DOI: 10.11883/1001-1455(2017)05-0957-07

钢柱抗爆响应分析单自由度模型适用性评估*

李月强[1],衣 娜[2],席 丰[1]
(1.山东建筑大学土木工程学院,山东 济南 250101;
2.山东军之星建筑设计有限公司,山东 济南 250022)

摘要:为评估单自由度(SDOF)模型在结构抗爆设计中的适用性,分别采用 SDOF 模型和通用有限元软件 ANSYS/LS-DYNA 对简支钢柱承受爆炸荷载时的动力响应进行模拟;对比二者计算结果,并以有限元模拟为准,分析 SDOF 模型的适用范围。研究表明:可按照自由振动阶段 SDOF 模型位移结果的振幅大小,将其位移响应划分为有限变形阶段、临界阶段、失稳破坏阶段,有限变形阶段 SDOF 模型与有限元结果基本一致;截面高宽比、翼缘宽厚比对钢柱动力破坏形式有重要影响,高宽比越大、翼缘的宽厚比越小,越容易发生平面外弯扭失稳;在 SDOF 模型中通过假定塑性铰分布长度计算塑性阶段应变及应变率,采用随时间变化的应变率计算 Cowper-Symonds 本构关系中的应力放大系数是可行的。

关键词:爆炸荷载;钢柱;等效单自由度模型;有限元;应变率
中图分类号:O342;TU391 **国标学科代码**:1301565 **文献标志码**:A

由于爆炸荷载传播速度快、峰值压力大、作用时间短,因此难以精确描述所引起的动力响应。为了方便结构抗爆工程应用,理想的方法是提出一些简化的分析模型,等效单自由度(single degree of freedom model, SDOF)模型就是其中之一。GB 50009-2012《建筑结构荷载规范》中规定:由炸药、燃气、粉尘等引起的爆炸荷载宜按等效静力荷载采用,在确定该静力荷载时按单自由度体系强迫振动的方法分析得到构件的内力[1]。但是在单自由度模型的推导及求解过程中,引入了一些理论假设,使该模型只能近似反映结构的实际行为,因此需要对它在抗爆工程中的适用性进行评估。

对 SDOF 模型有过许多研究。A. A. Nassr 等[2]通过爆炸实验,验证了 SDOF 模型中两个重要的理论假设:动力响应的第一振型占主导地位;结构构件的变形在弹性阶段结束后立即进入塑性阶段,不考虑弹塑性变形。实验数据和 SDOF 模型计算结果有比较好的一致性,但在 SDOF 模型中采用单一应变率计及应变率效应;仅对实验工况进行了模拟,没有讨论 SDOF 模型的适用范围。

本文中,利用 ANSYS/LS-DYNA[3]对钢柱在爆炸荷载作用下的动力响应进行精确求解,并以此为依据,详细讨论 SDOF 的适用性;在 SDOF 模型中,通过假定塑性铰的分布长度,计算塑性阶段的应变及应变率,更合理地考虑应变率效应。

1 动力响应分析

分析图 1(a)所示简支钢柱,先受到轴向载荷 N 的作用,然后受到横向三角形脉冲载荷 $p(t)$作用,如图 2 所示。分别采用 SDOF 模型和有限元软件进行模拟,对比二者的柱中点位移、应变、应变率结果,分析 SDOF 模型在抗爆工程应用中的适用性。

1.1 SDOF 模型分析

众所周知,对于弹塑性梁的动力响应,当假定其变形模态后,可简化为单自由度模型进行分析。对于梁柱构件,当计入 p-δ 效应后,同样可归结为 SDOF 模型分析问题。

图 1(b)所示体系的运动方程为[4]:

* **收稿日期**:2016-01-11;**修回日期**:2016-05-28
基金项目:国家自然科学基金项目(11272189)
第一作者:李月强(1986—),男,硕士研究生;**通信作者**:席 丰,xifeng@sdjzu.edu.cn。

$$K_M M\ddot{y} + K_L R(y) = K_L F(t) + K_L \eta(t) \tag{1}$$

$$K_{LM} M\ddot{y} + R(y) = F(t) + \eta(t) \tag{2}$$

式中：$\ddot{y}$、y 分别为集中质量的加速度、位移；M 为钢柱质量；K_M、K_L、K_{LM} 分别为质量系数、刚度系数、质量-刚度系数($K_{LM}=K_M/K_L$，弹性阶段为 0.78，塑性阶段为 0.67)；$F(t)$为作用于翼缘表面的爆炸荷载合力；$\eta(t)$为考虑轴向荷载二阶效应的等效横向荷载合力，弹性阶段为 $7.78Ny/L$，塑性阶段 $8Ny/L$，N、L 分别为构件的轴向荷载和计算长度；$R(y)$为体系的恢复力，弹性阶段为 Ky，塑性阶段为 $8M_P/L$，$K=384EI/(5L^3)$为弹性刚度系数，M_P 定义为塑性弯矩；设钢柱各点位移为 $Y(z,t)=\varphi(\xi)y(t)$，其中 $\varphi(\xi)$为形状函数，弹性阶段 $\varphi(\xi)$采用简支梁在均布荷载作用下的变形曲线：

$$\varphi(\xi) = 1 - \frac{24}{5}\xi^2 + \frac{16}{5}\xi^4 \qquad \xi = z/L - 1/2 \tag{3}$$

塑性阶段 $\varphi(\xi)$采用在柱中点形成塑性铰的双直线：

$$\varphi(\xi) = 1 - 2|\xi| \qquad \xi = z/L - 1/2 \tag{4}$$

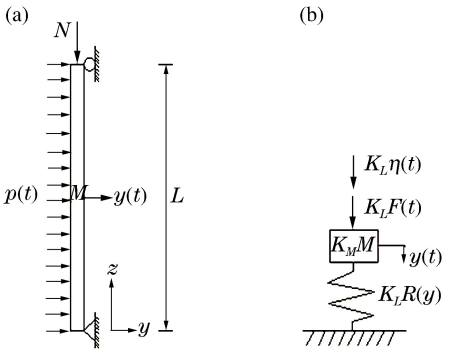

图 1 梁-柱构件及其 SDOF 模型

Fig. 1 Beam-column and SDOF model

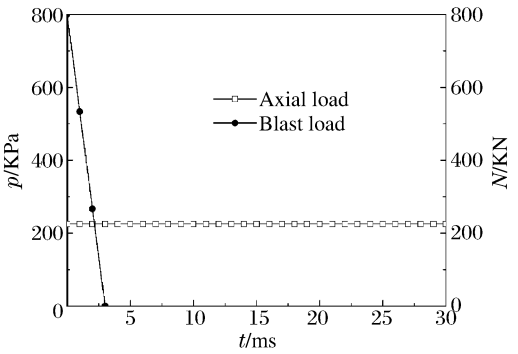

图 2 荷载曲线

Fig. 2 Load curve

式(1)～(2)及各系数，弹性阶段可由哈密顿原理推导得出；塑性阶段在柱中点形成塑性铰，直接用平衡法列出运动微分方程，进而得出各系数。SDOF 模型的数值计算，采用 Visual C++6.0 编程[5-7]求解，先将运动方程离散为增量形式，用线加速度法将加速度、速度表示为位移增量形式，进而写出控制方程，通过迭代可求出集中质量的位移-时间历程曲线。求解中为了考虑应变率效应，采用 Cowper-Symonds 本构关系以及钢材理想弹塑性假设描述应力应变关系：

$$\sigma_d = \sigma_s[1 + (\dot{\varepsilon}/D)^{1/q}] \tag{5}$$

式中：σ_d、σ_s 分别为动态、静态屈服应力，$\dot{\varepsilon}$ 为等效塑性应变率。根据边缘纤维屈服准则、全截面屈服准则、部分发展塑性准则确定截面的屈服弯矩 M_y、极限弯矩 M_u、塑性弯矩 $M_P=(M_y+M_u)/2$[8-9]；由屈服弯矩和对应时刻的曲率 κ 确定抗弯刚度 $EI=M_y/\kappa$，进而确定弹性刚度系数 K。

SDOF 模型中考虑轴向荷载 N 的 3 方面影响：(1)使中点处弯矩增大，通过等效横向荷载 η 体现[4]；(2)改变了横截面中性轴的位置，增大抗弯刚度 EI；(3)根据压弯构件稳定理论[10]，即 $y_{max}=y_0/(1-N/N_E)$，y_0 为简支梁的最大挠度，y_{max}为压弯构件最大挠度，轴向荷载使最大位移增大，也可认为是减小了弹性弯曲刚度，(2)、(3)通过弹性刚度系数 K 体现。

弹性阶段柱中点处截面边缘轴向应变为：

$$\kappa(\xi,t) = 2\varepsilon_{max}(\xi,t)/h = \varphi''(\xi)y(t) \tag{6}$$

$$\varepsilon_{max} = h\varphi''(\xi)y(t)/2 = 4.8hy(t)/L^2 \tag{7}$$

式中：κ、ε、h 分别为曲率、应变、横截面高度[2]。塑性阶段柱中点处截面边缘轴向应变为：

$$\varepsilon_{max} = [4y(t)/L](1/l)(h/2) = 2hy(t)/(lL) \tag{8}$$

式中：l 为塑性铰的分布长度，假定为 $2h$[11]。柱中点处截面边缘等效塑性应变率为：

$$\dot{\varepsilon} = d\varepsilon/dt = 2h\dot{y}(t)/(lL) \tag{9}$$

1.2　DYNA 计算模型

利用有限元软件 ANSYS/LS-DYNA 进行分析，采用全积分实体单元 Solid 164 建模，材料选用计及应变率效应的随动硬化理想弹塑性模型，材料参数为：密度 7 850 kg/m^3，弹性模量 206 GPa，泊松比 0.3，屈服强度 345 MPa，Cowper-Symonds 模型参数 $D=40$，$q=5$，失效应变 0.2；采用三角形爆炸荷载，峰值压力 p 随不同工况而定，为基准压力 $p_0=800$ kPa 的倍数，持续时间 $t_d=3$ ms，轴向荷载 N 为钢柱静态轴向承载力的 25%[4]，加载方式前者为瞬态类型，后者为同时考虑动力释放和瞬态分析类型[3]；为了方便实现铰接约束并接近真实情况，在钢柱两端增加厚 20 mm 的端板，一端约束端板截面高度中心线上所有节点 3 个方向的位移，即 $u_x=u_y=u_z=0$，另一端约束相应位置节点两个方向的位移，即 $u_y=u_z=0$[4]。

1.3　DYNA 模型与 SDOF 模型结果比较

钢柱选用 3 种 H 型截面，分别为 HM150×100（HM 柱）、HW150×150（HW 柱）、HN200×100（HN 柱）[12]，计算长度 3 m，荷载同前，各工况只改变改变峰值压力 p。以下，* 表示失稳破坏。

柱中点处位移如图 3 所示，具体数据见表 1。通过比较，将 SDOF 模型的位移结果分为 3 个阶段：有限变形阶段、临界阶段、失稳破坏阶段。有限变形阶段，即弹性变形和有限塑性变形，两种方法所得 y_{max} 相差较小且 SDOF 的小于 DYNA 的，y_{min} 相差较大且 SDOF 的大于 DYNA 的（y_{max}、y_{min} 指自由振动阶段一个周期中的最大、最小位移）。这是由于 SDOF 模型比 DYNA 模型的总体刚度大，另外还有 M_P 取值的影响。参照钢结构设计规范，在抗爆设计中，应该制定具体的破坏准则，对爆炸荷载下构件的位移限值或承载能力做出规定，本文中以钢柱达到平面内极限承载力时的爆炸荷载为 p_u，所对应自由振动阶段的平衡位移为最终位移 y_u。DYNA 所得 HM、HW、HN 柱 p_u 分别为 $4.4p_0$、$5.0p_0$、$5.5p_0$，y_u 分别为 175、236、170 mm；SDOF 对应的 y_u 及振幅分别为 164.5、9.5 mm，217、3 mm，158.5、11.5 mm。结合表 1 可以看出，两种方法所得自由振动阶段的位移振幅随着载荷强度的增大而减小。振幅大说明截面弹性区大，承载力可继续提高；振幅小则截面塑性区大，构件临近破坏。因此可以用振幅的大小界定各阶段的范围或制定相应破坏准则。有限变形阶段与临界阶段分界的振幅限值，对 HM、HW、HN 柱，约为 $h/16$、$h/50$、$h/17$。

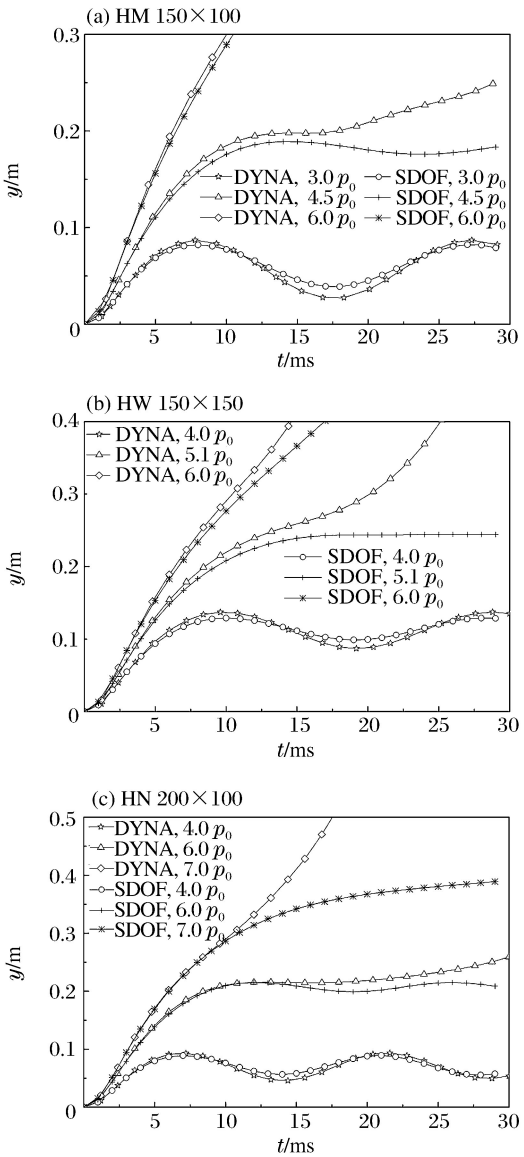

图 3　柱中点位移曲线

Fig. 3　Mid-span displacement curves

临界阶段，DYNA 位移结果显示钢柱已破坏，具体形式为平面外弯扭失稳，如图 4 所示；而 SDOF 结果则显示钢柱仍有一定承载能力。这是由于 DYNA 模型为空间模型，爆炸荷载引起的振动使当变形达到一定值时，钢柱出现平面外位移继而屈曲，此时截面并没有完全进入塑性；而 SDOF 模型则是以全截面屈服为承载力极限的，假定截面塑性可以完全发挥。以 DYNA 结果为准，一般认为 SDOF 模型不能用于确定钢柱极限承载力 p_u。如前所述，DYNA 所得 HM、HW、HN 柱的 p_u 分别为 $4.4p_0$、$5.0p_0$、$5.5p_0$，而 SDOF 所得 p_u 分别为 $4.7p_0$、

$5.0p_0$、$6.5p_0$，可见不同截面柱两模型所得 p_u 的差大小不同，HN 柱差别最大，HM 柱次之，HW 柱最小，其中包含截面高宽比、翼缘宽厚比的影响。DYNA 模型中显示 HW 柱受压区破坏先于平面外屈曲，如图 4(a)所示，说明柱失稳之前已接近全截面屈服，主要是因为该截面高宽比较小、翼缘宽厚比较大，可以有效约束截面扭转；而另外两个截面柱的破坏形式如图 4(b)所示，平面外屈曲先于全截面屈服。可见，爆炸荷载下截面高宽比越大，翼缘宽厚比越小的 H 型截面柱越容易发生平面外弯扭失稳。

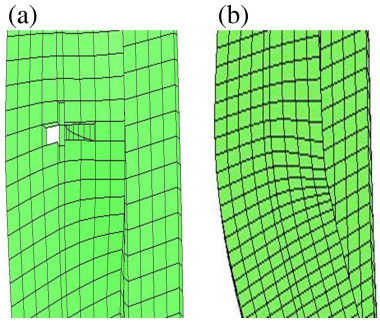

图 4 梁-柱失稳破坏模式

Fig. 4 Buckling failure mode of beam-column

表 1 柱中点挠度

Table 1 Mid-span displacements

$\frac{p}{p_0}$	y_{max}/mm SDOF	y_{max}/mm DYNA	Δy_{max} /mm	y_{min}/mm SDOF	y_{min}/mm DYNA	Δy_{min} /mm	y_{max}/mm SDOF	y_{max}/mm DYNA	Δy_{max} /mm	y_{min}/mm SDOF	y_{min}/mm DYNA	Δy_{min} /mm	y_{max}/mm SDOF	y_{max}/mm DYNA	Δy_{max} /mm	y_{min}/mm SDOF	y_{min}/mm DYNA	Δy_{min} /mm
	HM150×100						HW150×150						HN200×100					
0.5	11	11	0	−11	−11	0	10	11	−1	−10	−11	1	7	8	−1	−7	−8	1
1.0	22	22	0	−26	−23	−3	21	22	−1	−23	−22	−1	15	16	−1	−18	−16	−2
2.0	46	48	−2	−7	−19	12	44	46	−2	−7	−19	12	32	34	−2	−8	−18	10
3.0	82	87	−5	39	27	12	77	81	−4	33	21	12	55	58	−3	18	7	11
4.0	139	149	−10	111	108	3	127	137	−10	94	87	7	89	93	−4	56	46	10
4.5	185	*		170	*													
5.0	*	*	*	*	*	*	220	240	−20	214	231	−17	141	142	−1	116	103	13
5.1	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*						
6.0	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	215	*		200	*	

失稳破坏阶段两种方法都能计算出钢柱的失稳破坏，不同的是 SDOF 模型中认为破坏的起因是全截面屈服丧失承载力，而 DYNA 模型则一般为弯扭失稳。结合临界阶段可以得出这样的结论：若 SDOF 模型计算出钢柱失稳破坏则 DYNA 的结果与之相同，相反不一定成立。

另外，SDOF 模型中应变通过简单公式由位移得出，这种近似处理将导致两种模型的应变计算误差大于位移计算误差。在有限变形阶段，SDOF 模型的应变结果比 DYNA 的结果小，这同样是由于 SDOF 体系刚度较大。

由式(8)～(9)还可看出，SDOF 中塑性铰长度对应变及应变率的计算有显著影响。本文中假定塑性铰长度为两倍的截面高度，是一个常数，这也就造成了 3 种截面柱的应变误差差别较大，尤其是 HW 柱 $5.0p_0$工况，SDOF 的结果偏小，这说明此时 HW 柱的塑性铰长度取值偏大。随着载荷强度的增大，应变误差也在增大，于是可以认为：爆炸载荷强度增大、截面塑性发展增大，塑性铰分布长度减小。若能确定具体工况的塑性铰长度，两种模型的应变计算会有较好的一致性。柱中点截面边缘压应变曲线如图 5 所示，具体数据见表 2。图 5 中，应变为受压翼缘轴向应变：图 5(a)、(c)中，DYNA 结果下降段是因为平面外扭转变形使得受压翼缘受拉，部分抵消了压应变；图 5(b)中，DYNA 结果的陡降段是由于相应单元在其应变达到失效应变 0.2 后被删除引起的。

SDOF 模型中应变率是由应变增量确定的，而应变率又会影响到塑性恢复力和体系的刚度，所以模型中应变率的计算是至关重要的。柱中点截面应变率曲线如图 6 所示，具体数据见表 3。可以看出，利用式(9)计算应变率，与 DYNA 的结果基本一致：趋势相符，数值偏小，且各种工况下两个模型的应变率误差不同。这里也有塑性铰分布长度的影响，本文中侧重点不在塑性铰，因此不讨论。应变率曲线图中第 1 个峰值说明考虑应变率效应后屈服强度有所提高。

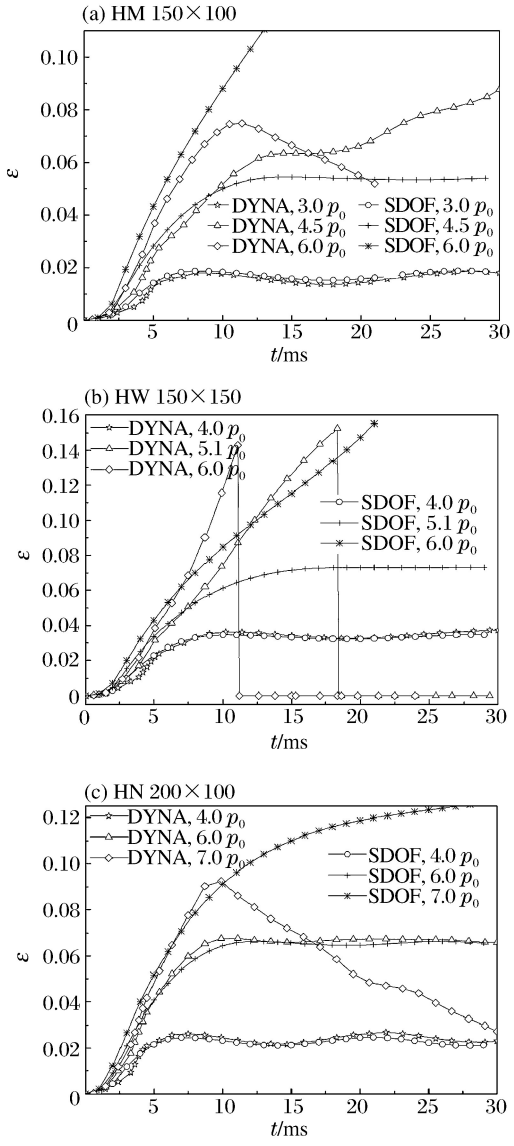

图 5　截面边缘压应变曲线

Fig. 5　Mid-span compression strain curves

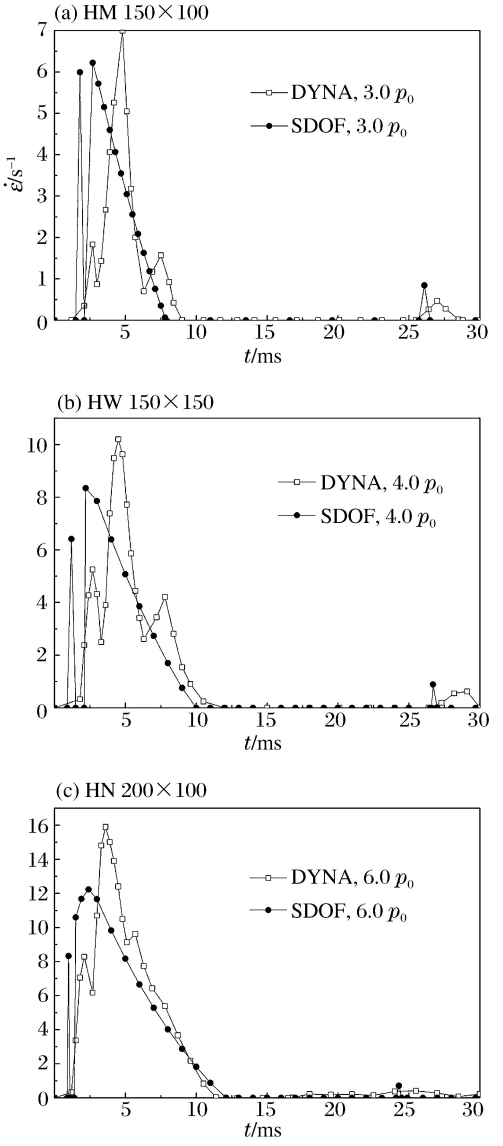

图 6　截面边缘应变率曲线

Fig. 6　Mid-span strain rate curves

表 2　柱中点截面边缘压应变

Table 2　Mid-span compression strains

$\frac{p}{p_0}$	$\varepsilon_{max}/10^{-4}$ SDOF	$\varepsilon_{max}/10^{-4}$ DYNA	$\Delta\varepsilon_{max}/10^{-4}$	$\varepsilon_{min}/10^{-4}$ SDOF	$\varepsilon_{min}/10^{-4}$ DYNA	$\Delta\varepsilon_{min}/10^{-4}$
	HM150×100					
0.5	9	13	−4	−9	−5	−4
1.0	18	22	−4	−20	−14	−6
2.0	67	69	−2	25	20	5
3.0	184	181	3	152	137	15
4.0	374	377	−3	351	350	1
5.0	*	*	*	*	*	*
	HW150×150					
0.5	8	12	−4	−8	−4	−4
1.0	18	21	−3	−17	−13	−4
2.0	63	69	−6	22	19	3
3.0	168	178	−10	134	134	0
4.0	339	362	−23	313	326	−13
5.0	655	1069	−414	650	1060	−410
	HN200×100					
0.5	8	12	−4	−8	−4	−4
1.0	17	21	−4	−18	−13	−5
2.0	50	60	−10	8	5	3
3.0	127	147	−20	89	96	−7
4.0	239	263	−24	205	216	−11
5.0	406	444	−38	380	405	−25

表 3 柱中点截面最大应变率

Table 3 Mid-span maximum strain rates

$\frac{p}{p_0}$	$\dot{\varepsilon}_{max}/s^{-1}$		$\Delta\dot{\varepsilon}_{max}/s^{-1}$	$\dot{\varepsilon}_{max}/s^{-1}$		$\Delta\dot{\varepsilon}_{max}/s^{-1}$	$\dot{\varepsilon}_{max}/s^{-1}$		$\Delta\dot{\varepsilon}_{max}/s^{-1}$
	SDOF	DYNA		SDOF	DYNA		SDOF	DYNA	
	HM150×100			HW150×150			HN200×100		
1.0	1.21	0.02	1.19	1.84	0.02	1.82	1.06	0.01	1.05
2.0	3.08	3.16	−0.08	2.94	3.00	−0.06	2.81	2.80	0.01
3.0	6.22	7.00	−0.78	6.11	7.23	−1.12	5.59	7.91	−2.32
4.0	8.53	9.63	−1.10	8.34	10.2	−1.86	7.57	12.00	−4.43
5.0	10.85	11.9	−1.05	10.70	12.6	−1.90	9.84	14.10	−4.26

2 结 论

通过有限元模拟与 SDOF 模型结果的比较，着重讨论了爆炸荷载作用下简支钢柱 SDOF 模型的适用性，主要结论有如下几点。

(1)可将 SDOF 模型计算的位移结果分为 3 个区段：有限变形阶段、临界阶段、失稳破坏阶段。抗爆设计中可根据自由振动阶段位移振幅大小划分各阶段或建立破坏准则。有限变形阶段，SDOF 模型适于工程应用，该有限变形对于 HM150×100 柱、HW150×150 柱、HN200×100 柱，约为 1.1h、1.4h、0.8h(h 为截面高度)。

(2)截面高宽比、翼缘宽厚比对钢柱动力破坏形式有重要影响，高宽比越大、翼缘宽厚比越小，越容易发生平面外弯扭失稳。一般情况下，SDOF 模型不能用于确定钢柱平面内极限承载力，而当截面高宽比较小、翼缘宽厚比较大，构件平面外扭转变形能有效约束时，SDOF 模型与有限元模拟所得极限承载力差别较小。

(3)本文中 SDOF 模型采用随时间变化的应变率计算 Cowper-Symonds 本构关系中的应力放大系数，该应变率与有限元模拟结果差别较小，说明通过假定塑性铰分布长度计算塑性阶段的应变及应变率是可行的。

参考文献：

[1] 中华人民共和国住房和城乡建设部. GB 50009-2012 建筑结构荷载规范[S]. 北京：中国建筑工业出版社，2012.

[2] Nassr A A, Razaqpur A G. Single and multi degree of freedom analysis of steel beams under blast loading[J]. Nuclear Engineering and Design, 2012,242:63-77.

[3] LS-DYNA keyword user's manual: Version 971[Z]. Livermore, California: Livermore Software Technology Corporation, 2007.

[4] Nassr A A, Razaqpur A G. Strength and stability of steel beam columns under blast load[J]. International Journal of Impact Engineering, 2013,55(5):34-48.

[5] 席丰，张云. 脉冲载荷作用下钢梁动力响应及反常行为的应变率效应[J]. 爆炸与冲击，2012,32(1):34-42.
Xi Feng, Zhang Yun. The effects of strain rate on the dynamic response and abnormal Behavior of steel beams under pulse loading[J]. Explosion and Shock Waves, 2012,32(1):34-42.

[6] 刘锋，席丰. 子弹撞击作用下固支浅圆拱的弹塑性动力响应[J]. 爆炸与冲击，2005,25(4):361-367.
Liu Feng, Xi Feng. Elastic-plastic dynamic response of a fully clamped shallow arch subjected to projectile impact [J]. Explosion and Shock Waves, 2005,25(4):361-367.

[7] 谭浩强. C 程序设计(第四版)[M]. 北京：清华大学出版社，2010.

[8] Nassr A A, Razaqpur A G. Dynamic response of steel columns subjected to blast loading[J]. Journal of Structural Engineering, 2014,140(7):165-180.

[9] Nassr A A, Razaqpur A G. Experimental performance of steel beams under blast loading[J]. Journal of Performance of Constructed Facilities, 2012,26(26):600-619.
[10] 陈骥. 钢结构稳定理论与设计(第六版)[M]. 北京：科学出版社，2014.
[11] 余同希，斯壮 W J. 塑性结构的动力学模型[M]. 北京：北京大学出版社，2002.
[12] 陈绍蕃，顾强. 钢结构(第二版)[M]. 北京：中国建筑工业出版社，2007.

Assessment on single degree of freedom model in steel column analysis of anti-detonation

Li Yueqiang[1], Yi Na[2], Xi Feng[1]
(1. *Civil Engineering Institute, Shandong Jianzhu University, Jinan* 250101, *Shandong, China*;
2. *Shandong Junzhixing Architectural Design Limited Liability Company, Jinan* 250022, *Shandong, China*)

Abstract: For the evaluation of the applicability of the single degree of freedom (SDOF) model in the structural antiknock design, the dynamic response of the simply supported steel column under explosion load was simulated using both the SDOF model and the ANSYS/LS-DYNA in this paper. By the comparison of the two calculation results, the scope of application of the SDOF model was analyzed according to the finite element simulation. The results show that the displacements calculated using the SDOF model can be divided into three different phases including the finite deformation, in which the SDOF model agrees well with the DYNA simulation, the critical deformation, and the buckling failure deformation, according to the amplitude size in the free vibration. The ratio of the cross section's depth to its width and that of the flange's width to its thickness have significant effect on the dynamic failure forms of the steel column, namely the bigger the ratio of the depth to the width and the smaller the ratio of the width to the thickness, the more prone it is for the buckling to suffer out-of-plane bending and twisting. In the SDOF model, it is feasible to calculate the strain and the strain rate in the plastic deformation phase by assuming the plastic hinge distribution length and the stress-magnified coefficient in the Cowper-Symonds constitutive relation by using the time-dependent strain rate.

Keywords: blast load; steel column; single degree of freedom model; finite element; strain rate

(责任编辑　丁　峰)