DOI: 10.11883/1001-1455(2017)02-0365-12

强动载荷下钢筋混凝土结构计算模型简评*

高 飞[1],王明洋[1,2],张先锋[1],何 勇[1],李猛深[2]
(1.南京理工大学智能弹药技术国防重点学科实验室,江苏 南京 210094;
2.解放军理工大学爆炸冲击防灾减灾国家重点实验室,江苏 南京 210007)

摘要:针对侵彻、爆炸等强动载作用下混凝土类结构计算中涉及的状态方程、变形破坏弹塑性本构关系与强度准则等关键问题,根据混凝土多组分特征,简述考虑介质中孔隙压缩的状态模型及弹塑性变形破坏中动态损伤演化模型,并在计算实验方法的基础上,给出需要进一步研究的建议。

关键词:本构模型;孔隙演化;钢筋混凝土;强动载
中图分类号:O385 **国标学科代码**:1303530 **文献标志码**:A

用实验研究强动载产生的各种现象时,有时难以得到满意的结果。工程方法同样由于其应用的局限性,也难以解决广泛的实际问题。基于有限单元法的数值模拟技术和室内模拟实验相结合的计算实验方法,成为研究复杂物理过程的有效手段。在数值模拟高速冲击时,关键是建立能描述介质实际行为的本构模型。在完整的冲击理论中,应考虑到塑性流动和弹性变形、流变和硬化、蒸发和冷凝、相变动力学和化学变化以及破坏过程中的材料微结构变化和结构变化对相互撞击物体的物理力学特性和应力应变状态的相互影响。由于对材料的实际性能(热力学性能、强度性能、流变学性能)缺乏深入研究,尚没有考虑上述全部因素的理论模型。实际应用的各种模型,均不同程度的考虑了上述的物理过程。

尽管现今已出现了相当多的模拟固体撞击各种靶体(有整块靶、多层靶等,靶材有金属、陶瓷、复合材料)的研究[1-4],但是固体击碎钢筋混凝土板的问题仍然有待于揭示。现有文献中关于钢筋对物体与混凝土靶相互撞击作用结果影响的研究论文很少。A. L. Isaev[5]给出了针对建立钢筋混凝土物理/数学模型和理论研究的资料,该模型可用于解决相互撞击的应用问题,研究表明,混凝土靶的配筋能改善其承载能力,遏制整体破坏,但是对局部破坏特点的影响不大。已有研究结果证明自由表面附近的钢筋分布,能够提高一些靶对侵彻的抗力,但是这种改变配筋的效应并不是很大,而且随着配筋网深度的增大,这一效应还会进一步降低。有的文献试图在实验和理论研究的基础上,得出混凝土配筋在物体侵彻典型的钢筋混凝土靶的过程中能起很大的作用的结论值得商榷。

M. L. Wilkins[6]对考虑钢筋弹塑性变形和混凝土各向异性强度特性时的钢筋混凝土结构应变的计算方法,作了简单的介绍。本文中将简述变形固体与含有混凝土层和钢筋混凝土层的结构之间的相互冲击问题的计算方法,包括考虑破坏的变形固体动力学数学模型,并给出相关数值模拟与实验结果。

1 基本方程

描述在三维空间中占有一定体积 V 和界面 Σ 的多孔弹塑性介质空间绝热运动的方程组,包含了主要的守恒定律,有如下形式:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_V \rho \mathrm{d}V = 0 \qquad \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_V \rho \boldsymbol{u}\,\mathrm{d}V = \int_\Sigma \boldsymbol{\sigma}\cdot\boldsymbol{n}\,\mathrm{d}s \qquad \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_V \rho\left(\frac{\boldsymbol{u}^2}{2}+E\right)\mathrm{d}V = \int_\Sigma \boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{\sigma}\cdot\boldsymbol{u}\,\mathrm{d}s \tag{1}$$

式中:t 是时间,ρ 为密度,$\boldsymbol{u}$ 是速度矢量,E 是比内能,$\boldsymbol{n}$ 是面元外法线的单位矢量,$\boldsymbol{\sigma}$ 为柯西应力张量。

* **收稿日期**:2015-05-20;**修回日期**:2015-09-18
基金项目:国家自然科学基金项目(51508568);国家重点实验室开放基金资助项目(DPMEIKF201405);
江苏省重点实验室开放基金项目(3092014012200401)
第一作者:高 飞(1990—),男,博士研究生;**通信作者**:王明洋,wmyrf@163.com。

在研究介质单元的变形时,把体积和形状变化有关的应力分量分离,即表示为球形部分和偏量部分之和:$\boldsymbol{\sigma}=-p\boldsymbol{\delta}+\boldsymbol{S}$,式中 p 为静水压力,$\boldsymbol{S}$ 为偏应力张量。式(1)与材料状态方程、本构关系、强度理论及边界条件一起构成完备的定解方程组。为了正确描述材料的动态响应,研究的关键是建立正确的物理模型,即找到合适的状态方程与本构关系[7]。

2 状态方程

2.1 常用状态方程简评

高速碰撞初期产生的冲击压力远远大于靶板的强度极限,状态方程起主要作用。HJC 状态方程[8]描述静水压力和体积应变之间的关系时分弹性段、过渡段和压实段。RHT 模型采用的状态方程是 W. Herrmann [9]提出的,它在一定程度上能够描述混凝土的压力和体积应变关系,但仍是基于唯象的本构方程,未能体现孔隙动态演化的规律。Tu Zhenguo 等[10]对常用的混凝土类材料模型,如:随动硬化模型、脆性损伤模型、GR (gebbeken and ruppert)模型、HJC 模型、RHT 模型等做了更详细的分析。

2.2 混凝土孔隙演化状态方程

混凝土作为一种非均质、不连续的多相复合摩擦型材料,其主要成分包括:固体颗粒和水泥砂浆,以及两者之间大量的微裂纹和微孔洞,这些微裂纹和微孔洞使得混凝土在强动载下具有很强的可压缩性,对材料的动态力学性能影响很大,可把它当作由固相基体和夹杂物气孔组成的双组分材料研究。假设气孔的几何特征近似于球形,其分布尺寸函数则用整个气孔群的总体特征尺寸表示[11-12]。多孔介质的比容 V 为基体比容 V_{m}、气孔比容 V_{p} 和裂纹开裂时形成的比容 V_{t} 三者之和[13-15],即 $V=V_{\mathrm{m}}+V_{\mathrm{p}}+V_{\mathrm{t}}$,材料的孔隙率用参数 α 表示[9]:$\alpha=V/V_{\mathrm{m}}$,初始孔隙率 $\alpha_0=V_0/V_{\mathrm{m}}$。

2.2.1 裂纹演化规律

混凝土受力的弹性阶段,随静水压力和偏应力增长,微缺陷发展并导致材料的微观断裂。此时孔隙包括初始孔洞容积和裂纹张开引起的裂隙,将裂纹扩展准则引入混凝土的计算[16],可计算裂纹比容:

$$V_{\mathrm{t}}=-\frac{8(1-\nu)}{3G_{\mathrm{m}}}NR^3\alpha p \tag{2}$$

式中:ν 是基体材料泊松系数,G_{m} 是基体材料剪切模量,R 是裂纹半径,$p_{\mathrm{m}}=\alpha p$ 是基体压力,N 是单位体积内的裂纹数。假设损伤裂纹在形成碎片前孔洞容积是不变的,根据上式和初始孔隙率可得裂纹孔隙演化方程:

$$p=-\frac{3G_{\mathrm{m}}(\alpha-\alpha_0)}{8(1-\nu)N\alpha_0R^3\alpha^2}\qquad \alpha>\alpha_0 \tag{3}$$

裂纹的发展规律可按下式计算:

$$\frac{1}{R}\frac{\mathrm{d}R}{\mathrm{d}t}=F_1+F_2 \tag{4}$$

式中:$F_1=\begin{cases}\dfrac{\alpha\overline{S}-S^*}{\lambda_1} & \alpha\overline{S}>S^*\\ 0 & \alpha\overline{S}\leqslant S^*\end{cases}$,$F_2=\begin{cases}\dfrac{|\alpha p|-p^*}{\lambda_2} & p<0\ \text{且}\ |\alpha p|>p^*\\ 0 & p\geqslant 0\ \text{或}\ |\alpha p|\leqslant p^*\end{cases}$,$F_1$ 为裂纹发展的偏应力相关项,F_2 裂纹发展的静水压力相关项;$\overline{S}=\sqrt{\dfrac{3}{2}\boldsymbol{S}:\boldsymbol{S}}$ 为等效应力,$S^*=S_0\left(1-\dfrac{R}{R^*}\right)$ 为裂纹扩展后的偏应力强度弱化值,S_0 为裂纹未扩展时的偏应力强度(对应 $R=0$),$p^*=p_0\left(1-\dfrac{R}{R^*}\right)$ 为裂纹扩展后的静水压力弱化值,p_0 为裂纹未扩展时的静水压力(对应 $R=0$);$R^*=1/\sqrt[3]{N}$ 为裂纹发展的极限值。λ_1、λ_2 表示偏应力和静水压力对裂纹增长速率的贡献,单位为 Pa·s。当 $R=R^*$ 时受裂纹尖端应力集中的影响,基体材料破碎并进入塑性状态,此后对材料变形和破坏研究可按照含孔隙的塑性材料处理。

2.2.2 孔洞压缩和膨胀方程

(1)压缩时孔洞演化方程。孔洞演化可分为孔洞压缩和膨胀 2 种情况,采用 M. M. Carroll 等[11]、

J. N. Johnson 等[17]的研究方法，将材料当做内部仅包含单个球形气孔的颗粒介质，如图 1 所示，气孔周围是混凝土基体，模型所含基体物质体积、孔隙体积及初始孔隙率均与原物质相同。

根据 Drucker-Parger 准则和边界条件 $\sigma_r|_{r=a}=0$，$\sigma_r|_{r=b}=-p_m=-\alpha p$，建立孔隙演化方程[18]：

$$Y_0 t_1{}^2 Q_1\left(\alpha,\frac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}t},\frac{\mathrm{d}^2\alpha}{\mathrm{d}^2 t}\right)=\alpha p+\frac{Y_0}{k}\left[1-\left(\frac{\alpha}{\alpha-1}\right)^{\frac{2k}{3-2k}}\right] \tag{5}$$

式中：$Q_1\left(\alpha,\dfrac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}t},\dfrac{\mathrm{d}^2\alpha}{\mathrm{d}t^2}\right)=\dfrac{(3-2k)}{(3+4k)\alpha^{1/3}}\dfrac{\mathrm{d}^2\alpha}{\mathrm{d}t^2}\left[1-\left(\dfrac{\alpha}{\alpha-1}\right)^{\frac{3+4k}{3(3-2k)}}\right]-\dfrac{(3-2k)}{3(6-k)\alpha^{4/3}}\left(\dfrac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}t}\right)^2\left[1-\left(\dfrac{\alpha}{\alpha-1}\right)^{\frac{2(6-k)}{3(3-2k)}}\right]$ 为惯性项，$t_1{}^2=\dfrac{\rho_{m0}a_0{}^2}{3Y_0(\alpha_0-1)^{2/3}}$ 表示孔洞压溃时间的特征量，单位为 s^2，并没有明确的物理含义，式(5)等号左边表示孔洞增长的惯性阻力项，等号右边则代表驱动应力和塑性流动阻力。ρ_{m0} 为混凝土基体的初始密度，a_0 为气孔半径的初始值，α_0 为初始孔隙率参数，Y_0 为粘聚力，k 为内摩擦系数，上式即为压应力作用下材料的孔隙演化方程。式(5)在满足 $p>\dfrac{Y_0}{k\alpha}\left[\left(\dfrac{\alpha}{\alpha-1}\right)^{\frac{2k}{3-2k}}-1\right]$ 时(气孔周围材料已经入塑性状态)可用于确定 α，若假设含有 $\dot{\alpha}$ 和 $\ddot{\alpha}$ 的项很小，则式(5)可简化为：

$$p=\frac{Y_0}{k\alpha}\left[\left(\frac{\alpha}{\alpha-1}\right)^{\frac{2k}{3-2k}}-1\right] \tag{6}$$

图 2 是根据方程(6)得到的压力孔隙率变化时颗粒材料的加载卸载曲线图。

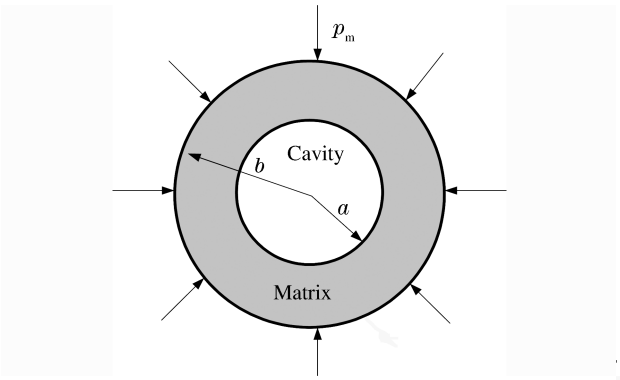

图 1 混凝土的孔隙演化等效模型

Fig. 1 A spherical model of porous concrete

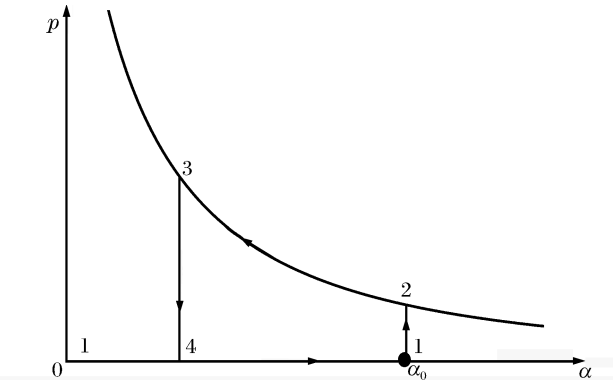

图 2 初始孔隙率为 α_0 时材料的压力曲线

Fig. 2 Compression path in material with initial distention α_0

(2)膨胀时孔洞演化方程。材料的断裂发展过程可通过粘塑性材料在拉应力作用下气孔的增长过程来描述，所用模型与图 1 相似，利用粘塑性材料的球形空腔膨胀模型推导了孔洞演化方程[17,19]：

$$\frac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}t}=0,\qquad p\geqslant-\frac{a_s}{\alpha}\ln\frac{\alpha}{\alpha-1} \tag{7a}$$

$$\sigma_m t_2^2 Q_2\left(\alpha,\frac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}t},\frac{\mathrm{d}^2\alpha}{dt^2}\right)=\alpha p+a_s\ln\frac{\alpha}{\alpha-1}+\beta(\alpha_0-1)^{-2/3}(\alpha-1)^{1/3}\frac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}t}\qquad p<-\frac{a_s}{\alpha}\ln\frac{\alpha}{\alpha-1} \tag{7b}$$

式中：$Q_2\left(\alpha,\dfrac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}t},\dfrac{\mathrm{d}^2\alpha}{dt^2}\right)=-\dfrac{\mathrm{d}^2\alpha}{\mathrm{d}t^2}[(\alpha-1)^{-1/3}-\alpha^{-1/3}]+\dfrac{1}{6}\left(\dfrac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}t}\right)^2[(\alpha-1)^{-4/3}-\alpha^{-4/3}]$ 为惯性项，$t_2{}^2$ 的定义同 $t_1{}^2$，$t_2{}^2=\dfrac{\rho_{m0}a_0{}^2}{3\sigma_m(\alpha_0-1)^{2/3}}$，$a_s\approx\dfrac{2}{3}\sigma$，$\sigma=\dfrac{\sigma_m}{\alpha}=\dfrac{1}{\alpha}\left[Y_0+\dfrac{(Y_p-Y_0)kp}{(Y_p-Y_0)+kp}\right]$ 为多孔材料的流动极限，σ_m 为混凝土基体的流动极限，Y_p 为剪切强度极限值；$\beta=\dfrac{2f}{3\boldsymbol{b}^2N_f}$，$f$ 是发生位错的阻力系数，$\boldsymbol{b}$ 是柏氏矢量(Burges vector)，N_f 是可动位错密度。

当惯性项 Q_2 及 α 的时间效应均忽略时，为了计算的方便，式(7)可简化为：

$$p=-\frac{a_s}{\alpha}\ln\frac{\alpha}{\alpha-1} \tag{8}$$

2.2.3 混凝土状态方程

在压力 p 作用下混凝土的密度变化可分为 2 个部分:基体颗粒的压缩或膨胀、孔隙率 α 的变化,状态方程正是将上述两因素叠加,这里采用 Grüneisen 型状态方程。

假设混凝土基体材料冲击波速 D 与质点速度 u 满足关系:

$$D=c+qu \tag{9}$$

式中:c 为基体声速,q 为线性关系的斜率。取 Hugoniot 压缩曲线上的点为基点,根据 Grüneisen 方程计算的状态方程为:

$$p=\frac{\rho_{\mathrm{m0}}}{\alpha}\left[\frac{c^2\chi(1-0.5\gamma\chi)}{(1-q\chi)^2}+\gamma E\right] \tag{10a}$$

$$\chi=1-\frac{\alpha_0\rho_0}{\alpha\rho} \tag{10b}$$

式中:γ 为与基体材料对应的 Grüneisen 系数,ρ_{m0} 为基体的初始密度,E 为材料与 ρ、p 对应的比内能。上式需要补充孔隙率 α 的演化方程,在变形的弹性阶段 α 的演化方程采用式(3),在变形的塑性阶段采用式(6)或式(8)。

混凝土破坏后按带孔隙的颗粒材料处理,此时不能承受拉应力,拉伸时式(10a)变为:

$$\frac{c^2\chi(1-0.5\gamma\chi)}{(1-q\chi)^2}+\gamma E=0 \tag{11}$$

压缩时式(10)、(6)构成了破坏后混凝土的状态方程。

2.3 钢筋混凝土混合物状态方程

为了降低计算量,将钢筋混凝土结构看作混凝土层和钢筋层的均匀二元混合物,简化模型如图 3。混合物初始密度 $\rho_0=\varphi_1\rho_{10}+\varphi_2\rho_{20}$,其中:$\varphi_1$、$\varphi_2$、$\rho_{10}$、$\rho_{20}$ 分别为钢筋和混凝土的初始体积分数和密度,且 $\varphi_1+\varphi_2=1$。体积分数由垂直于钢筋方向上的横截面中钢筋和混凝土所占的面积计算。

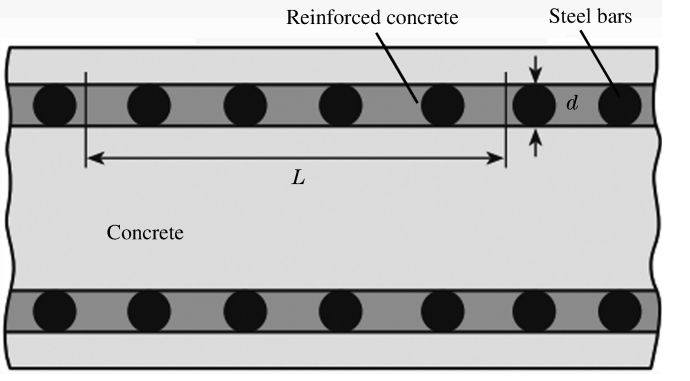

图 3 钢筋混凝土结构示意图[20-21]

Fig. 3 Sketch of reinforced concrete[20-21]

根据 Hugoniot 冲击绝热关系和 Grüneisen 方程可以得到钢筋混凝土混合物状态方程:

$$p=\frac{\rho_0 c_0^2\left(1-\frac{1}{2}\gamma_{\mathrm{c}}\eta\right)\eta}{(1-q\eta)^2}+\gamma_{\mathrm{c}}\rho_0 E \tag{12}$$

式中:$\eta=1-\rho_0 V_{\mathrm{c}}$,$V_{\mathrm{c}}$ 为混合物比容,γ_{c} 为混合物 Grüneisen 系数,E 为比内能。

c_0、q 为混合物中冲击波速度 D 与质点速度 u 线性关系式 $D=c_0+qu$ 中的系数,且各组分的冲击绝热曲线满足:

$$D_i=c_{i0}+q_i u_i \qquad i=1,2 \tag{13}$$

以 p 为变量的混合物绝热曲线为:

$$V_{\mathrm{c}}(p)=\sum_{i=1}^{2}m_i\left\{V_{i0}-\frac{1}{p}\left[\frac{c_{i0}}{q_{i0}}\left(\sqrt{\frac{q_{i0}p}{\rho_{i0}c_{i0}^2}+\frac{1}{4}}-\frac{1}{2}\right)\right]^2\right\} \tag{14}$$

式中:V_{i0} 为钢($i=1$)和混凝土($i=2$)的初始比容,$m_i=\varphi_i\rho_{i0}/\rho_0$ 为钢筋混凝土中钢($i=1$)和混凝土($i=2$)的质量分数($m_1+m_2=1$)。

利用混合物冲击波的关系式:

$$D=V_0\sqrt{p/[V_0-V(p)]} \tag{15a}$$

$$u=\sqrt{p[V_0-V(p)]} \tag{15b}$$

可建立冲击波速度与质点速度的关系式，并确定系数 c_0、q。

混合物的 Grüneisen 系数 γ_c 可由各组分 Grüneisen 系数 γ_i 按下式确定：

$$\gamma_c = \frac{V_0}{\sum_{i=1}^{2} m_i \frac{V_{i0}}{\gamma_i}} \tag{16}$$

破坏后的混合物，拉伸时状态方程采用式(11)，压缩时采用式(12)、式(6)。

混合物的剪切模量 G 和流动极限 σ_T，由下式计算：

$$G = \frac{1}{\frac{V_1}{G_1} + \frac{V_2}{G_2}} \tag{17a}$$

$$\sigma_T = m_1\sigma_{s1} + m_2\sigma_{s2} \tag{17b}$$

式中：G_i 和 σ_{si}($i=1,2$)分别为混合物各组分的剪切模量和流动极限。

3　本构模型

3.1　混凝土本构模型

3.1.1　混凝土常用本构模型简评

在冲击载荷作用下，混凝土内部会发生压缩和拉伸应力波的相互作用，在材料内部产生不同性质和不同程度的内部损伤和破坏，对材料性能产生复杂的影响[22]。到目前为止，还没有一种模型可以用来完全描述混凝土的本构关系[23-30]。因此，适用于冲击问题的混凝土本构模型需要包含对动态效应、内部拉伸和压缩损伤以及各种复杂应力状态等影响因素的合理描述[31]。当前 HJC[8] 本构模型、RHT[32] 本构模型、L. J. Malvar 等[33] 提出的本构模型依然是混凝土在冲击载荷下应用最广泛的模型。M. Polanco-loria 等[34] 在 HJC 模型基础上进行了改进，称为 MHJC 模型。MHJC 模型引入加载路径相关性，考虑了 J_3 的影响，修正了应变率效应、强度面和损伤函数等。改进了应变率影响系数的收敛性，对损伤的刻画也更为细致，但还是没有深入考虑拉伸损伤对混凝土的影响，TCK 模型[35] 则对拉伸损伤情况有较好的处理。王丽颖等[36] 用 RHT 模型成功模拟了弹丸高速侵彻混凝土靶时靶体的损伤破坏过程。上述模型中仅单独考虑了在体积拉伸或压缩条件下的损伤效应，而没有考虑二者共同作用下混凝土的损伤效应。为此，不少研究者利用两种不同模型各自的优势构造组合模型，得到了一个能较好反映混凝土损伤情况的模型，包括武海军等[37]、金乾坤[38]、马爱娥等[39]、魏强等[40-41] 的研究工作。

3.1.2　混凝土应力应变关系

当混凝土处于弹性阶段时，应力应变关系按满足广义虎克定律的各向同性线弹性材料处理，材料进入塑性后，对应变速率张量分离，根据正交流动法则：

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{e} + \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{p} \tag{18a}$$

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{p} = \lambda \frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \tag{18b}$$

式中：$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{e}$、$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{p}$ 分别为应变率张量 $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$ 的弹性分量与塑性分量，F 为关于 I_1、J_2 的屈服函数，λ 为正标量，在弹性状态($F<0$)和由塑性状态向弹性卸载时($F=0$，$\mathrm{d}F=0$)均为零。

$$\frac{\partial I_1}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = \boldsymbol{\delta} \tag{19a}$$

$$\frac{\partial J_2}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = \frac{\partial J_2}{\partial \boldsymbol{S}} = \boldsymbol{S} \tag{19b}$$

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{p} = \lambda\left(\frac{\partial F}{\partial I_1}\boldsymbol{\delta} + \frac{\partial F}{\partial J_2}\boldsymbol{S}\right) \tag{20a}$$

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{p}_{m} = \frac{1}{3}\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{p}\boldsymbol{\delta} = \lambda \frac{\partial F}{\partial I_1} \tag{20b}$$

将式(20)代入式(18)并将体应变分离：

$$\dot{\boldsymbol{e}}=\frac{\boldsymbol{S}^{\nabla}}{2G}+\lambda\frac{\partial F}{\partial J_2}\boldsymbol{S} \tag{21a}$$

$$\boldsymbol{S}^{\nabla}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{S}}{\mathrm{d}t}+\boldsymbol{S}\cdot\boldsymbol{\omega}-\boldsymbol{\omega}\cdot\boldsymbol{S} \tag{21b}$$

式中：$\dot{\boldsymbol{e}}$ 为应变率偏量的分量，$\boldsymbol{S}^{\nabla}$ 是考虑到材料大变形时转动影响的应力偏量的导数(Jauman 导数)，$\boldsymbol{\omega}=\frac{1}{2}(\nabla\boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}-\nabla\boldsymbol{u})$ 为旋度张量。

对式(21a)两边同乘以 $\boldsymbol{S}$，并根据加卸载条件可得到 λ 值：

$$\lambda=\begin{cases}\dfrac{2G\boldsymbol{S}:\dot{\boldsymbol{e}}-f'(p)\dfrac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}t}}{4Gf(p)} & J_2=f(p),\ 2G\boldsymbol{S}:\dot{\boldsymbol{e}}>\dfrac{\mathrm{d}f(p)}{\mathrm{d}t}\\ 0 & J_2=f(p),\ 2G\boldsymbol{S}:\dot{\boldsymbol{e}}\leqslant\dfrac{\mathrm{d}f(p)}{\mathrm{d}t}\end{cases} \tag{22}$$

剪切模量 G 与 α 及混凝土基体的剪切模量 G_{m} 相关[19]：

$$G=\frac{G_{\mathrm{m}}}{\alpha}\left(1-\frac{6\rho_{\mathrm{m}0}c^2+12G_{\mathrm{m}}}{9\rho_{\mathrm{m}0}c^2+8G_{\mathrm{m}}}\frac{\alpha-1}{\alpha}\right) \tag{23}$$

3.2 钢筋本构及其与混凝土的粘结关系

钢筋混凝土结构中，通常将钢筋看成辅助强化材料，起遏制靶体整体破坏的作用，对侵深及弹体剩余速度影响不大。钢筋作为传统金属材料，无论是静载荷还是动力载荷作用下，其本构关系都较为明确，此处不再赘述。

一系列研究表明[42]，冲击加载对钢筋与混凝土粘结力有较大影响，随着应变速率的提高，钢筋与混凝土的粘结力大大提高。这个结论表明了粘结力的主要因素是由于钢筋与混凝土的机械咬合，其强度取决于微裂纹的发展。快速加载时，微裂纹的发展延迟，强度因而提高，但提高量不大。在弹体侵彻钢筋混凝土靶过程中，侵彻近区靶体处于一维应变状态，由于围压造成的靶体强度提高较大，故而认为钢筋的作用不明显，而且随着配筋网逐渐深入混凝土内部，这一效应还会降低的更多。为了简化数值计算模型，把钢筋混凝土看作混合物处理，假设在同一速度场与加速度场中，钢筋与混凝土之间不发生滑移，所以不单独考虑钢筋与混凝土的粘结关系。Q. M. Li 等[43-44]认为较低或适度配筋时，钢筋对于侵彻和层裂的影响很小，而较高配筋时钢筋也仅仅是提高穿甲时的阻力。在第 5 节给出计算验证时，计算结果表明是否考虑钢筋的作用对侵深造成的差异不超过 8%。因此，当采用计算实验方法时，把钢筋混凝土当作均匀二元混合物来研究，可以缩短大量的计算时间，同时，这种近似处理对数值结果的分析也不会出现本质上的差别。

3.3 钢筋混凝土混合物应力应变关系

当混合物处于弹性阶段时，应力应变关系按满足广义虎克定律的各向同性线弹性材料处理，进入塑性后，按满足正交流动法则的各向同性均匀材料处理，其应力应变关系仍可统一表示为式(21)～(22)的形式。

4 强度理论

针对混凝土类脆性材料，T. Jankowiak 等[45]从塑性条件和破坏准则两方面，对 Mohr-Coulomb 准则、Drucker-Parger 准则、Burzyński 能量准则、Bresler-Pister 准则等进行了细致的研究，认为对材料强度合理的描述，不仅要考虑压缩情况，而且也应很好的体现拉伸以及应变率效应。

4.1 混凝土强度准则

强度准则采用基于经验的唯象模型，设混凝土基体的极限面为：

$$F=J_2-\sigma_{\mathrm{T}}^2=0 \tag{24}$$

根据能量原理，孔隙率为 α 的混凝土极限面为：

$$F=J_2-(\sigma_{\mathrm{T}}/\alpha)^2=0 \tag{25a}$$

采用两个极限面分别表述混凝土的最大强度面和破坏后丧失粘聚力混凝土的强度面，式(25a)中：

$$\sigma_{\mathrm{T}}^2=\frac{1}{3}\left(Y_{0i}+\frac{k_iI_1}{1+\dfrac{k_iI_1}{Y_i-Y_{0i}}}\right)^2 \tag{25b}$$

$$3J_2=(AI_1+B)\{1-(1-C)[1-(J_3/2)(J_2/3)^{-3/2}]\} \tag{25c}$$

式中：Y_i 为剪切强度的极限值，Y_{0i} 为粘聚力相关参数，k_i 为内摩擦角相关参数，$i=1,2$ 分别代表未损伤的混凝土和破坏后的混凝土。I_1、J_2、J_3 分别是第一应力张量不变量，第二、第三应力偏量不变量；$A=f_{\mathrm{c}}-f_{\mathrm{t}}$、$B=f_{\mathrm{c}}f_{\mathrm{t}}$、$C=3\tau_{\mathrm{c}}^2/(f_{\mathrm{c}}f_{\mathrm{t}})$；$f_{\mathrm{c}}$、$f_{\mathrm{t}}$、$\tau_{\mathrm{c}}$ 分别是单轴压缩、拉伸和纯剪时的强度极限。

材料由最大强度面 1 向残余强度面 2 的跌落，是由剪切破坏和拉伸断裂引起的。压应力作用下的破坏准则是塑性应变强度 e_{u} 达到极限值[46]，即：

$$e_{\mathrm{u}}=\frac{\sqrt{2}}{3}\sqrt{3T_2-T_1^2} \tag{26}$$

式中：T_1、T_2 分别为应变张量第一、第二不变量，当 e_{u} 达到临界值时，材料破坏并进入极限面 2。在拉应力作用下，有损伤裂纹材料的断裂破坏准则是当相对孔隙体积达到临界值 $\xi^*=(\alpha^*-1)/\alpha^*$，材料破坏并进入极限面 2。

4.2　钢筋混凝土混合物强度准则

与混凝土不同的是，钢筋混凝土的混合物按弹塑性材料处理，满足 Mises 屈服条件：

$$F=J_2-\frac{1}{3}\sigma_{\mathrm{T}}^2=0 \tag{27}$$

式中：σ_{T} 为钢筋混凝土混合物的流动极限。

混合物的破坏可分为拉伸断裂和剪切破坏两类。当混合物的孔隙率 α 达到临界值时材料发生拉伸断裂，与混凝土不同，混合物的孔隙演化完全由式(6)～(7)控制。与混凝土相似相似的是，材料剪切破坏的判据是塑性应变相关参数 e_{u} 达到极限值。

破坏后的混合物按带孔隙的颗粒材料处理，此时材料不能承受拉应力，仅能承受压应力和剪应力，其极限面采用式(25)的形式。

5　实验与计算验证

根据文中考虑混凝土裂纹扩展与孔洞演化的本构模型，N. N. Belov 等[13,14,47]、S. A. Afanas'eva 等[20]模拟计算了不同头部形状钢弹丸对混凝土和钢筋混凝土靶的侵彻问题。

5.1　平头弹垂直侵彻混凝土实验与数值模拟

侵彻实验中，弹丸是直径 $d_0=0.76$ cm，质量为 8.1 g 的平头圆柱钢弹，速度为 130～700 m/s，混凝土靶厚 200 mm。图 4(a)为钢弹以 370 m/s 速度冲击后，混凝土板正面的照片，弹坑直径等于 $5.3d_0$。

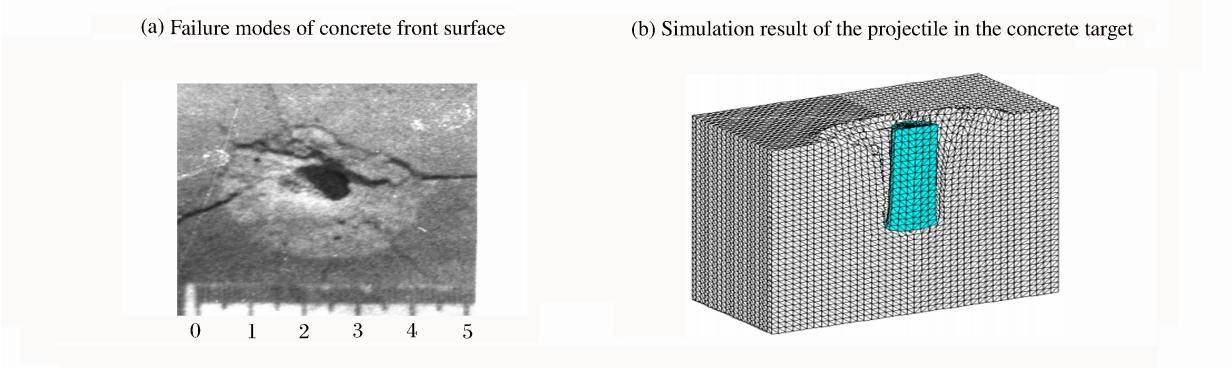

图 4　钢弹以 370 m/s 速度冲击混凝土板实验与数值模拟结果[13]

Fig. 4　Interaction between a model projectile and concrete plates at initial impact velocity of 370 m/s[13]

图 4(b)所示为数值模拟中弹体完全停止时混凝土的破坏情况,这与实验结果是定性吻合的:弹坑形状、正面有崩落、弹体未变形,计算涉及的有关材料与模型参数参考文献[14]。在速度为370 m/s时,侵彻深度 P 的计算值相对于实验值误差为 5%,弹坑直径 D 的计算值相对于实验值误差为 13%,可见计算结果与实验结果吻合较好。图 5 所示为弹体在混凝土靶中侵深 P 与初速 v_0 之间的关系。

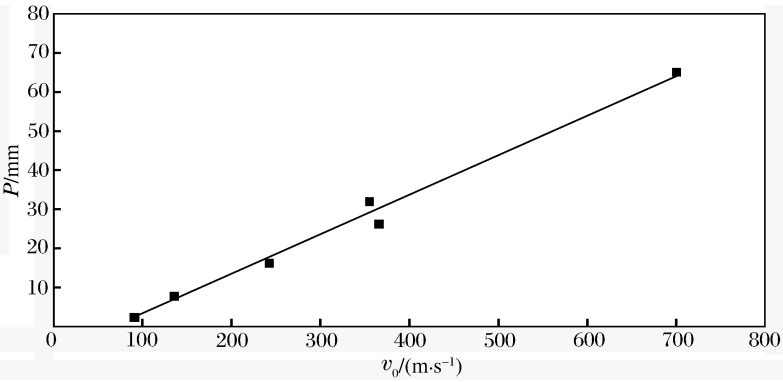

图 5 弹体在混凝土靶中侵深与初速之间的关系[14]

Fig. 5 Relation between the penetration depth and the initial impact velocity[14]

5.2 平头弹侵彻混凝土和钢筋混凝土靶比较

模型弹为长度与直径相等的($h=d=300$ mm)平头钢弹,弹丸初速均为 300 m/s。靶体分混凝土和钢筋混凝土靶板两种,厚度均为 $H_0=600$ mm,钢筋混凝土的配筋是两层间距为 120×120 mm 钢筋网,钢筋直径为 32 mm,钢筋网相对于板的中面对称布置,嵌入混凝土的厚度为 30 mm。

图 6 分别展示了弹丸在 4.2、5.2 ms 穿透混凝土和钢筋混凝土时对称面的投影图。表 1 给出靶中侵彻深度与时间对应关系,弹丸穿透钢筋混凝土所需时间比混凝土长,分别为 5.2、4.3 ms,就 2 种靶的相对侵彻深度 P/d 而言,混凝土比钢筋混凝土稍大,但相差不大(小于 8%),表明自由表面附近的钢筋分布能够提高靶的抗侵彻能力,但配筋的影响并不是很大,而且随着配筋网深度的增大,这一影响还会降低得更多。

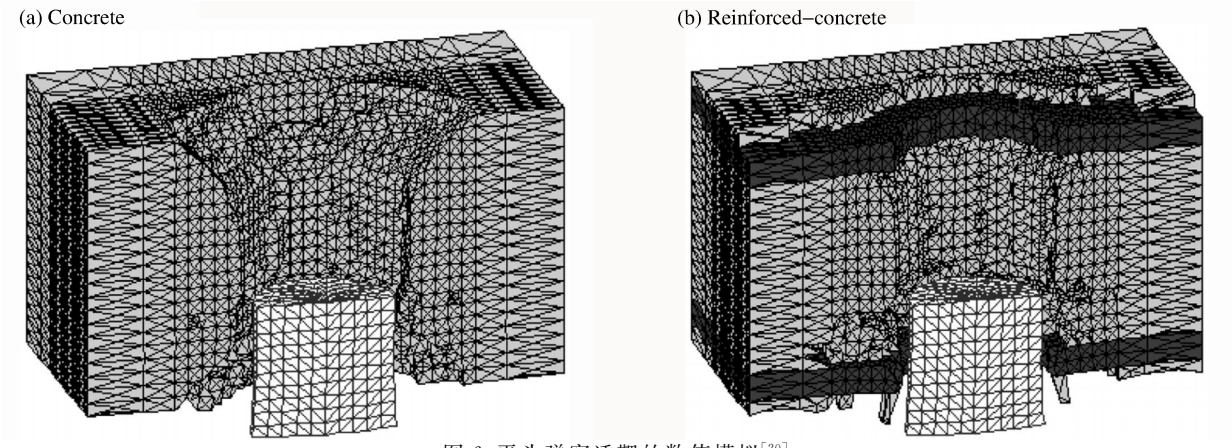

图 6 平头弹穿透靶的数值模拟[20]

Fig. 6 Simulation of the penetration process[20]

表 1 不同时刻靶中 P/d 比较[20]

Table 1 Comparison of P/d at different times[20]

t	P/d	
	钢筋混凝土靶	混凝土靶
0.2	0.17	0.17
0.5	0.39	0.42
1.8	1.16	1.25
3.5	1.84	1.98
4.3	—	2.30
4.5	2.14	—
5.2	2.34	—

5.3　卵形弹侵彻钢筋/混凝土间隔靶实验与数值模拟

弹丸总长度为 81 mm，直径为 23 mm，其中卵形头部直径为 14 mm。靶体为钢筋/混凝土间隔靶（共 3 组），每一组由 3 层组成，第 1、3 层为钢筋混凝土层且厚度均为 h_{rc}，第 2 层为钢板且厚度为 h_{st}。那么一组钢筋/混凝土间隔靶厚度等于 62.5 mm，其中 $h_{rc}=30$ mm，$h_{st}=2.5$ mm。一般而言，在 708～1 447 m/s的速度范围内，弹丸可以穿透 2 组钢筋/混凝土间隔靶，穿入第 3 组时弹丸便停止侵彻，总的侵彻深度 $P<155$ mm。图 7 给出了在速度为 1 230 m/s 时，靶后破坏示意图，图 8 为数值模拟时弹靶作用过程。当速度增加到 1 573 m/s，弹丸可以穿透 3 组，此时总的侵彻深度 $P=187.5$ mm。

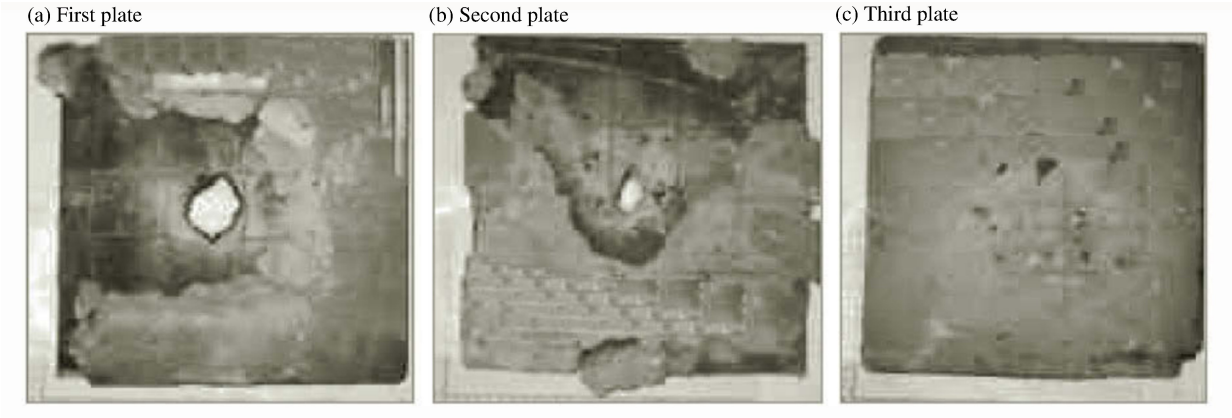

图 7　模型弹侵彻钢筋/混凝土间隔靶背面视图[47]

Fig. 7　Rear view of steel-concrete plates after the impact with a projectile[47]

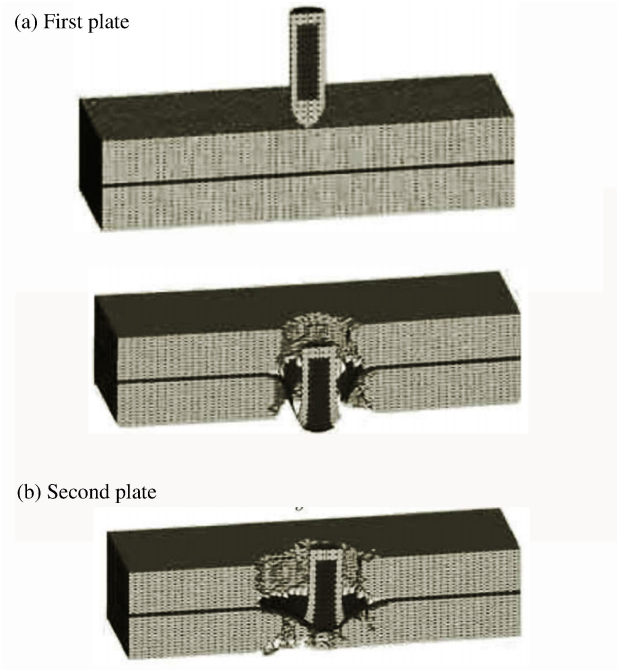

图 8　模型弹对钢筋/混凝土间隔靶侵彻过程[47]

Fig. 8　Interaction between a model projectile and steel-reinforced plates[47]

6　结论与建议

（1）强动载下混凝土类脆性材料的动态响应总是伴随着微孔洞和微裂纹的变化，必须考虑其可压缩性。

（2）强动载下对混凝土类脆性材料的破坏过程研究，不仅要考虑材料初始弹性阶段的脆性断裂破坏，而且要考虑达到裂纹尺寸临界值的强度准则后材料的粘塑性破坏。

（3）孔隙演化模型验证研究。将混凝土视为多相复合介质，等价为含气孔的单个球形颗粒介质处理，将涉及孔洞演化与裂纹扩展的本构模型植入有限元软件二次开发，验证模型的合理性，为该模型在陶瓷、岩石等材料的成功应用奠定基础。

（4）参数物理意义与实验设计研究。模型中涉及许多材料参数，研究现有参数的物理意义，无论是对更深层次的理解模型的本质，还是对后续的实验设计参数的获取，都显得十分必要。此外，通过相关冲击与爆炸实验研究可进一步验证模型的可靠性。

（5）开展较宽速度范围内模型适用性研究。有学者虽已对模型进行一系列实验验证，并取得了较为满意的结果，但是实验中侵彻速度最高只有 1 573m/s。随着超高速钻地武器的发展，侵彻速度一般都达到了 2～3 km/s，甚至更高，在超高速侵彻时模型的有效性与可行性也是值得考虑的问题。

参考文献:

[1] Fomin V M, Gulidov A I, Sapozhnikov G A, et al. High-speed interaction of solids[M]. Novosibirsk: Sib. Otd. Ross. Akad. Nauk, 1999.

[2] Belov N N, Demidov V N, Efremova L V, et al. Computer modeling of the dynamics of high-velocity impact and accompanying physical phenomena[J]. Russian Physics Journal, 1992,35(8):690-723.

[3] Николаевского В Н. Высокоскоростные ударные явления[M]. Москва: Мир, 1973.

[4] Григоряна С С. Динамика удара[M]. Москва: Мир, 1985.

[5] Isaev A L. Effect of concrete reinforcement on the results of dynamic loading by penetrating bodies[C]// Proceedings of the 3th International Conference of Khariton Scientific Readings in Extremal State of Material Detonation Shock Waves. Sarov, Russia, 2002:150-156

[6] Wilkins M L. Computational methods in fluid dynamics[M]. Moscow: Mir, 1967: 212-263.

[7] 朱建士,胡晓棉,王裴,等.爆炸与冲击动力学若干问题研究进展[J].力学进展,2010,40(4):400-423.
Zhu Jianshi, Hu Xiaomian, Wang Pei, et al. A review on research progress in explosion and mechanics and impact dynamics[J]. Advances in Mechanics, 2010,40(4):400-423.

[8] Holmquist T J, Johnson G R. A computational constitutive model for concrete subjected to large strains, high strain rates and high pressure[C]// Proceedings of the 14th International Symposium on Ballistics. Quebec, Canada, 1993:591-600.

[9] Herrmann W. Constitutive equation for the dynamic compaction of ductile porous materials[J]. Journal of Applied Physics, 1969,40(6):2490-2499.

[10] Tu Zhenguo, Lu Yong. Evaluation of typical concrete material models used in hydrocodes for high dynamic response simulations[J]. International Journal of Impact Engineering, 2009,36(1):132-146.

[11] Carroll M M, Holt A C. Static and dynamic porecollapse relations for ductile porous materials[J]. Journal of Applied Physics, 1972,43(4):1626-1636.

[12] Bhatt J J, Carroll M M, Schatz J F. A spherical model calculation for volumetric response of porous rocks[J]. Journal of Applied Mechanics, 1975,42(2):363-368.

[13] Belov N N, Dzyuba P V, Kabantsev O V, et al. Mathematical modeling of dynamic fracture processes in concrete [J]. Mechanics of Solids, 2008,43(2):269-276.

[14] Belov N N, Kabantsev O V, Konyaev A A, et al. Analysis of reinforced-concrete strength under impact loading [J]. Journal of Applied Mechanics and Technical Physics, 2006,47(6):911-917.

[15] Belov N N, Yugov N T, Kopanitsa D G, et al. Calculation of the strength of reinforced concrete columns under repeated longitudinal impact[J]. Journal of Applied Mechanics and Technical Physics, 2008,49(1):148-155.

[16] Lynn S, Donald R C, Donald A S. Computational models for ductile and brittle fracture[J]. Journal of Applied Physics, 1976,47(11):4814-4826.

[17] Johnson J N. Dynamic fracture and spallation in ductile solids[J]. Journal of Applied Physics, 1981,52(4):2812-2825.

[18] Afanas'eva S A, Belov N N, Yugov N T. The penetration of cylindrical strikes through obstacles made of concrete and sandy ground[J]. Doklady Physics, 2002,47(12):876-879.

[19] Belov N N, Demidov V N, Efremova L V, et al. Computer modeling of the dynamics of high-velocity impact and accompanying physical phenomena[J]. Russian Physics Journal, 1992,35(8):690-723.

[20] Afanas'eva S A, Belov N N, Kopanitsa D G, et al. Failure of concrete and reinforced-concrete plates under high-speed shock and explosion[J]. Doklady Physics, 2005,50(3):132-135.

[21] Belov N N, Yugov N T, Kopanitsa D G, et al. Stress analysis of concrete and reinforced-concrete slab structures under a high-velocity impact [J]. Journal of Applied Mechanics and Technical Physics, 2005,46(3):444-451.

[22] 王政,倪玉山,曹菊珍,等.冲击载荷下混凝土动态力学性能研究进展[J].爆炸与冲击,2005,25(6):519-527.
Wang Zheng, Ni Yushan, Cao Juzhen, et al. Recent advances of dynamic mechanical behavior of concrete under impact loading[J]. Explosion and Shock Waves, 2005,25(6):519-527.

[23] 陈书宇.一种混凝土损伤模型和数值方法[J].爆炸与冲击,1998,18(4):349-357.
Chen Shuyu. A concrete damage model and numerical methods[J]. Explosion and Shock Waves, 1998,18(4): 349-357.

[24] 过镇海,王传志.多轴应力下混凝土的强度和破坏准则研究[J].土木工程学报,1991,24(3):1-14.
Guo Zhenhai, Wang Chuanzhi. Investigation of strength and failure criterion of concrete under multiaxial stresses [J]. China Civil Engineering Journal, 1991,24(3):1-14.

[25] 胡时胜,王道荣.冲击载荷下混凝土材料的动态本构关系[J].爆炸与冲击,2002,22(3): 242-246.
Hu Shisheng, Wang Daorong. Dynamic constitutive relation of concrete under impact[J]. Explosion and Shock Waves, 2002,22(3):242-246.

[26] 宋伟,袁勇.单调轴向荷载下钢筋混凝土拉伸损伤本构研究[J].工程力学,2005,22(6):142-147.
Song Wei, Yuan Yong. Damaging constitutive law of reinforced concrete specimens under monotonic uniaxial tensile load[J]. Engineering Mechanics, 2005,22(6):142-147.

[27] 商霖,宁建国,孙远翔.强冲击载荷作用下钢筋混凝土本构关系的研究[J].固体力学学报,2005,26(2):175-181.
Shang Lin, Ning Jianguo, Sun Yuanxiang. The constitutive relationship of reinforced concrete subjected to shock loading[J]. Chinese Journal of Solid Mechanics, 2005,26(2):175-181.

[28] 路德春,杜修力,闫静茹,等.混凝土材料三维弹塑性本构模型[J].中国科学:技术科学,2014(8):288-291.
Lu Dechun, Du Xiuli, Yan Jingru, et al. A three-dimensional elastoplastic constitutive model for concrete[J]. Scientia Sinica Techologica, 2014(8):288-291.

[29] Grady D E, Kipp M E. Continuum modeling of explosive fracture in oil shale[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Science, 1980,17(6):147-157.

[30] Forrestal M J, Luk V K, Watts H A. Penetration of reinforced concrete with ogive-nose penetrators[J]. International Journal of Solids and Structures, 1988,24(1):77-87.

[31] 王政,倪玉山,曹菊珍,等.冲击载荷下混凝土本构模型构建研究[J].高压物理学报,2006,26(4):337-344.
Wang Zheng, Ni Yushan, Cao Juzhen, et al. Building of a constitutive model for concrete under dynamic impact [J]. Chinese Journal of High Pressure Physics, 2006,26(4):337-344.

[32] Heider N, Hiermaier S. Numerical simulation of tandem warheads[C]// Proceedings of the 19th International Symposium on Ballistics. Interlaken, Switzerland: IBS 2001 Symposium Office, 2001: 1493-1499.

[33] Malvar L J, Crawford J E, Wesevich J W, et al. A plasticity concrete material model for DYNA3D[J]. International Journal of Impact Engineering, 1997,19(9):847-873.

[34] Polanco-loria M, Hopperstad O S, Bφrvik T, et al. Numerical predictions of ballistic limits for concrete slabs using a modified version of the HJC concrete model[J]. International Journal of Impact Engineering, 2008,35(5): 290-303.

[35] Taylor L M, Chen E P, Kuszmaul J S. Microcrack-induced damage accumulation in brittle rock under dynamic loading[J]. Journal of Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1986,55(3):301-320.

[36] 王丽颖,蒋建伟,门建兵.混凝土穿孔过程的数值模拟[C]//计算爆炸力学理论、方法及工程应用暨第二届全国计算爆炸力学会议录.北京理工大学出版社,2002:228-234.

[37] 武海军,黄风雷,金乾坤,等.弹体贯穿钢筋混凝土数值模拟[J].爆炸与冲击,2003,23(6):545-550.
Wu Haijun, Huang Fenglei, Jin Qiankun, et al. Numerical simulation on perforation of reinforced concrete targets [J]. Explosion and Shock Waves, 2003,23(6):545-550.

[38] 金乾坤. 混凝土动态损伤与失效模型[J].兵工学报,2006,27(1):10-14.
Jin Qiankun. Dynamic damage and failure model for concrete materials[J]. Acta Armamentarii, 2006,27(1):10-14.

[39] 马爱娥,黄风雷,初哲,等.弹体攻角侵彻混凝土数值模拟[J].爆炸与冲击,2008,28(1):33-37.
Ma Aie, Huang Fenglei, Chu Zhe, et al. Numerical simulation on yawed penetration into concrete[J]. Explosion and Shock Waves, 2008,28(1):33-37.

[40] 魏强,蒋建伟,黄西成,等.混凝土损伤组合模型[J].固体力学学报,2011,32(S1):416-421.
Wei Qiang, Jiang Jianwei, Huang Xicheng, et al. Combined damage model of concrete[J]. Chinese Journal of Sol-

id Mechanics, 2011,32(S1):416-421.
[41] 魏强,黄西成,颜怡霞,等.混凝土动态损伤模型[C]//第十届全国冲击动力学学术会议论文集,2011,1-7.
[42] 钱七虎,王明洋.高等防护结构计算理论[M].南京:江苏科学技术出版社,2009.
[43] Li Q M, Chen X W. Dimensionless formulae for penetration depth of concrete target impacted by a non-deformable projectile[J]. International Journal of Impact Engineering, 2003,28(1):93-116.
[44] Li Q M, Reid S R, Wen H M, et al. Local impact effects of hard missiles on concrete targets[J]. International Journal of Impact Engineering, 2005,32(1):224-284.
[45] Jankowiak T, Lodygowski T. Handbook of damage mechanics[M]. New York: Springer Press, 2014.
[46] Belov N N, Yugov N T, Afanas'eva S A, et al. Mathematical modeling of deformation and fracture for bony tissues in the case of high-speed impact[J]. Doklady Physics, 2011,56(3):190-193.
[47] Belov N N, Yugov N T, Afanas'eva S A, et al. Strength of a reinforced-concrete commercial object on high-velocity impact with a model projectile[J]. Journal of Engineering Physics and Thermophysics, 2014,87(2):420-426.

A comment on the calculation models for reinforced concrete under intense dynamic loading

Gao Fei[1], Wang Mingyang[1,2], Zhang Xianfeng[1], He Yong[1], Li Mengshen[2]
(1. *Ministerial Key Laboratory of ZNDY, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing* 210094, *Jiangsu, China*;
2. *State Key Laboratory for Disaster Prevention & Mitigation of Explosion & Impact, PLA University of Science and Technology, Nanjing* 210007, *Jiangsu, China*)

Abstract: Based on several key issues of the elastic-plastic constitutive model, the equation of state and strength criterion, and the calculation of the strength of concrete under blast and impact loading were reviewed. Concrete being viewed as a binary material composed of matrix and pores, a model including the pore compaction and dynamic damage evolution in elastic-plastic deformation and failure were introduced. On the basis of a mathematical-experimental method, some conclusions and proposals for further reseach were made at the end of the paper.

Keywords: constitutive model; porosity evolution; reinforced concrete; intense dynamic loading

(责任编辑 王易难)