DOI: 10.11883/1001-1455(2016)03-0359-11

考虑靶背自由表面和开裂影响的刚性尖头弹贯穿金属靶板模型*

肖云凯,方 秦,吴 昊,孔祥振,彭 永
(解放军理工大学爆炸冲击防灾减灾国家重点实验室,江苏 南京 210007)

摘要: 将靶体视为不可压缩材料,假定空腔膨胀产生塑性-弹性响应分区,构造了靶背自由表面效应的衰减函数。将衰减函数乘以可压缩幂次硬化材料的阻力方程,得到了弹体贯穿金属靶板的阻力函数。基于弹性衰减-塑性衰减-开裂 3 个阶段,建立了同时考虑靶体可压缩性、靶背自由表面和开裂影响的弹体贯穿有限厚金属靶板的分析模型,推导得出了弹体瞬时速度的解析方程,并采用数值方法计算得到了弹体的过载、瞬时速度和残余速度。通过与 6 组实验数据和已有模型的对比得到,当靶板厚度和弹体冲击速度在一定范围内时,需要考虑自由表面效应的影响。

关键词: 固体力学;贯穿模型;空腔膨胀理论;自由表面效应;刚性尖头弹;金属靶板
中图分类号: O346 **国标学科代码**: 13015 **文献标志码**: A

动能弹冲击贯穿金属靶体的终点弹道参数研究一直是坦克、舰船等装备研发和防护设计中关注的重点。刚性弹对金属靶的穿甲通常由侵彻过程和最终破坏模式共同控制,其终点弹道性能与弹体冲击速度、靶体材料特性以及弹靶的厚径比、弹头形状等因素密切相关[1-2]。“侵彻+延性扩孔”是尖头弹对金属靶板常见的贯穿破坏失效模式[3],针对上述破坏模式,已建立了较多模型[4-9]。

M. J. Forrestal 等[4]将靶体视为不可压缩幂次硬化材料,基于空腔膨胀理论建立了尖锥(卵)头弹体贯穿金属靶体的理论模型。Chen Xiaowei 等[5]忽略靶背自由表面效应的影响,考虑了靶体材料的可压缩性,分别建立了刚性尖头弹贯穿理想弹塑性和幂次硬化靶体的分析模型。Wen Heming[6]基于半经验公式得到了弹体贯穿不同材料靶体的终点弹道公式,同样也忽略了靶背自由表面效应的影响。吴乔国[7]和孙炜海[8]将靶体视为可压缩双线性硬化材料,基于 Wen 半经验公式,进一步构造了靶背自由表面效应的衰减函数,并将衰减函数乘以 Wen 半经验公式[6]得到了弹体贯穿的阻力函数,建立了刚性弹贯穿金属靶的分析模型,但模型预测结果不够理想,且孙炜海[8]的模型中只考虑了锥头弹冲击的情况。蒋志刚等[9]将靶体视为不可压缩理想弹塑性材料,考虑了弹体正贯穿靶体过程中的靶背自由表面效应,建立了刚性尖头弹贯穿金属靶的三阶段模型,其预测结果与实验吻合较好。可以看出,已有模型将靶体视为不可压缩材料或忽略了靶背自由表面效应的影响,均会高估阻力函数[10-12],这对于装甲防护设计偏于危险。并且,已有模型较多针对单一弹头形状,缺乏同时考虑靶体可压缩性和靶背自由表面效应且弹头形状适用范围广泛的金属靶体贯穿分析模型。

本文中基于 T. L. Warren 等[11]提出的自由表面效应衰减函数,将衰减函数乘以基于球形空腔膨胀理论得到的可压缩幂次硬化材料的阻力方程,推导金属靶体贯穿的阻力函数。建立弹体贯穿金属靶板的弹性衰减-塑性衰减-开裂三阶段模型,提出弹体瞬时速度的解析方程,并通过数值方法计算得到弹体的过载、瞬时速度和残余速度。通过与实验和已有模型的对比,对本文中的模型进行验证,同时探讨弹体冲击速度和靶板厚度对自由表面效应的影响,并分析弹靶摩擦因数对模型预测结果的影响。

* **收稿日期**: 2014-10-10; **修回日期**: 2015-01-28
基金项目: 国家自然科学基金项目(51321064,51378015)
第一作者: 肖云凯(1989—),男,博士研究生;**通信作者**: 方 秦,fangqinjs@139.com。

1 刚性尖头弹贯穿有限厚靶板模型

首先给出考虑靶背自由表面效应的阻力函数，然后建立考虑靶背自由表面和开裂影响的弹体贯穿模型，推导弹体瞬时速度的解析计算公式，同时给出弹体残余速度的数值计算方法。

1.1 考虑靶背自由表面效应的阻力函数

T. L. Warren 等[11]在计算弹体斜侵彻金属靶过程中引入了自由表面效应衰减函数：

$$f(R,r_c,\dot{r}_c)=\begin{cases}\dfrac{2Y/3\,[\ln T+1-T\,(r_c/R)^3]+0.5\rho\dot{r}_c^2\,[3+(r_c/R)^4-4(r_c/R)]}{2Y/3\,(\ln T+1)+1.5\rho\dot{r}_c^2} & R\geqslant r_p\\ \dfrac{2Y\ln(R/r_c)+0.5\rho\dot{r}_c^2\,[3+(r_c/R)^4-4(r_c/R)]}{2Y/3\,(\ln T+1)+1.5\rho\dot{r}_c^2} & R<r_p\end{cases}\tag{1}$$

式中：$T=2E/3Y$，E、Y 和 ρ 分别为靶体材料弹性模型、屈服强度和密度。R 为弹体轴线任一点沿空腔径向到达自由表面的距离，r_c 为空腔半径，$r_p=T^{1/3}r_c$ 为塑性区半径，如图 1 所示，图 1 中 v_0 为弹体冲击速度。略去空腔膨胀速度项[7]，式(1)可以改写为：

$$f(R,r_c)=\begin{cases}1-\dfrac{T\,(r_c/R)^3}{\ln T+1}, & R\geqslant r_p\\ \dfrac{3\ln(R/r_c)}{\ln T+1}, & R<r_p\end{cases}\tag{2}$$

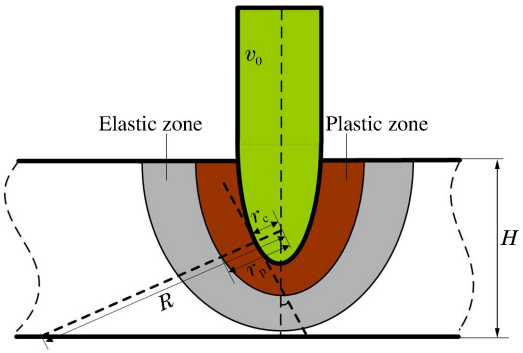

图 1 弹体冲击靶板过程中的弹塑性响应

Fig. 1 Elastic-plastic responses during projectile striking target

当 $R\geqslant r_p$ 时，塑性区边界未到达靶背自由面，空腔径向应力为弹性衰减；当 $R<r_p$ 时，则进入塑性衰减。以 Z. Rosenberg 等[13]的实验靶体参数为例，弹体冲击靶板过程中弹塑性响应如图 1 所示，衰减函数随量纲一自由表面距离的变化关系如图 2 所示。

则考虑自由表面效应的量纲一空腔径向应力 σ_n 如下式所示：

$$\sigma_n/Y=(A+Bw^2v_c^2)\,f(R,r_c)\tag{3}$$

式中：$w=\sqrt{\rho/Y}$；v_c 为空腔膨胀速度，$v_c=v\sin\phi$，v 为弹体瞬时速度，ϕ 为弹头表面任意一点处切线与弹体轴向的夹角；A 和 B 为量纲一材料系数，与材料本构和可压缩性有关。对于不可压缩材料，$B=1.5$[5]；对于可压缩材料，B 需基于空腔膨胀理论，通过拟合量纲一径向应力和瞬时速度曲线得出。

对于理想弹塑性材料，A 满足[5]：

$$A=2/3+2\ln\{E/[3(1-\gamma)Y]\}/3\tag{4}$$

式中：γ 为靶体材料的泊松比，对于不可压缩材料，$\gamma=0.5$。

对于幂次硬化材料，当材料可压缩时，A 需通过拟合量纲一径向应力和瞬时速度曲线得出。当材料不可压缩时，A 满足如下关系式[5]：

$$A=\frac{2}{3}\left[1+\left(\frac{2E}{3Y}\right)^n\int_0^{1-\frac{3Y}{2E}}\frac{(-\ln x)^n}{1-x}\mathrm{d}x\right]\tag{5}$$

式中：n 为应变硬化指数，$n=0$ 时，材料本构关系退化为不可压缩理想弹塑性模型。

1.2 考虑靶背自由表面效应和开裂的贯穿模型

以弹尖作为原点，弹体轴线方向定为 z 轴，建立如图 3 所示的坐标系。r_{c1}、r_{c2} 分别为弹性衰减阶段和塑性衰减阶段弹头表面 z 处对应的空腔半径，R_1、R_2 分别为与 r_{c1}、r_{c2} 对应的有限球体半径。基于蒋志刚等[9]提出的考虑靶背开裂影响的思想，当有限球体外表面的等效拉伸断裂应变达到靶体材料单向拉伸断裂应变时，在外表面产生裂纹，塑性阶段结束。弹塑性阶段和塑性阶段的结束条件为[9,14]：

$$R/r_c=\begin{cases}R_1/r_{c1}=T^{1/3} & \text{弹性衰减 - 塑性衰减边界}\\ R_2/r_{c2}=[1-\exp(-1.5\varepsilon_f)]^{-1/3} & \text{塑性衰减 - 开裂边界}\end{cases}\tag{6}$$

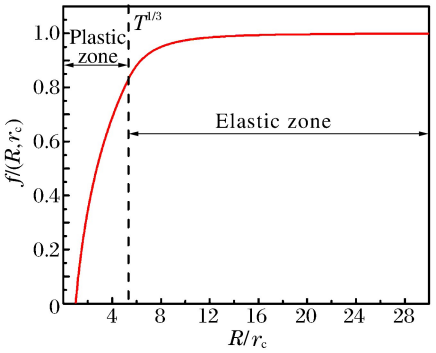

图 2　衰减函数与自由表面距离的关系

Fig. 2　Decay function vs. distance to the free surface

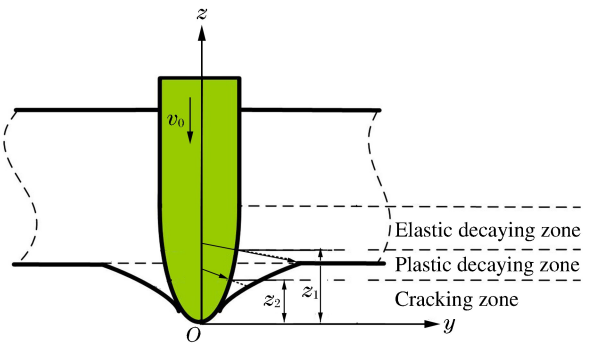

图 3　弹头表面 3 个衰减区

Fig. 3　Three decaying zones on the surface of projectile nose

式中：$R_1=(H-L_p+z+y\tan\varphi)/\sin\varphi$，$H$ 为靶板厚度；$R_2^3=R_1^3+r_{c2}^3$；L_p 为瞬时侵彻深度；$y=y(z)$ 为当前坐标系下的弹体弹头表面曲线方程；ε_f 为断裂应变。

弹体冲击贯穿靶体过程中，弹头表面应力分为 3 个区域：弹性衰减区、塑性衰减区和开裂区(靶背)，如图 3 所示。将 z_1、z_2 分别视为弹性阶段与塑性阶段、塑性阶段与靶背开裂阶段的临界点，由式(6)可得 z_1、z_2 表达式如下：

$$\begin{cases} z_1=L_p-H+(T^{1/3}-1)\,y\tan\varphi \\ z_2=L_p-H-\{1-\exp(-3\varepsilon_f/2)/[1-\exp(-3\varepsilon_f/2)]\}^{1/3}y\tan\varphi \end{cases} \tag{7}$$

考虑自由表面效应的弹头表面径向应力随坐标 z 的变化如下：

$$\sigma_n=\begin{cases} Y(A+Bw^2v^2\sin^2\varphi)\,[\ln T+1-T\,(r_c/R)^3]/(\ln T+1) & z_1\leqslant z<\min(L_p,l) \\ 3Y(A+Bw^2v^2\sin^2\varphi)\ln(R/r_c)/(\ln T+1) & z_2\leqslant z<z_1 \\ 0 & 0\leqslant z<z_2 \end{cases} \tag{8}$$

式中：l 为弹体头部长度。弹体轴向阻力公式为

$$F=\int_0^{\min(L_p,l)}2\pi y\sigma_n\tan\varphi(1+\mu\cos\varphi)\,\mathrm{d}z \tag{9}$$

式中：μ 为弹靶间的滑动摩擦因数。

忽略摩擦($\mu=0$)，将式(8)代入式(9)，对弹头表面轴向分区域积分，得弹体轴向阻力公式如下：

$$F_i=2\pi Y(Ap_i+Bw^2v^2q_i) \tag{10}$$

p_i 和 q_i 的表达式为：

$$\begin{cases} p_i=\alpha_i-T\beta_i/(1+\ln T)+3\gamma_i/(1+\ln T) \\ q_i=A_i-TB_i/(1+\ln T)+3C_i/(1+\ln T) \end{cases} \tag{11}$$

式中：$i=1,2,3$ 分别表示弹性衰减区域、弹性与塑性衰减区域以及弹性、塑性与开裂衰减区域等 3 个阶段。α_i、β_i、γ_i、A_i、B_i 和 C_i 的表达式如下：

$$\alpha_1=\int_0^t y\tan\varphi\mathrm{d}z,\quad \alpha_2=\int_{t_1}^t y\tan\varphi\mathrm{d}z,\quad \alpha_3=\alpha_2 \tag{12a}$$

$$\beta_1=\int_0^t (r_c/R_1)^3 y\tan\varphi\mathrm{d}z,\quad \beta_2=\int_{t_1}^t (r_c/R_1)^3 y\tan\varphi\mathrm{d}z,\quad \beta_3=\beta_2 \tag{12b}$$

$$\gamma_1=0,\quad \gamma_2=\int_0^{t_1} y\tan\varphi\ln(R_2/r_c)\,\mathrm{d}z,\quad \gamma_3=\int_{t_2}^{t_1} y\tan\varphi\ln(R_2/r_c)\,\mathrm{d}z \tag{12c}$$

$$A_1=\int_0^t y\tan\varphi\sin^2\varphi\mathrm{d}z,\quad A_2=\int_{t_1}^t y\tan\varphi\sin^2\varphi\mathrm{d}z,\quad A_3=A_2 \tag{12d}$$

$$B_1=\int_0^t (r_c/R_1)^3 y\tan\varphi\sin^2\varphi\mathrm{d}z,\quad B_2=\int_{t_1}^t (r_c/R_1)^3 y\tan\varphi\sin^2\varphi\mathrm{d}z,\quad B_3=B_2 \tag{12e}$$

$$C_1=0,\quad C_2=\int_0^{t_1} y\tan\varphi\sin^2\varphi\ln(R_2/r_c)\,\mathrm{d}z,\quad C_3=\int_{t_2}^{t_1} y\tan\varphi\sin^2\varphi\ln(R_2/r_c)\,\mathrm{d}z \tag{12f}$$

式中：$t=\min(L_p,l)$；$t_1=\min(z_1,l)$；$t_2=\min(z_2,l)$。对于锥头弹，ϕ 为定值，故 $q_i=p_i\sin^2\phi$。

由牛顿第二定律可得：

$$F=-m\mathrm{d}v/\mathrm{d}t=-m(\mathrm{d}v/\mathrm{d}L_p)(\mathrm{d}L_p/\mathrm{d}t)=-mv\mathrm{d}v/\mathrm{d}L_p \tag{13}$$

式中：m 为弹丸质量，v 为弹丸速度。将式(10)代入上式，令 $V=v^2$，可得：

$$\mathrm{d}V/\mathrm{d}L_p=-4\pi Y(Ap_i+Bq_iw^2V)/m \qquad i=1,2,3 \tag{14}$$

给定初始条件 $L_p=0$，$V(0)=v_0^2$，对侵彻深度 L_p 进行离散，上述微分方程可用四阶 Runge-Kutta 法求解，结束条件为弹头与弹身连接处对应的靶背出现开裂，即 $z_2=l$。

上述计算方法可适用于任意尖头弹体贯穿金属靶板的计算，包括常见的尖锥(卵)、半球头弹体以及尖轴对称弹体等。并且，控制 A 和 B 及衰减函数的取值，上述模型可以退化为已有模型[5,9]。如，当忽略自由表面效应和开裂影响时，模型可退化为 Chen-Li 模型[5]；忽略弹性阶段衰减，A 按式(4)计算($\gamma=0.5$)，$B=1.5$，模型可退化为蒋志刚模型[9]。需要说明的是，如果考虑弹靶间摩擦效应的影响，计算过程与式(10)～(14)相同，但表达式更为复杂，此处不再给出。

2 与实验数据和已有模型的对比

基于 6 组尖头弹体贯穿金属靶板的实验，以弹体贯穿靶板后的残余速度为指标，首先分析本文中模型的预测效果，然后与已有 4 个模型的预测结果进行了比较。弹体和靶体的实验参数分别见表 1 和表 2，其中：d 为弹丸直径，ρ_p 为弹丸密度。

表 1 刚性弹贯穿金属靶板实验的弹体参数

Table 1 Experimental projectile parameters in perforation of rigid projectiles into metallic targets

No.	文献	弹头形状	d/mm	ρ_p/(g·cm^{-3})	m/g	l/mm
1	[13]	锥头弹	7.1	7.85	25	10.7
2	[15]	锥头弹	8.31	18.5	26	14.83
3	[15]	锥头弹	8.31	18.5	26	14.83
4	[15]	锥头弹	8.31	18.5	26	14.83
5	[16]	卵头弹	12.9	7.83	81	21.4
6	[17]	卵头弹	20	7.85	197	33

表 2 刚性弹贯穿金属靶板实验的靶体参数

Table 2 Experimental target parameters in perforation of rigid projectiles into metallic targets

No.	文献	弹头形状	靶体材料	H/mm	E/GPa	ρ/(g·cm^{-3})	Y/MPa	γ	n
1	[13]	锥头弹	6061-T6 铝	25.4	68.9	2.71	276	0.33	0.051
2	[15]	锥头弹	5083-H131 铝	12.7	70.3	2.66	276	1/3	0.084
3	[15]	锥头弹	5083-H131 铝	50.8	70.3	2.66	276	1/3	0.084
4	[15]	锥头弹	5083-H131 铝	76.2	70.3	2.66	276	1/3	0.084
5	[16]	卵头弹	6061-T651 铝	26.3	69	2.71	262	0.33	0.085
6	[17]	卵头弹	5083-H116 铝	20	71	2.66	240	0.33	0.108

2.1 与已有实验对比

图 4 分别给出了表 1 中 6 组锥(卵)头弹体贯穿金属靶板后剩余速度 v_r 的实验数据和本文模型的预测曲线。其中 Z. Rosenberg 等[13]实验中 $A=4.407$，$B=1.133$[18]，断裂应变取为 0.17[9]；M. J. Forrestal 等[15]实验中 $A=4.5$，$B=1.084$[19]，断裂应变取为 0.13[20]；A. J. Piekutowski 等[16]实验中 $A=4.407$，$B=1.133$[18]，断裂应变取为 0.17[9]；T. Børvik 等[17]实验中 $A=4.5$，$B=1.084$，断裂应变取为 0.31[9]。可以看出，本文模型对 6 组锥(卵)头弹体贯穿铝靶实验的预测效果均较好。

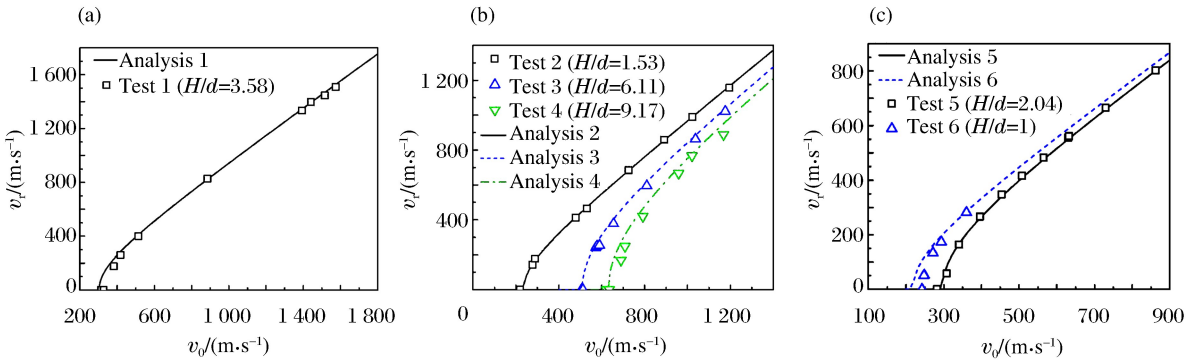

图 4　本文模型剩余速度预测曲线与实验数据的对比

Fig. 4　Comparison of residual velocities between proposed model and experimental data

2.2　与已有模型的对比

针对延性扩孔破坏模式，刚性尖头弹正贯穿金属靶板的理论分析模型主要有 Forrestal-Warren(F-W)模型[4]、Chen-Li 模型[5](C-L)、Wen Heming (WHM)模型[6]和蒋志刚(JZG)模型[9]。基于表 1 中的 6 组实验，本节综合比较了上述模型和本文模型的预测效果，结果如图 5 所示。图 5(e)和(f)中未给出 JZG 模型的分析结果，是由于实验 5 和 6 弹体参数不满足该模型的计算条件[21]。

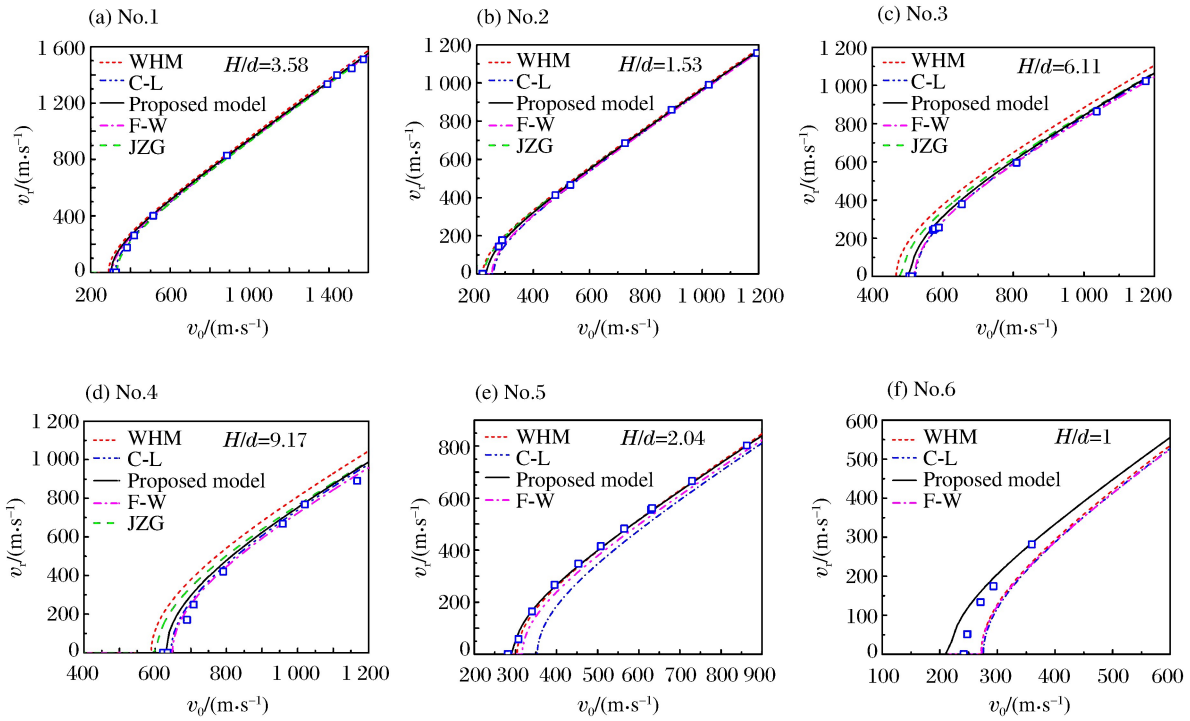

图 5　本文模型剩余速度预测曲线与已有模型及实验数据的比较

Fig. 5　Comparison of predictions of residual velocities between the model of this paper and other models

由图 5 可以看出，靶板较厚时，WHM 和 JZG 模型对弹体残余速度预测结果偏大，而靶板较薄的情况下，C-L 和 F-W 模型的预测结果则偏小。本文中模型与各实验的预测均较理想，只有在靶板很厚时(图 5(d))，本文中模型的预测结果偏大，主要原因在于，随着靶板厚度的增加，弹靶接触面的滑动摩擦力做功耗能增大，而本文的计算结果忽略了摩擦的影响，关于摩擦的影响将在第 4 节讨论。

3 自由表面效应的影响

3.1 自由表面效应对模型预测结果的影响

图 6 分别给出了表 1 中 6 组贯穿实验的考虑自由表面效应(衰减函数见式(2))和不考虑自由表面效应(衰减函数 $f(R,r_c)=1$)的预测曲线。

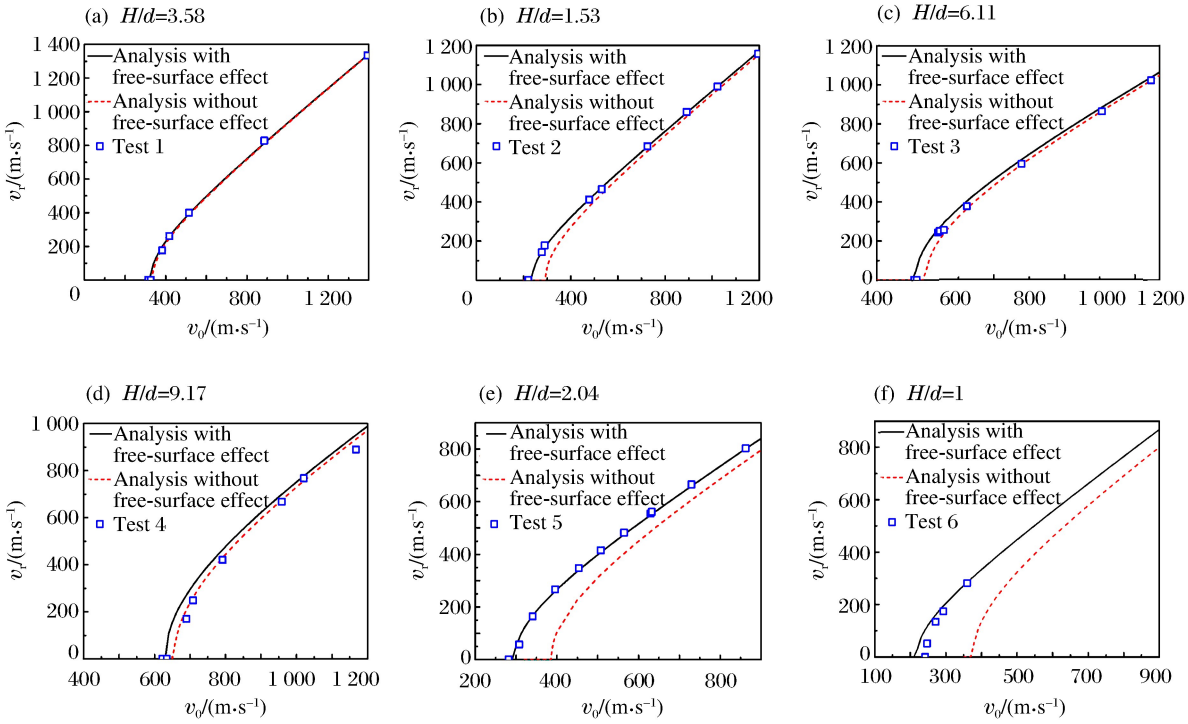

图 6 自由表面效应对 6 组贯穿实验残余速度预测的影响

Fig. 6 Free-surface effect on the prediction of residual velocities for six sets of experimental data

由图 6 可见,当靶体厚度较小时,如 $1\leqslant H/d\leqslant 3.58$,考虑自由表面效应的模型预测结果明显优于不考虑自由表面效应的预测结果,这是由于靶板较薄的情况下,弹体头部入靶后,弹性衰减阶段时间较短,弹体头部区域很快进入塑性衰减阶段,自由表面效应衰减的能量占总耗能的百分比较大,自由表面效应影响显著。当靶板较厚时,如 $H/d\geqslant 6.11$,忽略自由表面效应影响的预测结果更接近实验数据,其原因在于当靶板较厚时:(1)弹性衰减阶段的时间较长,自由表面效应衰减的能量占总耗能的百分比较小;(2)弹靶间滑动摩擦力做功消耗能量较大,而本文计算时忽略了摩擦的影响。

3.2 冲击速度对自由表面效应的影响

以实验 1 弹靶参数为例,讨论侵彻和贯穿 2 种情况下,冲击速度对自由表面效应的影响。在靶板厚度一定的条件下,当弹体冲击速度小于弹道极限速度时(侵彻情形),采用本文模型计算得到的考虑和不考虑自由表面效应的弹体瞬时速度和过载变化曲线如图 7 所示,图中 $v_{bl}=301.9$ m/s 为弹道极限速度(一定厚度下,弹体临界贯穿靶板的最小速度,见图 4(a))。当弹体冲击速度大于弹道极限速度时(贯穿情形),本文模型计算得到的曲线如图 8 所示。$z_1=0$ 表示弹尖部分进入塑性衰减,$z_2=l$ 表示弹体弧柱交接处对应的靶背开裂,弹体贯穿靶体,计算终止。

由图 7~8 可以看出,靶背自由表面效应对于侵彻和贯穿问题均有影响,本文的计算方法不仅适用于贯穿问题的计算,也能有效计算有限厚靶板的侵彻问题,具体的:

(1) 图 7 表明,当弹体冲击速度小于弹道极限速度时(侵彻情形),随着冲击速度的减小,靶背自由表面效应的影响逐渐减弱,主要原因在于,靶厚一定时,速度越小,弹体离靶背自由表面的距离越远,自

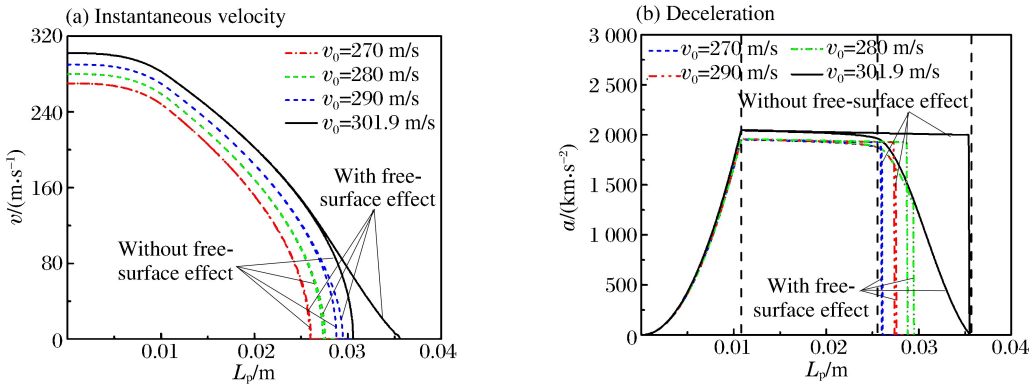

图 7　侵彻情形下冲击速度对自由表面效应的影响

Fig. 7　Influence of impact velocity on free-surface effect while the projectile penetrating into the target

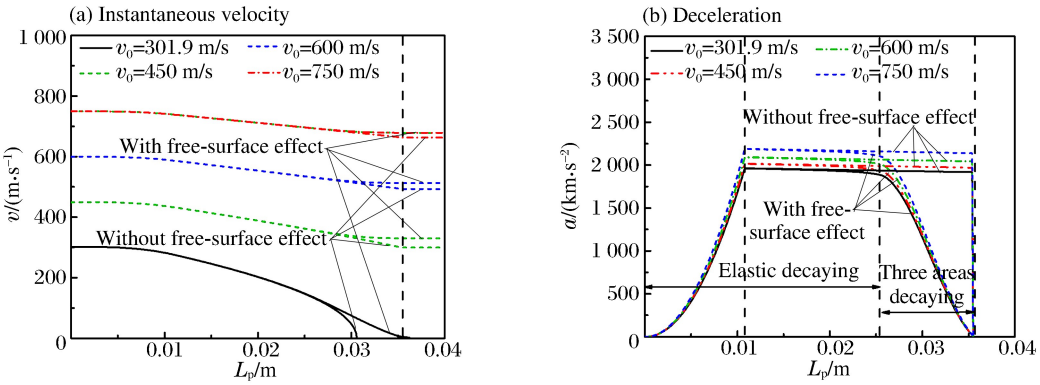

图 8　贯穿情形下冲击速度对自由表面效应的影响

Fig. 8　Influence of impact velocity on free-surface effect while the projectile penetrating through the target

由表面的影响越弱，当弹体冲击速度为 270 m/s 时，考虑自由表面效应和不考虑自由表面效应计算得到的侵彻深度相差 0.38%，已经可以忽略不计；

(2) 图 8 表明，当弹体冲击速度大于弹道极限速度时(贯穿情形)，随着冲击速度的增大，靶背自由表面效应影响逐渐减弱，这是由于速度越大，弹体贯穿靶板时间越短，自由表面效应的累计衰减越小，当冲击速度为 750 m/s 时，考虑自由面效应和不考虑自由面效应计算得到的残余速度仅差 2.3%；

(3) 由图 7(b)和图 8(b)可以看出，速度的增加对弹体过载的峰值影响较小，以图 8(b)为例，弹体冲击速度增加 98.7%时，过载增加 6.5%，冲击速度增加 148.4%时，过载则增加 11.5%。上述计算得到的不考虑自由表面效应的弹体过载曲线与 M. J. Forrestal 等[22]在混凝土靶侵彻实验中实测曲线及其速度影响规律一致；考虑自由表面效应的弹体过载曲线存在“减速度拖曳”现象，这与陈小伟等[23]和 Wu Hao 等[24]的结论相同。

上述结论是基于固定靶板厚度得出，仅讨论了冲击速度的影响，对于靶板厚度的影响，见 3.3 节。

3.3　靶板厚度对自由表面效应的影响

本节中对弹体冲击速度一定且小于弹道极限速度时(即侵彻情形)，不同靶板厚度下靶背自由表面效应的影响进行分析。取本文中计算得到的表 1 中 6 组实验弹道极限速度为初始冲击速度 v_0，弹体侵彻深度随靶板厚度变化曲线如图 9 所示，图中 $H_1 \sim H_6$ 为表 1 中六组实验靶板厚度，H_0 为本文计算中可以不考虑自由表面效应的临界厚度，当 $H > H_0$ 时靶板可以视为无限厚。取 H/d 变化步长为 0.1，当前后 2 步的 L_p/d 增加值为 0.001 时的 H/d 定义为 H_0/d。本文中定义弹体贯穿靶板为弹体弧柱交接处对应的靶背出现开裂，即 $z_2 = l$。

可以看出，当弹体冲击速度一定且小于弹道极限速度时(即侵彻情形)，随着靶板厚度的增加，靶背

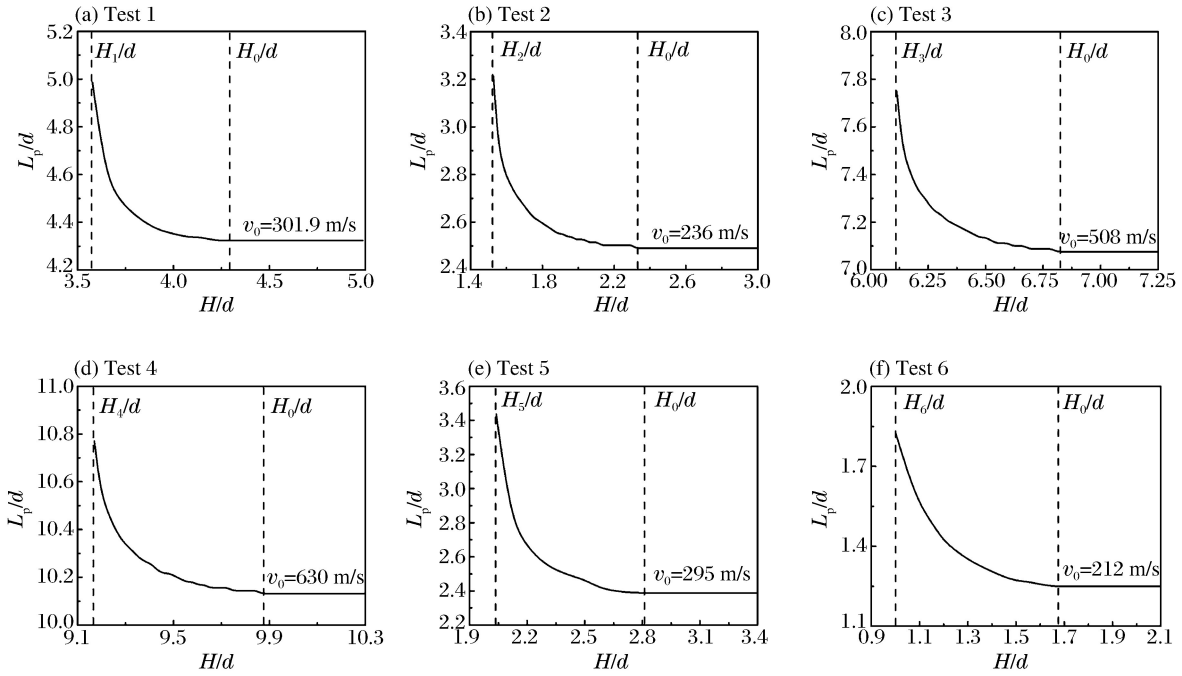

图 9 弹体侵彻深度随靶板厚度的变化

Fig. 9 Depth of penetration vs. plate thickness

自由表面效应影响逐渐减弱，弹体轴向阻力增大，侵彻深度随之减小，直至趋于定值，此时靶背自由表面效应可忽略。对上述 6 组模型预测的临界半无限靶板厚度 H_0/d 进行分析，引入冲击因子 I_0：

$$I_0 = mv_0^2/(Yd^3) \tag{15}$$

式中：H_0 与 I_0 关系如图 10 所示，通过线性拟合 6 组数据，得到：

$$H_0/d = kI_0 + k_1 \tag{16}$$

式中：$k=0.134\,81$，$k_1=1.128\,79$。

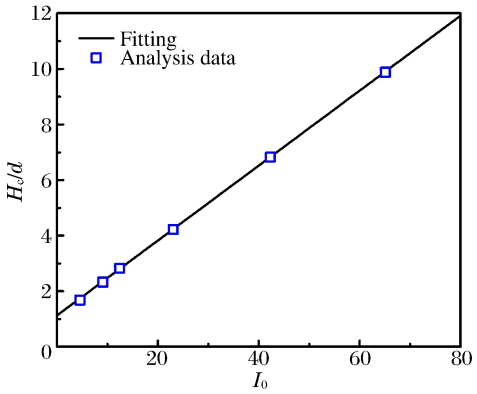

图 10 半无限临界靶板厚度与冲击因子关系

Fig. 10 Semi-infinite critical plate thickness vs. impact factor

本文定义弹体贯穿靶板条件为弹体弧柱交接处对应的靶背出现开裂，而视其未开裂时为侵彻问题，基于此前提进行数值计算。然而对于大多数侵彻问题而言，靶体可视为半无限厚的条件为弹尖部位不穿出靶背（即靶背不开裂）且自由表面效应的影响可以忽略，所以，该条件下侵彻中可不考虑自由表面效应的临界厚度 H^{**} 为在本文计算的 H_0 基础下增加弹头长度项，则式(16)改写为：

$$H^{**} = (kI_0 + k_1)\,d + l \tag{17}$$

对于弹体冲击有限厚金属靶板，当靶板厚度 $H > H^{**}$ 时，靶体可视为半无限厚，反之应考虑靶背自由表面效应影响。而当靶厚 H 一定时，由式(17)可得，当弹体初始冲击因子满足 $I_0 < I_0^* = [(H-l)/d - k_1]/k$ 时，靶体同样可视为半无限厚，反之则需要考虑靶背自由表面效应影响。

事实上，综合 3.2 和 3.3 节分析可以看出，对于靶板厚度一定时，弹体初始冲击因子存在区间[I_0^*，I_0^{**}]，其中 $I_0^* < I_{BL} < I_0^{**}$，$I_{BL}$ 为弹体临界贯穿靶板的初始冲击因子，当 $I_0^* < I_0 < I_0^{**}$ 时，需要考虑靶背自由表面效应影响；反之可忽略自由表面效应影响。同样，弹体初始冲击因子一定时，靶板厚度存在

区间$[H^*, H^{**}]$，其中 $H^* < H_{PL} < H^{**}$，H_{PL}为弹体临界贯穿的靶板厚度，当 $H^* < H < H^{**}$ 时，需要考虑靶背自由表面效应影响；反之可忽略自由表面效应影响。上述分析为弹体终点弹道参数的计算提供了参考。

上述计算中只得到了 H^{**} 和 I_0^*，而未得到 H^* 和 I_0^{**}，其原因在于：当 $H < H^*$，即 $I_0 > I_0^{**}$ 时，冲击速度较高，靶板相对较薄，破坏模式不再为单一的延性扩孔，而是整体变形和冲塞等多种破坏模式的耦合，上述计算方法不再适用；另外弹体也可能产生侵蚀，不能再视为刚体。

4　弹靶摩擦因数的影响

随着靶板厚度的增加，弹靶交界面的滑动摩擦力做功耗能增大，而忽略摩擦的影响会导致模型对残余速度预测偏高。考虑弹靶接触面的滑动摩擦，对表 1 中实验 4 和实验 5 的残余速度的预测结果进行分析。对于实验 4 和 5 中锥头弹贯穿铝靶，M. J. Forrestal 等[15]建议摩擦因数取为0.02，而黄徐利等[25]建议取为0.1，图 11 给出了不同摩擦因数下本文模型对 2 组较厚靶板残余速度的预测曲线。

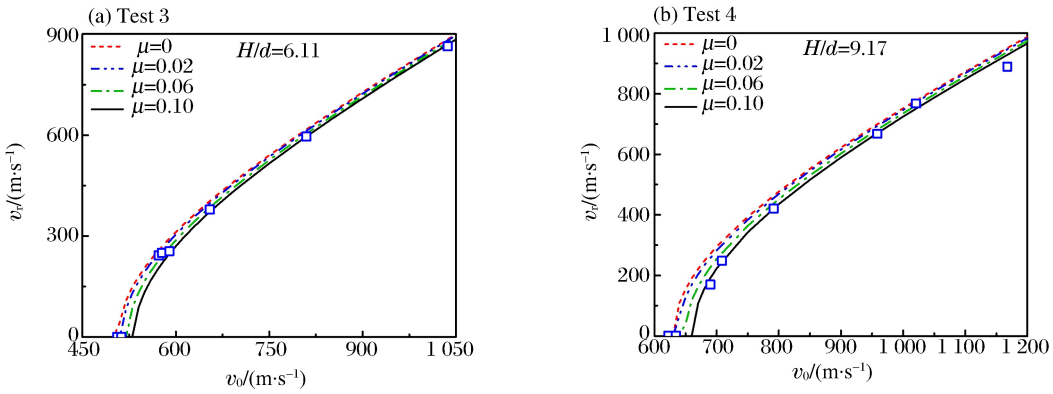

图 11　不同摩擦因数下弹体初始速度与残余速度

Fig. 11　Residual velocities vs. initial velocities at different friction coefficient

由图 11 可见，靶板较厚时，弹靶交界面的滑动摩擦对残余速度的影响较大，且摩擦因数取为0.1时，预测效果最好，这与黄徐利等[25]的结论一致。

5　结　论

（1）建立了同时考虑靶体可压缩性、靶背自由表面效应和开裂影响的弹体贯穿有限厚金属靶板的分析模型，采用该模型既可以计算贯穿问题，也可以计算有限厚靶板的侵彻问题，模型预测结果与实验数据吻合较好，且模型在特殊条件下可退化成已有模型。

（2）本文模型可用于计算任一尖头弹体冲击贯穿金属靶板的终点弹道参数，包括常见的尖锥（卵）、半球头弹体以及尖轴对称弹体等。

（3）当靶板厚度一定时，弹体初始冲击因子存在区间$[I_0^*, I_0^{**}]$，当 $I_0^* < I_0 < I_0^{**}$ 时，需要考虑靶背自由表面效应的影响；反之可以忽略自由表面效应的影响。同样，当弹体初始冲击因子 I_0 一定时，靶板厚度存在区间$[H^*, H^{**}]$，当 $H^* < H < H^{**}$ 时，需要考虑靶背自由表面效应的影响；反之可以忽略自由表面效应的影响。

（4）靶板较厚时，需要考虑弹靶间滑动摩擦的影响，且对于锥头弹，摩擦因数取 0.1 较合适。

参考文献：

[1]　陈小伟. 穿甲/侵彻问题的若干工程研究进展[J]. 力学进展，2009，39(3)：316-351.
Chen Xiaowei. Advances in the penetration/perforation of rigid projectiles[J]. Advances in Mechanics, 2009, 39(3): 316-351.

[2] 肖云凯,吴昊,方秦,等.穿甲弹冲击多层金属靶板终点弹道参数的研究进展[J].防护工程,2014,36(3):52-68.
Xiao Yunkai, Wu Hao, Fang Qin, et al. Review on the terminal ballistic parameters of the armor-piercing penetrator striking the multi-layered metallic shields[J]. Projective engineering, 2014,36(3):52-68.

[3] 蒋志刚,曾首义,周建平.尖头弹丸撞击下金属靶板弹道极限的两种工程模型[J].应用力学学报,2005,22(1):21-25.
Jiang Zhigang, Zeng Shouyi, Zhou Jianping. The two engineering models of ballistic limits for sharp-nosed projectile striking metallic plates[J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2005,22(1):21-25.

[4] Forrestal M J, Warren T L. Perforation equations for conical and ogive nose rigid projectiles into aluminum target plates[J]. International Journal of Impact Engineering, 2009,36(2):220-225.

[5] Chen Xiaowei, Li Qingming. Perforation of a thick plate by rigid projectiles[J]. International Journal of Impact Engineering, 2003,28(7):743-759.

[6] Wen Heming. Predicting the penetration and perforation of targets by projectiles at normal incidence[J]. Mechanics of Structures and Machines, 2002,30(4):543-577.

[7] 吴乔国.不同材料靶板的抗弹性能研究[D].合肥:中国科学技术大学,2012.

[8] 孙炜海.锥头弹丸正撞击下金属靶板破坏模式的理论和数值模拟研究[D].合肥:中国科学技术大学,2009.

[9] 蒋志刚,曾首义,周建平.中等厚度金属靶板的三阶段贯穿模型[J].兵工学报,2007,28(9):1046-1052.
Jiang Zhigang, Zeng Shouyi, Zhou Jianping. A three-stage model for the perforation of moderately thick metallic plates[J]. Acta Armamentarii, 2007,28(9):1046-1052.

[10] Luk V K, Forrestal M J, Amos D E. Dynamic spherical cavity expansion of strain-hardening materials[J]. Journal of Applied Mechanics, 1991,58(1):1-6.

[11] Warren T L, Poormon K L. Penetration of 6061-T6511 aluminum targets by ogive-nosed VAR 4340 steel projectiles at oblique angles: Experiments and simulations[J]. International Journal of Impact Engineering, 2001,25(10):993-1022.

[12] 孔祥振,方秦,吴昊.考虑靶体自由表面和开裂区影响的可变形弹体侵彻脆性材料的终点弹道分析[J].兵工学报,2014,35(6):814-821.
Kong Xiangzhen, Fang Qin, Wu Hao. Ballistics study of the deformable projectile penetrating brittle material targets with the free-surface and crack region effects[J]. Acta Armamentarii, 2014,35(6):814-821.

[13] Rosenberg Z, Forrestal M J. Perforation of aluminum plates with conical-nosed rods-additional data and discussion [J]. Journal of Applied Mechanics, 1988,55(1):236-238.

[14] Wen Heming. Deformation and t earing of clamped work-hardening beams subjected impulsive loading[J]. International Journal of Impact Engineering, 1996,18(4):425- 433.

[15] Forrestal M J, Luk V K, Brar N S. Perforation of aluminum armor plates with conical-nose projectiles[J]. Mechanics of Materials, 1990,10(1):97-105.

[16] Piekutowski A J, Forrestal M J, Poormon K L, et al. Perforation of aluminum plates with ogive-nose steel rods at normal and oblique impacts[J]. International Journal of Impact Engineering, 1996,18(7):877-887.

[17] Børvik T, Forrestal M J, Warren T L. Perforation of 5083-H116 aluminum armor plates with ogive-nose rods and 7.62 mm APM2 bullets[J]. Experimental Mechanics, 2010,50(7):969-978.

[18] Forrestal M J, Brar N S, Luk V K. Penetration of strain-hardening targets with rigid spherical-nose rods[J]. Journal of Applied Mechanics, 1991,58(1):7-10.

[19] 周辉.弹塑性材料中的空穴膨胀理论及其在侵彻力学中的应用[D].合肥:中国科学技术大学,2004.

[20] Tucker M T, Horstemeyer M F, Whittington W R, et al. The effect of varying strain rates and stress states on the plasticity, damage, and fracture of aluminum alloys[J]. Mechanics of Materials, 2010,42(10):895-907.

[21] 肖云凯,方秦,吴昊,等.刚性尖头弹扩孔贯穿金属靶板理论模型的讨论[J].振动与冲击,2016,35(1):195-215.
Xiao Yunkai, Fang Qin, Wu Hao, et al. Discussions on the ductile hole expansion perforation models for the rigid sharp-nosed projectile perforating metallic plate[J]. Journal of Vibration and Shock, 2016,35(1):195-215.

[22] Forrestal M J, Frew D J, Hickerson J P, et al. Penetration of concrete targets with deceleration-time measurements[J]. International Journal of Impact Engineering ,2003,28(5):479-497.

[23] 陈小伟，金建明. 动能深侵彻弹的力学设计(Ⅱ)：弹靶的相关力学分析与实例[J]. 爆炸与冲击，2006，26(1)：71-78.
Chen Xiaowei, Jin Jianming. Mechanics of structural design of EPW (Ⅱ): Analyses on the design of EPW projectiles, concrete targets and examples[J]. Explosion and Shock Waves, 2006, 26(1): 71-78.

[24] Wu Hao, Fang Qin, Peng Yong, et al. Hard projectile perforation on the monolithic and segmented RC panels with a rear steel liner[J]. International Journal of Impact Engineering, 2014, 76: 232-250.

[25] 黄徐利，陈小伟，梁冠军. 尖头弹穿甲韧性金属靶模型分析[J]. 爆炸与冲击，2011，31(5)：490-496.
Huang Xuli, Chen Xiaowei, Liang Guanjun. Analysis on perforation of ductile metallic plates by a rigid sharp-nosed projectile[J]. Explosion and Shock Waves, 2011, 31(5): 490-496.

A model for rigid sharp-nosed projectile perforating metallic targets considering free-surface and cracking effects

Xiao Yunkai, Fang Qin, Wu Hao, Kong Xiangzhen, Peng Yong
(*State Key Laboratory of Disaster Prevention & Mitigation of Explosion & Impact, PLA University of Science & Technology, Nanjing* 210007, *Jiangsu, China*)

Abstract: Treating the target as the incompressible material, by assuming that the cavity expansion produce plastic-elastic response region, the decay function for the back free-surface effect of target is constructed. The forcing function of metallic targets for perforation is obtained by multiplying the forcing function of compressible Strain-Harding targets with the decay function. Based on the three stage of elastic-decaying, plastic-decaying and cracking, the analytical model considering the compressibility, the back free-surface effect of target and cracking is established, and the analytical equation of instantaneous velocity of projectile is deduced. The deceleration, instantaneous and residual velocity of projectile is calculated by numerical methods. Through comparison with six sets of experimental data and other existing models, with the target thickness and impact velocity in a certain range, the free-effect should be considered.

Key words: solid mechanics; perforation model; theory of cavity expansion; free-surface effect; rigid sharp-nosed projectile; metallic plate

(责任编辑　王小飞)