DOI: 10.11883/bzycj-2016-0149 文章编号: 1001-1455(2018)03-0555-08

双相介质半空间内椭圆夹杂对透射 SH 波的散射*

齐 辉,龚 曲,曾庆友
(哈尔滨工程大学航天与建筑工程学院,黑龙江 哈尔滨 150001)

摘要: 为探究双相介质弹性半空间内椭圆弹性夹杂对透射 SH 波的散射问题,主要采用 Green 函数法、复变函数法、保角映射法和极坐标移动技术。首先,引入复变量并在复平面上运用保角映射的方法将椭圆边界映射为单位圆边界;然后,将双相介质沿垂直边界剖开分成两个四分之一空间,在剖分面上作用附加力系使 SH 波在垂直边界上满足位移和应力连续的条件,并构造四分之一空间内点源荷载作用下的 Green 函数位移场;进而,利用"契合"的思想在垂直边界上建立定解积分方程组,并利用 SH 波衰减的性质进行有限项截断来求解未知附加力系。最后,通过具体算例得出在不同参数情况下椭圆夹杂周边动应力集中因子分布情况。结果得知,SH 波的入射角度和频率以及介质的性质对夹杂周边动应力集中分布有一定影响。

关键词: 散射;透射 SH 波;双相介质;椭圆夹杂;动应力集中因子
中图分类号: O347.3; O343.1 **国标学科代码**: 1301511 **文献标志码**: A

弹性波散射理论一直以来都是弹性动力学中重要研究课题之一,巧妙地运用了一些数学物理方法解析地求解了一些复杂的波动问题,对地震工程、岩土工程及地下结构工程等相关技术的研究与应用有着重要价值。对弹性波在全空间中传播时遇缺陷发生散射的研究已日趋完善,相关的研究已扩展到半空间、四分之一空间等更复杂的情况,更多的界面模型被涉及[1-8]。双相介质半空间中的缺陷对 SH 波的散射问题是在近几年才备受科研人员的重视,而且他们基本上是讨论入射 SH 波与缺陷在同一个介质中的情况[2-6],对于缺陷与入射波处于不同介质中的研究还非常少。本文中采用 Green 函数法、复变函数法、保角映射法、"镜像"法、极坐标移动技术以及"契合"的思想解析地求解双相介质弹性半空间内椭圆弹性夹杂对透射 SH 波的散射问题。并通过具体的算例得出在不同的入射角、SH 波频率和介质性质的情况下椭圆夹杂周边环向动应力集中分布情况,以期获得一些具体的理论结果为相关科研及工程实际应用提供参考。

1 问题模型

如图 1 所示,由介质Ⅰ和介质Ⅱ组成的双相介质半空间内有一个椭圆夹杂,椭圆夹杂为介质Ⅲ,这 3 种介质均为连续、均匀、各向同性的弹性介质。椭圆夹杂长半轴和短半轴长度分别为 a 和 b,夹杂中心到垂直边界 B_V 的距离为 h,到水平边界 B_H 距离为 d,建立如图 1 所示直角坐标系 xOy 和 $x''O''y''$。SH 波从介质Ⅱ中入射,遇垂直边界 B_V 产生透射 SH 波进入介质Ⅰ中。主要研究在不同参数条件下介质Ⅰ中椭圆夹杂周边在透射 SH 波作用下产生的环向动应力集中情况,并对结果进行分析,突出反映透射 SH 波的危害性。

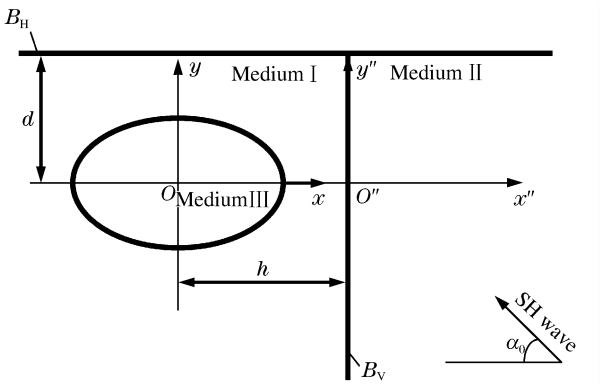


图 1 理论模型

Fig. 1 Theoretical model

* **收稿日期**: 2016-05-13; **修回日期**: 2016-07-08
基金项目: 黑龙江省自然科学基金项目(A201404)
第一作者: 齐 辉(1963—),男,博士,教授,博导,qihui205@sina.com。

2 控制方程

二维平面SH波位移函数$W(x,y)$与时间的依赖关系为$e^{-i\omega t}$，满足控制方程：

$$\frac{\partial^2 W}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 W}{\partial y^2}+k^2 W=0 \tag{1}$$

式中：$k=\dfrac{\omega}{c_s}$，$c_s=\sqrt{\dfrac{\mu}{\rho}}$，$k$ 为波数，ω 为位移函数圆频率，c_s为介质的剪切波速，μ 为介质的剪切模量，ρ 为介质密度。引入复变量 $z=x+\mathrm{i}y$，$\bar{z}=x-\mathrm{i}y$，位移函数 $W(z,\bar{z})$ 在复平面 $(z,\bar{z})$ 上控制方程的表达形式为：

$$\frac{\partial^2 W}{\partial z\partial \bar{z}}+\frac{1}{4}k^2 W=0 \tag{2}$$

引入保角映射函数：

$$z=\omega(\eta)=R\left(\eta+\frac{m}{\eta}\right) \tag{3}$$

式中：$\eta=R\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}$，$R=\dfrac{a+b}{2}$，$m=\dfrac{a-b}{a+b}$，$a$、$b$ 分别为椭圆长半轴和短半轴长。

控制方程在映射平面 $(\eta,\bar{\eta})$ 上可以表示为：

$$\frac{1}{\omega'(\eta)\overline{\omega'(\eta)}}\frac{\partial^2 W}{\partial \eta\partial \bar{\eta}}+\frac{1}{4}k^2 W=0 \tag{4}$$

与式(4)相应的应力表达式为：

$$\tau_{rz}=\frac{\mu}{R\left|\omega'(\eta)\right|}\left(\eta\frac{\partial W}{\partial \eta}+\bar{\eta}\frac{\partial W}{\partial \bar{\eta}}\right),\qquad \tau_{\theta z}=\frac{\mathrm{i}\mu}{R\left|\omega'(\eta)\right|}\left(\eta\frac{\partial W}{\partial \eta}-\bar{\eta}\frac{\partial W}{\partial \bar{\eta}}\right) \tag{5}$$

3 Green 函数

本文中在求解实际问题之前先构造问题的 Green 函数，其中 Green 函数Ⅰ具体为含椭圆弹性夹杂的四分之一空间在垂直边界上任一位置处的出平面点源荷载作用下产生的位移场，四分之一空间为介质Ⅰ，椭圆夹杂为介质Ⅲ，如图 2 所示。采用“虚设点源”法构造 Green 函数入射波位移场表达式如下：

$$G^{(\mathrm{in})}(\eta,\bar{\eta})=\frac{\mathrm{i}}{2\mu_1}H_0^{(1)}\left(k_1\left|\omega(\eta)-\omega(\eta_0)\right|\right)+\frac{\mathrm{i}}{2\mu_1}H_0^{(1)}\left(k_1\left|\omega(\eta)-\overline{\omega(\eta_0)}+2\mathrm{i}d\right|\right) \tag{6}$$

式中：i 为虚数单位，$H_0^{(1)}$ 为零阶第一类 Hankel 函数，$\omega(\eta_0)$为点源荷载的位置矢量。构造四分之一空间内椭圆弹性夹杂产生的散射波位移场表达式[4]为：

$$G^{(\mathrm{s})}(\eta,\bar{\eta})=\sum_{n=-\infty}^{\infty}A_n\sum_{j=1}^{4}S_n^{(j)} \tag{7}$$

式中：$S_n^{(1)}=H_n^{(1)}\left(k_1\left|\omega(\eta)\right|\right)\left[\dfrac{\omega(\eta)}{\left|\omega(\eta)\right|}\right]^n$，

$S_n^{(2)}=H_n^{(1)}\left(k_1\left|\omega(\eta)-2h\right|\right)\left[\dfrac{\omega(\eta)-2h}{\left|\omega(\eta)-2h\right|}\right]^{-n}$，

$S_n^{(3)}=(-1)^n H_n^{(1)}\left(k_1\left|\omega(\eta)-2\mathrm{i}d\right|\right)\left[\dfrac{\omega(\eta)-2\mathrm{i}d}{\left|\omega(\eta)-2\mathrm{i}d\right|}\right]^{-n}$，

$S_n^{(4)}=(-1)^n H_n^{(1)}\left(k_1\left|\omega(\eta)-2\mathrm{i}d-2h\right|\right)\left[\dfrac{\omega(\eta)-2\mathrm{i}d-2h}{\left|\omega(\eta)-2\mathrm{i}d-2h\right|}\right]^{n}$。

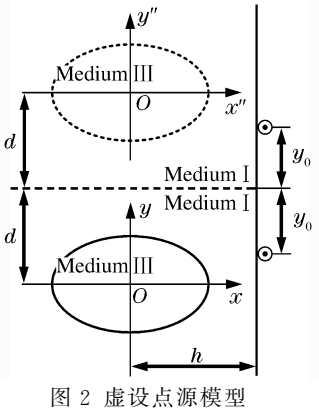


图 2 虚设点源模型

Fig. 2 Model of dummy point source loads

椭圆弹性夹杂内部驻波表达式如下：

$$G^{(\mathrm{t})}(\eta,\bar{\eta})=\sum_{n=-\infty}^{\infty}B_n J_n(k_3|\omega(\eta)|)\left[\frac{\omega(\eta)}{|\omega(\eta)|}\right]^n \tag{8}$$

然后依据椭圆夹杂边界上应力和位移连续条件可建立如下方程组：

$$\begin{cases}G^{(\mathrm{in})}(\eta,\bar{\eta})+G^{(\mathrm{s})}(\eta,\bar{\eta})=G^{(\mathrm{t})}(\eta,\bar{\eta})\\ \tau_{rz}^{(\mathrm{in})}(\eta,\bar{\eta})+\tau_{rz}^{(\mathrm{s})}(\eta,\bar{\eta})=\tau_{rz}^{(\mathrm{t})}(\eta,\bar{\eta})\end{cases} \tag{9}$$

在方程两边同时乘以 $\mathrm{e}^{-\mathrm{i}m\theta}$，然后在$(-\pi,\pi)$区间内积分并进行有限项截断求出系数 A_n 和 B_n，本文中取 $n=8$。Green 函数Ⅰ为：

$$G_1(\eta,\bar{\eta})=G_{\mathrm{I}}^{(\mathrm{in})}(\eta,\bar{\eta})+G_{\mathrm{I}}^{(\mathrm{s})}(\eta,\bar{\eta}) \tag{10}$$

Green 函数Ⅱ为四分之一空间中无椭圆夹杂时的位移场，即：

$$G_2(\eta,\bar{\eta})=G_{\mathrm{II}}^{(\mathrm{in})}(\eta,\bar{\eta}) \tag{11}$$

4　入射波、反射波、透射波和散射波

采用“镜像”法将半空间双相介质问题转化为全空间双相介质问题，入射波、反射波和透射波可分别表示为：

$$W^{(\mathrm{in})}=W_0\exp\left\{\frac{\mathrm{i}k_2}{2}[(\omega(\eta)+h)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}(\pi-\alpha_0)}-(\overline{\omega(\eta)}+h)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\alpha_0}]\right\}+$$
$$W_0\exp\left\{\frac{\mathrm{i}k_2}{2}[(\omega(\eta)+h-2\mathrm{i}d)\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\pi-\alpha_0)}-(\overline{\omega(\eta)}+h+2\mathrm{i}d)\mathrm{e}^{\mathrm{i}\alpha_0}]\right\} \tag{12}$$

$$W^{(\mathrm{re})}=W_2\exp\left\{\frac{\mathrm{i}k_2}{2}[(\omega(\eta)+h)\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\pi-\alpha_0)}-(\overline{\omega(\eta)}+h)\mathrm{e}^{\mathrm{i}\alpha_0}]\right\}+$$
$$W_2\exp\left\{\frac{\mathrm{i}k_2}{2}[(\omega(\eta)+h-2\mathrm{i}d)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}(\pi-\alpha_0)}-(\overline{\omega(\eta)}+h+2\mathrm{i}d)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\alpha_0}]\right\} \tag{13}$$

$$W^{(\mathrm{tr})}=W_4\exp\left\{\frac{\mathrm{i}k_1}{2}[(\omega(\eta)+h)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}(\pi-\alpha_4)}-(\overline{\omega(\eta)}+h)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\alpha_4}]\right\}+$$
$$W_4\exp\left\{\frac{\mathrm{i}k_1}{2}[(\omega(\eta)+h-2\mathrm{i}d)\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\pi-\alpha_4)}-(\overline{\omega(\eta)}+h+2\mathrm{i}d)\mathrm{e}^{\mathrm{i}\alpha_4}]\right\} \tag{14}$$

运用 Snell 定律可以得到入射波、反射波和透射波位移幅值之间的关系式如下：

$$W_2=W_0\frac{\cos\alpha_0-\frac{c_2}{c_1}\frac{\mu_1}{\mu_2}\cos\alpha_4}{\cos\alpha_0+\frac{c_2}{c_1}\frac{\mu_1}{\mu_2}\cos\alpha_4},\qquad W_4=W_0\frac{2\cos\alpha_0}{\cos\alpha_0+\frac{c_2}{c_1}\frac{\mu_1}{\mu_2}\cos\alpha_4} \tag{15}$$

由于入射波的作用，同样在介质Ⅰ中会产生散射波，在椭圆夹杂内部会产生驻波，其过程及相关系数的求解参考构造 Green 函数的过程，在此不再叙述。

5　定解积分方程组

如图 3 所示，本文中将双相介质沿垂直界面剖开，在剖分面上作用连续分布的入平面和出平面点源荷载，分别表示为 $f_1(r_0'',\theta_0'')$ 和 $f_2(r_0'',\theta_0'')$，在垂直边界上满足应力连续条件，即：

$$\tau_{\theta' z''}^{(\mathrm{I})}\sin\theta_0''+f_1(r_0'',\theta_0'')=\tau_{\theta' z''}^{(\mathrm{II})}\sin\theta_0''+f_2(r_0'',\theta_0'') \tag{16}$$

介质Ⅰ中存在透射波和散射波，即：

$$W^{(\mathrm{I})}=W^{(\mathrm{tr})}+W^{(\mathrm{s})},\qquad \tau_{\theta z}^{(\mathrm{I})}=\tau_{\theta z}^{(\mathrm{tr})} \tag{17}$$

介质Ⅱ中存在入射波和反射波，即：

$$W^{(\mathrm{II})}=W^{(\mathrm{in})}+W^{(\mathrm{re})},\qquad \tau_{\theta z}^{(\mathrm{II})}=\tau_{\theta z}^{(\mathrm{in})}+\tau_{\theta z}^{(\mathrm{re})} \tag{18}$$

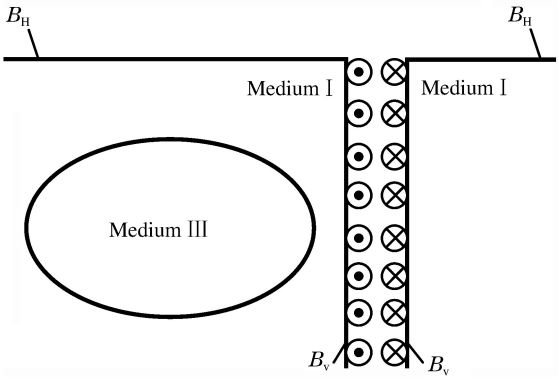


图 3　剖分面模型

Fig. 3　Model of cutaway interface

然后利用“契合”的思想将介质Ⅰ和介质Ⅱ“契合”在一起，在垂直界面处 $\tau_{\theta z}^{(\mathrm{in})}+\tau_{\theta z}^{(\mathrm{re})}=\tau_{\theta z}^{(\mathrm{tr})}$，于是可得 $f_1(r_0'',\theta_0'')=f_2(r_0'',\theta_0'')$。根据前面构造的 Green 函数，通过积分的方法可以得到外力系 $f_1(r_0'',\theta_0'')$ 与 $f_2(r_0'',\theta_0'')$ 相应的位移表达式，即：

$$W^{(f_1)}(r'',\theta')=\int_0^h f_1\left(r_0'',\frac{\pi}{2}\right)G_1\left(r'',\theta',r_0'',\frac{\pi}{2}\right)\mathrm{d}r_0''+\int_0^\infty f_1\left(r_0'',-\frac{\pi}{2}\right)G_1\left(r'',\theta',r_0'',-\frac{\pi}{2}\right)\mathrm{d}r_0'' \tag{19}$$

$$W^{(f_2)}(r'',\theta')=-\int_0^h f_2\left(r_0'',\frac{\pi}{2}\right)G_2\left(r'',\theta',r_0'',\frac{\pi}{2}\right)\mathrm{d}r_0''-\int_0^\infty f_2\left(r_0'',-\frac{\pi}{2}\right)G_2\left(r'',\theta',r_0'',-\frac{\pi}{2}\right)\mathrm{d}r_0'' \tag{20}$$

利用垂直边界处的关系：$W^{(\mathrm{I})}+W^{(f_1)}=W^{(\mathrm{II})}+W^{(f_2)}$，$W^{(\mathrm{in})}+W^{(\mathrm{re})}=W^{(\mathrm{tr})}$ 可得到如下定解积分方程组：

$$\begin{aligned}&\int_0^h f_1\left(r_0'',\frac{\pi}{2}\right)\left[G_1\left(r'',\frac{\pi}{2},r_0'',\frac{\pi}{2}\right)+G_2\left(r'',\frac{\pi}{2},r_0'',\frac{\pi}{2}\right)\right]\mathrm{d}r_0''+\\&\int_0^\infty f_1\left(r_0'',-\frac{\pi}{2}\right)\left[G_1\left(r'',\frac{\pi}{2},r_0'',-\frac{\pi}{2}\right)+G_2\left(r'',\frac{\pi}{2},r_0'',-\frac{\pi}{2}\right)\right]\mathrm{d}r_0''=-W^{(\mathrm{s})}\big|_{\theta_0''=\frac{\pi}{2}}\end{aligned} \tag{21}$$

$$\begin{aligned}&\int_0^h f_1\left(r_0'',\frac{\pi}{2}\right)\left[G_1\left(r'',\frac{\pi}{2},r_0'',\frac{\pi}{2}\right)+G_2\left(r'',\frac{\pi}{2},r_0'',\frac{\pi}{2}\right)\right]\mathrm{d}r_0''+\\&\int_0^\infty f_1\left(r_0'',-\frac{\pi}{2}\right)\left[G_1\left(r'',\frac{\pi}{2},r_0'',-\frac{\pi}{2}\right)+G_2\left(r'',\frac{\pi}{2},r_0'',-\frac{\pi}{2}\right)\right]\mathrm{d}r_0''=-W^{(\mathrm{s})}\big|_{\theta_0''=-\frac{\pi}{2}}\end{aligned} \tag{22}$$

式中：G_1 与 G_2 分别为之前构造的在介质Ⅰ和介质Ⅱ中的 Green 函数，利用散射波的衰减性并进行有限项截断求得未知附加力系。

6 动应力集中因子

本文中主要是运用弹性波的散射理论来研究弹性波的绕射与动应力集中问题。环向动应力集中因子可写成如下形式：

$$\tau_{\theta z}^{*}=\left|\frac{\tau}{\tau_0}\right| \tag{23}$$

式中：$\tau_0=\mu_2 k_2 W_4$ 为半空间透射 SH 波应力的最大幅值，τ 为椭圆夹杂周边环向总应力。

在椭圆夹杂周边环向应力表达式：

$$\tau_{\theta z}=\tau_{\theta z}^{(\mathrm{tr})}+\tau_{\theta z}^{(\mathrm{s})}+\int_0^h f_1\left(r_0'',\frac{\pi}{2}\right)\frac{\mu_1}{r}\frac{\partial G_1\left(r,\theta,r_0'',\frac{\pi}{2}\right)}{\partial\theta}\mathrm{d}r_0''+\int_0^\infty f_1\left(r_0'',-\frac{\pi}{2}\right)\frac{\mu_1}{r}\frac{\partial G_1\left(r,\theta,r_0'',-\frac{\pi}{2}\right)}{\partial\theta}\mathrm{d}r_0'' \tag{24}$$

7 算例及结果分析

通过引入量纲一参数并对其赋值得到了一些具体算例的结果，给出了椭圆夹杂周边环向动应力集中因子在不同参数情况下的分布情况。取量纲一参数 $\mu_{21}=\frac{\mu_2}{\mu_1}$，$\mu_{31}=\frac{\mu_3}{\mu_1}$，$k_{21}=\frac{k_2}{k_1}$，$k_{31}=\frac{k_3}{k_1}$；透射波量纲一波数为 $k_1 b$；椭圆夹杂位置坐标量纲一参数为 $\frac{d}{b}$ 和 $\frac{h}{b}$。

图 4 所示为椭圆夹杂周边环向动应力集中因子 $\tau_{\theta z}^{*}$ 随不同入射角 α_0 的分布情况。此处取 $k_{21}=1.0$，$k_{31}=1.0$，$\mu_{21}=2.0$，$\mu_{31}=0.5$，$\frac{a}{b}=1.25$，$\frac{h}{b}=\frac{d}{b}=12.0$。可以看出，当 SH 波水平向入射时，椭圆夹杂周边环向动应力集中因子明显大于其他入射角度时的相应值，且当入射角 $\alpha_0=45°$ 时的相应值最小，$\alpha_0=30°$ 和 $\alpha_0=60°$ 时的相应值较为接近且大小处于居中位置。当透射波波数 $k_1 b=0.1$ 时，即在“准静态”情况下，SH 波水平入射时椭圆夹杂周边环向动应力集中因子最大值是入射角 $\alpha_0=45°$ 时相应最大值的 1.7 倍，比其他透射波波数情况下相应值大。由此可以得出，当 SH 波水平入射产生透射波时，椭圆夹杂周边环向动应力集中情况最严重，且不同的透射波波数对动应力集中的分布有一定的影响。

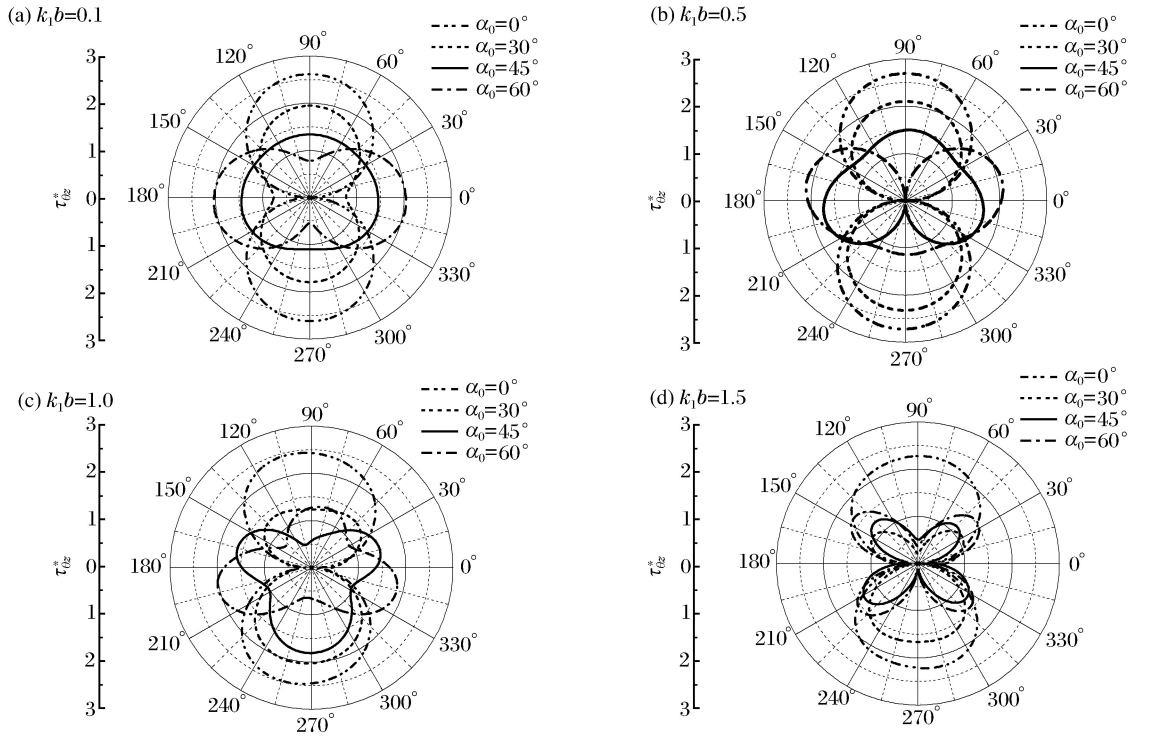


图 4 SH 波以不同角度入射时动应力集中因子的分布情况

Fig. 4 Distribution of dynamic stress concentration factor with different incident angles disturbed by SH wave

图 5 所示为 SH 波水平入射产生透射波时，椭圆夹杂周边环向动应力集中因子 $\tau^*_{\theta z}$ 随不同波数比 k_{21} 的分布情况。其中量纲一参数 $k_{31}=1.2$，$\mu_{31}=1.0$，$\mu_{21}=0.2$，$\frac{a}{b}=1.25$，$\frac{h}{b}=2.0$，$\frac{d}{b}=12.0$。可以看出，当透射波波数 $k_1b=0.1$ 时，即在“准静态”情况下，波数比 k_{21} 对夹杂周边环向动应力集中因子的分布几乎没有影响，在其他透射波波数情况下，夹杂周边环向动应力集中因子最大值随 k_{21} 增大而略微减小，整体上变化并不大。当透射波波数发生变化时，夹杂周边环向动应力集中因子最大值的位置发生了明显变化。由此可以得出，垂直界面右侧介质的性质对椭圆夹杂周边动应力集中因子的分布影响较小，但是透射波频率对椭圆夹杂周边动应力集中因子最大值的位置影响较大。

图 6 所示为 SH 波水平向入射产生透射波时，椭圆弹性夹杂周边环向动应力集中因子 $\tau^*_{\theta z}$ 随波数比 k_{31} 变化的分布情况。其中量纲一参数 $k_{21}=1.0$，$\mu_{21}=2.0$，$\mu_{31}=1.0$，$\frac{a}{b}=1.25$，$\frac{h}{b}=\frac{d}{b}=12.0$。可以看出，当透射波波数 $k_1b=0.1$ 时，即在“准静态”情况下，波数比 k_{31} 对夹杂周边环向动应力集中因子的分布影响较小。在中频和高频透射波情况下，夹杂周边环向动应力集中因子变化非常明显。当 $k_1b=0.5$，$k_{31}=4.0$ 时，环向动应力集中因子 $\tau^*_{\theta z}$ 达到了极值 $|\tau^*_{\theta z}|=7.63$，比 $k_1b=0.5$，$k_{31}=0.5$ 时的相应极值增大了 3.06 倍。由此可得知，在中频和高频透射波情况下，波数比 k_{31} 对椭圆夹杂周边环向动应力集中因子影响非常大，且极值的位置会随透射波频率的变化而发生改变。

图 7 所示为 SH 波水平入射产生透射波时，椭圆弹性夹杂周边在 $\theta=90°$ 处环向动应力集中因子 $\tau^*_{\theta z}$ 随 $\frac{h}{b}$ 变化的分布情况。其中量纲一参 $k_{21}=1.0$，$k_{31}=1.0$，$\mu_{21}=2.0$，$\mu_{31}=2.0$，$\frac{a}{b}=1.25$，$\frac{d}{b}=12.0$。可以看出，椭圆夹杂周边在 $\theta=90°$ 处环向动应力集中因子 $\tau^*_{\theta z}$ 随 $\frac{h}{b}$ 的增大而呈周期性变化，透射波频率越大，周期越小，且振幅呈衰减趋势，衰减到一定程度后逐渐趋于稳定。当透射波波数 $k_1b=0.1$ 时，即在“准静态”情况下接近为一条直线。可以得知，椭圆弹性夹杂距离垂直边界一定距离后，该距离对夹杂周边环向动应力集中因子的分布影响可以忽略，且这个距离值随透射波频率增大而增大。

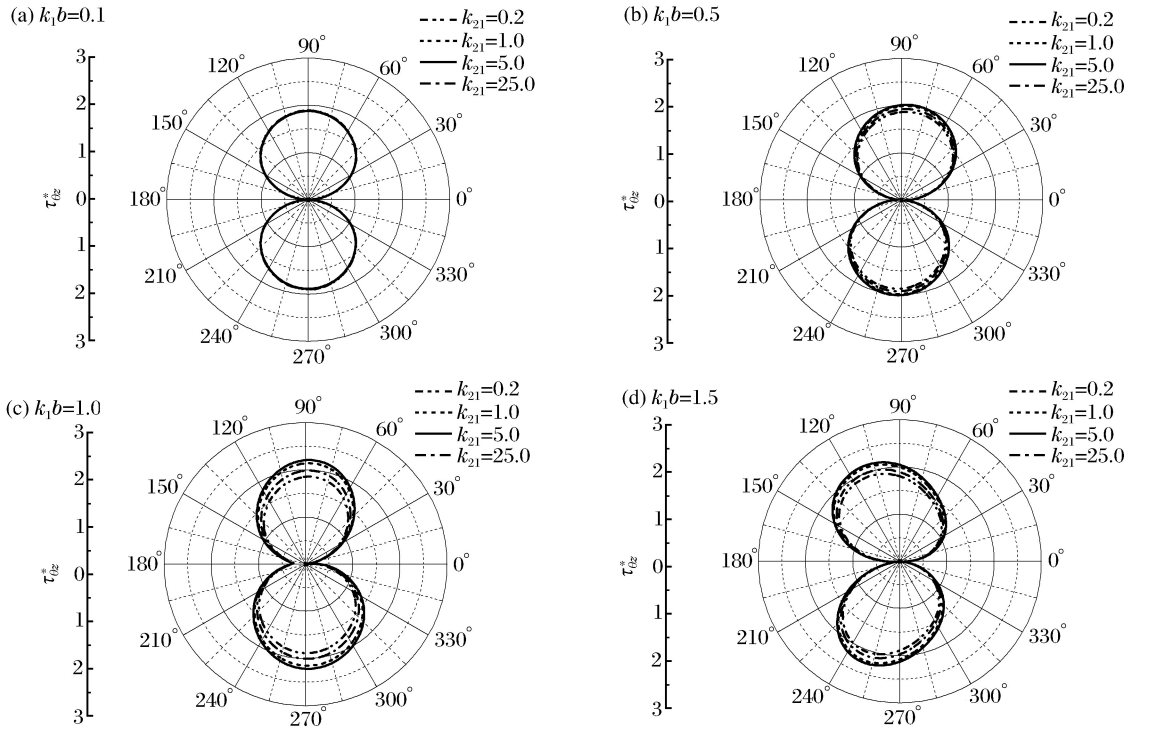


图 5 SH 波水平向入射时动应力集中因子随 k_{21} 的分布情况

Fig. 5 Distribution of dynamic stress concentration factor around the elliptic inclusion edge with k_{21} disturbed by SH wave horizontally

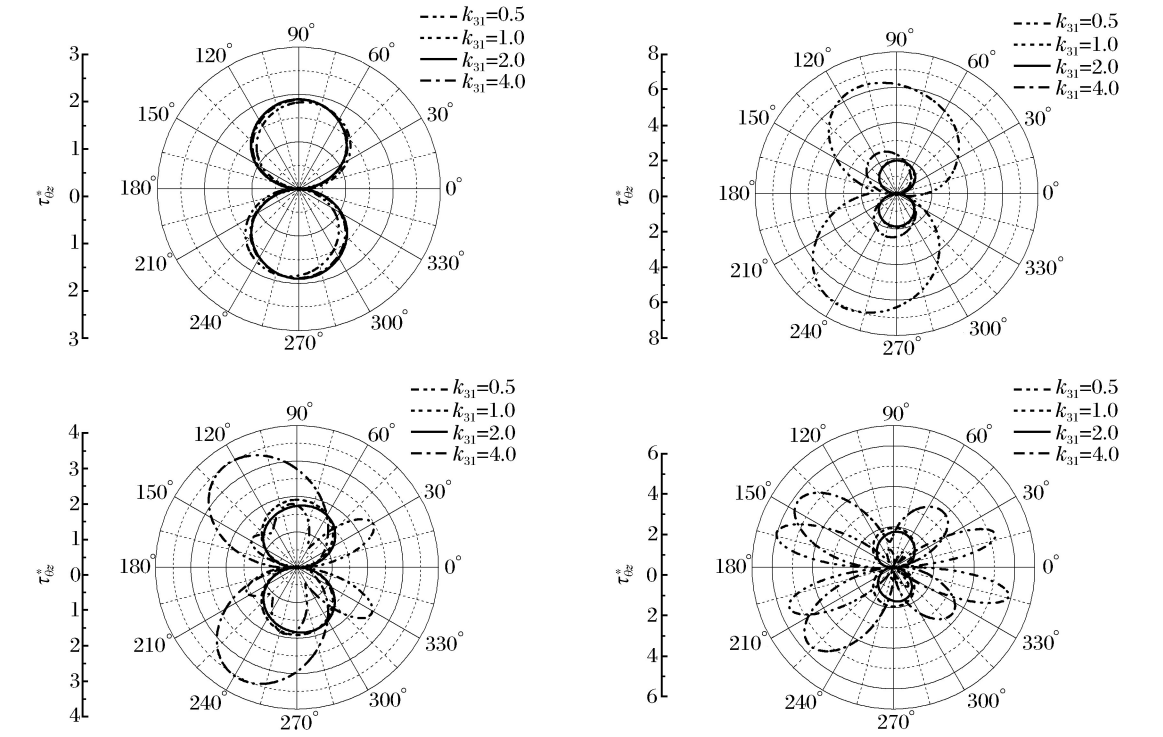


图 6 SH 波水平向入射时动应力集中因子随 k_{31} 的分布情况

Fig. 6 Distribution of dynamic stress concentration factor around the elliptic inclusion edge with k_{31} disturbed by SH wave horizontally

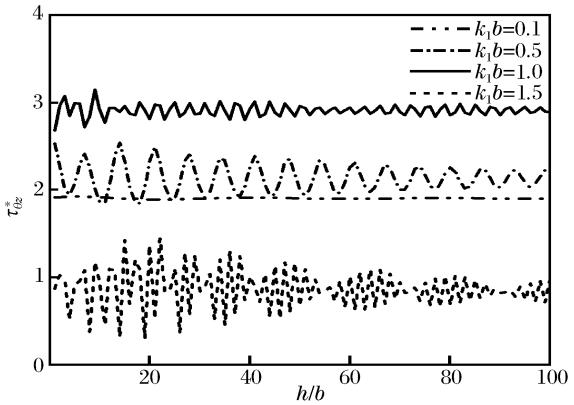


图 7 SH 波水平向入射时动应力集中因子随 h/b 的分布情况

Fig. 7 Distribution of dynamic stress concentration factor around the elliptic inclusion edge with h/b disturbed by SH wave horizontally

8 结　论

SH 波入射的角度、介质的性质、透射波的频率以及椭圆夹杂与垂直边界的距离对椭圆夹杂周边环向动应力集中因子的分布均有不同程度的影响。当 SH 波水平入射产生透射波时，椭圆夹杂周边环向动应力集中程度较大。在一定范围内，垂直界面右侧的介质性质对动应力集中因子的极值影响较小，但在不同透射波频率下该极值的位置会发生明显变化。在中频和高频透射波情况下，椭圆夹杂的性质对其周边动应力集中的分布影响较大，且在一定条件下动应力集中程度会非常严重。当椭圆夹杂距离垂直边界一定距离后，该距离的影响可以忽略不计。总之，在实际工程中应该重视双相介质中透射波对结构可能造成的不利影响。

参考文献：

[1] 齐辉，蔡立明，罗广龙，等. 双相介质半空间中圆孔对透射 SH 波的稳态分析[J]. 爆炸与冲击，2015，35(4)：591-598.
QI Hui，CAI Liming，LUO Guanglong. Steady state analysis for circular cavity impacted by transmitted SH wave in a bi-material half space[J]. Explosion and Shock Waves，2015，35(4)：591-598.

[2] 齐辉，折勇，李宏亮，等. SH 波入射时垂直半空间中双相介质界面附近圆孔的动力分析[J]. 爆炸与冲击，2009，29(1)：73-79.
QI Hui，SHI Yong，LI Hongliang，et al. Dynamic analysis for scattering of SH-wave by circular cavities near bi-material interfaces in a vertical half-space[J]. Explosion and Shock Waves，2009，29(1)：73-79.

[3] 刘殿魁，林宏. SH 波对双相介质界面附近圆形孔洞的散射[J]. 固体力学学报，2003，24(2)：197-204.
LIU Diankui，LIN Hong. Scattering of SH-waves by circular cavities near bimaterial interface[J]. Acta Mechanica Solida Sinica，2003，24(2)：197-204.

[4] 齐辉，丁晓浩，赵元博. 双相介质弹性半空间垂直界面附近椭圆形夹杂对 SH 波的散射[J]. 振动与冲击，2015，34(24)：76-81.
QI Hui，DING Xiaohao，ZHAO Yuanbo. Scattering of SH-wave by an elliptic inclusion near vertical interface in a bi-material half-space[J]. Journal of Vibration and Shock，2015，34(24)：76-81.

[5] 齐辉，杨杰. SH 波入射双相介质半空间浅埋任意位置圆形夹杂的动力分析[J]. 工程力学，2012，29(7)：320-327.
QI Hui，YANG Jie. Dynamic analysis for shallowly buried circular inclusions of arbitrary positions impacted by SH-wave in bi-material half space[J]. Engineering Mechanics，2012，29(7)：320-327.

[6] 杨杰. 半空间垂直界面裂纹及圆夹杂对 SH 波的散射[D]. 哈尔滨：哈尔滨工程大学，2012：22-34.
YANG Jie. Scattering of SH-wave by vertical interface crack and circular inclusions in half space[D]. Harbin：Harbin Engineering University，2012：22-34.

[7] 杨在林，许华南，黑宝平. SH 波上方垂直入射时界面附近椭圆夹杂与裂纹的动态响应[J]. 岩土力学，2013，34(8)：2378-2384.
YANG Zailin，XU Huanan，HEI Baoping. Dynamic response of elliptical inclusion and crack neat interface under vertically incident SH-wave from above[J]. Rock and Soil Mechanics，2013，34(8)：2378-2384.

[8] 杨在林，许华南，黑宝平. 半空间椭圆夹杂与裂纹对 SH 波的散射[J]. 振动与冲击，2013，32(11)：56-61.
YANG Zailin，XU Huanan，HEI Baoping. Interaction of elliptical and crack under incident SH-wave in a half-space [J]. Journal of Vibration and Shock，2013，32(11)：56-61.

Scattering of transmission SH-wave by elliptic inclusion in bi-material half-pace

QI Hui, GONG Qu, ZENG Qingyou

(*College of Aerospace and Civil Engineering, Harbin Engineering University, Harbin* 150001, *Heilongjiang, China*)

Abstract: In this paper we studied the scattering of the transmission SH-wave form by elliptic elastic inclusions in a bi-material half-space using mainly the Green function, the complex function, the conformal mapping and the polar coordinate. Firstly, by introducing the complex variables and using the conformal mapping, we mapped the elliptic boundary into a unit circle. Next, by dividing the double-phase medium along the vertical boundaries into two quarter-spaces and adding a force system on the subdivision surface to make the SH wave satisfy the displacement and stress continuity conditions in the vertical boundary, we constructed a quarter-space Green function of displacement field. Then, we established an additional force system of integro differential equations in the vertical interface using the "conjunction" technique, and solved the unknown additional force system using the effective truncation. Finally, we presented and discussed the distribution of the dynamic stress concentration factor around the elliptic inclusion under the conditions of different parameters. The results show that the SH-wave incident angle and frequency, and the media both have influences on the distribution of the dynamic stress concentration factor.

Keywords: scattering; transmission SH-wave; bi-material; elliptic inclusion; dynamic stress concentration factor

(责任编辑 王易难)