝结构的负泊松比特性减弱。

(2)在低速和高速冲击时，相对密度是影响负泊松比蜂窝结构密实应变的重要指标；在中速冲击时，负泊松比蜂窝的密实应变由胞元微结构和冲击速度共同决定。基于能量吸收效率方法，给出了负泊松比蜂窝结构在不同冲击速度下的密实应变经验公式。对于负泊松比蜂窝结构，平台应力增强应变和密实应变成正比，比例系数随着冲击速度的增大而增大。

(3)在给定冲击速度下，由于负泊松比层级结构的引入，负泊松比蜂窝材料的动态承载能力明显高于传统正方形蜂窝。基于能量吸收效率方法和一维冲击波理论，给出了负泊松比蜂窝结构冲击端的平台应力经验公式，以预测负泊松比多胞材料的动态承载能力。理论计算结果与有限元结果吻合较好，从而证明了经验公式的有效性。另外，还引入了内能分布系数，来衡量冲击载荷下负泊松比蜂窝材料的能量吸收形式和能量分布情况。

参考文献：

[1] PRAWOTO Y. Seeing auxetic materials from the mechanics point of view: A structural review on the negative Poisson's ratio [J]. Computational Materials Science, 2012,58(6):140-153. DOI:10.1016/j.commatsci.2012.02.012.

[2] 余同希，邱信明. 冲击动力学[M]. 北京：清华大学出版社，2011：197-220.

[3] GIBSON L J, ASHBY M F. Cellular solids: Structure and properties[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1997:1-13.

[4] PRALL D, LAKES R S. Properties of a chiral honeycomb with a Poisson's ratio of −1[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 1997,39(3):305-314. DOI:10.1016/S0020-7403(96)00025-2.

[5] 张新春，祝晓燕，李娜. 六韧带手性蜂窝结构的动力学响应特性研究[J]. 振动与冲击，2016，35(8)：1-7. DOI:10.13465/j.cnki.jvs.2016.08.001.
ZHANG Xinchun, ZHU Xiaoyan, LI Na. A study of the dynamic response characteristics of hexagonal chiral honeycombs[J]. Journal of Vibration and Shock, 2016,35(8):1-7. DOI:10.13465/j.cnki.jvs.2016.08.001.

[6] SCARPA F, SMITH C W, RUZZENE M, et al. Mechanical properties of auxetic tubular truss-like structures[J]. Physica Status Solid, 2008,245(3):584-590. DOI:10.1002/pssb.200777715.

[7] 张伟，侯文彬，胡平. 新型负泊松比多孔吸能盒平台区力学性能[J]. 复合材料学报，2015，32(2)：534-541. DOI:10.13801/j.cnki.fhclxb.20140616.003.
ZHANG Wei, HOU Wenbin, HU Ping. Mechanical properties of new negative Poisson's ratio crush box with cellular structure in plateau stage[J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2015,32(2):534-541. DOI:10.13801/j.cnki.fhclxb.20140616.003.

[8] QIAO J X, CHEN C Q. Impact resistance of uniform and functionally graded auxetic double arrowhead honeycombs[J]. International Journal of Impact Engineering, 2015,83(9):47-58. DOI:10.1016/j.ijimpeng.2015.04.005.

[9] ZHANG X C, AN L Q, DING H M, et al. The influence of cell micro-structure on the in-plane dynamic crushing of honeycombs with negative Poisson's ratio[J]. Journal of Sandwich Structures and Materials, 2015,17(1):26-55. DOI:10.1177/1099636214554180.

[10] RUAN D, LU G, WANG B, et al. In-plane dynamic crushing of honeycombs: A finite element study[J]. International Journal of Impact Engineering, 2003,28(2):161-182. DOI:10.1016/S0734-743X(02)00056-8.

[11] LIU Y, ZHANG X C. The influence of cell micro-topology on the in-plane dynamic crushing of honeycombs[J]. International Journal of Impact Engineering, 2009,36(1):98-109. DOI:10.1016/j.ijimpeng.2008.03.001.

[12] QIU X M, ZHANG J, YU T X. Collapse of periodic planar lattices under uniaxial compression, Part Ⅱ: Dynamic crushing based on finite element simulation[J]. International Journal of Impact Engineering, 2009,36(10):1231-1241. DOI:10.1016/j.ijimpeng.2009.05.010.

[13] ZHANG X C, AN L Q, DING H M. Dynamic crushing behavior and energy absorption of honeycombs with density gradient[J]. Journal of Sandwich Structures and Materials, 2014,16(2):125-147. DOI:10.1177/1099636213509099.

[14] SUN D, ZHANG W, ZHAO Y, et al. In-plane crushing and energy absorption performance of multi-layer regularly arranged circular honeycombs[J]. Composite Structures, 2013,96(2):726-735. DOI:10.1016/j.compstruct.2012.10.008.

[15] ZHOU G, MA Z D, GU J, et al. Design optimization of a NPR structure based on HAM optimization method [J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2016,53(3):635-643. DOI:10.1007/s00158-015-1341-x.

[16] 胡玲玲，蒋玲. 胞孔构型对金属蜂窝动态力学性能的影响机理[J]. 爆炸与冲击，2014,34(1):41-46. DOI:10.3969/j.issn.1001-1455.2014.01.008.
HU Lingling, JIANG Ling. Mechanism of cell configuration affecting dynamic mechanical properties of metal honeycombs[J]. Explosion and Shock Waves, 2014,34(1):41-46. DOI:10.3969/j.issn.1001-1455.2014.01.008.

Dynamic responses and energy absorption properties of honeycombs with negative Poisson's ratio

HAN Huilong, ZHANG Xinchun, WANG Peng

(*Department of Mechanical Engineering, North China Electric Power University, Baoding* 071003, *Hebei*, *China*)

Abstract: In this work, for the traditional square honeycombs, we obtained a joint-based hierarchical honeycomb model with the negative Poisson's ratio (NPR) by replacing the structural nodes of the original honeycombs having smaller inner concave structures. We numerically investigated the dynamic responses and energy absorption characteristics of these honeycombs with NPR under in-plane crushing using the explicit dynamic finite element analysis (DFEA), revealing that, apart from the impact velocity and the relative density, the in-plane dynamic properties of the honeycombs also depend upon the cell micro-structure. Compared with those of the square honeycombs, the dynamic strengths and energy absorption abilities of these honeycombs are obviously improved. Under low or moderate velocity crushing, the specimens exhibit the obvious "neck shrinkage" phenomenon of auxetic materials, and show the unique plateau stress enhancement effect. Based on the energy absorption efficiency method and the one-dimensional shockwave theory, the empirical formulae of densification strain and dynamic plateau stress were given to predict the dynamic load-bearing capacity of the honeycombs with NPR. Our study can serve as a guidance for the multi-objective optimal dynamic design of auxetic cellular materials.

Keywords: cellular materials; negative Poison's ratio (NPR); plateau stress enhancement effect; energy absorption

(责任编辑　王易难)