DOI: 10.11883/1001-1455(2016)03-0416-06

高应变率下断裂韧性实验的数值模拟*

叶 波,巫绪涛,胡凤辉,廖 礼
(合肥工业大学土木与水利工程学院,安徽 合肥 230009)

摘要: 采用有限元软件 ANSYS/LS-DYNA 程序对静态和冲击荷载作用下的含裂纹半圆弯曲(SCB)实验进行了数值模拟。根据静态实验的模拟结果,提出了适合复合型加载的Ⅰ型应力强度因子拟合公式,采用该公式计算应力强度因子的最大误差不超过 10%。动态实验的模拟结果表明:对于纯Ⅰ型加载的 SCB 实验,动态应力强度因子随着试样半径、支座间距以及相对裂纹长度的变化呈现规律性变化;当试样半径小于60 mm、相对支座间距为 1.2、相对裂纹长度在 0.1~0.4 范围内时,惯性效应的影响较小,采用静态拟合公式计算裂尖的动态应力强度因子的误差约 10%;对于复合型加载的 SCB 实验,当相对裂纹长度为 0.2~0.4、裂纹倾角在 10°~40°范围内时,采用静态拟合公式计算裂尖的动态应力强度因子的误差小于 10%。

关键词: 固体力学;断裂韧性;冲击荷载;应力强度因子;含裂纹 SCB 实验;复合型加载
中图分类号: O347.3 **国标学科代码**: 13015 **文献标志码**: A

混凝土、岩石类脆性材料在土木工程中大量使用,对于一些重要的防护结构,如大坝、核电站安全壳等,设计时必须考虑强冲击载荷作用。而这些材料往往含有大量的原生缺陷,在冲击载荷作用下的动态响应与静载荷下显著不同,因此研究其动态力学性能,特别是与裂纹扩展相关的动态断裂韧性十分重要。

由于理论和实验技术的困难,高应变率下脆性材料动态断裂行为的研究一直进展缓慢。M. Nakano 等[1]和 Y. Yamauchi 等[2]在分离式 Hopkinsion 压杆(SHPB)上采用含中心直裂纹巴西圆盘试样(CCBD)进行了复合型动态断裂韧性实验。由于实验技术的不成熟,得到的实验数据较离散,但仍然发现结果与静态实验的显著不同,不仅受实验应变率的影响,同时与试样大小和裂纹长度密切相关。为了更好地测量脆性材料的断裂韧性,有学者采用含裂纹或缺口的半圆弯曲(SCB)试样代替传统的 CCBD 试样,并结合有限元模拟得到静态断裂韧性的计算公式[3-5]。R. Chen 等[6]和 F. Dai 等[7-8]将 SCB 试样引入脆性材料动态断裂韧性的测量,并采用先进的激光测量系统测量试样裂纹或缺口的张开位移,假设实验中试样达到应力平衡,忽略惯性效应的影响,沿用静态分析结果计算动态断裂韧性。然而在 SHPB 实验中,大多数脆性材料很难达到应力平衡,惯性效应的影响始终存在,上述研究中没有明确提出动态加载下静态分析的适用范围和可靠性。

本文中采用有限元方法,首先对静态含裂纹 SCB 实验进行数值模拟,结合量纲分析推导适用于复合型断裂的Ⅰ型应力强度因子(K_{I})拟合公式;对基于 SHPB 技术的动态复合型 SCB 实验进行数值模拟,计算试样裂尖的动态应力强度因子(K_{Id}),分析试样半径、支座间距、相对裂纹长度及裂纹倾角对断裂韧性的影响,讨论静态公式的适用范围。

1 静态复合型加载 SCB 实验模拟及Ⅰ型应力强度因子拟合公式

1.1 含裂纹 SCB 实验

采用有限元软件 ANSYS 程序对静态复合型断裂 SCB 实验进行了数值模拟,实验示意图如图 1 所示,其中:a 为裂纹长度,R 为试样半径,F 试样顶部集中载荷,β 为裂纹倾角(裂纹与试样中心轴间的夹角),s 为半支座间距。

* **收稿日期**: 2014-10-13; **修回日期**: 2015-02-03
基金项目: 国家自然科学基金项目(11072072)
第一作者: 叶 波(1991—),男,硕士研究生;**通信作者**: 巫绪涛,wuxvtao@sina.com。

试样采用线弹性本构，弹性模量为 30 GPa，密度 2 500 kg/m^3，泊松比 0.2。试样半径为 50 mm，厚25 mm，支座间距为 60 mm，裂纹相对长度 a/R 从 0.01 变化至 0.8，裂纹倾角 β 从 0°变化至 45°。

依据图 1 建立有限元模型，单元类型为 solid 186 六面体实体单元。为了更好地反映裂纹应力奇异的影响，围绕裂尖一圈采用命令 KSCON 实现退化奇异等参元。应力强度因子采用相互作用积分法[9]计算，该法是基于 J 积分的一种新型应力强度因子计算方法，其精度与数值外插法相当。对于静态问题，ANSYS 提供了支持该法的命令流，适于批量操作，对于而动态问题则没有，因此本文中采用不同的方法计算静态和动态应力强度因子。

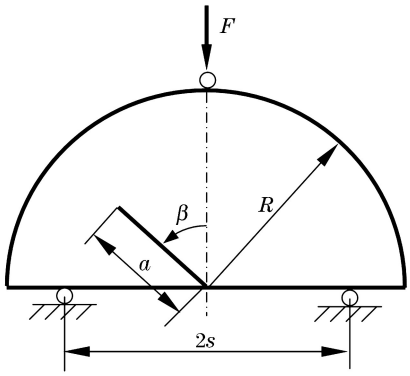

图 1 静态复合型加载 SCB 实验简图

Fig. 1 Diagram of static SCB test under mixed mode loading

1.2 Ⅰ型应力强度因子拟合公式

根据量纲分析并结合文献[3-8]进行计算，选择Ⅰ型应力强度因子 K_{I} 拟合公式形式为：

$$K_{\mathrm{I}}=\cos^2\beta\frac{F\sqrt{a}}{BR}\left[g\left(\frac{a}{R},\beta\right)\frac{s}{R}+h\left(\frac{a}{R},\beta\right)\right] \tag{1}$$

式中：B 为试样厚度，g、h 为拟合函数。式(1)的前半部满足应力强度因子的量纲形式，且满足当 a 趋于 0 时，公式退化为弯曲梁单边斜裂纹的 K_{I} 公式。后半部为量纲一形状因子，反映了裂纹长度 a、支座间距 s 和裂纹倾角 β 的影响，拟合函数 g、h 采用多项式形式，表达式为：

$$g\left(\frac{a}{R},\beta\right)=d_1(\beta)+d_2(\beta)\left(\frac{a}{R}\right)^{0.5}+d_3(\beta)\left(\frac{a}{R}\right)^{1.5}+d_4(\beta)\left(\frac{a}{R}\right)^{2.5}+d_5(\beta)\left(\frac{a}{R}\right)^{6.5} \tag{2}$$

$$h\left(\frac{a}{R},\beta\right)=e_1(\beta)\left(\frac{a}{R}\right)+e_2(\beta)\left(\frac{a}{R}\right)^{2}+e_3(\beta)\left(\frac{a}{R}\right)^{3} \tag{3}$$

式中：d_n 和 e_n($n=1,2,\cdots,5$)为裂纹倾角 β 的拟合系数，均采用直线方程拟合：

$$\begin{cases} d_1(\beta)=0.129\beta+2.24, & d_2(\beta)=-2.09\beta+77.60,\\ d_3(\beta)=-65.59\beta+2\,649.61, & d_4(\beta)=-149.11\beta+5\,928.51,\\ d_5(\beta)=-5.05\beta+185.89, & e_1(\beta)=9.96\beta-400.21,\\ e_2(\beta)=82.67\beta-3\,327.49, & e_3(\beta)=38.87\beta-1\,520.91 \end{cases} \tag{4}$$

采用本文公式模拟不同倾角 β 下的应力强度因子，结果如图 2 所示。最大拟合误差小于 10%。从图 2 可以看出 K_{I} 值随裂纹倾角 β 增加而降低，当倾角大于 40°时，K_{I} 值趋向 0，反映出断裂由纯Ⅰ型向复合型直至纯Ⅱ型转变的过程。

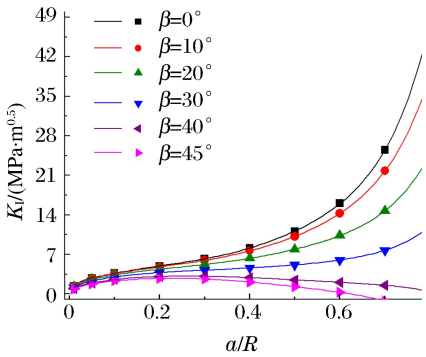

图 2 静态复合型加载 SCB 实验应力强度因子拟合结果

Fig. 2 Fitted effect of stress intensity factor in static SCB test under mixed mode loading

2 基于 SHPB 装置的动态 SCB 实验的模拟

2.1 有限元模型和动态应力强度因子计算

模拟采用 LS-DYNA 程序，其中试样的材料常数与静态完全相同，SHPB 装置的入射杆和透射杆采用线弹性材料：弹性模量 200 GPa，密度 7 850 kg/m^3，泊松比 0.3。直径 100 mm，长度 2 000 mm。所用单元类型均采用 Solid 164 六面体实体单元。有限元模型如图 3 所示。载荷为加在左端入射杆端面的三角形速度脉冲，如图 4 所示。

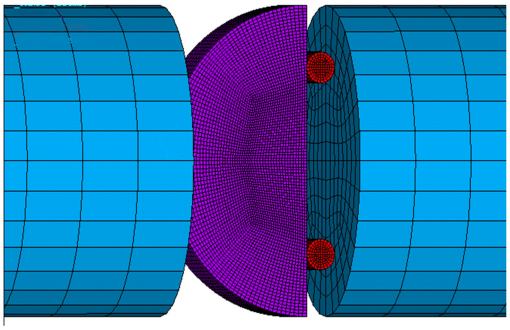

图 3 基于 SHPB 装置的动态 SCB 实验有限元模型

Fig. 3 Finite element model of dynamic SCB test based on SHPB device

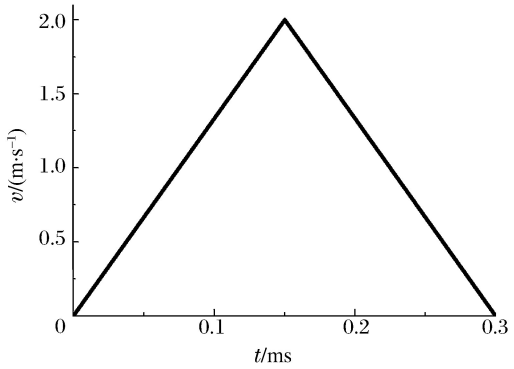

图 4 三角形速度脉冲

Fig. 4 Triangular velocity pulse

由于动态模拟无法实现退化奇异单元，在裂尖附近采用稠密单元，减小单元网格尺寸影响。采用 2 种方法计算裂尖的动态应力强度因子 $K_{\mathrm{I}d}$：(1) 由裂纹面张开位移通过数值外插法[10]得到，记为 $K_{\mathrm{I}d1}$；(2) 根据试样左右端面的接触力-时间曲线平均后带入式(1)计算得到，记为 $K_{\mathrm{I}d2}$。$K_{\mathrm{I}d1}$ 为裂尖实际动态应力强度因子，$K_{\mathrm{I}d2}$ 为采用静态公式得到的动态应力强度因子。

2.2 动态纯Ⅰ型加载 SCB 实验的模拟及分析

首先对裂纹倾角 $\beta=0°$ 的纯Ⅰ型加载 SCB 实验进行了模拟，研究相对裂纹长度 a/R、试样半径 R、以及支座间距 s 对裂尖实际动态应力强度因子 $K_{\mathrm{I}d1}$ 的影响。图 5 所示为固定试样半径 $R=50$ mm、相对支座间距 $s/R=0.6$、裂纹相对长度 a/R 从 0.1 变化至 0.8 时的 $K_{\mathrm{I}d1}$。图 6 所示为 $a/R=0.4$，$s/R=1.2$、试样半径 R 从 40 mm 变化至 70 mm 时的 $K_{\mathrm{I}d1}$。图 7 所示为试样半径 $R=50$ mm、$a/R=0.4$、相对支座间距 s/R 从 0.4 变化至 0.8 时的 $K_{\mathrm{I}d1}$。

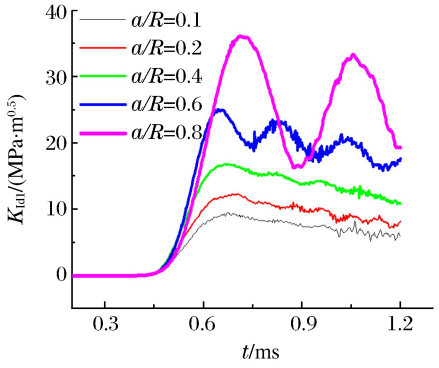

图 5 不同相对裂纹长度下的应力强度因子变化规律

Fig. 5 Variation of stress intensity factor for different relative crack lengths

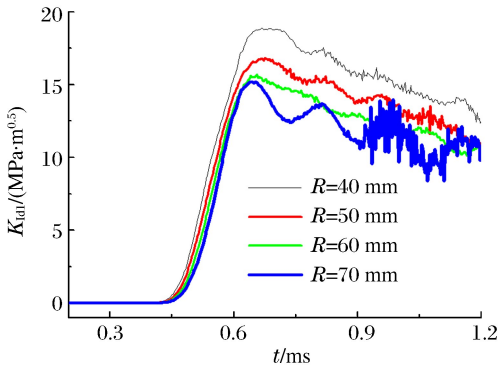

图 6 不同试样半径下应力强度因子的变化规律

Fig. 6 Variation of stress intensity factor for different sample radiuses

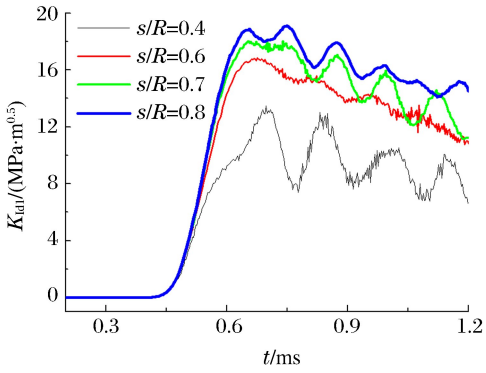

图 7 不同支座间距下应力强度因子的变化规律

Fig. 7 Variation of stress intensity factor for different distances between two supports

由图 5～7 可以看出：

（1）$K_{\mathrm{I\,d1}}$ 随裂纹相对长度 a/R、支座间距 s 的增大而增大，随试样半径 R 的增大而减小。

（2）$K_{\mathrm{I\,d1}}$-t 曲线在加载过程中均单调增加，而达到峰值后出现震荡；随 a/R、试样半径 R 增加，震荡加剧，较大和较小的支座间距也会导致震荡加剧。这种震荡反映了试样应力不平衡导致的惯性效应的影响。当 $a/R<0.4$、试样半径小于 60 mm、$s/R\approx1.2$ 时，试样应力不平衡影响较小。

为了进一步分析静态公式的适用范围，对 a/R 在 0.1～0.6 范围内裂尖实际 $K_{\mathrm{I\,d1}}$ 和静态公式得到的 $K_{\mathrm{I\,d2}}$ 进行了比较，结果如图 8 所示，从图中可以看出，两者在 $a/R=0.4$ 时吻合最好。按下式得到不同 a/R 情况下两者的相对误差 δ 并绘图，如图 9 所示，其中 δ 的表达式为

$$\delta=\frac{K_{\mathrm{I\,d1}}-K_{\mathrm{I\,d2}}}{K_{\mathrm{I\,d1}}}\times100\% \tag{5}$$

从图 9 可以看出，当 $a/R<0.4$ 时，δ 趋近于 0，两者相对误差在 10%左右，即此时惯性效应的影响较小，静态公式具有足够的精度。

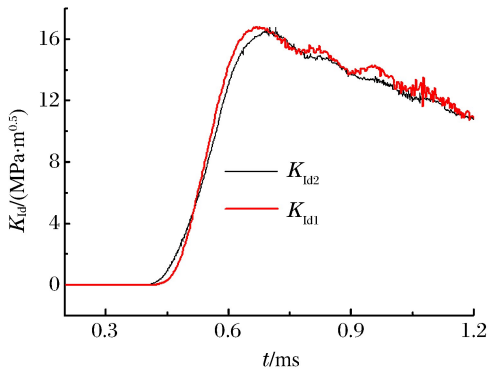

图 8　$K_{\mathrm{I\,d1}}$ 和 $K_{\mathrm{I\,d2}}$ 的比较（$a/R=0.4$）

Fig. 8　Comparison of $K_{\mathrm{I\,d1}}$ and $K_{\mathrm{I\,d2}}$ ($a/R=0.4$)

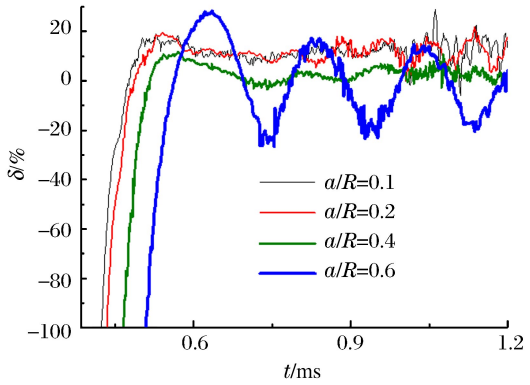

图 9　静态公式的相对误差随 a/R 的变化

Fig. 9　Relative error of static formula for different a/R

2.3　动态复合型加载 SCB 实验模拟及分析

为了研究复合型加载 SCB 实验中 $K_{\mathrm{I\,d}}$ 的变化规律，在纯 I 型研究的基础上，固定试样半径 $R=50$ mm、支座间距 $s=1.2R$，裂纹倾角 β 从 10°变化至 40°，每个倾角下相对裂纹长度 a/R 从 0.2 变化至 0.8 建立有限元模型进行研究。为了便于分析，取裂尖 $K_{\mathrm{I\,d1}}$-t 曲线加载段的峰值 $K_{\mathrm{I\,d1max}}$ 进行比较。图 10 所示为不同 a/R 情况下 $K_{\mathrm{I\,d1max}}$ 随裂纹倾角 β 的变化规律，图 11 所示为不同裂纹倾角 β 情况下 $K_{\mathrm{I\,d1max}}$ 随 a/R 的变化规律。

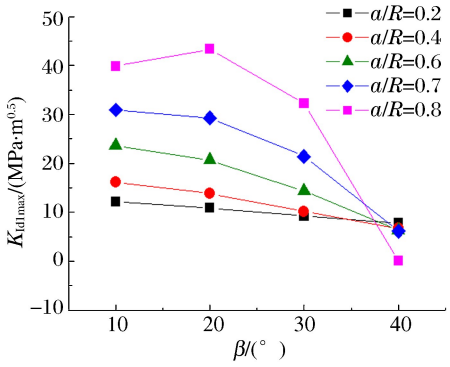

图 10　$K_{\mathrm{I\,d1max}}$ 随裂纹倾角 β 的变化规律

Fig. 10　Variation of $K_{\mathrm{I\,d1max}}$ with crack angle β

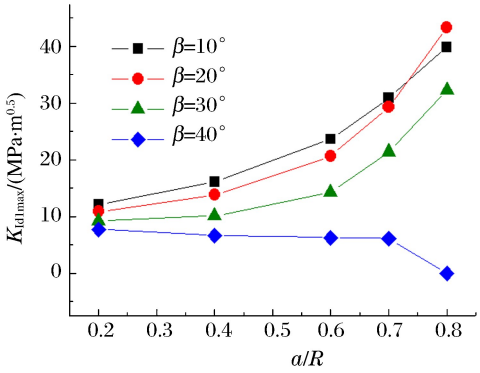

图 11　$K_{\mathrm{I\,d1max}}$ 随裂纹相对长度 a/R 的变化规律

Fig. 11　Variation of $K_{\mathrm{I\,d1max}}$ with relative crack length a/R

由图 10 可以发现，对应相同的裂纹相对长度，$K_{\mathrm{I\,d1max}}$ 随裂纹倾角 β 的增大而减小，且 a/R 越大，下降速率越大。由图 11 可以发现，对应相同裂纹倾角，$K_{\mathrm{I\,d1max}}$ 随裂纹相对长度 a/R 的增大而增大，而当裂纹倾角 β 达到 40°时，$K_{\mathrm{I\,d1max}}$ 随裂纹相对长度 a/R 的增大而减小，变化规律与静态模拟结果类似，如图 2 所示。

为了进一步分析复合加载条件下静态拟合公式的适用性，按式(5)计算了裂尖实际应力强度因子峰值 $K_{\mathrm{I\,d1max}}$ 与静态公式得到的应力强度因子峰值 $K_{\mathrm{I\,d2max}}$ 之间的相对误差 δ_{m}，如表 1 所列。可以看出，当裂纹倾角 β 在 10°～40°之间时，裂纹相对长度 a/R 在 0.2～0.4 之间时，静态公式的相对误差小于 10%，精度较高，而超出此范围，相对误差增大至 20%～50%，即静态公式失效。

表 1 复合型加载下静态公式计算 $K_{\mathrm{I\,dmax}}$ 的相对误差 δ_{m}

Table 1 Relative error δ_{m} of $K_{\mathrm{I\,dmax}}$ in the static formula under mixed-mode loading

β/(°)	δ_{m}/%				
	$a/R=0.2$	$a/R=0.4$	$a/R=0.6$	$a/R=0.7$	$a/R=0.8$
10	9.6	6.6	−0.7	3.7	26.8
20	6.4	9.8	19.8	23.2	40.3
30	5.4	5.6	24.1	39.2	49.1
40	9.3	0.9	17.2	34.8	138.0

3 结 论

本文中通过有限元分析方法，对静态和动态复合型加载 SCB 实验进行了数值模拟研究，得到如下结论：

(1) 根据静态实验的模拟结果，结合量纲分析得到了适合于裂纹倾角在 0°～45°，裂纹相对长度在 0.1～0.8 范围内的应力强度因子拟合公式，计算结果最大误差小于 10%。

(2) 对于含纯Ⅰ型中心裂纹的动态 SCB 实验，试样裂尖的动态断裂韧性随试样半径增大而减小；随支座间距和裂纹相对长度的增大而增大。

(3) 对于含复合型裂纹的动态 SCB 实验，当裂纹相对长度在 0.2～0.7 范围内时，裂尖的动态断裂韧性随着裂纹倾角的增大而减小；当裂纹倾角在 10°～30°范围内时，裂尖的动态断裂韧性随着裂纹相对长度的增大而增大。

(4) 通过采用位移外插法和静态拟合公式 2 种方法计算裂尖的动态断裂韧性，并计算相对误差发现，对于含纯Ⅰ型中心裂纹的动态 SCB 实验，当裂纹相对长度在 0.1～0.4 范围内时，可以忽略惯性效应，直接采用静态 KI 公式计算裂尖的最大断裂韧性，相对误差约 10%。对于含复合型斜裂纹的动态 SCB 实验，当裂纹相对长度在 0.2～0.4，裂纹倾角在 10°～40°范围内时，也可以直接采用静态公式计算裂尖的最大断裂韧性，相对误差小于 10%。

参考文献：

[1] Nakano M, Kashida K, Yamauchi Y, et al. Dynamic fracture initiation in brittle materials under combined mode Ⅰ/Ⅱ loading[J]. Journal De Physique IV, 1994,4(8):695-700.

[2] Yamauchi Y, Nakano M, Kishida K, et al. Measurement of fracture toughness for brittle materials under mixed-mode impact loading using center-notched disk specimen[J]. Journal of the Society of Materials Science Japan, 2000,49(12):1324-1329.

[3] Ayatollahi M R, Aliha M R M, Hassani M M. Mixed mode brittle fracture in PMMA—An experimental study using SCB specimens[J]. Materials Science and Engineering A, 2006,417(1/2):348-356.

[4] Ayatollahi M R, Aliha M R M. On determination of mode Ⅱ fracture toughness using semi-circular bend specimen [J]. International Journal of Solids and Structures, 2006,43(17):5217-5227.

[5] Aliha M R M, Ayatollahi, M R. Mixed mode Ⅰ/Ⅱ brittle fracture evaluation of marble using SCB specimen[J]. Procedia Engineering, 2011, 10: 311-318.

[6] Chen R, Xia K W, Dai F et al. Determination of dynamic fracture parameters using a semi-circular bend technique in split Hopkinson pressure bar testing[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2009, 76(9): 1268-1276.

[7] Dai F, Xia K W, et al. Rate dependence of the flexural tensile strength of Laurentian granite[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2010, 47(3): 469-475.

[8] Dai F, Xia K W, et al. Determination of dynamic rock Mode-I fracture parameters using cracked chevron notched semi-circular bend specimen[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2011, 78(15): 2633-2644.

[9] Yau J, Wang S, Corten H. A mixed-mode crack analysis of isotropic solids using conservation laws of elasticity [J]. Journal of Applied Mechanics, 1980, 47(2): 335-341.

[10] 巫绪涛，杨伯源. 数值外插法求解空间裂纹应力强度因子的研究[J]. 合肥工业大学学报，1999，22(4)：26-31.
Wu Xutao, Yang Boyuan. Study on the numerical extrapolated method for calculating the 3-D crack front stress intensity factor[J]. Journal of Hefei University of Tchnology, 1999, 22(4): 26-31.

Numerical simulation of fracture toughness test under high strain rate

Ye Bo, Wu Xutao, Hu Fenghui, Liao Li

(*School of Civil Engineering, Hefei University of Technology, Hefei* 230009, *Anhui, China*)

Abstract: In this work we conducted numerical simulations of semi-circular bending (SCB) test of steel with cracks respectively in a static condition and under impact loading, using ANSYS/LS-DYNA, a finite element software. According to the results achieved from the simulation of the static test, we have put forward the formula for the calculation of Steel Ⅰ's fitted stress intensity factor which, when applied to the calculation of the factor under the mixed-mode loading, can keep the maximum error below 10%. The simulation result of dynamic test shows that: for semi-circular bending (SCB) test of pure Steel Ⅰ under impact loading, the dynamic stress intensity factor exhibits regular variation with the change in the specimen's radius, the distance between the supports, and the relative crack length: When the specimen's radius is less than 60 mm, the distance between two supports is 1.2 and the relative crack length is in the range of 0.1 to 0.4, the inertial effect is relatively small and the error of the dynamic stress intensity factor calculated with the above formula is about 10%; when the relative crack length is 0.2 to 0.4 and the crack angle is in the range of 10° to 40°, the error of KId which is calculated with this formula is less than 10% for semi-circular bending (SCB) test under mixed-mode loading.

Key words: solid mechanics; fracture toughness; impact loading; stress intensity factor; SCB test with crack; mixed-mode loading

(责任编辑　王小飞)