DOI: 10.11883/1001-1455(2017)05-0913-10

不同加载速度下脆性颗粒的破坏特性*

易洪昇,徐松林,单俊芳,张 鸣
(中国科学技术大学中国科学院材料力学行为和设计重点实验室,安徽 合肥 230026)

摘要: 对直径为 8 mm 的 K9 玻璃球进行了加载速度为 2×10^{-7} 和 2×10^{-6} m/s 的准静态单轴压缩实验以及加载速度为 3.4、7.1 和 10.6 m/s 的动态单轴压缩实验,研究了 K9 玻璃单颗粒破碎强度的 Weibull 分布特性,结合破碎产物的形貌特征,分析了不同加载速度下脆性材料拉伸破坏机制和剪切破坏机制的转变过程,提出了一种拉剪耦合的时序破坏模型,由此揭示了加载速度与 3 个破坏区的关系。考虑拉伸和剪切失效准则,应用 ABAQUS 软件进行数值模拟,并初步验证了该破坏模型的冲击过程。研究结果对于认识脆性颗粒材料的动态破坏具有很好的参考意义。

关键词: 动力学;脆性材料;Weibull 分布;拉剪耦合
中图分类号: O383 **国标学科代码**: 1303520 **文献标志码**: A

颗粒材料广泛存在于自然界和工程实际,大到雪山堤坝[1],小到粉体工业[2]。这些由细观颗粒堆积或胶结而成的特殊材料,与固体和流体相比有很大的不同,表现出来的特殊物理力学特性引起了人们的广泛关注。尤其是在涉及颗粒物质的抗压、抗冲击等工程问题时,其破碎特性是研究此类问题的关键和基础。因此,研究颗粒在不同加载条件下的破碎特性具有重要意义。

目前针对颗粒破碎的研究主要集中在理论模型建立和实验技术探索方面。S. R. Hostler[3]对颗粒体系中的波传播问题进行了系列推导,为研究颗粒体系的冲击破碎行为奠定了理论基础。在郑文等[4]进行的石英砂动/静态压缩实验的基础上,黄俊宇等[5]、J. Huang 等[6-7]开展了系统的石英砂分离式霍普金森压杆(split Hopkinson pressure bar, SHPB)实验,并基于离散元方法构建了多尺度模型用于动态加载研究,分析了宏观体系受压过程中颗粒破碎程度对动态响应的影响,提出了颗粒破碎程度的描述方法,探讨了影响脆性颗粒破碎和颗粒介质中应力波衰减的因素。为揭示其内在机制,J. Y. Huang 等[8]采用高速 X 射线成像技术和数字散斑相关方法研究了 SiC 陶瓷颗粒体系的变形不均匀问题,观察到力链网络重排导致的颗粒体系在压缩过程中形成的压实带,讨论了颗粒的破碎过程。以上研究主要集中在多颗粒体系的宏观破碎特性,其影响因素相对复杂。为探讨脆性颗粒破坏的细微观机制,A. D. Salman 等[9]进行了单颗粒撞靶实验,研究了撞击速度和撞击角度对氧化铝颗粒冲击破碎的影响,陈星[10]采用 ABAQUS 软件数值模拟并分析了冰雹的撞击问题。这些研究都是基于脆性材料的拉伸破坏失效准则,没有考虑剪切破坏带来的影响。J. Huang 等[11]在分析多尺度模型的动态破碎行为后指出:随着接触摩擦系数的变化,颗粒破碎模式会从拉伸破坏向剪切破坏过渡。这表明:随着加载条件的变化,脆性颗粒体系的破碎机制可以从单一的拉伸破坏模式向更复杂的破坏模式(压剪破坏、剪切破坏等)发展。在压缩载荷作用下,微裂纹的生长扩展是导致材料整体破坏的主要原因,而微裂纹的生长方向往往与拉应力和剪应力的方向有关。宏观上脆性材料的破坏至少包含拉伸破坏和剪切破坏两种机制,实际的破坏过程是多种机制共同作用的结果。本文中主要讨论拉伸破坏和剪切破坏两种机制。

J. Huang 等[12]对不同直径的 K9 玻璃珠进行了较系统的准静态压缩实验研究,初步揭示出在不同加载条件下单颗粒将表现出不同的破坏模式。本文中将在此工作的基础上,采用 Weibull 分布函数[12]描述玻璃颗粒的力学特性,以建立 Weibull 特征参数与加载速度、破坏模式之间的联系;同时对破碎产

* **收稿日期**: 2015-12-23; **修回日期**: 2016-04-22
基金项目: 国家自然科学基金项目(11602267,11472264,11672286,11272304)
第一作者: 易洪昇(1990—),男,硕士研究生; **通信作者**: 徐松林,slxu99@ustc.edu.cn。

物的形貌进行分析,以揭示单颗粒受压过程中复杂的破坏机制和演变过程,最后引入描述脆性材料失效的拉伸破坏和剪切破坏准则,通过 ABAQUS 数值模拟,验证该分析过程。

1 实 验

1.1 实验样品

实验选用的材料为 K9 玻璃球。相比于其他脆性材料,K9 玻璃球的均匀性较好且容易制备,其化学组分(质量分数)为 SiO_2(69.13%)、B_2O_3(10.75%)、K_2O(6.29%)、Na_2O(10.40%)、BaO(3.07%)、As_2O_3(0.36%)[13]。实验样品为直径约 8 mm 的玻璃球,随机抽取 10 个样品,其直径分别为 7.92、7.66、7.52、7.84、7.92、7.60、7.64、7.66、7.72 和 7.66 mm,平均值为 7.71 mm,标准差为 0.14 mm。玻璃球直径的相对偏差约 1.4%,玻璃球比较均匀,球体尺寸偏差对实验结果的影响较小。计算中将采用样品的实际尺寸。

1.2 准静态压缩实验

准静态压缩实验在 MTS809 试验机上进行,共设计了两种加载速度的实验,即 2×10^{-7} 和 2×10^{-6} m/s。由于压头与试样之间为点接触,应力集中现象明显,在压头表面会形成凹坑,影响实验结果,为此本实验中对压头进行了改进。改进后的加载装置如图 1 所示,加工两个带凹槽的上、下压头,将小垫块置于其中,一旦压出凹坑,便更换垫块,以保证实验条件的可重复性。

随机抽取 3 次准静态压缩实验数据,得到准静态单轴压缩下玻璃球的压力-位移曲线,如图 2 所示。从图 2 中可以看出:加载曲线具有典型的脆性材料特征,即前段近似为线弹性加载;当加载至弹性极限时,样品直接破坏,不发生塑性变形。横轴位移并不是严格意义上的玻璃球轴向压缩量,考虑到压头部分的弹性形变以及球体和垫块间 Hertz 接触引起的局部形变,实际轴向压缩量比测得的位移小[12]。从图 2 还可以看出:3 次实验的弹性段吻合较好,说明在弹性范围内颗粒的均匀性较好;但其最大加载力表现出一定的差异,说明 K9 玻璃材料在微观结构和缺陷分布等方面表现出离散性。

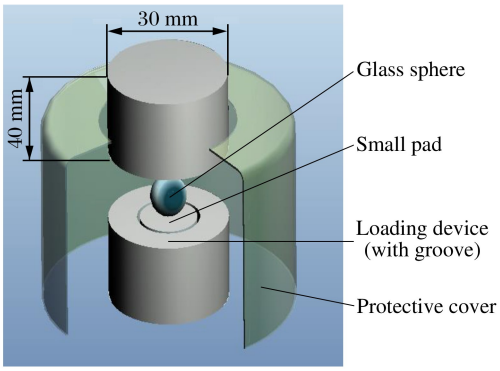

图 1 改进后的 MTS 装置局部

Fig. 1 Modified parts of MTS device

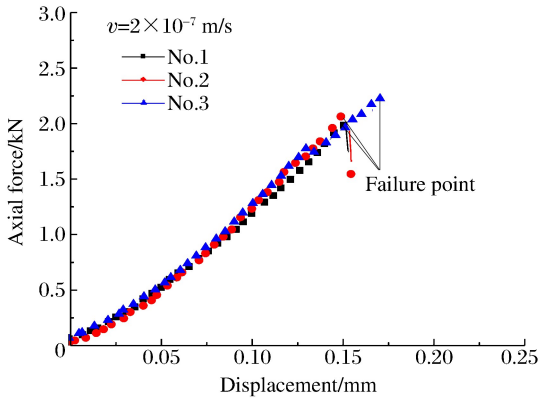

图 2 典型的轴向压力-位移曲线

Fig. 2 Typical axial force-displacement curves

1.3 冲击压缩实验

动态压缩实验在 SHPB 装置上进行。为避免玻璃球受多次脉冲加载,对常规 SHPB 装置进行了改进,即在入射杆端加装轴套,并与大质量块之间预留一定缝隙,使第 2 个压缩脉冲来临之前,入射杆撞上质量块,能量陷入其中,以实现单次脉冲加载[14]。实验装置如图 3 所示:子弹长 30 cm,入射杆长 100 cm,透射杆长 100 cm,直径均为 14.5 mm。为保证有足够长的脉宽,在入射杆端部添加足够大的整形器,使加载波上升沿变缓,保证试件两端的应力均匀[14]。实验前,用塞尺控制轴套与质量块的预留间隙,间隙大小为 $dL=2ut_0$,其中 u 为质点速度,t_0 为单个加载脉冲宽度。

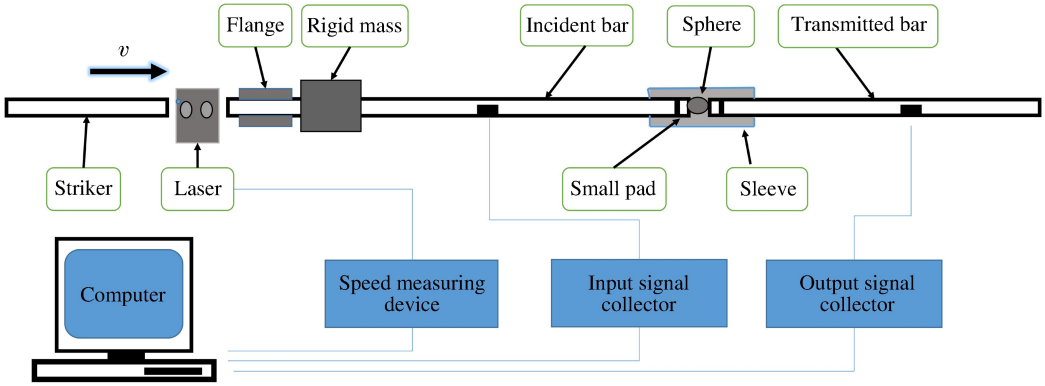

图 3　SHPB 装置示意图

Fig. 3　Schematic diagram of SHPB setup

对于 K9 玻璃这种脆性材料，其破坏应变很小，试件内部尚未实现应力均匀，材料就可能破损，为此所测实验结果的可靠性需要进行验证。图 4 显示了采用改进的 SHPB 装置时示波器记录的典型实验波形。从透射波形来看，应力上升时间超过 100 μs，保证了应力波在试件内能够来回多次传播以实现应力均匀。试件入射端的载荷历程由入射波信号与反射波信号之和确定，透射波则反映试件在透射端的加载历程。图 4 中的插图为试件入射端和透射端载荷信号的比较。对比结果表明，二者在加载过程中有较好的一致性，此时入射波信号和反射波信号强度之和的最大值为 0.143 V，透射波信号强度的最大值为 0.135 V，二者的相对偏差约为 6%，表明试件两端受力达到均匀。

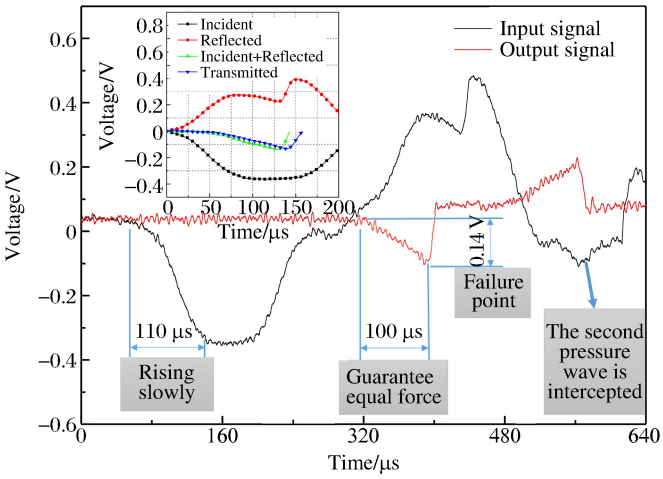

图 4　动态实验的典型原始波形

Fig. 4　Typical recorded waveforms of dynamic experiment

此外，由于增加了单次加载装置，第 2 道压缩波被拦截，不会对试件再次冲击，避免了多次加载对测量数据的干扰，同时也得到了单脉冲加载下的破碎产物。根据 SHPB 压杆理论：透射波强度对应试件在透射端的加载力，取破坏卸载点对基线的偏移，即可计算透射杆上最大加载力；当试件两端应力达到均匀，认为该加载力即为试件的破坏加载力。

对直径约为 8 mm 的玻璃球进行 3 种冲击速度的加载实验，即 3.4、7.1 和 10.6 m/s，其中 3.4 m/s 为动态破碎的临界速度。

2　实验结果与分析

2.1　玻璃球的临界冲击破碎速度

在研究颗粒破碎问题时，临界冲击破碎速度是一个重要参数，对加载速度的设置有参考意义，所以首先进行了大量实验，以确定该尺寸玻璃球的临界冲击破碎速度。在子弹冲击速度 v 为 3～4 m/s 的条件下共进行了 30 次实验，记录不同冲击速度下试样是否发生整体破坏。图 5 给出了其中 13 次实验的破坏情况。在图 5 所示的冲击速度区间上，试件发生和未发生破坏的概率相当，且冲击速度大于区间上界（图 5 中的实线）时，试样基本发生破坏，冲击速度小于区间下界（图 5 中的虚线）时，试样基本不发生

破坏。这样就可以界定其临界破碎速度为 3.3～3.4 m/s。由此,可将另外两组实验的冲击速度设置为 7.1 和 10.6 m/s。

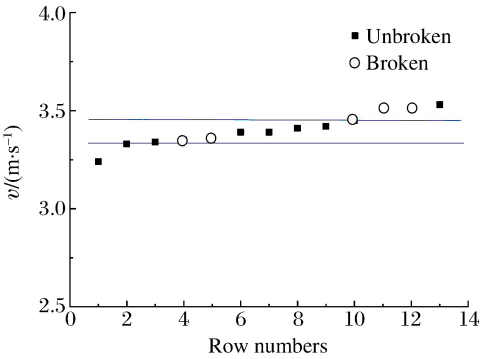

图 5 试件冲击压缩破坏临界状态的确定

Fig. 5 Determination of the critical state of the specimen failure

2.2 玻璃球动/静态压缩实验的 Weibull 统计

利用 MTS 系统和 SHPB 装置对∅8 mm 玻璃球进行轴向压缩,测得不同加载速度下试样的破坏加载力,实验结果呈一定的离散性。为定量分析其力学特性,引入两参数的 Weibull 分布模型[12]:

$$F=1-\exp\left[-\left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^m\right] \tag{1}$$

式中:F 为试件的破坏概率;σ 为破碎应力,$\sigma=F_w/d^2$,其中 d 为球体直径,F_w 为球体破碎时对应的外载荷;σ_0 为材料的破碎特征应力,又称 Weibull 特征应力;m 为 Weibull 模量,反映分布的离散程度。由此统计该批量试件的破坏概率与单个玻璃球体破坏加载力之间的规律。

每组实验的统计样本数约为 25。对破碎应力 σ 按升序排列,相应的破坏概率 $F_i=i/(n+1)$,其中 i 为该升序排列的序号,n 为样本总数。对样本进行 Weibull 函数拟合时,将式(1)变换为:

$$\ln[\ln(1-F)^{-1}]=m\ln\sigma-m\ln\sigma_0 \tag{2}$$

新变量 $\ln[\ln(1-F)^{-1}]$ 与 $\ln\sigma$ 呈线性关系,基于实验数据,用最小二乘法进行拟合,得到 Weibull 分布参数 m 和 σ_0。

对 2×10^{-7} 和 2×10^{-6} m/s 两种加载速度下的 MTS 静态压缩实验,以及 3.4、7.1 和 10.6 m/s 三种加载速度下的 SHPB 动态压缩实验结果进行统计,并分别作 Weibull 分布拟合,结果如图 6 和表 1 所示。其中对于实验组 S-2,由于直接拟合得到的 m 和 σ_0 并不准确,因此用最小二乘法拟合得到 $m=2.82$ 之后,用斜率为 2.82 的直线对所有数据点进行线性规划,从而得到 σ_0 的范围。从图 6 和表 1 可以看出:随着加载速度 v 的增加,样品的 Weibull 特征应力 σ_0 逐渐增大,说明 K9 玻璃在一定范围内具有较强的应变率硬化特性;然而在应变率分别为 340、410 和 500 s^{-1}(对应的加载速度分别为 3.4、7.1 和 10.6 m/s)的 3 组动态压缩实验中,应变率效应不会给材料带来强度极限上的显著变化,考虑到样品是一个结构性球体,决定其破坏极限的不仅仅是材料的强度极限,还包含裂纹产生、裂纹扩展、整体失效等具体过程。在冲击过程中,冲击速度越大,外部做功转化为裂纹表面能的份额越多,内部裂纹的形核和生长越明显,其宏观上的破碎特征应力也就越离散,反映在统计规律上则表现为 Weibull 模量 m 呈递减趋势,符合实验预期。表 1 中静态实验组 S-1 产生的裂纹和碎片没有动态实验组多,但是其 m 比动态实验组 D-1 得到的 m 小,很大程度上是因为在准静态实验和动态实验中裂纹的形核机制、生长方向乃至整体破坏模式不尽相同。此外,表 1 中实验组 S-1、D-1、D-2、D-3 表现出良好的线性特点,其相关系数 r 均在 0.9 以上,说明将 Weibull 分布用于 K9 玻璃的强度统计是可行的;然

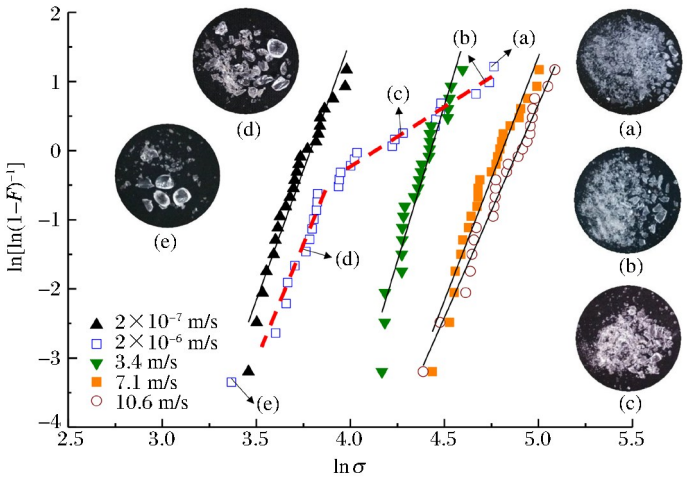

图 6 不同加载速度下的 Weibull 分布统计

Fig. 6 Weibull distribution at different impact velocities

而实验组 S-2 却没有表现出线性特点，甚至呈现出两段式线性特征（如图 6 中虚线所示），这种迥异于其他实验的统计现象引人深思，下面将进行具体分析。

表 1 Weibull 分布的拟合参数

Table 1 Fitting parameters of Weibull distribution

实验组	n	$v/(\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1})$	m	σ_0/MPa	r
S-1	24	2×10^{-7}	7.52	44.18	0.946
S-2	28	2×10^{-6}	2.82	54.13～69.02	0.862
D-1	24	3.4	9.01	79.50	0.926
D-2	24	7.1	7.05	114.85	0.945
D-3	24	10.6	6.17	123.91	0.980

3　拉剪耦合——时序破坏模型

3.1　破碎产物分析

对比分析图 6 插图中实验组 S-1 的破碎产物，不难看出：随着试件破坏强度的增加，破碎产物尺寸逐渐细化；产物（a）和产物（b）对应的试件破坏强度最高，其破碎产物类似，且数目多，粒度小；产物 e 对应的破坏强度最低，产物数目少，颗粒粗大。G. R. McDowell 等[15]提出了适用于 Weibull 分布的 3 个假设：（1）加载条件必须一致；（2）接触半径对于颗粒尺寸而言可以忽略；（3）颗粒服从大量破碎的规律。其中假设 1 和假设 2 可在实验过程中严格控制，但图 6 中产物 a、产物 b 和产物 e 所表现出的破碎数量明显不一致，不符合假设 3，从而导致实验组 S-2 的 $\ln[\ln(1-F)^{-1}]$-$\ln\sigma$ 曲线表现出明显的两段式线性特点，整体上不满足 Weibull 分布。结合破碎产物的特点，实验组 S-2 的 $\ln[\ln(1-F)^{-1}]$-$\ln\sigma$ 曲线所表现出的双线性特点说明在加载过程中脆性颗粒材料可能存在两种破坏模式。

为此，单独分析实验组 S-1 的破碎产物，提取其典型形貌特征。图 7 显示了实验组 S-1 观测到的 3 种主要特征：（1）锥形劈裂，即在压点附近玻璃结构发生局部破坏，并形成层片状碎片（见图 7（a）中圆圈标示）；（2）中心劈裂，即沿加载轴所在面裂成几瓣，并伴随层片状碎片，见图 7（b）；（3）粉碎破坏，即产物细碎，没有具体的形貌特点。按照最大拉应力失效准则，脆性球形颗粒在单向压缩过程中，其内部在垂直于加载方向上出现最大拉应力，拉应力达到材料极限时颗粒发生断裂，图 7（b）所示的中心劈裂即为这种情况，大多数关于颗粒破碎的研究也沿用此理论。然而，事实上球体在压点周围处于复杂的应力状态，其局部变形的不协调也可能是某些情况下颗粒破坏的主要原因。产生锥形劈裂破裂面的主要原因是：在沿裂纹扩展的斜截面上，会出现较大的剪应力，当剪应力达到一定幅值时，材料发生剪切破坏。这表明：由于试件在加工过程中存在局部缺陷，即便是相同的加载方式，也会在试件内部产生不同的破碎现象。粉碎性破坏则是更复杂的一种状态，是拉伸、剪切、压剪等多种机制综合作用的结果。

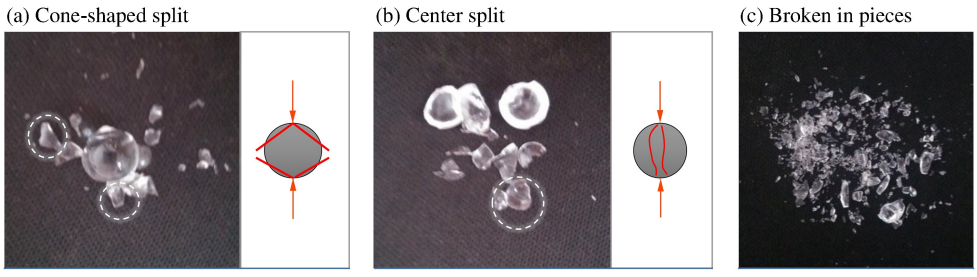

图 7 实验组 S-1 中的 3 种典型破碎特征

Fig. 7 Three typical characteristics of experimental group S-1

实验组 S-1 的实验结果中虽然同时包含拉伸和剪切两种破坏模式，但图 6 显示的 Weibull 分布仍具有很好的线性，即宏观上样品的破碎应力统计仍然服从 Weibull 分布。这主要是因为：在实验组 S-1 所统计的 24 个样本中，以剪切破坏为主的破碎只出现 2 次，属于小概率事件，不影响宏观统计。需要注意的是：从图 7(b)中可以看出，破碎产物中伴有层片状碎片，与图 7(a)中锥形劈裂剪切破坏产物一致，表明图 7(b)中也包含剪切破坏。在图 7(b)所统计的样本中，有 10 个样本出现剪切破坏，其中 2 个样本不发生拉伸破坏，8 个样本发生拉伸破坏。由此得出结论：压点周围的剪切破坏总会发生，剪切破坏发生后不一定出现拉伸破坏。由此可以推断出压缩破碎是具有某种时序的演变过程。

根据实验现象，我们推断出样品中存在的破坏模式及其演变过程，如图 8 所示。图 8 中Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ为裂纹扩展随时间的演变过程，A、B、C 则对应破坏后的产物，其形貌特征与图 7 中的 3 种产物相对应。K9 玻璃球轴向受压后，先经历过程Ⅰ，压点局部受剪应力发生破坏；当压点周围碎片较大，连带接触区域也发生破坏，试件轴向不能承力，加载停止，得到产物 A。当压点周围碎片较小，接触区域仍能承力，加载继续，经历过程Ⅱ；过程Ⅱ以拉伸破坏为主，从中心开始起裂，当产物崩裂成几瓣时，试件轴向不能承力，加载停止，得到产物 B。当产物间的裂缝较小，结构紧凑，轴向仍能承力，则加载继续，进入过程Ⅲ；过程Ⅲ中由于试件在此之前已发生结构性破坏，很多位置出现应力集中，试件很快发生破碎，该过程中裂纹不再有明显的发展规律，且伴随着更复杂的破碎模式，得到的产物比较细碎，各具形态，如图 8 中产物 C 所示。

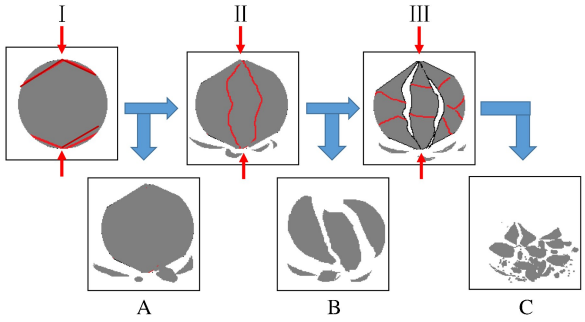

图 8 实验组 S-1 的破碎演变过程

Fig. 8 Process of the breaking evolution of experimental group S-1

基于上述演变模型，可以深入分析实验组 S-1 出现的现象：在 2×10^{-7} m/s 的加载速度下，试件经历图 8 中的过程Ⅰ而直接发生破坏得到产物 A 的概率很小，大部分试件随后要经历过程Ⅱ，即拉伸破坏过程；由于过程Ⅲ紧随过程Ⅱ发生，加载力的上升并不大，MTS 系统记录到后两种过程的破坏加载力，即认为是该速度下的拉伸破坏加载力；在对这些数据进行宏观统计时，Weibull 分布便表现出一种破坏模式。实验组 S-2 中的产物比实验组 S-1 中的产物细小(参考图 6 中插图)，不便于做形貌分析，但是基于上述演变模型，也可以解释实验组 S-2 中的一些现象：随着加载速度的增大，过程Ⅰ导致压点局部所受剪切破坏越发明显，由此引发的接触区破坏几率增加；过程Ⅱ造成拉伸破坏的几率相对减小。MTS 系统便记录到以拉伸破坏为主和以剪切破坏为主的两类破坏加载力，宏观上 Weibull 分布的线性很差，甚至呈两段式线性。冲击加载模式下，应力波作用在试件上，所造成的局部变形差异越发明显，压点周围的剪切破坏加剧，其演变过程较静态加载有所不同，试件在经历图 8 所示的过程Ⅰ之后，接触区域很容易发生剪切失效，过程Ⅱ发生的概率很小，其破碎演变过程如图 9 所示。

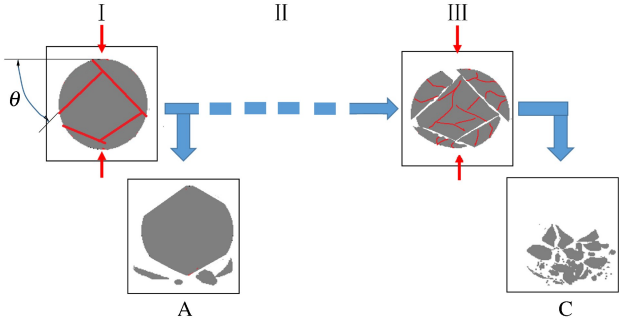

图 9 冲击破碎演变过程

Fig. 9 Process of the breaking evolution under impact loading

动态压缩实验得到的产物完全符合上述演变过程。当冲击速度小于或接近临界速度时，可得到两种破碎产物——产物 A 和产物 C；当冲击速度大于临界速度时，只能得到一种破碎产物——产物 C。实验组 D-1、D-2、D-3 得到的破碎产物全都发生粉碎破坏，利用 SHPB 装置测得的最大破坏加载力为过程Ⅰ剪切失效时的破坏力，在对这些数据进行宏观统计时，Weibull 分布均表现出单一的破坏模式。

动态压缩实验还观察到一些特殊的现象。图 10(a)是某次加载速度较低的动态压缩实验得到的破碎产物，其上、下压点周围都出现了环形赫兹裂纹[16]，与 Y. S. Cheong 等[17]进行的钠钙硅玻璃球低速冲击平板实验结果(见图 10(b))一致。图 10(b)还显示出随着撞击速度的增大，沿压点会产生锥形裂纹。A. D. Salman 等[18]的靶板冲击实验也表明：随着加载的继续，从赫兹裂纹的底部开始产生锥形裂纹，并逐渐贯穿整个玻璃球体，造成球体的大面积失效。这些研究均说明，在高速冲击加载下，锥形劈裂是造成球体破碎的主要原因，间接佐证了图 9 中给出的冲击破碎演变过程。

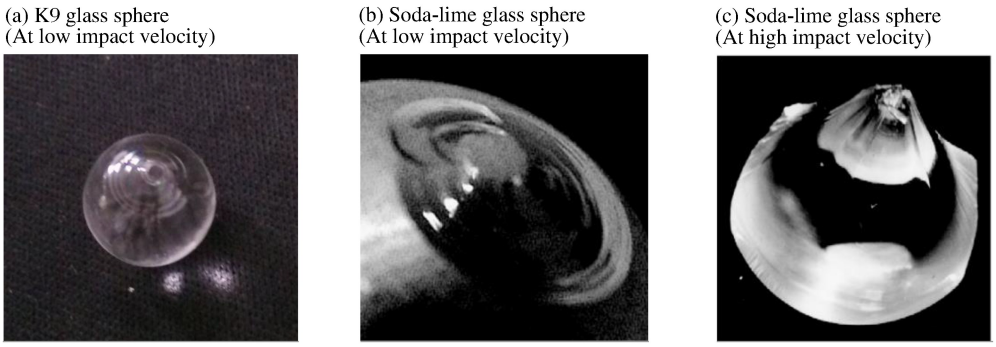

图 10　K9 玻璃球的 SHPB 实验产物和钠钙硅玻璃珠冲击平板实验产物[17]

Fig. 10　Product of K9 glass sphere in SHPB experiment and fragments of soda-lime glass sphere in particle impact experiments[17]

综合∅8 mm 玻璃球受压破碎的几种演变过程，绘制出玻璃球受压下的破碎演变流程图，如图 11 所示。从图 11 中可以看出，对于 K9 玻璃这种脆性材料，加载速度无法决定单一个体的破碎情况，但是能决定大统计样本中某一行为发生的概率，而该概率可用样本的 Weibull 分布特点表征，这便是将加载速度与 Weibull 分布联系的内在原因。

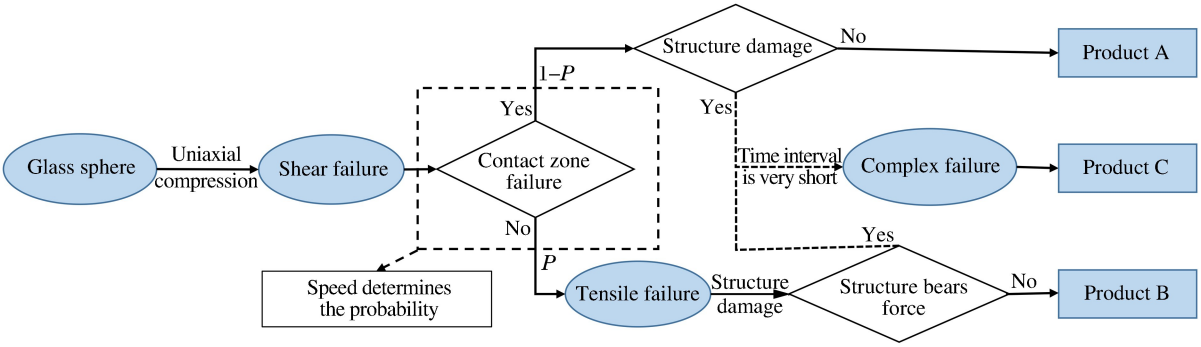

图 11　不同加载速度下玻璃球破碎演变流程图

Fig. 11　Flow chart of the breaking evolution of glass sphere at different loading velocities

3.2　Weibull 特征破坏力与加载速度的关系

图 6 和表 1 给出了 5 种加载速度下的 Weibull 特征应力。图 11 揭示了加载速度对破碎过程的影响及其与 Weibull 分布的内在联系，以此为基础，建立了 Weibull 分布与加载速度的关系。为在该关系式中加入不同颗粒尺寸的影响，记颗粒的 Weibull 特征破坏力为：

$$F_0 = \sigma_0 d^2 \tag{3}$$

式中：F_0 为 Weibull 特征破坏力。由此，考察 F_0 与加载速度 v 的关系。

参照图 11 中的演变过程，引入产生拉伸破坏的概率 P，用以考虑球体压点和接触区不发生大面积失效的概率。由此按照加载速度从低到高将破碎模式划分为 3 个区：拉伸破坏区($P/(1-P) \gg 1$)、剪切破坏区($(1-P)/P \gg 1$)、过渡破坏区。在拉伸破坏区和剪切破坏区，F_0 服从一定的规律。实验组 D-1、D-2 和 D-3 表现出单一的破坏模式，因此属于剪切破坏区。根据对图 6 的讨论，认为决定球体破坏极限

的不仅仅是材料的强度极限，还应考虑裂纹产生、裂纹发展和整体失效等具体过程，此外球体的最大破坏力出现在裂纹滑移面或裂纹扩展面从而使整体失效。为此不仅要考虑应变率效应，还需引入形面系数 $\lambda(v,d)$ 来表征裂纹扩展面对 F_0 的影响。$\lambda(v,d)$ 是一个量纲一的量，与拉伸和剪切破坏过程中主裂纹的数量、面积以及扩展角度等几何特征有关，用以表征拉伸破坏和剪切破坏在样品整体破碎中所占的比例。3 组动态实验中，实验组 D-2 和实验组 D-3 的 Weibull 特征破坏应力很接近，根据以上分析，认为其变形过程中裂纹发展的几何特征比较类似，二者的形面系数相差不大。

图 12 是通过已知数据结合破坏模式建立的 F_0-v 关系曲线。在拉伸破坏区和剪切破坏区有如下关系：

$$F_t = \lambda_t(v,d)\sigma(\dot{\varepsilon})d^2 \qquad v \leqslant v_t \tag{4}$$

$$F_s = \lambda_s(v,d)\tau(\dot{\varepsilon})d^2 \qquad v \geqslant v_s \tag{5}$$

式中：F_t、F_s 分别为广义 Weibull 特征拉伸破坏力和剪切破坏力；$\lambda_t(v,d)$ 和 $\lambda_s(v,d)$ 分别表示与球体拉伸破坏、剪切破坏相对应的形面系数；$\sigma(\dot{\varepsilon})$、$\tau(\dot{\varepsilon})$ 分别表示与应变率 $\dot{\varepsilon}$ 有关的断面拉伸和剪切强度；v_t 和 v_s 分别为球体发生拉伸破坏和剪切破坏时加载速度的阈值。在过渡破坏区（$v_t < v < v_s$），无法通过实验测定具体的 F_0 值，但是根据两种主要破坏模式发生的概率，F_0 可表示为：

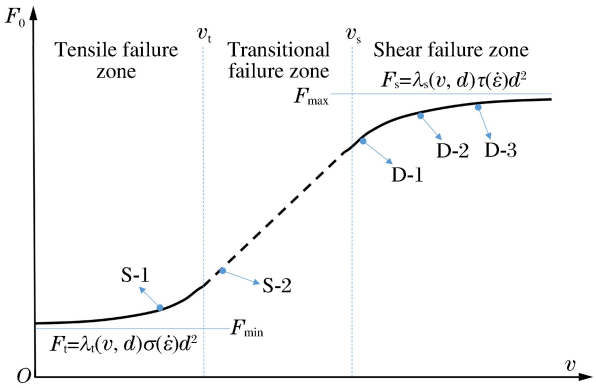

图 12 Weibull 特征破坏力与加载速度的关系

Fig. 12 Weibull characteristic strength vs. impact velocity

$$F_0 = PF_t + (1-P)F_s = P\lambda_t(v,d)\sigma(\dot{\varepsilon})d^2 + (1-P)\lambda_s(v,d)\tau(\dot{\varepsilon})d^2 \tag{6}$$

考虑到球体的具体破坏过程，式(4)和式(5)中所引入的形面系数主要与裂纹扩展面的数量和角度等有关。拉伸破坏至少产生一个中心劈裂面，剪切破坏的斜裂纹最多能贯穿整个球体，因此认为形面系数有一定的上限和下限。式(6)可用于一般过程的定性分析，为了表征脆性材料拉伸破坏和剪切破坏的转化过程，可以采用双 Weibull 函数形式。这需要更多的实验数据进行补充和验证。

3.3 数值分析

基于连续介质力学理论建立的有限元模型可用于预测材料损伤和破坏区域。图 13 是用 ABAQUS 建立的三维计算模型。冲击速度为 10 m/s，模型尺寸与实际尺寸一致，颗粒材料属性定义为弹脆性，破坏准则中加入了拉伸破坏和剪切破坏两种准则，极限拉伸破坏强度设置为 100 MPa，极限剪切破坏强度设置为 150 MPa。计算过程中，观察到球体在 225 μs 时发生破坏，故在这一时刻观察样品的应力分布。

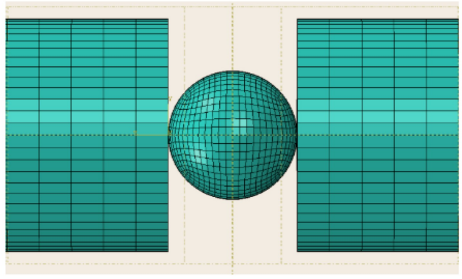

图 13 SHPB 实验有限元模型

Fig. 13 Finite element model of SHPB experiment

图 14 反映了 224 和 225 μs 时球体内部拉伸应力(σ_y)和剪切应力(τ_{xy})的分布变化。从图 14 中看出，y 方向上的拉伸应力并没有达到材料的拉伸极限，只是拉应力区域在扩大，而此时压点局部的剪切应力已达到剪切极限，并在 225 μs 时沿剪切面发生破坏。说明在冲击加载条件下，球体中心区域也出现了拉伸应力，但外围包覆的材料限制了拉伸破坏的发展，而压点周围的剪应力在应力波实现均匀加载之前已达到材料极限，所以该模型的整体破坏以剪切破坏为主。由于计算过程中没有考虑材料本身的局部缺陷，因此数值模拟结果只能给出定性的结论。不过，从计算结果来看，材料中的拉伸应力和剪切应力都达到了一定的水平，若考虑材料局部可能的缺陷，在材料内部发生剪切破坏或拉伸破坏的可能性均存在。这为图 8 和图 9 所展示的破碎过程提供了一些理论依据，同时也表明前文所提出的拉剪耦合失效模型是可行的。

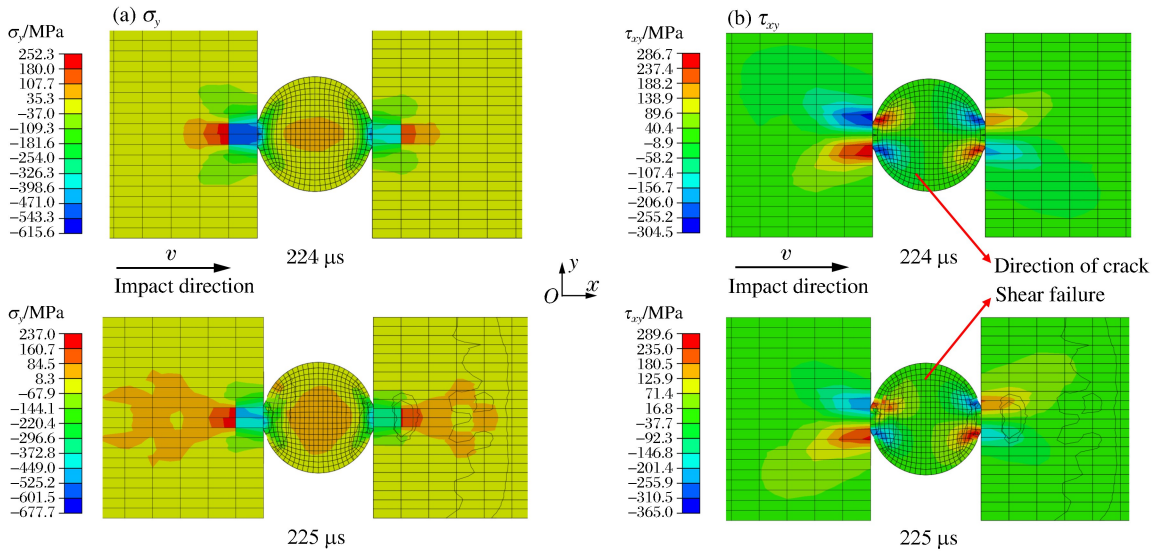

图 14　玻璃球的剖面应力分布

Fig. 14　Stress distribution on the profile of glass sphere

4　结　论

基于 G. R. McDowell 等[15]提出的适用于 Weibull 分布的 3 个假设，分析了不同加载速度下 K9 玻璃球强度的 Weibull 分布特点，结合其产物形貌特征，提出了拉剪耦合——时序破坏模型，并通过数值模拟进行了验证。利用该模型分析了玻璃球的受压破坏过程，得到如下结论：

(1) 脆性颗粒的受压破坏过程是拉伸破坏和剪切破坏两种机制共同作用的结果，随着加载速度的增加，脆性颗粒会从准静态加载下以拉伸破坏为主的方式向冲击加载下以剪切破坏为主的方式过渡；

(2) 对于 K9 玻璃这种脆性材料，加载速度无法决定单一个体的破碎情况，但能决定大统计样本中某一行为发生的概率，而该概率又能通过样本的 Weibull 分布体现，这便是加载速度与 Weibull 分布相联系的内在原因；

(3) 按照加载速度从低到高可将破碎情况划分为 3 个区，即拉伸破坏区($v \leqslant v_t$)、过渡破坏区($v_t < v < v_s$)和剪切破坏区($v \geqslant v_s$)，给出了 3 个区间上 Weibull 特征破坏力与加载速度、颗粒尺寸的关系式，并引入形面系数表征裂纹扩展面对 Weibull 特征破坏力的影响。

参考文献：

[1]　陈生水，霍家平，章为民. “5 · 12”汶川地震对紫坪铺混凝土面板坝的影响及原因分析[J]. 岩土工程学报，2008，30(6)：795-801.
Chen Shengshui, Huo Jiaping, Zhang Weimin. Analysis of effects of “5 · 12” Wenchuan earthquake on Zipingpu concrete face rock-fill dam[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2008, 30(6): 795-801.

[2]　孙成林. 2003 年中国粉体工业现状[J]. 硫磷设计与粉体工程，2004(4)：7-10.
Sun Chenglin. Present situation of China's bulk material handling industry in 2003[J]. Sulphur Phosphorus & Bulk Materials Handling Related Engineering, 2004(4): 7-10.

[3]　Hostler S R. Wave propagation in granular materials[D]. Los Angeles: California Institute of Technology, 2004.

[4]　郑文，徐松林，胡时胜. 侧限压缩下干燥砂的动态力学性能[J]. 爆炸与冲击，2011，31(6)：619-623.
Zheng Wen, Xu Songlin, Hu Shisheng. Dynamic mechanical properties of dry sand under confined compression[J]. Explosion and Shock Waves, 2011, 31(6): 619-623.

[5]　黄俊宇，徐松林，王道荣，等. 脆性颗粒材料的动态多尺度模型研究[J]. 岩土力学，2013，34(4)：15-25.
Huang Junyu, Xu Songlin, Wang Daorong, et al. Investigation on dynamic multiscale model for brittle granular materials[J]. Rock and Soil Mechanics, 2013, 34(4): 15-25.

[6] Huang J, Xu S, Hu S. Influence of particle breakage on the dynamic compression responses of brittle granular materials[J]. Mechanics of Materials, 2014,68(1):15-28.

[7] Huang J, Xu S, Hu S. Effects of grain size and gradation on the dynamic responses of quartz sands[J]. International Journal of Impact Engineering, 2013,59(9):1-10.

[8] Huang J Y, Lu L, Fan D, et al. Heterogeneity in deformation of granular ceramics under dynamic loading[J]. Scripta Materialia, 2016,111:114-118.

[9] Salman A D, Biggs C A, Fu J, et al. An experimental investigation of particle fragmentation using single particle impact studies[J]. Powder Technology, 2002,128(1):36-46.

[10] 陈星.基于 ABAQUS 的冰雹撞击有限元分析[D].呼和浩特:内蒙古工业大学,2013.

[11] Huang J, Xu S, Hu S. The role of contact friction in the dynamic breakage behavior of granular materials[J]. Granular Matter, 2015,17(1):111-120.

[12] Huang J, Xu S, Yi H, et al. Size effect on the compression breakage strengths of glass particles[J]. Powder Technology, 2014,268(1):86-94.

[13] 徐松林,唐志平,谢卿,等.压剪联合冲击下 K9 玻璃中的失效波[J].爆炸与冲击,2005,25(5):385-392.
Xu Songlin, Tang Zhiping, Xie Qing, et al. Experimental investigation on failure wave in K9 glass under combined pressure and shear impact loading[J]. Explosion and Shock Waves, 2005,25(5):385-392.

[14] 胡时胜,王礼立,宋力,等.Hopkinson 压杆技术在中国的发展回顾[J].爆炸与冲击,2014,34(6):641-657.
Hu Shisheng, Wang Lili, Song Li, et al. Review of the development of Hopkinson pressure bar technique in China [J]. Explosion and Shock Waves, 2014,34(6):641-657.

[15] McDowell G R, Amon A. The application of Weibull statistics to the fracture of soil particles[J]. Journal of the Japanese Geotechnical Society Soils & Foundation, 2000,40(5):133-141.

[16] Hertz H. On the contact of elastic solids[J]. Journal für die Reine und Angewandte Mathematik, 1882,92:156-171.

[17] Cheong Y S, Reynolds G K, Salman A D, et al. Modelling fragment size distribution using two-parameter Weibull equation[J]. International Journal of Mineral Processing, 2004,74(50):S227-S237.

[18] Salman A D, Gorham D A. The fracture of glass spheres[J]. Powder Technology, 2000,107(1):179-185.

Fracture characteristics of brittle particles at different loading velocities

Yi Hongsheng, Xu Songlin, Shan Junfang, Zhang Ming

(*CAS Key Laboratory for Mechanical Behavior and Design of Materials, University of Science and Technology of China, Hefei* 230026, *Anhui*, *China*)

Abstract: Uniaxial compression experiments of K9 glass spheres with a diameter of 8 mm were conducted to obtain the fracture responses of brittle particles at five loading velocities, i.e. 2×10^{-7} and 2×10^{-6} m/s for quasi-static loading and 3.4, 7.1 and 10.6 m/s for impact loading using a split Hopkinson pressure bar. Based on the Weibull distribution and recovery specimen products, a novel model combing the tensile failure and the shear failure was proposed to explain the process of the breaking evolution, revealing the relationship of the loading velocity and the three breaking zones. The model was validated using numerical simulation. Our study can serve as valuable reference for the study of the dynamic failure of brittle granular materials.

Keywords: dynamics; brittle material; Weibull distribution; tension-shear coupling

(责任编辑 王 影)