DOI: 10.11883/1001-1455(2016)06-0869-07

考虑微观结构特征长度演化的内变量黏塑性本构模型*

谭 阳,迟毅林,黄亚宇,姚廷强
(昆明理工大学机电工程学院,云南 昆明 650500)

摘要: 在金属晶体材料高应变率大应变变形过程中,存在强烈的位错胞尺寸等微观结构特征长度细化现象,势必对材料加工硬化、宏观塑性流动应力产生重要影响。基于宏观塑性流动应力与位错胞尺寸成反比关系,提出了一种新型的 BCJ 本构模型。利用位错胞尺寸参数,修正了 BCJ 模型的流动法则、内变量演化方程,引入了考虑应变率和温度相关性的位错胞尺寸演化方程,建立了综合考虑微观结构特征长度演化、位错累积与湮灭的内变量黏塑性本构模型。应用本文模型,对 OFHC 铜应变率在 10^{-4}～10^{3} s^{-1}、温度在 298～542 K、应变在 0～1 的实验应力-应变数据进行了预测。结果表明:在较宽应变率、温度和应变范围内,本文模型的预测数据与实验吻合很好;与 BCJ 模型相比,对不同加载条件下实验数据的预测精度均有较大程度的提高,最大平均相对误差从 9.939%减小为 5.525%。

关键词: 固体力学;新型内变量黏塑性本构模型;位错胞尺寸;高应变率大应变变形;微观结构特征长度
中图分类号: O344.4 **国标学科代码**: 1301520 **文献标志码**: A

准确的塑性本构模型,是成功预测金属晶体材料在高应变率大应变变形过程中复杂动态力学行为的关键[1-2]。冲击、侵彻、机加工等高应变率大应变变形过程中,应变率从准静态变化到动态,高应变率变形产生绝热温升现象,使整个过程涉及的应变率、温度范围较宽,产生显著的应变率、温度与材料硬化之间的耦合效应和应变率、温度历史效应。这些复杂现象,给准确塑性本构模型的建立带来困难。有必要进一步从塑性变形物理机制、热力载荷对材料微观结构演化的影响等角度,对本构模型的建立进行深入研究,为防撞和防侵彻结构的优化设计、机加工过程的机理研究与优化,提供可靠的技术支持。

位错的增殖和运动、微观结构的形成和演化,是金属晶体塑性变形的微观物理本质。长期以来,学者们都试图基于塑性变形过程的微观物理机制建立准确的本构模型,以描述金属晶体材料在热力耦合载荷条件下的复杂动态力学行为。F. J. Zerilli 等[3]基于位错运动热激活理论,提出了分别描述 FCC 和 BCC 金属材料的本构模型;而该模型不能考虑屈服应力或加工硬化率的应变率、温度相关性[4]以及应变率、温度历史效应。P. S. Follansbee 等[5]结合位错运动热激活理论,提出了以力学阀值应力为内变量的物理本构模型;应用研究发现,该模型在应变较大($\varepsilon>0.2$)时对实验数据的预测精度较差[6]。D. J. Bammann 等[7]基于位错动力学,提出了 Bammann-Chiesa-Johnson 内变量黏塑性本构模型(BCJ 模型);该模型可对塑性变形过程中位错硬化、因塑性变形产生的各向异性、回复等多重物理机制进行较准确描述,能较好地考虑应变率、温度与材料硬化之间的耦合效应和应变率、温度历史效应[8],但该模型未考虑微观结构的形成和演化及其对位错组态的影响。A. Molinari 等[9]提出了以微观结构特征长度为单一演化内变量的本构模型,模型很好地考虑了应变率、温度对微观结构特征长度演化的影响,但该模型未考虑位错累积和湮灭对宏观塑性流动应力的影响。

本文中,引入位错胞尺寸参数及其演化方程,对 BCJ 模型中的屈服项、内变量演化方程的硬化项进行修正,建立综合考虑微观结构特征长度演化、位错累积与湮灭的内变量黏塑性本构模型,拟用该模型预测 OFHC 铜在应变率 10^{-4}～10^{3} s^{-1}、温度 298～542 K、应变 0～1 范围内的实验应力-应变数据。

* **收稿日期**: 2015-04-09; **修回日期**: 2016-10-08
基金项目: 国家自然科学基金项目(11462008)
第一作者: 谭 阳(1981—),男,博士研究生,t_y2004@126.com。

1 微观结构特征长度与加工硬化

大量实验观察表明，FCC(如铜、铝等)和 BCC(如 α-铁、铬等)金属材料，在较宽应变率和温度范围内的变形过程中，主要形成位错胞亚结构[10]，如图 1 所示[11]。特别是高层错能金属，变形初期晶粒内产生较高位错增殖率，位错密度迅速增大；材料达到屈服极限仅发生较小塑性变形($\varepsilon<0.05$)时，位错胞边界便开始显现[12]。随着变形的增加，位错密度不断增大，高位错密度的位错墙和位错胞壁将晶粒分割为位错胞群[13]，位错胞内位错密度较低；为与塑性变形相协调，晶粒内的位错胞数量不断增加，位错胞壁厚度逐渐增大，位错胞尺寸不断减小[10]。通常认为，金属塑性变形由位错增殖、运动和湮灭等过程控制，加工硬化是因位错在金属体内的不断累积及其与运动障碍之间相互作用而产生。而依据 Hall-Petch 公式可知，晶粒尺寸对金属材料初始屈服强度有重要影响。而在金属塑性变形过程中，晶粒被具有较高位错密度的位错墙和胞壁分割成位错胞，且位错胞数量不断增加、位错胞尺寸不断减小，势必对材料加工硬化、宏观塑性流动应力产生重要影响。位错胞尺寸应是塑性变形本构建模中需考虑的微观结构特征长度参数。

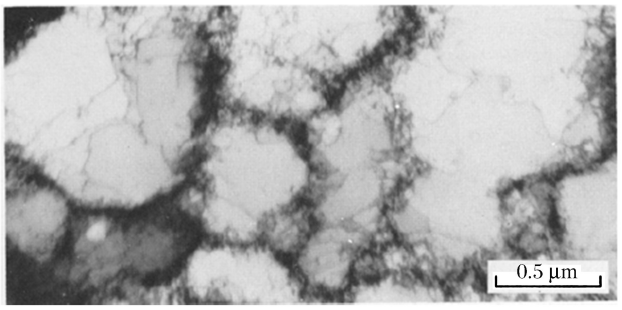

图 1 位错胞亚结构

Fig. 1 Substructure of dislocation cells

2 考虑微观结构特征长度演化的内变量黏塑性本构模型

2.1 考虑微观结构特征长度参数的内变量黏塑性本构模型

以金属材料产生变形的体积足够大、忽略微观塑性变形不均匀为前提，D. J. Bammann 等[7]基于位错动力学提出了 BCJ 内变量黏塑性本构模型。在模型中，塑性流动由作用在位错上的有效应力或净应力驱动。有效应力或净应力为外加应力减去因内应力而产生的阻力，内应力场由位错胞壁和位错胞内位错的累积而产生；在有效应力或净应力驱动下，位错克服晶格摩擦力运动便产生塑性流动，塑性流动方向与有效应力或净应力偏张量方向相同。据此，给出如下塑性流动法则[7]：

$$\boldsymbol{D}^{\mathrm{p}}=f(\theta)\sinh\left(\frac{\|\boldsymbol{\sigma}'-\boldsymbol{\alpha}'\|-(R+Y(\theta))}{V(\theta)}\right)\frac{\boldsymbol{\sigma}'-\boldsymbol{\alpha}'}{\|\boldsymbol{\sigma}'-\boldsymbol{\alpha}'\|} \tag{1}$$

式中：$\boldsymbol{D}^{\mathrm{p}}$ 表示变形率张量加法分解的塑性流动部分；$\boldsymbol{\sigma}'$ 为柯西应力偏张量，表示外加应力；$\boldsymbol{\alpha}'$ 为背应力偏张量，表示因位错胞内位错塞积等产生的具有方向性的内应力张量场；R 为各向同性硬化内变量，表示因位错胞壁内因位错等微观结构不断累积而产生的标量性内应力场。内应力场变量 $\boldsymbol{\alpha}$、R 采用位错累积与湮灭进行描述[7]：

$$\dot{\boldsymbol{\alpha}}=h(\theta)\boldsymbol{D}^{\mathrm{p}}-(r_{\mathrm{d}}(\theta)\|\boldsymbol{D}^{\mathrm{p}}\|+r_{\mathrm{s}}(\theta))\|\boldsymbol{\alpha}\|\boldsymbol{\alpha} \tag{2}$$

$$\dot{R}=H(\theta)\|\boldsymbol{D}^{\mathrm{p}}\|-(R_{\mathrm{d}}(\theta)\|\boldsymbol{D}^{\mathrm{p}}\|+R_{\mathrm{s}}(\theta))R^{2} \tag{3}$$

式(2)～(3)均引入软化项，用以描述温度较高或大应变时因位错攀移或交滑移而产生的静态回复(热回复)或动态回复现象。式(1)～(3)中，温度相关函数采用 Arrhenius 型表达式：

$$\begin{cases}V(\theta)=C_1\exp(-C_2/\theta), & r_{\mathrm{d}}(\theta)=C_7\exp(-C_8/\theta), & R_{\mathrm{d}}(\theta)=C_{13}\exp(-C_{14}/\theta),\\ Y(\theta)=C_3\exp(C_4/\theta), & h(\theta)=C_9\exp(C_{10}/\theta), & H(\theta)=C_{15}\exp(C_{16}/\theta),\\ f(\theta)=C_5\exp(-C_6/\theta), & r_{\mathrm{s}}(\theta)=C_{11}\exp(-C_{12}/\theta), & R_{\mathrm{s}}(\theta)=C_{17}\exp(-C_{18}/\theta)\end{cases} \tag{4}$$

式中：$f(\theta)$、$Y(\theta)$、$V(\theta)$ 为屈服参数，$h(\theta)$、$H(\theta)$ 表示与位错累积速率相关的硬化参数，$r_{\mathrm{d}}(\theta)$、$r_{\mathrm{s}}(\theta)$、$R_{\mathrm{d}}(\theta)$、$R_{\mathrm{s}}(\theta)$ 表示与位错湮灭相关的回复参数，C_1～C_{18} 为待定材料参数。BCJ 模型对位错累积与湮灭、因位错运动而产生的塑性流动等过程进行了很好的描述，但模型中尚未考虑微观结构特征长度对位错组态演化以及材料宏观动态力学行为的重要影响。

大量实验研究表明，在较宽应变率和温度范围内的变形过程中，FCC 和 BCC 金属材料主要形成位错胞亚结构，且随着塑性变形过程中微观结构的不断演变，流动应力与位错胞尺寸成反比[10,14-15]。D. L. Holt[16]基于最小能原理，从理论上也成功地预测了位错胞尺寸反比于外加应力。综合以上论述，以 $\sigma\propto\delta^{-1}$ 的形式将位错胞尺寸参数作为内变量引入 BCJ 模型。考虑到微观结构特征长度对金属材料初始屈服应力的应变率效应无显著影响[17]，仅对塑性流动法则中的率无关屈服项 $Y(\theta)$ 进行修正，将式(1)改写为：

$$\boldsymbol{D}^{\mathrm{p}}=f(\theta)\sinh\left(\frac{\|\boldsymbol{\sigma}'-\boldsymbol{\alpha}'\|-\left(R+Y(\theta)\dfrac{\delta_0}{\delta}\right)}{V(\theta)}\right)\frac{\boldsymbol{\sigma}'-\boldsymbol{\alpha}'}{\|\boldsymbol{\sigma}'-\boldsymbol{\alpha}'\|} \tag{5}$$

由于位错累积速率与微观结构特征长度也成反比关系[18]，而回复过程主要由存储能驱动[19]，因此，仅对模型中内变量演化方程的硬化项进行修正。将式(2)～(3)改写为：

$$\mathring{\boldsymbol{\alpha}}=h(\theta)\boldsymbol{D}^{\mathrm{p}}\delta_0/\delta-(r_{\mathrm{d}}(\theta)\|\boldsymbol{D}^{\mathrm{p}}\|+r_{\mathrm{s}}(\theta))\|\boldsymbol{\alpha}\|\boldsymbol{\alpha} \tag{6}$$

$$\dot{R}=H(\theta)\|\boldsymbol{D}^{\mathrm{p}}\|\delta_0/\delta-(R_{\mathrm{d}}(\theta)\|\boldsymbol{D}^{\mathrm{p}}\|+R_{\mathrm{s}}(\theta))R^2 \tag{7}$$

式中：δ 为位错胞尺寸参数；δ_0 为塑性变形前位错胞尺寸，即初始晶粒尺寸。在金属塑性变形体积不可压缩假设下，式(5)～(7)联立以下线弹性本构关系，构成完整的考虑微观结构特征长度参数、位错累积与湮灭的内变量黏塑性本构模型：

$$\mathring{\boldsymbol{\sigma}}=\lambda\mathrm{tr}(\boldsymbol{D}^{\mathrm{e}})\boldsymbol{I}+2\mu\boldsymbol{D}^{\mathrm{e}} \tag{8}$$

式中：$\mathring{\boldsymbol{\sigma}}$ 为柯西应力的 Jaumann 客观率张量，$\boldsymbol{D}^{\mathrm{e}}$ 表示变形率张量加法分解的弹性部分，λ、μ 为拉梅常数。模型中，在高应变率塑性变形过程中产生的绝热温升为：

$$\dot{\theta}=\frac{\eta}{\rho c_p}(\boldsymbol{\sigma}:\boldsymbol{D}^{\mathrm{p}}) \tag{9}$$

式中：ρ 为材料密度，c_p 为比热容，η 表示 Taylor-Quinney 系数。

2.2　微观结构特征长度的演化

为更准确反映位错胞尺寸对宏观塑性流动应力的重要影响，必须考虑位错胞尺寸在塑性变形中的不断细化，建立位错胞尺寸演化方程。

J. G. Sevillano 等[10]对多种 FCC 和 BCC 金属材料在变形中位错胞尺寸变化的实验数据进行了对比分析，发现位错胞尺寸演化基本遵循同一规律：在小塑性应变区域，位错胞尺寸随着应变的增大急剧减小；随着应变的进一步增大，这个趋势有所减缓；应变足够大时，位错胞尺寸接近饱和，几乎不发生变化。由此，对位错胞尺寸的演化进行描述[9]：

$$\frac{\mathrm{d}\delta}{\mathrm{d}\bar{\varepsilon}^{\mathrm{p}}}=-\frac{\delta_{\mathrm{r}}}{\delta_{\mathrm{s}}}(\delta^2-\delta_{\mathrm{s}}\delta) \tag{10}$$

式中：$\bar{\varepsilon}^{\mathrm{p}}$ 表示等效塑性应变，δ_{r} 表示位错胞尺寸细化率，δ_{s} 为位错胞尺寸在较大应变时达到的饱和值。而在较宽温度和应变率范围内，实验观察研究表明：应变相同时，温度越高，形成的位错胞尺寸越大[14-15,20]；应变率越高，形成的位错胞尺寸越小[15,20]。

应变率和温度是直接影响塑性变形过程中位错胞尺寸演化的重要因素。因此，δ_{r}、δ_{s} 采用依赖于应变率和温度的函数[9]：

$$\delta_{\mathrm{r}}=\delta_{\mathrm{r0}}\left(1+a_{\mathrm{r}}\left(\frac{\dot{\bar{\varepsilon}}^{\mathrm{p}}}{\dot{\varepsilon}_{\mathrm{r0}}}\right)^{\xi_r}\left(\frac{T}{T_0}\right)^{-\nu_{\mathrm{r}}}\right),\qquad \delta_{\mathrm{s}}=\delta_{\mathrm{s0}}\left(1-a_{\mathrm{s}}\left(\frac{\dot{\bar{\varepsilon}}^{\mathrm{p}}}{\dot{\varepsilon}_{\mathrm{s0}}}\right)^{\xi_{\mathrm{s}}}\left(\frac{T}{T_0}\right)^{-\nu_{\mathrm{s}}}\right) \tag{11}$$

式中：δ_{r0} 为位错胞尺寸细化率在等效塑性应变率为零时的参考值。a_{r}、ξ_{r}、ν_{r} 为待定材料参数，用于描述位错胞尺寸细化率的应变率和温度相关性。δ_{s0} 为位错胞尺寸饱和值在等效塑性应变率为零时的参考值。a_{s}、ξ_{s}、ν_{s} 为待定材料参数，用于描述位错胞尺寸饱和值的应变率和温度相关性。$\dot{\varepsilon}_{\mathrm{r0}}$、$\dot{\varepsilon}_{\mathrm{s0}}$、$T_0$ 为与加载条件相关的常数。

3 模型验证

3.1 模型参数识别

利用具有 FCC 晶体结构的高导无氧铜(OFHC 铜)在应变率 10^{-4}～10^{3} s^{-1}、温度 298～542 K、应变 0～1 范围内的实验应力-应变数据,对本文模型中的材料参数进行识别,以检验模型对材料动态力学行为的表征情况。用于参数识别的实验数据[8],见表 1。本文模型中,考虑了应变率、温度与材料硬化之间的耦合效应和应变率、温度历史效应以及材料微观结构演化,共包含 27 个材料参数。为了提高模型参数识别结果的置信度,基于对模型中材料参数物理涵义的界定:首先,对模型中各材料参数进行解耦与分离,获得材料参数的估计公式,估计合理的参数取值范围;其次,运用 Matlab 编制了用于本文模型应力积分的径向返回算法以及微粒群优化算法的计算程序,应用重新计及模型中耦合效应和历史效应的反分析方法,在估计的参数取值范围内对材料参数进行了优化识别。模型中,材料参数 C_1～C_{18} 取值范围的确定方法以及参数识别的具体步骤可参见文献[21],而微观结构特征长度演化方程中材料参数依据文献[9]确定取值范围。最终,确定的参数取值范围和优化识别的材料参数,见表 2。

表 1 参数识别的实验数据

Table 1 Experimental data for parameters identification

Curve	Strain rate/s^{-1}	Temperature/K
1	4.0×10^{-4}	298
2	4.0×10^{-4}	407
3	0.01	298
4	0.1	298
5	1	298
6	1	542
7	5.2×10^{3}	542
8	6.0×10^{3}	298

表 2 参数取值范围和优化识别的材料参数

Table 2 Value domains and identified material parameters

Material parameters	Estimated low limit	Estimated upper limit	Identified values
C_1/MPa	1.659×10^{-7}	1 214.336	6.591×10^{-7}
C_2/K	−5 052.155	2 994.571	−4 170.1
C_3/MPa	0.017 5	21.747	2.519
C_4/K	1.2	2 200.608	593.5
C_5/s^{-1}	2.760×10^{-4}	1 628.508	1 622.224
C_6/K	−9 072.0	7 917.029	3 786.757
C_7/MPa^{-1}	0.010 7	0.139	0.113
C_8/K	−3.072	1 005.614	355.623
C_9/MPa	46.528	892.555	880.38
C_{10}/K	0.041 1	842.039	0.053 9
C_{11}/$(s\cdot MPa)^{-1}$	2.200×10^{-6}	0.018 1	2.500×10^{-6}
C_{12}/K	26.956	7 507.226	3 656.84
C_{13}/MPa^{-1}	0.003 28	3.244	2.297
C_{14}/K	−1 425.544	1 598.282	507.016
C_{15}/MPa	327.923	1 104.828	880.835
C_{16}/K	0.179	516.232	0.187
C_{17}/$(s\cdot MPa)^{-1}$	1.468×10^{-5}	0.009 34	3.168×10^{-4}
C_{18}/K	0.588	2 612.062	29.848
δ_0/mm	0.03	0.16	0.058 4
δ_{r0}/mm	0.001	30	1.121
a_r	1.0	120	10.239
ξ_r	0.001	290	3.406
ν_r	1.000×10^{-4}	200	0.033 3
δ_{s0}/mm	0.001	0.36	0.017 6
a_s	1.0	180	80.011
ξ_s	0.001	50	43.767
ν_s	1.000×10^{-4}	80	0.025 6
Fitness value	—	—	2 165.292

3.2 结果分析与讨论

图 2 为本构模型预测结果与实验结果对比图。图中,空心符号表示实验结果,实线表示本文模型的预测结果,虚线表示 BCJ 模型的预测结果。从图中可知,BCJ 模型在温度 542 K、应变率 1 和 5 200 s^{-1} 两种加载条件下的预测曲线发生了重合,而本文模型不仅能很好地预测上述两种工况下的实验应力-应变数据,而且对在不同加载条件下实验数据的预测结果明显好于原 BCJ 模型;即使应变接近于 1 时,仍能获得很好的预测结果。表 3 给出了本构模型预测数据与实验数据的平均相对误差。从表 3 可以看出,与 BCJ 模型相比,本文模型在不同加载条件下的预测精度均有较大提高,且最大相对误差仅为 5.525%。

图 3 为反映应变率历史效应的应变率跳跃实验应力-应变数据[8]。应变率从 6 000 s^{-1} 降

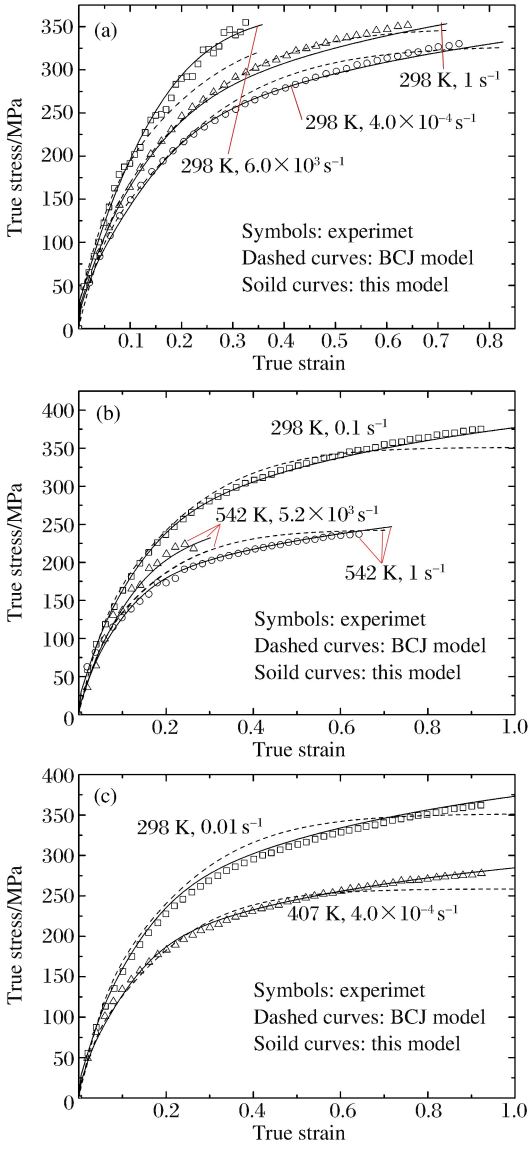

图 2　OFHC 铜的应力-应变数据

Fig. 2　The stress-strain data for OFHC Cu

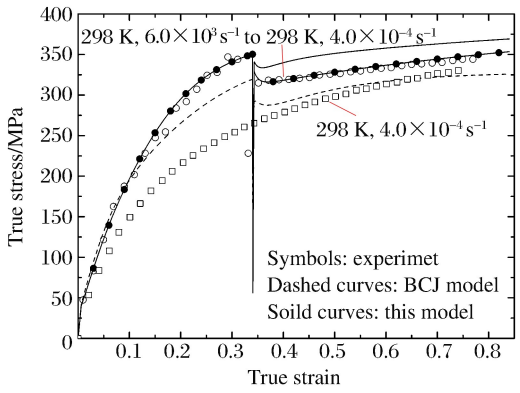

图 3　应变率跳跃实验的应力-应变曲线

Fig. 3　Stress-strain curves in strain rate jump experiment

表 3　模型预测数据的平均相对误差

Table 3　Relative error of constitutive model predictions

Strain rate /s^{-1}	Temperature /K	Relative error/%	
		BCJ model	This model
4.0×10^{-4}	298	2.468	1.626
4.0×10^{-4}	407	3.934	1.923
0.01	298	4.952	2.266
0.1	298	3.383	0.956
1	298	1.861	2.042
1	542	6.494	3.369
5.2×10^{3}	542	9.939	5.525
6.0×10^{3}	298	6.777	2.603

到 0.000 4 s^{-1}并重新加载时，应力水平位于两恒定应变率下的应力-应变曲线之间，随着应变的增加，逐渐接近准静态加载条件下的应力-应变曲线。从图 3 可以看出，本文模型对后续准静态加载段的预测应力值偏高。经分析，可能是文献[8]在使用经 SHPB 实验加载后的试件制作（陶瓷胶水黏接）准静态加载试样时，试件内部微观组织与结构发生了微小的变化所致。将高应变率加载后计算得到的硬化变量 α、R 减小为原来的 0.98 倍、而将计算得到的位错胞尺寸 δ 增大为原来的 1.16 倍，以此作为初值对后续准静态加载段应力响应进行预测，可得到与实验数据吻合很好的预测结果。而 BCJ 模型对高应变率、准静态加载段应力响应的预测精度均较差。

图 4 为在不同加载条件下本文模型预测的位错胞尺寸演化曲线。从图中可以看出：不同加载条件下，位错胞尺寸均随应变增大而不断减小，在应变较大时，逐渐趋于饱和；应变率越高，位错胞尺寸初始减小速率越大；在相同应变下，应变率越高，位错胞尺寸越小，此结果与文献[15，20]的实验结论一致。

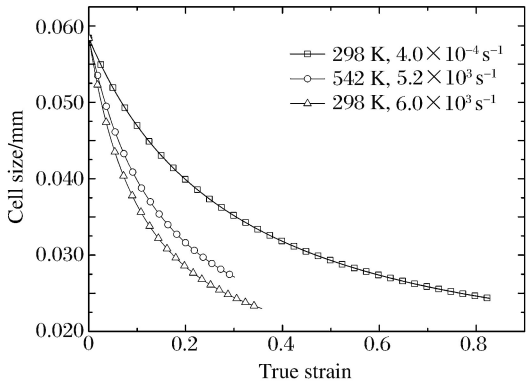

图 4　预测的位错胞尺寸演化曲线

Fig. 4　Predicted evolution of cell size for different experimental conditions

4 结 论

考虑位错的累积与湮灭、同时考虑微观结构细化现象(如位错胞细化)的材料本构模型,能更准确地描述金属晶体材料在高应变率大应变变形过程中的复杂动态力学行为。

引入位错胞尺寸参数及其演化方程,对 BCJ 模型中的屈服项、内变量演化方程的硬化项进行修正,建立了综合考虑微观结构特征长度演化、位错累积与湮灭的内变量黏塑性本构模型。本文模型能很好地预测 OFHC 铜在应变率 $10^{-4}\sim10^{3}\ s^{-1}$、温度 298～542 K、应变 0～1 较宽范围内的实验应力-应变数据。即使应变接近于 1 时,仍能获得精度较高的预测结果。与仅考虑位错累积与湮灭的 BCJ 模型相比,本文模型在预测精度上有较大程度的提高,最大平均相对误差从 9.939%减小至 5.525%。需要注意的是,本文模型将位错胞尺寸作为表征微观结构特征长度的参数引入本构模型中,因此,本文模型主要适用于在塑性变形过程中以形成位错胞亚结构为主的金属晶体材料。

参考文献:

[1] Manes A, Serpellini F, Pagani M, et al. Perforation and penetration of aluminium target plates by armour piercing bullets[J]. International Journal of Impact Engineering, 2014,69(4):39-54.

[2] 汤铁钢,刘仓理.高应变率拉伸加载下无氧铜的本构模型[J].爆炸与冲击,2013,33(6):581-586.
Tang Tiegang, Liu Cangli. On the constitutive model for oxygen-free high-conductivity copper under high strain-rate tension[J]. Explosion and Shock Waves, 2013,33(6):581-586.

[3] Zerilli F J, Armstrong R W. Dislocation-mechanics-based constitutive relations for material dynamics calculations [J]. Journal of Applied Physics, 1987,61(5):1816-1825.

[4] Huh H, Ahn K, Lim J H, et al. Evaluation of dynamic hardening models for BCC, FCC, and HCP metals at a wide range of strain rates[J]. Journal of Materials Processing Technology, 2014,214(7):1326-1340.

[5] Follansbee P S, Kocks U F. A constitutive description of the deformation of copper based on the use of the mechanical threshold stress as an internal state variable[J]. Acta Metallurgica, 1988,36(1):81-93.

[6] Banerjee B. The mechanical threshold stress model for various tempers of AISI 4340 steel[J]. International Journal of Solids and Structures, 2007,44(3/4):834-859.

[7] Bammann D J, Chiesa M L, Johnson G C. A state variable damage model for temperature and strain rate dependent metal[C]// Rajendran A M, Batra R C. Constitutive laws: Experiments and numerical implementation. Barcelona: International Center for Numerical Methods in Engineering (CIMNE),1995:84-97.

[8] Tanner A B. Modeling temperature and strain rate history in effects in OFHU Cu[D]. Ann Arbor: Georgia Institute of Technology, 1998.

[9] Molinari A, Ravichandran G. Constitutive modeling of high-strain-rate deformation in metals based on the evolution of an effective microstructural length[J]. Mechanics of Materials, 2005,37(7):737-752.

[10] Sevillano J G, van Houtte P, Aernoudt E. Large strain work hardening and textures[J]. Progress in Materials Science, 1980,25(2):69-412.

[11] Thompson A W. Substructure strengthening mechanisms[J]. Metallurgical Transactions: A, 1977,8(6):833-842.

[12] Ananthan V S, Leffers T, Hansen N, et al. Cell and band structures in cold rolled polycrystalline copper[J]. Materials Science and Technology, 1991,7(12):1069-1075.

[13] Luo Z P, Zhang H W, Hansen N, et al. Quantification of the microstructures of high purity nickel subjected to dynamic plastic deformation[J]. Acta Materialia, 2012,60(3):1322-1333.

[14] Staker M R, Holt D L. The dislocation cell size and dislocation density in copper deformed at temperatures between 25 and 700 °C[J]. Acta Metallurgica, 1972,20(4):569-579.

[15] Lee W S, Lin C F, Chen T H, et al. Dynamic mechanical behaviour and dislocation substructure evolution of Inconel 718 over wide temperature range[J]. Materials Science and Engineering: A, 2011,528(19/20):6279-6286.

[16] Holt D L. Dislocation cell formation in metals[J]. Journal of Applied Physics, 1970,41(8):3197-3201.

[17] Huang M, Li Z, Tong J. The influence of dislocation climb on the mechanical behavior of polycrystals and grain size effect at elevated temperature[J]. International Journal of Plasticity, 2014,61:112-127.

[18] Devincre B, Hoc T, Kubin L. Dislocation Mean Free Paths and Strain Hardening of Crystals[J]. Science, 2008, 320(5884):1745-1748.

[19] Kolupaeva S, Semenov M. The stored energy of plastic deformation in crystals of face-centered cubic metals[J]. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, 2015,71(1):12-77.

[20] Lee W S, Chen T H. Effects of strain rate and temperature on dynamic mechanical behaviour and microstructural evolution in aluminium-scandium (Al-Sc) alloy[J]. Materials Science and Technology, 2008,24(10):1271-1282.

[21] 谭阳，迟毅林，黄亚宇，等. Bammann-Chiesa-Johnsonn 粘塑性本构模型材料参数的一种识别方法[J]. 计算力学学报，2015(4):490-495.
Tan Yang, Chi Yilin, Huang Yayu, et al. An approach for identification of material parameters in Bammann-Chiesa-Johnson viscoplastic constitutive model[J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2015(4):490-495.

An internal state variable viscoplastic constitutive model considering the evolution of microstructural characteristic length

Tan Yang, Chi Yilin, Huang Yayu, Yao Tingqiang

(*Faculty of Mechanical and Electrical Engineering, Kunming University of Science and Technology, Kunming* 650500, *Yunnan, China*)

Abstract: During high strain rate and large strain deformation of crystalline metals, there exist phenomena of continuous refinement of microstructural characteristic length, like the size of dislocation cells, which occurs intensively and would have significant influence on the work hardening and macroscopic flow stress. In this work, based on the inverse relation between macroscopic flow stress and and the cell size, a new type of BCJ constitutive model was proposed. The flow rule and evolution equations for internal state variables in BCJ model were modified by involving the cell size parameter; the evolution equation for the cell size considering the dependence of the strain rate and the temperature was introduced into the model; and an internal state variable viscoplastic constitutive model that considers the evolution of microstructural characteristic length, accumulation and annihilation of dislocations was then established. The new constitutive model was illustrated by predicting the experimental stress-strain data of OFHC Cu over a wide range of strain rates ($10^{-4}-10^{3}$ s^{-1}), temperatures (298−542 K) and strains (0−1). The results show that the predicted data agree very well with the experimental data. Compared with the BCJ model, the predictive accuracies of the proposed model in various loading conditions are obviously improved, the maximum average relative error is reduced from 9.939% to 5.525%.

Key words: solid mechanics; new viscoplastic constitutive model; cell size; high strain rate and large strain deformation; microstructural characteristic length

(责任编辑　丁　峰)