DOI: 10.11883/1001-1455(2016)05-0583-07

膨胀柱壳恒定应变率的本构关系*

郭昭亮[1],任国武[1],张世文[1],汤铁钢[1],刘仓理[2]
(1.中国工程物理研究院流体物理研究所,四川 绵阳 621999;
2.中国工程物理研究院,四川 绵阳 621999)

摘要:考虑到金属柱壳膨胀过程中随机裂纹萌生对测试结果的可能干扰,设计了预置有中心穿透圆孔的柱壳样品,采用多普勒光纤探针测量系统获得了柱壳外壁更优的径向速度历史。基于膨胀柱壳实验中固有的非恒定应变率现象,研究了获得恒定应变率下本构方程的方法,并采用改进后的本构方程确定方法,获得了 20 钢恒定应变率下的应力应变关系。

关键词:固体力学;本构方程;多普勒光纤探针;膨胀柱壳;恒定应变率
中图分类号:O347.3 **国标学科代码**:13015 **文献标志码**:A

材料与结构在高应变率下的变形与破坏规律研究,对深入认识材料的动态响应机理以及工程防护有着重要的作用。爆炸膨胀环作为材料在高应变下动态力学性能的实验手段,最早由 P. C. Johnson 等[1]建立,后逐步发展为获得高应变率拉伸加载下材料性能的重要工具。近年来,T. Hiroe 等[2-3]采用线起爆技术研究了内部爆炸载荷作用下的材料动力学行为。在测试材料力学性能的实验中,对试件的几何设计有着严格的要求,以避免不合适的试件设计带来的非材料因素的影响。汤铁钢等[4-7]讨论了爆炸膨胀环一维应力假定,爆炸膨胀环实验数据处理方法以及爆炸膨胀环界面尺寸效应等问题,并指出在爆炸膨胀环实验研究中,适当增加膨胀环的宽度既可以提高加载应变率,又可以增加膨胀环运动的稳定性。在此理念上,本文中发展了用于研究材料高应变率拉伸本构的膨胀柱壳样品设计。R. H. Warnes 等[8]曾指出,膨胀环实验中应变率在实验过程中减小,这并不是一个缺点,可以通过多次实验画出给定材料的应力-应变-应变率曲线。遗憾的是在其分析过程中依然采用了数据窗口中心的数据来计算应变率,这实际上依旧是采用平均应变率的概念,并未在应力应变关系中剥离应变率变化带来的影响。尤其是对于应变率敏感材料,其动态力学性能将会随应变率较小的变化而发生较大的改变,在材料的应力应变关系测试中需要将应变率的影响分离,进而获得更清晰的认识。霍普金森压杆(SHPB)实验中,可以通过控制加载实现恒应变率条件下的测试[9],但膨胀环实验中的非恒定应变率是由实验的基本原理确定的,变化范围太大,可能已经不能继续选择平均应变率这一概念。

为了获得膨胀环、膨胀柱壳的恒定应变率本构关系,本文中首先分析爆炸柱壳实验中非恒定应变率的由来;随后针对金属柱壳膨胀断裂过程中随机裂纹的萌生,设计预置中心圆孔的样品,成功避免随机裂纹萌生对测速的干扰;最后给出获得金属柱壳恒定应变率下本构关系的方法。

1 膨胀柱壳非恒定应变率起源

中心线起爆加载下的膨胀环、膨胀柱壳实验中(实验装置示意图见文献[4]),一般采用试样外壁的径向速度历史反演应力应变关系,膨胀柱壳的运动分析如图 1 所示。

在柱壳中心附近沿着 z 轴选取高度为 $\mathrm{d}z$ 的范围,在自由飞行阶段,金属柱壳仅在环向应力 σ_θ 作用下做减速运动,假定材料不可压,在靠近柱壳中心附近局域沿轴向的变形可以忽略不计。环向流动应

* **收稿日期**:2015-01-12;**修回日期**:2015-05-06
基金项目:国家自然科学基金项目(11172279,11102191)
第一作者:郭昭亮(1984—),男,博士研究生,助理研究员,glogos@caep.cn。

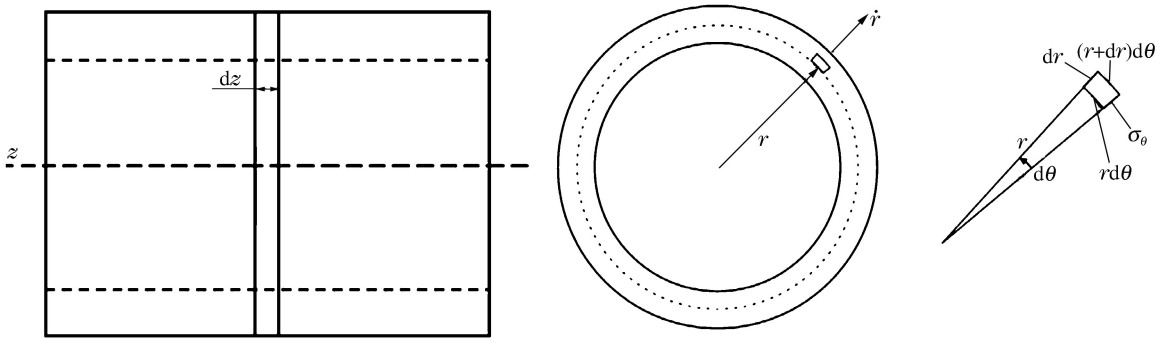

图 1 膨胀柱壳运动分析示意图

Fig. 1 Schematic of dynamic analysis of expanding cylinder

力、应变、应变率分别为(理论分析类似于膨胀环,见文献[5]):

$$\sigma_\theta = -\rho_0 r\ddot{r} \tag{1}$$

$$\varepsilon_\theta = \ln\frac{r}{r_0} \tag{2}$$

$$\dot{\varepsilon}_\theta = \frac{\dot{r}}{r} = \frac{v_r}{r} \tag{3}$$

式中:ρ_0为材料密度,r_0为初始外半径,r为随时间变化的膨胀半径,v_r为瞬时速度。柱壳自由飞行阶段,近似为平面应变状态[10],$\sigma_z=(\sigma_r+\sigma_\theta)/2$,$\sigma_r=0$,等效应力可写为:

$$\sigma_{\text{eff}} = \frac{\sqrt{3}}{2}\sigma_\theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}\rho_0 r\ddot{r} \tag{4}$$

假定体积不可压,应变之间的关系满足:

$$\varepsilon_z = 0 \tag{5}$$

$$\varepsilon_r = -\varepsilon_\theta \tag{6}$$

因此,等效塑性应变可写为:

$$\varepsilon_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{2}{3}(\varepsilon_\theta^2+\varepsilon_r^2+\varepsilon_z^2)} = \frac{2}{\sqrt{3}}\varepsilon_\theta \tag{7}$$

典型的膨胀柱壳外壁径向速度曲线如图 2(a)所示,由公式(3)得到对应的应变率随时间的变化,如图 2(b)所示。应变率在自由膨胀阶段,从 1.0×10^4 s^{-1}递减至 5.0 s^{-1}左右,在建模过程中,不能简单采用应变率平均值描述材料的动态响应。

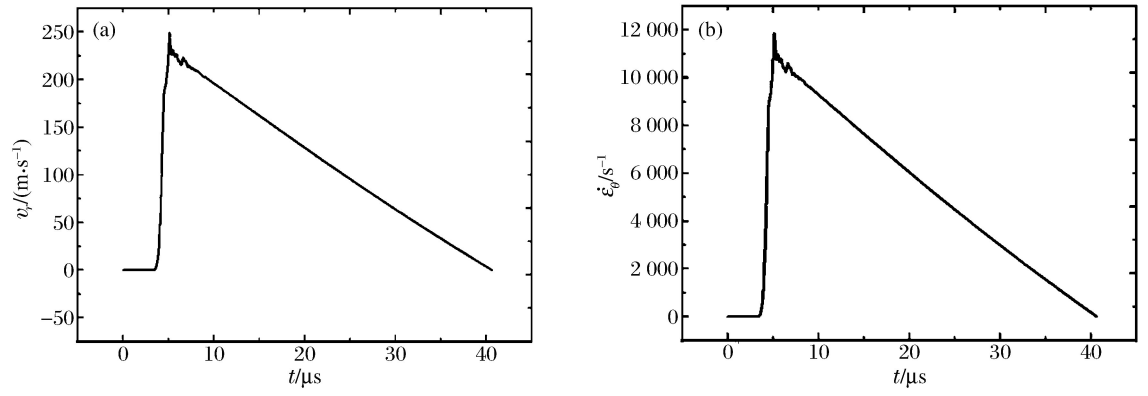

图 2 膨胀柱壳典型的速度、应变率随时间的变化曲线

Fig. 2 Curves for typical velocity and strain rate of expanding cylinder

应变率随着时间减小，是由膨胀环、柱壳实验基本原理决定的，在实验中无法避免。直接采用速度历史获得的应力应变关系本质上不同于应变率下的应力应变关系。一般地，我们希望获得某一恒定应变率下的应力应变关系，以便建模；然而，由于爆炸膨胀环、柱壳特殊的几何结构，造就了在整个膨胀变形过程中，应变率的非恒定性。为此，我们将通过一组 20 钢爆炸膨胀柱壳实验，建立获得恒定应变下应力应变关系的方法。

2　实验设计

膨胀柱壳实验装置示意图如图 3(a)所示。诸实验中驱动器为 20 钢，几何尺寸不变，炸药采用泰安粉末均匀填装于装药套筒，装药高度为 56 mm，实验参数如表 1 所示，表中 r、R、h、D、m、ρ 分别表示试样内径、试样外径、试样高度、装药直径、装药质量、装药密度。

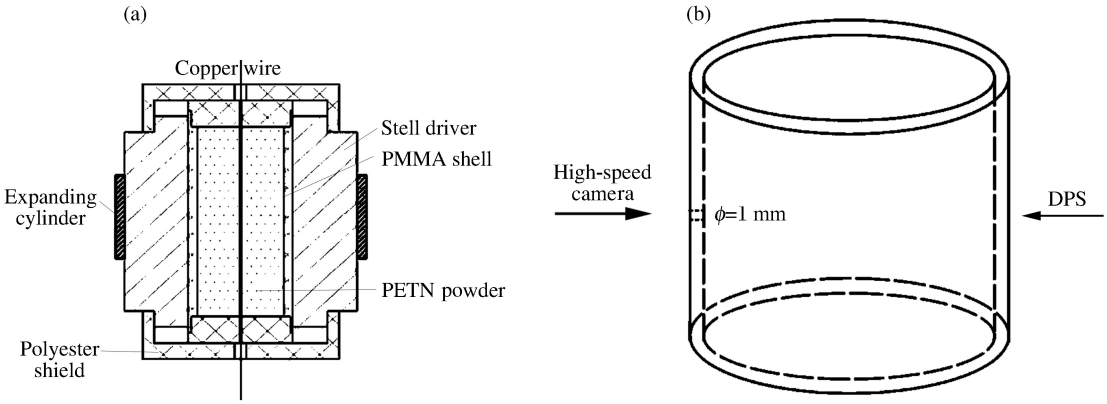

图 3 新型爆炸膨胀柱壳实验装置及实验测试布局示意图

Fig. 3 Schematic illustration of explosive expanding cylinder test

表 1 20 钢柱壳膨胀断裂实验参数

Table 1 Experimental parameters of 20 steel expanding cylinders

实验号	材料	r/mm	R/mm	h/mm	D/mm	m/g	ρ/(g·cm^{-3})
1	20 钢	40.0	42.0	30.0	10.00	4.84	1.100
2	20 钢	40.0	42.0	30.0	11.94	7.25	1.156
3	20 钢	40.0	42.0	30.0	11.98	7.25	1.149
4	20 钢	40.0	42.0	30.0	14.00	9.77	1.133

实验中除了装药量不同外，其他状态完全一致，其中实验 2、3 为重复性实验。

实验测试布局示意图如图 3(b)所示，样品为含有中心穿透圆孔(直径为 1 mm)的金属柱壳，测速点位于圆孔正对的位置，以避免在测速点邻近区域萌生裂纹，从而影响速度测量(不含预置缺陷的金属柱壳在内部载荷作用下，裂纹将随机萌生，测速点附近可能会受到局域卸载波的干扰，具体见实验结果分析)。另一方面，我们采用高速摄影技术观测预置缺陷局部的变形、裂纹萌生及裂纹扩展等现象，以此估计预置缺陷对测速点的干扰。

3　实验结果与分析

采用激光干涉测速技术(DPS)，获得了 20 钢柱壳实验 1～4 的外壁径向膨胀速度历史，如图 4 所示。20 钢柱壳自由膨胀阶段持续约 40～50 μs，由于装药量不同，20 钢柱壳的径向速度响应不同，其中实验 2 与实验 3 为重复性实验，在结构完全一致、装药量完全相同的情况下，由于装药密度微小的差异(0.6%)，速度差异约为3.1%。从速度曲线可以得到，自由膨胀阶段，20 钢实验 1～4 的应变率变化范围分别为 $6.14\times10^3\sim0\ s^{-1}$、$8.62\times10^3\sim8.1\times10^2\ s^{-1}$、$8.76\times10^3\sim8.1\times10^2\ s^{-1}$、$1.01\times10^4\sim2.6\times10^3\ s^{-1}$。在如此大的应变率变化情况下，如果采用自由膨胀数据窗口中心处的应变率作为平均值，是

不合适的。

通过回收样品可以看出，如图 5 所示，实验 1 中，圆孔经历大变形之后，局部萌生裂纹，裂纹微小的扩展(约 0.5 mm)后，裂纹滞止；实验 2 与实验 3 变形较大，但均未完全破坏；实验 4 中样品完全破碎。

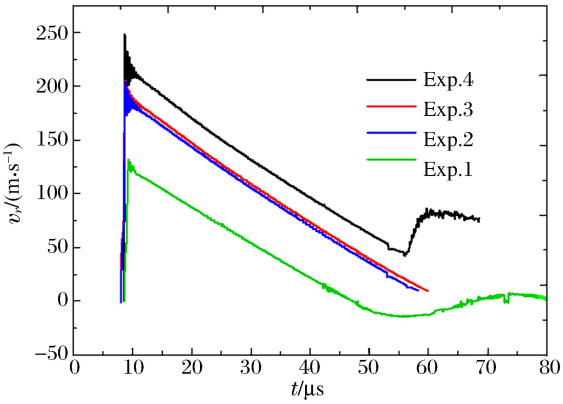

图 4 20 钢柱壳径向速度曲线

Fig. 4 Velocity along radial direction of 20 steel expanding cylinder



图 5 20 钢实验 1～4 回收样品

Fig. 5 Recovered samples of 20 steel experiments

高速摄影采用前照明，每幅之间间隔 2 μs。图 6 给出了实验 3 高速摄影图像，可以清晰地看到预置圆孔局域的膨胀变形，裂纹萌生、扩展及止裂等现象。

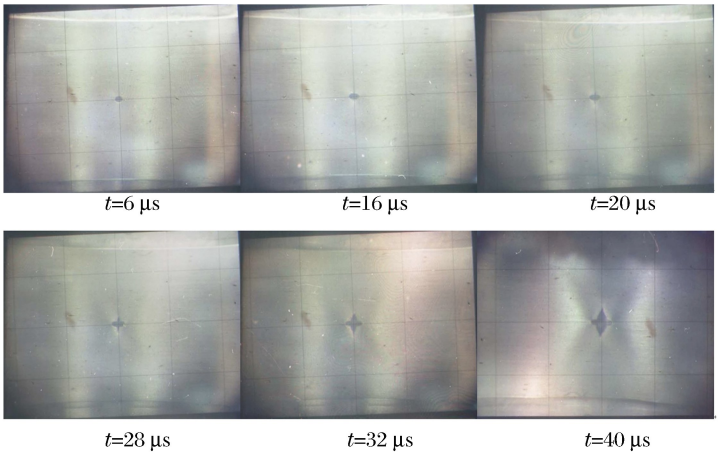

图 6 实验 3 膨胀断裂高速分幅图像

Fig. 6 High-speed image frames of expanding and fracture

在装置的动作过程中，炸药在中心线起爆之后约 4 μs 冲击波传递至试样，由实验 3 高速摄影图像可以看出，在 20 μs 时，裂纹萌生，随后裂纹扩展，当扩展至一定长度后裂纹止裂。随着裂纹的扩展，所发射的 Mott 卸载波将会绕射至速度的测试点，下面我们将估计 Mott 卸载波对速度测试的影响。

实验 1 中，裂纹萌生伊始即止裂，局域的卸载不会对速度测试造成影响。实验 2 与实验 3 中，裂纹开始扩展前经历变形时间约 16 μs，裂纹开始扩展即发射 Mott 波[11,12]，Mott 卸载波传播距离 $x=(2\tau_y t/\rho\dot{\varepsilon})^{1/2}$，其中 τ_y 为流动应力，$\dot{\varepsilon}$ 为应变率，t 为 Mott 卸载波传播至距离 x 所需要的时间。以金属柱壳自由膨胀阶段总时间估计 Mott 卸载波传播距离，约 35 mm，而预置缺陷的位置距离 DPS 测速点的距离约为 66 mm，即 Mott 卸载波不会对速度测试造成影响。事实上，由于试样没有完全断开(实验 1～3)，或是断开的时间较晚(实验 4)，20 钢柱壳环向基本保持圆形，Mott 波的传播对测速点径向速度的影响微乎其微，从速度曲线上可以看出，在自由膨胀阶段没有明显的拐点。

依据公式(1)～(2)可以得到实验 1～4 的环向应力与环向应变随时间的变化关系，再由公式(4)、(7)可以获得等效塑性应力应变关系，如图 7(a)所示。需要注意的是，此处的应力应变关系曲线上不同点的应变率不同，这种数据对于建模而言，使用比较困难。

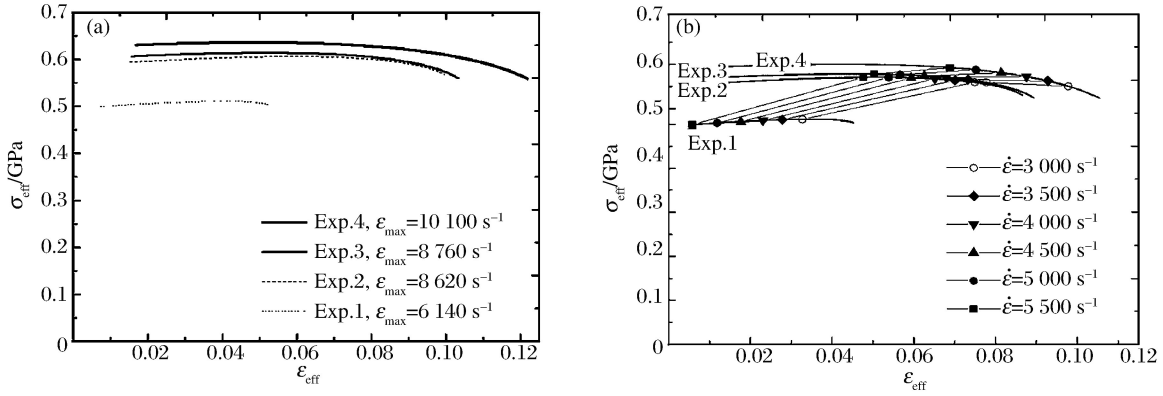

图 7　应力应变曲线及恒定应变率数据点分布

Fig. 7　Curve of stress vs. strain and distribution of constant strain rate dates

本轮 20 钢实验 1～4 的应变率变化范围分别为 $6.14\times10^3\sim0$ s^{-1}、$8.62\times10^3\sim8.1\times10^2$ s^{-1}、$8.76\times10^3\sim8.1\times10^2$ s^{-1}、$1.01\times10^4\sim2.6\times10^3$ s^{-1}，其公共应变率范围为 $6.14\times10^3\sim2.6\times10^3$ s^{-1}。为了获得恒定应变率下的流动应力应变关系，原则上可以选择 4 发实验公共应变率范围内的任意数据点进行处理。不失一般性，选择 5.5×10^3、5.0×10^3、4.5×10^3、4.0×10^3、3.5×10^3、3.0×10^3 s^{-1}等 6 组应变率点，尽可能均匀覆盖公共应变率范围，如图 7(b)所示。可以看出，随着应变率的线性增加，流动应力准线性增加，实验数据展现出明显的应变率效应。

标准的 JC 本构方程为

$$\sigma_y=(A+B\varepsilon_p^n)(1+c\ln\dot{\varepsilon}^*)(1-T^{*m}) \tag{8}$$

式中：A、B、n、c、m 为材料参数；ε_p 为等效塑性应变，$\dot{\varepsilon}^*$ 为等效塑性应变率，$T^*=(T-T_{room})/(T_m-T_{room})$，$T_{room}$为室温，$T_m$为熔化温度。然而，JC 模型不能描述应变率在 $10^3\sim10^4$ s^{-1}附近金属流动应力呈现明显增加的趋势[13]。在我们的实验中，温升带来的影响较小(按照塑性应变全部转变为温度的升高估计，约为 20 ℃)，可以暂不考虑第 3 项的影响。实验数据表明，20 钢材料在应变率 $3.0\times10^3\sim5.5\times10^3$ s^{-1}之间展现出较强的应变率线性增长特征，而标准的 JC 本构方程中应变率的依赖关系为 $\ln\dot{\varepsilon}^*$，此关系无法准确描述这一现象，因此在第 2 项中加入线性修正：

$$\sigma_{flow}=(A+B\varepsilon_p^n)(1+c\ln\dot{\varepsilon}^*+d\dot{\varepsilon}^*) \tag{9}$$

并采用修正后的 JC 本构方程拟合 6 组应变率点，如图 8 所示。

最终确定 20 钢在拉伸加载下应变率为 $3.0\times10^3\sim5.5\times10^3$ s^{-1}时的 JC 本构参数为：$A=0.25$ GPa、$B=0.54$ GPa、$n=0.31$、$c=0.002$、$d=5\times10^{-5}$。从图 8 可以看出，采用应变率修正后的 JC

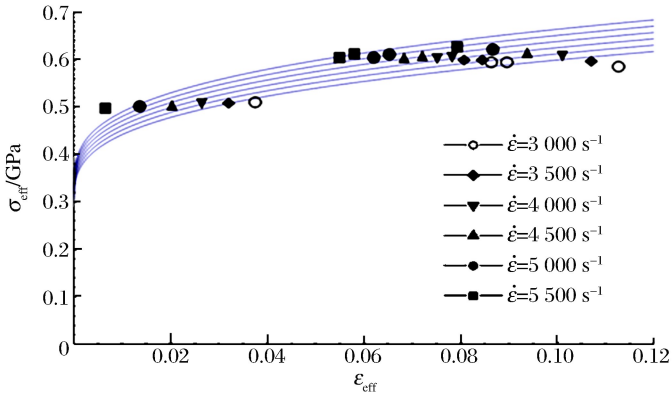

图 8 恒定应变率下的应力应变曲线

Fig. 8 Stress-strain curves at constant strain rates

本构方程,可以更好的拟合 20 钢柱壳在拉伸加载下的宽应变率范围下的实验结果。需要说明的是,公式(9)是一个单调递增函数,在应变较大时无法描述应变软化特征。

上述数据处理方法,通过一组不同载荷强度下膨胀柱壳的实验数据,在其公共的应变率范围内选择了 6 组应变率下的应力应变数据,通过拟合,获得了恒定应变率下的 20 钢柱壳拉伸应力应变关系,这种处理手段避免了膨胀环、膨胀柱壳实验中应变率变化范围过大的缺陷。另一方面也发现,利用膨胀环、柱壳实验装置研究材料的拉伸应力应变关系,仅通过单次实验是无法准确获得某一恒定应变率下的本构关系。这就要求在相同的装置结构上,获得载荷强度存在一定差异的一组数据,再通过后期的数据处理得到恒定应变率下的本构关系。虽然为了获得恒定应变率下的本构关系需要的实验数量较多,但回报却是非常丰厚的,理论上可以获得对应应变率变化范围内任意恒定应变率下的应力应变关系。

4 结 论

针对膨胀环、柱壳实验中非恒定应变率现象,从理论和实验两方面进行研究,初步得到如下结论:

(1)分析了膨胀柱壳非恒定应变率的来源,指出这一现象是实验基本原理导致,在实验中无法避免;

(2)设计了预置中心圆孔的金属柱壳实验,可以有效避免随机裂纹对速度测试的影响;

(3)采用不同载荷下相同结构的膨胀柱壳实验,建立了获得恒定应变率下本构方程的方法,获得了 20 钢柱壳在恒定应变率($3.0\times10^3\sim5.5\times10^3$ s^{-1})下的本构方程。

感谢张振涛、金山、陈浩玉在实验开展中的帮助,感谢刘明涛、范诚在本文撰写过程中的建议。

参考文献:

[1] Johnson P C, Stein B A, Davis R S. Measurement of dynamic plastic flow properties under uniform stress[C]// Symposium on the Dynamic Behavior of Materials. ASTM Special Publication, 1963:195-198.

[2] Hiroe T, Matsuo H, Fujiwara K, et al. Dynamic behavior of materials induced by explosive loadings initiated using wire explosion techniques[J]. Journal of Materials Processing Technology, 1999,85(1/3):56-59.

[3] Hiroe T, Fujiwara K, Hata H, et al. Deformation and fragmentation behavior of exploded metal cylinders and the effects of wall materials, configuration, explosive energy and initiated locations[J]. International Journal of Impact Engineering, 2008,35(12):1578-1586.

[4] 汤铁钢,李庆忠,陈永涛,等. 实现材料高应变率拉伸加载的爆炸膨胀环技术[J]. 爆炸与冲击,2009,29(5):546-549.
Tang Tiegang, Li Qingzhong, Chen Yongtao, et al. An improved technique for dynamic tension of metal ring by explosive loading[J]. Explosion and Shock Waves, 2009,29(5):546-549.

[5] 汤铁钢,桂毓林,李庆忠,等. 爆炸膨胀环实验数据处理方法讨论[J]. 爆炸与冲击,2010,30(5):505-510.
Tang Tiegang, Gui Yulin, Li Qingzhong, et al. A discussion of data processing techniques for expanding ring tests

[J]. Explosion and Shock Waves, 2010,30(5):505-510.

[6] 汤铁钢，李庆忠，刘仓理，等. 爆炸膨胀环的截面尺寸效应[J]. 爆炸与冲击，2010，30(1)：39-44.
Tang Tiegang, Li Qingzhong, Liu Cangli, et al. Size effects of expanding ring by explosive loading[J]. Explosion and Shock Waves, 2010,30(1):39-44.

[7] 汤铁钢，李庆忠，陈永涛，等. 爆炸膨胀环一维应力假定的分析与讨论[J]. 爆炸与冲击，2010，30(6)：577-582.
Tang Tiegang, Li Qingzhong, Chen Yongtao, et al. Discussion about one-dimensional stress presume for explosion expanding ring test[J]. Explosion and Shock Waves, 2010,30(6):577-582.

[8] Warnes R H, Karpp R R, Follansbee P S. The freely expanding ring test—A test to determine material strength at high strain rates[J]. Journal De Physiques IV, 1985,46(C5):583-590.

[9] 宋力，胡时胜. SHPB 测试中的均匀性问题及恒应变率[J]. 爆炸与冲击，2005，25(3)：207-216.
Song Li, Hu Shisheng. Stress uniformity and constant strain rate in SHPB test[J]. Explosion and Shock Waves, 2005,25(3):207-216.

[10] 奥尔连科. 爆炸物理学[M]. 孙承纬，译. 北京：科学出版社，2011：822-825.

[11] Grady D E, Kipp M E. The growth of unstable thermoplastic shear with application to steady-wave shock compression in solids[J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 1987,35(1):95-119.

[12] Grady D E. Fragmentation of Rings and Shells: The Legacy of N. F. Mott[M]. New York: Springer, 2006.

[13] 刘旭红，黄西成，陈裕泽，等. 强动载荷下金属材料塑性变形本构模型评述[J]. 力学进展，2007，37(3)：361-374.
Liu Xuhong, Huang Xicheng, Cheng Yuze, et al. A review on constitutive models for plastic deformation of metal materials under dynamic loadings[J]. Advances in Mechanics, 2007,37(3):361-374.

Constitutive equation of expanding cylindrical shell at constant strain rate

Guo Zhaoliang[1], Ren Guowu[1], Zhang Shiwen[1], Tang Tiegang[1], Liu Cangli[2]

(1. *Institute of Fluid Physics, China Academy of Engineering Physics, Mianyang* 621999, *Sichuan, China*;
2. *China Academy of Engineering Physics, Mianyang* 621999, *Sichuan, China*)

Abstract: In this work, taking into account of the interference of random cracks in the expansion process, we designed a cylindrical sample made with a preset hole. Then, using the Doppler pins system (DPS), we obtained some better curves for the cylinder's radial speed histories. Based on the non-constant strain rate phenomena in the expanding ring and expanding cylinder experiments, we conducted experiments and studied a method for obtaining constitutive equation at constant strain rate. The improved constitutive equation method was used to obtain the modified constitutive equation at constant strain rate for 20 steel.

Key words: solid mechanics; constitutive equation; Doppler pins system(DPS); expanding cylindrical shell; constant strain rate

（责任编辑　曾月蓉）