DOI: 10.11883/1001-1455(2017)03-0520-08

垂直入射弹性波在压电体单侧接触界面上的传播特性*

路桂华[1],赵 曼[2],岳 强[1]
(1. 山东农业大学水利土木工程学院,山东 泰安 271018;
2. 石家庄铁道大学土木工程学院,河北 石家庄 050043)

摘要: 弹性波与压电材料接触界面的相互作用问题是工程应用中常见而复杂的问题,入射波足够强会引起界面出现滑移和分离,但滑移和分离的边界未知,边界条件具有非线性特性。通过 Fourier 分析,将混合边值问题的求解转化为非线性代数方程,利用软件通过迭代修正的方法进行了求解;给出 3 种状态边界的求解,分析入射波强度、外加应力及电场对界面状态的影响,并对高频谐波的特性进行分析,通过实例对理论推导进行验证,结果显示:入射波强度、外加荷载和电场的大小及摩擦因数均会影响到界面,通过改变这些条件可以控制界面状态,另外检测高频谐波的信号也可以反映界面状态。

关键词: 压电材料;摩擦接触;弹性波; 高频谐波;分离区;滑移区
中图分类号: O343 **国标学科代码**: 1301510 **文献标志码**: A

界面广泛存在于自然介质及工程结构中,弹性波与界面相互作用一方面会引起界面的失稳或破坏,另一方面界面会改变波的传播方向使波发生反射和折射,或者阻碍波的传播形成波的衰减和波形改变。关于波与界面相互作用问题的研究多集中于几种界面模型:完好黏结界面模型、弱连接界面及界面层模型和接触界面模型。接触界面只能承受压力而不能承受拉力,因而是一种单侧约束的界面模型。K. Sazawa 等[1]最早将界面的摩擦定律写成线性形式,当不考虑界面相对滑移速度时得到弹簧滑移模型,卢文波[2]利用该模型研究了应力波与岩石中可滑移解理面的相互作用问题。但是大家知道库伦摩擦不是线性而是非线性模型,特别是与速度无关的干摩擦问题线性模型更是不适用的。Y. Chevalier 等[3]假定整个界面在不分离状态下处于滑移状态,建立了滑移状态模型。李夕兵[4]利用该模型分析了应力波在岩体软弱结构面上的传播问题。但是一般情况下入射波是脉冲波,界面应力非均匀,界面会发生局部分离和滑移,因此上述模型也不适用。对黏着、滑移及分离区域应该分别建立边界条件,但黏着、滑移和分离状态的边界未知,边界具有很强的非线性,因此增加了问题的难度。考虑单一型波(P 波或 SV 波)入射,M. Comniou 等[5-7]较早采用该模型研究了波与接触界面的相互作用问题,他们的研究大多针对无限大介质和各向同性介质。Y. S. Wang 等[8-11]、于桂兰等[12]、李楠等[13]将 M. Comniou 等的方法推广应用到覆层和夹层中的传播问题中,后来又进一步研究了摩擦接触界面上波的再极化问题及各向异性介质摩擦接触界面与波的相互作用问题。综上所述诸多学者的研究主要针对普通纯弹性材料。压电介质与纯弹性介质相比,由于力电耦合特性的存在,使类似问题的求解增加了难度。白玉柱等[14-15]对一维弹性波在压电材料光滑接触界面中的传播问题进行了研究,而对摩擦接触界面至今鲜有讨论。对于压电材料弹性波斜入射(二维)摩擦接触界面问题[16]由于总是伴随有非均匀平面波的出现,问题的解由奇异积分方程控制,这与一维波问题或纯弹性介质的情况有很大的区别。路桂华等[17]曾对一维 P 波入射问题进行过简单介绍,没做深入研究和详细分析。

* **收稿日期**: 2015-09-10; **修回日期**: 2016-01-18
基金项目: 国家科技支撑计划项目(2015BAB07B05);山东省交通科技项目(2013A09-04);
山东省省级水利科研及技术推广项目(SDSLKY201305)
第一作者: 路桂华(1970—),女,硕士,讲师; **通信作者**: 岳 强,yueqiang406@163.com。

本文中针对一般垂直入射弹性波与压电材料摩擦接触界面相互作用问题进行了较深入讨论，通过 Fourier 分析的方法，将问题的求解转化为非线性代数方程的求解。通过迭代和修正，确定界面上分离、滑移和黏着 3 种区域的分布范围，并讨论随外加力/电荷载的变化规律。同时计算了面力、相对滑移速度等参量以及由于边界非线性而引起的反射和透射的高频谐波幅值。

1　问题的描述

如图 1 所示，2 个相接触的半无限大各向同性压电弹性体，接触面遵循库仑摩擦定律，忽略运动锁定效应（即：动、静摩擦因数 f_k 和 f_s 相同），设摩擦因数 $f_k=f_s=f$，远处受压应力 p^∞、剪应力 τ_1^∞ 和电场 E_1^∞、E_3^∞ 作用。有一沿 z 轴的平面波垂直于界面入射（$n=0$ 表示），当入射波强度足够大时界面会交替出现黏着、滑移、分离这 3 种不同状态，但状态边界未知，这导致问题的边界非线性，使得系统对单一入射波的响应将包括所有的高频成分，因此会产生高频谐波。图中 $n=1,2$ 和 $n=3,4$ 分别代表反射波和透射波，c_{ij}、e_{ij}、ε_{ij}、ρ 分别为下半平面的弹性常数、压电常数、介电常数及密度，$\bar{c}_{ij}$、$\bar{e}_{ij}$、$\bar{\varepsilon}_{ij}$、$\bar{\rho}$ 分别为上半平面相应的材料常数。

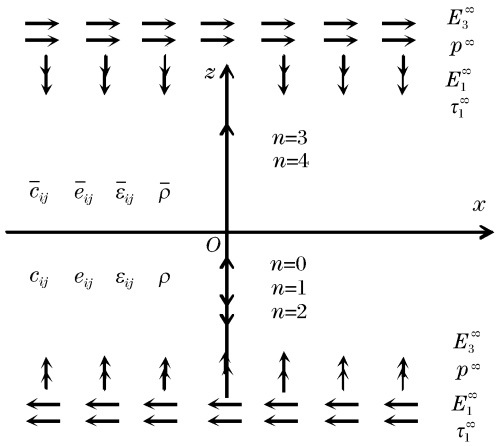

图 1　一维弹性波透过压电介质摩擦接触界面的传播

Fig. 1　Propagation of one-dimensional elastic wave through a frictional contact interface between two piezoelectric media

假定为平面应变问题，采用图 1 所示的坐标系，其 z 轴为压电介质的极轴。对于横观各向同性压电介质一维问题，可取入射波为任一类型的平面简谐波，形式如下：

$$(u^{(0)},w^{(0)},\varphi^{(0)})=A^{(0)}(d_1^{(0)},d_2^{(0)},d_3^{(0)})\,\mathrm{Re}\{\exp[\mathrm{i}k_0(z-c_0t)]\} \tag{1}$$

式中：u、w、φ 分别为 x、z 方向的位移分量和电势标量，A 为振幅，(d_1,d_2,d_3) 为位移极化矢量，k_0 为波数。不失一般性取 $A^{(0)}$ 为实数。反射波及折射波的形式可记为：

$$(u^{(n)},w^{(n)},\varphi^{(n)})=A^{(n)}(d_1^{(n)},d_2^{(n)},d_3^{(n)})\,\mathrm{Re}\{\exp[\mathrm{i}k_0(p^{(n)}z-c_0t)]\}\qquad n=1,2,3,4 \tag{2}$$

接触界面上 $z=0$，$\mathrm{i}k_0(p^{(n)}z-c_0t)=-\mathrm{i}k_0c_0t$，令 $\eta=-k_0c_0t$，设界面面力分量为 $S_x(\eta)$、$S_z(\eta)$，电位移分量为 $D_z(\eta)$，界面的相对滑移速度为 $V_x(\eta)$，界面张开速度为 $V_z(\eta)$，界面张开位移为 $g(\eta)$。

接触界面上面力和电位移连续，除此之外还应建立如下边界条件[18]：

(1)分离状态：

$$g(\eta)>0,\qquad S_x(\eta)=S_z(\eta)=0 \tag{3}$$

(2)滑移状态：

$$g(\eta)=0,\qquad S_z(\eta)<0,\qquad |S_x(\eta)|=f|S_z(\eta)| \tag{4}$$

$$V_z(\eta)=0,\qquad \mathrm{sign}(V_x)=\mathrm{sign}(S_x) \tag{5}$$

(3)黏着状态：

$$g(\eta)=0,\qquad V_x(\eta)=0,\qquad S_z(\eta)<0,\qquad |S_x(\eta)|<f|S_z(\eta)| \tag{6}$$

电边界条件采用可导通电边界条件，即：$D_z^+=D_z^-$，$\Delta\varphi=0$，其中＋、－号分别代表界面上下边界，$\Delta\varphi$ 为电势差。根据横观各向同性压电材料本构关系及几何关系可知，电边界条件自动满足。另外，以下分析中，由弱条件 $V_z(\eta)=\dot{g}(\eta)=0$ 代替 $g(\eta)=0$，并确保张开位移在接触状态消失。

2　问题的求解

同文献[12]将问题的解分解为一个完好黏结情况下的双侧解和一个表征单侧性质的修正解。其中双侧解以上标 b 来表示，如 $u^{(b)}$；修正解以上标波浪线来表示，如 $\tilde{u}$。完好黏结情况下，界面力双侧解可

以写成如下形式：

$$S_x^{(b)}(\eta)=A_1^{(0)}\sin\eta,\qquad S_z^{(b)}(\eta)=A_3^{(0)}\sin\eta \tag{7}$$

式中：$A_1^{(0)}=k_0c_{44}d_1^{(0)}A^{(0)}$，$A_3^{(0)}=k_0(c_{33}+e_{33}^2/\varepsilon_{33})d_2^{(0)}A^{(0)}$。

考虑到边界非线性将引起高频谐波，修正解可写成包含所有频率的傅立叶级数的形式：

$$(\tilde{u}^{(n)},\tilde{w}^{(n)},\tilde{\varphi}^{(n)})=(d_1^{(n)},d_2^{(n)},d_3^{(n)})\,\mathrm{Re}\Big\{\sum_{m=1}^{\infty}F_{\mathrm{m}}^{(n)}\exp[\mathrm{i}mk_0(p^{(n)}z-c_0t)]\Big\}\qquad n=1,2,3,4 \tag{8}$$

式中：$F_{\mathrm{m}}^{(n)}$ 为未知系数。令 $F_{\mathrm{m}}=D_{\mathrm{m}}+\mathrm{i}E_{\mathrm{m}}$，$D_{\mathrm{m}}$ 和 E_{m} 为实数。根据接触界面上应力连续可推出：

$$F_{\mathrm{m}}^{(3)}=\lambda_1F_{\mathrm{m}}^{(1)},\qquad F_{\mathrm{m}}^{(4)}=\lambda_2F_{\mathrm{m}}^{(2)} \tag{9}$$

式中：$\lambda_1=c_{44}p^{(1)}(\bar{c}_{44}p^{(3)})^{-1}$，$\lambda_2=(c_{33}+e_{33}^2/\varepsilon_{33})p^{(2)}[(\bar{c}_{33}+\bar{e}_{33}^2/\bar{\varepsilon}_{33})p^{(4)}]^{-1}$ 则外力作用下界面力为：

$$S_x(\eta)=T_x+A_1^{(0)}\sin\eta-k_0c_{44}p^{(1)}\sum_{m=1}^{\infty}m[D_{\mathrm{m}}^{(1)}\sin(m\eta)+E_{\mathrm{m}}^{(1)}\cos(m\eta)] \tag{10}$$

$$S_z(\eta)=P_z+A_3^{(0)}\sin\eta-k_0(c_{33}+e_{33}^2/\varepsilon_{33})p^{(2)}\sum_{m=1}^{\infty}m[D_{\mathrm{m}}^{(2)}\sin(m\eta)+E_{\mathrm{m}}^{(2)}\cos(m\eta)] \tag{11}$$

式中：$T_x=\tau_1^{\infty}+e_{15}E_1^{\infty}$，$P_z=-p^{\infty}-e_{33}E_3^{\infty}$。界面滑移和张开速度：

$$V_x(\eta)=U_x+\frac{\mathrm{d}\tilde{u}^{(3)}}{\mathrm{d}t}-\frac{\mathrm{d}\tilde{u}^{(1)}}{\mathrm{d}t}$$

$$=U_x+k_0c_0(\lambda_1-1)\sum_{m=1}^{\infty}m[D_{\mathrm{m}}^{(1)}\sin(m\eta)+E_{\mathrm{m}}^{(1)}\cos(m\eta)] \tag{12}$$

$$V_z(\eta)=k_0c_0(\lambda_2-1)\sum_{m=1}^{\infty}m[D_{\mathrm{m}}^{(2)}\sin(m\eta)+E_{\mathrm{m}}^{(2)}\cos(m\eta)] \tag{13}$$

式中：U_x 为整体滑移速度，$U_x=\dfrac{1}{2\pi}\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi}V_x(\xi)\mathrm{d}\xi$。

下面分别针对分离、滑移、黏着这 3 种不同的状态，讨论问题的求解。

2.1 分离状态的解

根据边界条件式(3)结合式(10)～(13)可得：

$$V_z(\eta)=q(P_z+A_3^{(0)}\sin\eta) \tag{14}$$

式中：$q=c_0(\lambda_2-1)[(c_{33}+e_{33}^2\varepsilon_{33}^{-1})p^{(2)}]^{-1}$。

界面张开位移：

$$g(\eta)=-(k_0c_0)^{-1}\int V_z(\eta)\mathrm{d}\eta=q(k_0c_0)^{-1}(-P_z\eta+A_3^{(0)}\cos\eta-L) \tag{15}$$

若设 $\eta\in(\delta_1,\delta_2)$ 为分离状态，则 $g(\delta_1)=g(\delta_2)=0$，因此：

$$L=-P_z\delta_1+A_3^{(0)}\cos\delta_1=-P_z\delta_2+A_3^{(0)}\cos\delta_2 \tag{16}$$

根据 η 的周期性，只需在 η 的一个周期内，如$(-\pi,\pi)$，讨论问题的求解。图 2 所示为 $A_3^{(0)}>0$ 和 $A_3^{(0)}<0$ 时，$g(\eta)$和 η 关系图。

由弱条件 $V_z(\eta)=\dot{g}(\eta)=0$ 代替 $g(\eta)=0$。从图可以判断，当 $A_3^{(0)}>0$ 时，$\dot{g}(\delta_2)=0$，由此可判断在 $\eta\in(\delta_1,\delta_2)$ 区间内 $g(\eta)>0$，(δ_1,δ_2) 为分离区。根据式(14)，令 $V_z(\delta_2)=0$ 可以得到：

$$\sin\delta_2=-P_z/A_3^{(0)}\qquad \delta_2>\pi/2 \tag{17}$$

δ_1 可由式(16)求解获得，且 $\delta_1<\pi/2$。

同理当 $A_3^{(0)}<0$ 时：$\sin\delta_1=-P_z/A_3^{(0)}$，$\delta_1<-\pi/2$，$\delta_2$ 由式(16)求得，且 $\delta_2>-\pi/2$。

2.2 滑移状态的解

式(10)～(13)结合边界条件式(4)可推出：

$$a_0V_x(\eta)=a_0U_x+T_x+A_1^{(0)}\sin\eta\pm f(P_z+A_3^{(0)}\sin\eta) \tag{18}$$

式中：$a_0=c_{44}p^{(1)}[c_0(\lambda_1-1)]^{-1}$。

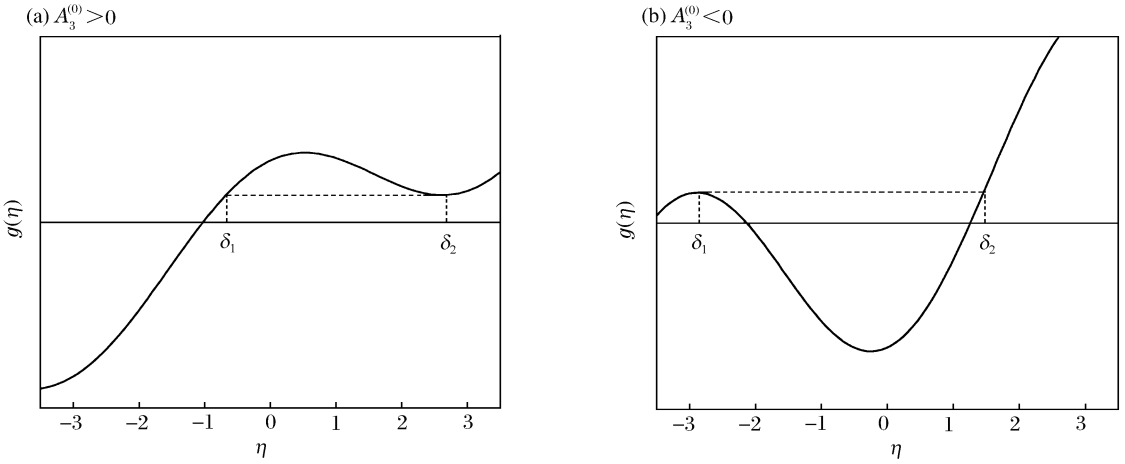

图 2　界面张开位移与参数关系

Fig. 2　Relation between the interface opening displacement and the parameter

确定滑移状态区间的条件有 2 个：(a)区间 2 个端点 $V_x(\eta)=0$；(b)区间内 $S_z(\eta)<0$，$\mathrm{sign}(V_x)=\mathrm{sign}(S_x)$。首先根据双侧解估计滑移状态区间的可能分布。图 3 为压应力和剪应力$(-\pi,\pi)$内的分布示意图。图中可以看出当 $\eta=\pm\pi/2$ 时压应力取得极值，而剪应力也取得极值，推测在 $\eta=\pm\pi/2$ 附近可能出现滑移状态。当 $A_3^{(0)}>0$ 时，估计各个区间的可能分布如图 4 所示。忽略库仑摩擦的运动锁定效应(即动静摩擦因数相等)，在滑移范围两端有 $V_x(\eta)=0$。根据式(18)，在$(-\pi/2,\pi/2)$内可能得到 2 个根，记为 η_1 和 η_2，则：

$$\begin{aligned}\sin\eta_1&=(-a_0U_x-T_x-fP_z)/(A_1^{(0)}+fA_3^{(0)})\\ \sin\eta_2&=(-a_0U_x-T_x+fP_z)/(A_1^{(0)}-fA_3^{(0)})\end{aligned}\tag{19}$$

当 2 个根为实根时，令 $\alpha_1=\min(\eta_1,\eta_2)$，$\alpha_2=\max(\eta_1,\eta_2)$，$\beta_1=-\pi-\alpha_1$，$\beta_2=\pi-\alpha_2$，则区间 (β_1,α_1) 和 (α_2,β_2) 即为可能的滑移状态区间；当只有一个实根时，说明只有一个滑移状态区间，并可根据条件判定是 (β_1,α_1) 还是 (α_2,β_2)；当无实根时有 2 种可能情况：当 $|T_x|+|A_1^{(0)}|<f(|P_z|-|A_3^{(0)}|)$ 时界面为完全黏结无滑移状态，当 $||T_x|-|A_1^{(0)}||>f(|P_z|-|A_3^{(0)}|)$ 时界面处于连续滑移无黏结状态。式(18)～(19)是非常复杂的非线性方程组，直接求解比较困难的，通过 Matlab 软件给出了数值解。

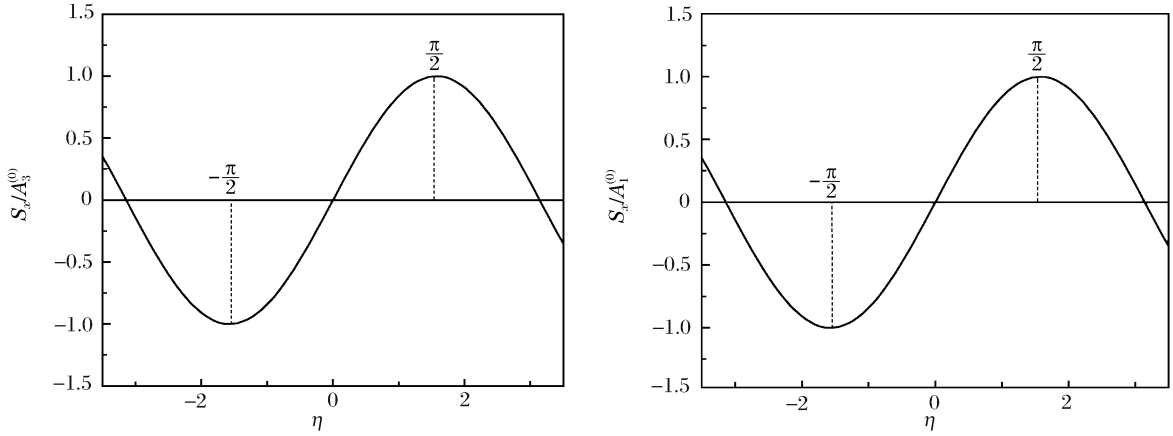

图 3　双侧解分布图

Fig. 3　Distribution of bilateral solution

2.3　黏着状态的解及高频谐波解

式(10)～(13)结合边界条件式(6)可推出得界面面力：

$$S_x(\eta)=T_x+A_1^{(0)}\sin\eta+a_0U_x,\qquad S_z(\eta)=P_z+A_3^{(0)}\sin\eta\tag{20}$$

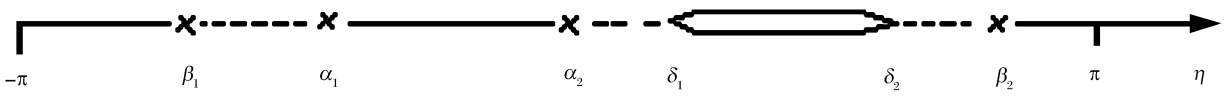

图 4 各个状态区间的可能分布

Fig. 4 Possible distributions of each state interval

由边界非线性引起的反射及透射高频谐波幅值分量可由式(9)～(13)推出,高频谐波的幅值(其中一次谐波幅值不含双侧解的贡献):

$$|F_{\mathrm{m}}^{(n)}|=\sqrt{(D_{\mathrm{m}}^{(n)})^2+(E_{\mathrm{m}}^{(n)})^2} \qquad n=1,2,3,4 \tag{21}$$

3 算例及分析

取上、下半空间为同一种各向同性材料 $BaTiO_3$,材料参数为:$c_{11}=150$ GPa,$c_{13}=66$ GPa,$c_{33}=146$ GPa,$c_{44}=44$ GPa,$e_{13}=-4.35$ C/m^2,$e_{15}=11.4$ C/m^2,$e_{33}=17.5$ C/m^2,$\varepsilon_{33}=111.5\times10^{-10}$ C/(V·m),$\varepsilon_{11}=128.3\times10^{-10}$ C/(V·m),$\rho=5\,700$ kg/m^3,库仑摩擦因数取为 $f=0.2$。以 P 波入射为例进行分析,设入射波幅值为 $A_3^{(0)}=k_0(c_{33}+e_{33}/\varepsilon_{33})d_2^{(0)}A^{(0)}=a_0/f$。

只有 P 波入射时,考虑到问题的对称性不会产生剪应力,因此不会有滑移状态产生,只有分离和黏着 2 种状态交替。图 5 所示为 $T_x/A_3^{(0)}=0$ 时,分离状态分布区间与 $P_z/A_3^{(0)}$ 的变化关系图。根据 η 的周期性,前文中理论分析部分是在 $[-\pi,\pi]$ 之间进行讨论的,考虑到 $\eta=-k_0c_0t$ 为负值,算例分析中将取值周期改为 $-\eta$ 方向,并将曲线调整到周期全为正值的区间内,同时横坐标除以周期 2π,代表在一个整周期内的变化规律,因此图 5 的横坐标取为 $-\eta/2\pi$。图 5 中 $[\delta_1,\delta_2]$ 为分离状态分布区间,$[0.5,\delta_1]$ 和 $[\delta_2,1.5]$ 为一个周期内黏着状态分布区间。Ⅰ代表不同 $P_z/A_3^{(0)}$ 值对应的分离状态分布区间变化时组成的区域。从区域Ⅰ的规律可看出,当 $|P_z/A_3^{(0)}|<1$ 时,分离状态才开始产生,分离状态区间的范围随 $|P_z/A_3^{(0)}|$ 的减小而增大。当 $|P_z/A_3^{(0)}|>1$ 时压应力足够大界面不会分离。图中还可以看出入射波相位只影响分离状态的分布位置,而不会影响分离区间的大小,其大小只与入射波强度有关。

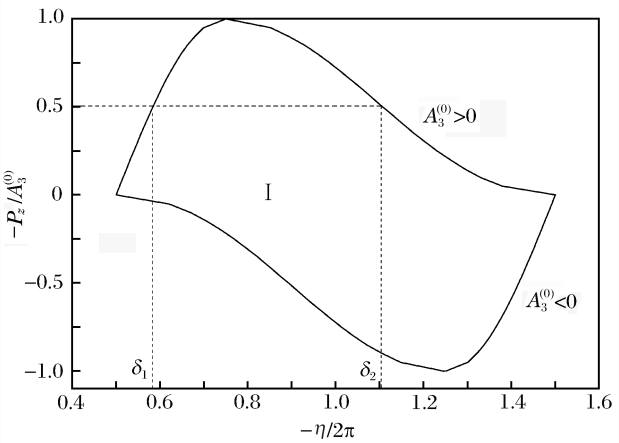

图 5 P 波入射,分离状态分布区间与 $P_z/A_3^{(0)}$ 的变化关系

Fig. 5 Distribution of separation zones for different $-P_z/A_3^{(0)}$ when the incident wave is P wave

当有外加剪力作用时,会导致界面产生滑移。图 6(a)所示为 $P_z/A_3^{(0)}=-0.5$ 时,黏着、滑移和分离这 3 种状态分布区间与 $T_x/A_3^{(0)}$ 的变化关系曲线。图中 $[\delta_1,\delta_2]$ 为分离状态分布区间,$[\alpha_2,\delta_1]$ 与 $[\delta_2,\beta_2]$ 为滑移状态分布区间。Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ分别代表不同 $T_x/A_3^{(0)}$ 值对应的分离、滑移和黏着状态分布区间变化时组成的区域。从图中可以看出分离状态区间始终为一定值,这说明分离状态的分布只与等效外加压力有关,而与外加剪力 的大小无关。随 $|T_x/A_3^{(0)}|$ 的增大,滑移状态区间增大,当 $|T_x/A_3^{(0)}|$ 超过 0.13 时整个界面处于滑移状态和分离状态交替产生而无黏着状态存在的情况。

图 6(b)所示为 $P_z/A_3^{(0)}=-1.5$ 时,各种状态分布区间与 $T_x/A_3^{(0)}$ 的关系曲线。因为压力足够大界面不会分离。$[\alpha_2,\beta_2]$ 为滑移状态分布区间,Ⅰ代表不同 $T_x/A_3^{(0)}$ 值对应的滑移状态分布区间变化时组

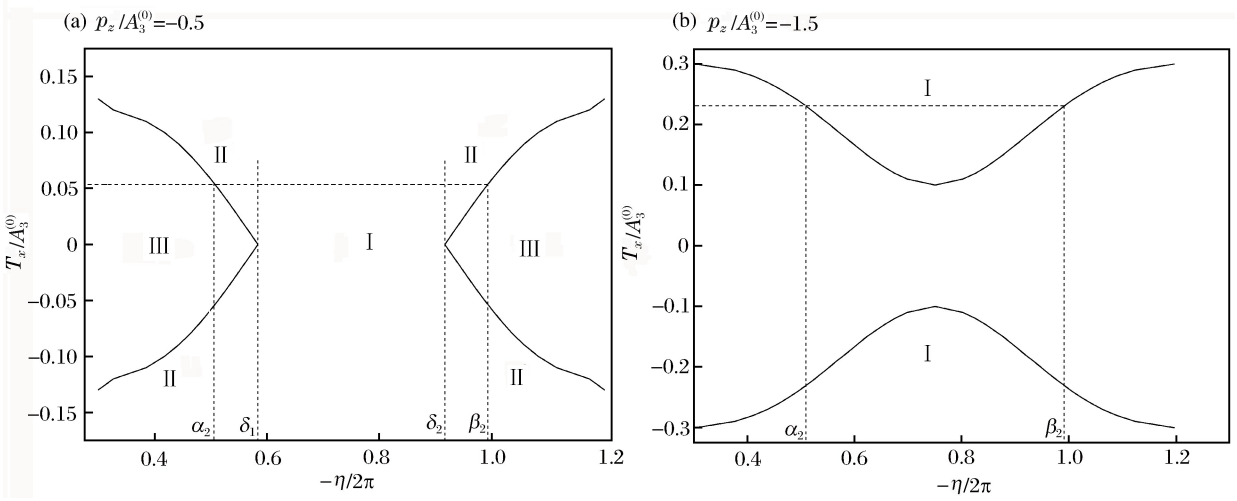

图 6　P 波入射，分离、滑移和黏着状态分布区间随 $T_x/A_3^{(0)}$ 的变化关系

Fig. 6　Distribution of separation, slip, stick state zones for different $T_x/A_3^{(0)}$ when the incident wave is P wave

成的区域。当 $|T_x/A_3^{(0)}|<0.1$ 时，不足以克服摩擦阻力无滑移状态产生，当 $|T_x/A_3^{(0)}|>0.1$ 时，滑移状态开始出现，并且其分布区间随 $|T_x/A_3^{(0)}|$ 的增大而增大，增大至 0.3 时界面发生连续滑移。滑移状态的分布与 T_x 的方向无关，只与其大小有关。

针对图 5 所示的情况，图 7 给出了反射波的一次（仅含单侧解）及二次谐波的振幅随 $P_z/A_3^{(0)}$ 的变化曲线。图中 $|F_m^{(0)}|=\dfrac{2\pi k_0 c_0 |F_m|}{qA_3^{(0)}}$，是一个有关入射波幅值的比值，与入射波幅值有关。从图中可以看出随着 $|P_z/A_3^{(0)}|$ 增大，一次谐波的幅值逐渐减小至零，二次谐波的幅值先增大而后逐渐减小到零。这是因为 $|P_z/A_3^{(0)}|$ 为零时整个界面处于分离状态，入射波被完全反射；而 $|P_z/A_3^{(0)}|>1$ 时整个界面处于完好黏着接触状态，入射波完全透射过去（因为 2 个半空间取同种材料）。这 2 种情况下均不会有高频谐波产生。图中反射二次谐波的幅值曲线也正好验证了这一特性。根据式(9)可知，透射和反射高频谐波的幅值只相差一比例常数，所以它们的性质完全一样。

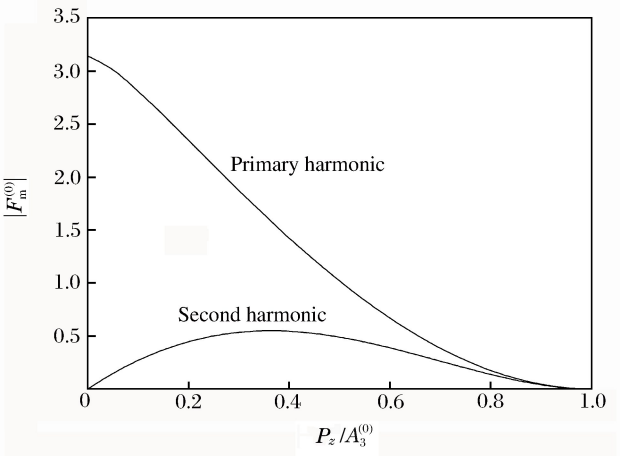

图 7　反射波幅值随 $P_z/A_3^{(0)}$ 的变化关系

Fig. 7　Distribution of the reflection wave's amplitude for different $P_z/A_3^{(0)}$

4　结　论

(1)弹性波垂直摩擦接触界面入射时会引起界面发生分离或滑移。分离区和滑移区的大小和分布与外加荷载、入射波强度及摩擦因数等有关。

(2)外加压应力 P_z 和剪应力 T_x 均为等效外加应力，包括电场分量。因此可知外加电场通过改变外加机械荷载的作用效果而影响界面的状态。不同方向的外加电场作用时会起到促使或抵制界面分离和滑移的作用。

(3)分离和滑移状态产生时确实会导致高频谐波产生。P 波入射在摩擦接触界面上产生反射和透射高频 P 波，若等效的外加剪力为零，则不会产生高频 SV 波，即不会发生波形畸变。同样 SV 波遇到界面后也不会发生波形畸变，即不会产生反射和透射 P 波。

参考文献:

[1] Sezawa K, Kanai K. A fault surface or a block absorbs seismic wave energy[J]. Bulletin of the Earthquake Research Institute Imperial University of Tokyo, 1940(18):465-482.

[2] 卢文波.应力波与可滑移岩石界面的相互作用研究[J].岩土力学,1996,17(3):70-75.
Lu Wenbo. A sdudy on interaction between stress wave and slipping rock interface[J]. Rock and Soil Meckanics, 1996,17(3):70-75.

[3] Chevalier Y, Louzar M, Maugin G A. Surface-wave characterization of the interface between two anisotropic media [J]. Journal of the Acoustical Society of America, 1991,90(6):3218-3227.

[4] 李夕兵.论岩体软弱结构面对应力波的影响[J].爆炸与冲击,1993,13(4):334-342.
Li Xibing. Influence of the structural weakness planes in rock mass on the propagation of stress waves[J]. Explosion and Shock Waves, 1993,13(4):334-342.

[5] Comniou M, Dundurs J, Chez E L. Total reflection of SH waves in presence of slip and friction[J]. Journal of the Acoustical Society of America, 1979,66(3):789-793.

[6] Comninou M, Dundurs J. Interaction of elastic waves with a unilateral interface[J]. Proceedings of the Royal Society A, 1979,368(1732):141-154.

[7] Comninou M, Dundurs J. Elastic interface waves and sliding between two solids[J]. Journal of Applied Mechanics, 1978,45(2):325-330.

[8] Wang Y S, Yu G L, Gai B Z. Slip with friction between a layer and a substrate caused by SH pulse[J]. Mechanics Research Communications, 1997,64(4):85-91.

[9] Wang Y S, Yu G L, Gai B Z. Propagation of SH waves in a layered half-space with a frictional contact interface [J]. Bulletin of the Seismological Society of America, 1998,88(5):1300-1310.

[10] Wang Y S, Yu G L. Re-polarization of elastic waves at a frictional contact interface of a P or SV wave[J]. International Journal of Solids and Structures, 1999,36(30):4563-4586.

[11] Wang Y S, Yu G L, Dai H H. Transmission of elastic waves through a frictional contact interface between two anisotropic dissimilar media[J]. Wave Motion, 2003,37(37):137-156.

[12] 于桂兰,汪越胜,李楠.一般各向异性单侧接触界面上波的反射和折射[J].力学学报,2003,35(5):561-568.
Yu Guilan, Wang Yuesheng, Li Nan. Reflection and refraction of elastic waves at a unilateral contact interface between two generally anisotropic media[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2003,35(5):561-568.

[13] 李楠,汪越胜,于桂兰.基于表面阻抗张量的界面滑移波动失稳分析[J].应用数学和力学,2004,25(9):935-942.
Li Nan, Wang Yuesheng, Yu Guilan. Analysis of dynamic instability of interfacial slip waves based on the surface impedance tensor[J]. Applied Mathematics and Mechanics, 2004,25(9):935-942.

[14] 白玉柱,于桂兰,许丽敏.压电体光滑接触界面上滑移界面波理论分析[J].北京交通大学学报,2007,31(4):10-13.
Bai Yuzhu, Yu Guilan, Xu Limin. Theoretical analysis of slip waves propagating along the frictionless contact interface of piezoelectric solids[J]. Journal of Beijing Jiaotong University, 2007,31(4):10-13.

[15] 白玉柱,汪越胜,于桂兰.压电体光滑接触界面有局部分离时滑移脉冲波传播[J].应用数学与力学,2007,28(9):1095-1101.
Bai Yuzhu, Wang Yuesheng, Yu Guilan . Propagation of slip pulse along a frictionless contact interface with local separation between two piezoelectric solids[J]. Applied Mathematics and Mechanics, 2007,28(9):1095-1101.

[16] 路桂华,汪越胜,于桂兰.弹性波在压电介质摩擦接触界面上的反射与投射[J].应用基础与工程科学学报,2006,14(1):77-83.
Lu Guihua, Wang Yuesheng, Yu Guilan. Reflection and transmission of elastic waves at a fricton contact interface between two piezoelectric media[J]. Journal of Basic Science and Engineering, 2006,14(1):77-83.

[17] 路桂华,于桂兰,汪越胜.弹性波投过压电介质接触界面的传播特性[J].科学技术与工程,2005,3(3):174-176.
Lu Guihua, Yu Guilan, Wang Yuesheng. Behavior of elastic waves propagation through a contact interface between two piezoelectricity solids[J]. Science Technology and Engineering, 2005,3(3):174-176.

[18] 汪越胜，于桂兰，章子茂. 复杂界面(界面层)条件下的弹性波传播问题研究综述[J]. 力学进展，2000，30(3)：378-390.
Wang Yuesheng, Yu Guilan, Zhang Zimao. Review on elastic wave propagation under complex interface (interface layer) conditions[J]. Advances in Mechanics, 2000,30(3):378-390.

Behavior of one-dimensional elastic waves at a unilateral contact interface between two piezoelectric solids

Lu Guihua[1], Zhao Man[2], Yue Qiang[1]
(1. *College of Water Conservancy and Civil Enginerring, Shandong Agriculture University, Taian* 271018, *Shandong, China*;
2. *School of Civil Enginerring, Shijiazhuang Tiedao University, Shijiazhuang* 050043, *Hebei, China*)

Abstract: The behavior of one-dimensional elastic waves at a unilateral frictional contact piezoelectric material interface was studied theoretically in this thesis. When the incident wave is strong enough, the contact interface will separate or slip in local interface areas and non-linearity (boundary non-linearity) will pose as a serious problem, and high harmonics will be generated due to this non-linearity, thus not only causing difficulties in mathematics but giving rise to some new phenomena in physics. In this paper one-dimensional problems were discussed in details using the Fourier analysis, and the mix-boundary value problems with unknown regions were converted to a set of non-linear algebraic equations for a one-dimensional case. An iterative method was developed to determine the extent and location of the separation, slip and stick regions which vary with the external mechanical-electrical loads. The interface tractions, relative slip velocities and the amplitudes of the reflected and refracted high harmonics due to the boundary non-linearity were calculated. Their variation with the applied mechanical-electrical loads was discussed. It was found that, due to the mechanical-electrical coupling, the non-linearity of mechanical parameters would induce the non-linearity of electrical parameters, and the applied electrical fields would influence the interface states by changing the mechanical loads. The present research may enrich the wave theory of piezoelectricity and facilitate its practical application. For instance, we could evaluate the contact state and modulate an interface by detecting the mechanical or electrical information carried by high harmonics.

Keywords: piezoelectric material; frictional contact; elastic waves; high frequency harmonics; separation zones; slip zones

(责任编辑　王易难)