DOI: 10.11883/1001-1455(2016)01-0069-06

# 偏心对称起爆战斗部破片初速的增益*

王 力,韩 峰,陈 放,马晓青
(北京理工大学爆炸科学与技术国家重点实验室,北京 100081)

**摘要**: 在极坐标下基于弹塑性基本方程建立了壳体膨胀的运动方程,且考虑了两点对称偏心起爆的碰撞效应,利用 Whitham 方法对两对称爆轰波的碰撞叠加进行了计算,得到了三波点的迹线、马赫波超压及马赫杆的高度等参数。通过联合求解,导出了马赫波区破片的初速计算公式,并利用 AUTODYN 软件进行了数值模拟,理论计算与数值模拟结果符合较好,验证了理论模型的可靠性。计算结果表明,两点对称偏心起爆时定向区破片初速增益超过 30%,起爆点的夹角变化对破片的初速大小及飞散偏转影响并不明显。

**关键词**: 爆炸力学;马赫效应;AUTODYN 软件;偏心起爆;爆轰波
**中图分类号**: O381 **国标学科代码**: 1303510 **文献标志码**: A

偏心起爆战斗部是一种定向战斗部,它利用对爆轰波形的调整,可以大大提高目标定向方向上的破片速度和密度,从而实现对目标的高效定向毁伤。冯顺山等[1]利用实验回归方法给出了单点偏心起爆时的破片初速计算的经验公式,王树山等[2]和王晓英等[3]分别利用实验和数值模拟对不同起爆方式的偏心战斗部进行了研究,叶小军等[4]利用能量分配原理对单点起爆的偏心战斗部破片初速进行了预测,陈放等[5]利用等效装药原理将规则圆柱形装药等效为椭圆形,对单点偏心起爆时的破片初速进行了预估。这些研究多是对预制破片战斗部和单点偏心起爆的研究,且多数是半理论半经验的公式,往往不能直接用于工程计算,需要辅以相应的实验数据得到的参数才能够运用。

本文中,将从圆柱形壳体在两点对称偏心起爆条件下的膨胀效应出发,基于弹塑性基本方程,并利用壳体绝热膨胀的运动方程,将对称爆轰波的碰撞效应与壳体运动方程结合,导出破片的初速计算公式,减少对实验数据的依赖,并利用 AUTODYN 数值模拟软件对计算结果进行验证。

## 1 理论模型

### 1.1 对称爆轰波的碰撞

两线对称起爆时,取其截面进行研究,则可看作是两点起爆。如图 1 所示,当装药在 $O_1$ 和 $O_1'$ 两点同时起爆后,分别以这两点为中心发出两个等强度的球面爆轰波。两爆轰波在传播过程中会相互碰撞,而两强度相等的爆轰波进行碰撞可视为其中一个爆轰波对刚性壁面的反射,取碰撞点附近的微小区域为研究对象,则在该微小区域内,可以把流动看成是等熵无旋的。于是把碰撞点附近的曲形爆轰波波阵面的碰撞作为平面波的碰撞进行研究[6]。

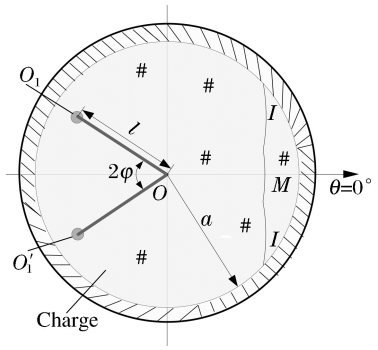


图 1 起爆方式示意图

Fig. 1 Diagram of initiation

两爆轰波相互碰撞过程中,在碰撞点附近会造成相对于 CJ 爆压很强的局部超压。在入射角较小时发生的是规则反射,随着爆轰波入射角的增大,规则反射过渡为非正规的马赫反射。如图 2 所示,图中 $OI$ 为入射爆轰波,$OR$ 为反射冲击波,$OT$ 为马赫爆轰波。Ⅰ区为未爆炸药区,Ⅱ区是高压爆轰产物区,Ⅲ区为反射冲击波后区,Ⅳ区为马赫波后区。如图 3 所示,图中 $O_1$ 为起爆点,$O_2$ 为马赫反射起始点,$I$ 为爆轰波波阵面,$O_2S$、壳体内壁与 $x$ 轴围成的区域为马赫波区。

* **收稿日期**: 2014-06-30; **修回日期**: 2014-10-25
**第一作者**: 王 力(1989— ),男,博士研究生,w-li163@163.com。

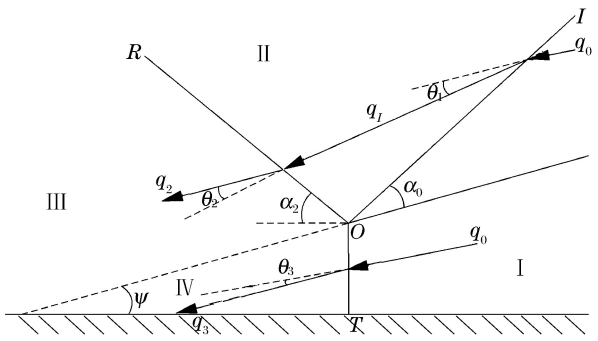


图 2 马赫反射示意图

Fig. 2 Diagram of Mach reflection

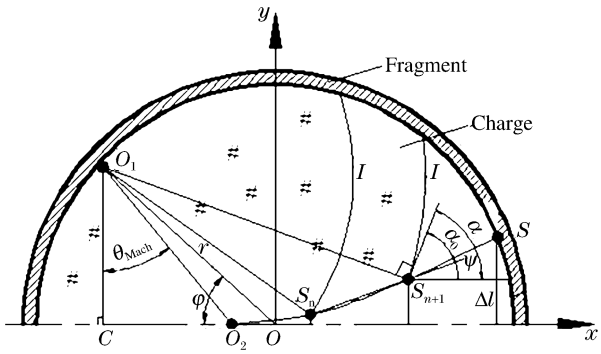


图 3 爆轰波传播示意图

Fig. 3 Diagram of explosive wave propagation

由于爆轰波的碰撞产生的超压只出现在碰撞点附近的局部区域，作如下假设：忽略碰撞产生的反射波对于马赫波区破片的影响；忽略稀疏波的影响；认为马赫杆是垂直于刚壁面的直线型。

三波点迹线的计算方法如下。

(1)确定马赫反射的起始点 $O_2$ 的坐标($x_{O_2}$，$y_{O_2}$)。

根据激波极曲线法，可以计算发生马赫反射的临界角 $\theta_{\mathrm{Mach}}$，则根据几何关系可得：

$$x_{O_2}=r\sin\varphi\sin\theta_{\mathrm{Mach}}-r\cos\varphi,\qquad y_{O_2}=0 \tag{1}$$

(2)迭代求解马赫反射下一点 $S_n$ 的坐标为($x_n$，$y_n$)。

令 $x_{n+1}=x_n+\delta h$，$\delta h$ 为迭代步长；$S_n$ 点处的爆轰波入射角，可根据几何关系求得：

$$\alpha=\frac{r\cos\varphi+x_n}{r\sin\varphi-y_n} \tag{2}$$

根据几何关系有：

$$\tan\psi=\frac{y_{n+1}-y_n}{x_{n+1}-x_n} \tag{3}$$

利用 Whitham 方法确定马赫反射时三波点迹线的切向角：

$$\tan\psi=\frac{A_{\mathrm{W}}}{M_{\mathrm{W}}}\sqrt{\frac{M_{\mathrm{W}}^2-M_0^2}{A_0^2-A_{\mathrm{W}}^2}} \tag{4}$$

式中：带下标 0、W 的量分别表示爆轰波和马赫波的参量，$M$ 是马赫数，CJ 爆轰条件下 $M_0=(1+\gamma)/\gamma$，绝热指数 $\gamma=3$，面积函数为：

$$A_{\mathrm{W}}=A_0\left(\frac{M_0^2-1}{M_{\mathrm{W}}^2-1}\right)^{1/K}\qquad K(M)=0.4+0.1M^{-2} \tag{5}$$

穿过马赫杆流团的转角 $\theta'$ 为：

$$\tan\theta'=\frac{\sqrt{M_{\mathrm{W}}^2-M_0^2}\sqrt{A_0^2-A_{\mathrm{W}}^2}}{A_{\mathrm{W}}M_{\mathrm{W}}+A_0M_0} \tag{6}$$

式中：$\alpha=\pi/2-\theta'$，$\alpha$ 是入射角。

根据以上关系迭代求解，即可得 $S$ 点的坐标，同理，可求得 $S_{n+1}$ 的坐标。

(3)求得一系列的三波点上的坐标连起来，即为三波点的迹线。

通过上述方法，即可求解得到不同起爆方式下，产生的马赫效应的各参数，如马赫波的波速 $M_{\mathrm{W}}$、三波点迹线[7]，结合波阵面上的守恒条件，即可求解得到壁面处的超压 $p'$，具体求解过程参见文献[8]。

### 1.2 壳体膨胀的运动方程

仅对马赫波区的破片的膨胀初速进行分析，取马赫波区为研究对象，如图 4 所示。其中，$R$ 为马赫反射起始点 $O_2$ 到壳体内壁任意点的距离；$a$ 为几何中心 $O$ 到壳体内壁任意点的距离。

由几何关系可得：

$$R=\sqrt{(a\cos\theta+l)^2+a^2\sin^2\theta} \tag{7}$$

对于战斗部，单轴 2～3 个点起爆（线起爆），预计在远离起爆点区域内形成破片和速度增益。为简化问题，假定：分析壳体在爆轰压力下膨胀与变形的总体效应，满足线引爆条件；壳体在爆轰压力下向外膨胀，仅壳体周向膨胀，破片周向运动，忽略轴向运动；壳体在爆炸载荷下膨胀与破裂属于大变形，忽略弹性，采用理想刚塑性材料模型。在壳体内取单元体，以战斗部几何中心为原点建立坐标系，则单元体沿径向和切向的运动方程为：

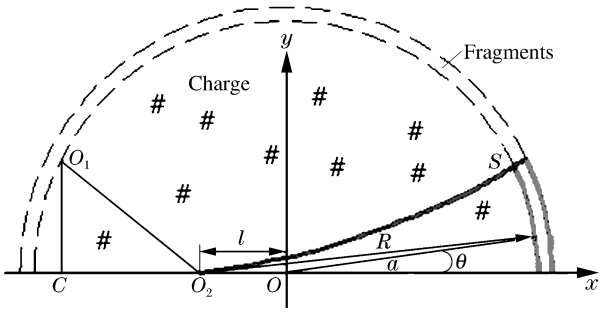


图 4　马赫区壳体膨胀过程示意图

Fig. 4　Diagram of expansion process in Mach domain

$$\frac{\partial\sigma_r}{\partial r}+\frac{\sigma_r-\sigma_\theta}{r}=\rho_m\frac{\mathrm{d}u_r}{\mathrm{d}t} \tag{8}$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial\sigma_\theta}{\partial\theta}=\rho_m\frac{\mathrm{d}(r\omega)}{\mathrm{d}t} \tag{9}$$

对于预制破片战斗部，则不考虑切向运动，即只需求解径向运动方程(8)。由 Von-Miss 屈服准则及平面应变条件（取刚塑性模型，$L=0.5$），则：

$$\sigma_\theta-\sigma_r=1.15Y \tag{10}$$

式中：$u_r$、$\sigma_r$为单元体的径向速度与径向应力；$\omega$、$\sigma_\theta$为单元体角速度与切向应力；$\rho_m$为壳体密度。

**1.2.1**　径向速度

由于壳体不可压缩，即 $r-a=r_0-a_0$，并由壳体内壁条件 $r=a$ 时，$\sigma_r=-p_m$，得到：

$$\sigma_r=-p_m+1.15Y\ln(r/a)+\rho_m(r-a)\mathrm{d}u_a/\mathrm{d}t \tag{11}$$

由壳体外壁条件，当 $r=a+h$ 时，$\sigma_r=0$，由式(11)得到：

$$\frac{\mathrm{d}u_a}{\mathrm{d}t}=\frac{p_m-1.15Y\ln(a+h)/a}{\rho_m h} \tag{12}$$

爆轰产物随壳体绝热膨胀过程中，若绝热指数 $\gamma=3$，则压力与体积关系为：

$$p/p_0=(V/V_0)^3 \tag{13}$$

式中：$p$ 为壳体膨胀过程中的压力；$V_0$为炸药爆轰完的瞬时体积；$V$ 为壳体膨胀过程中的体积；$p_0$为炸药爆轰完的瞬时压力。考虑爆轰波对称碰撞的马赫效应，有：

$$p_0=(p_{CJ}+p')/4 \tag{14}$$

式中：$p_{CJ}$为 CJ 爆压，$p_{CJ}=\rho_0D^2/4$；$p'$为马赫波到达壁面处的初始压力。

若不考虑轴向运动，体积膨胀与半径平方成正比。另外，由于偏心起爆，产物沿径向各方向膨胀各不相同，是 $\theta$ 的函数，因此体积与半径近似条件表示为 $V_0/V=(R_0/R)^2$；爆轰产物膨胀时，一部分能量使壳体膨胀与变形，另一部分能量留在产物中随壳体向外膨胀，因此压力 $p$ 也可近似写成：

$$p_m=p_0\left(\frac{R_0}{R}\right)^6 \tag{15}$$

式中：$p_m$为使壳体膨胀与变形的压力。

将式(15)代入式(12)，积分得：

$$\frac{1}{2}u_a^2=\frac{1}{\rho_m h}\left(-1.15Y\int\ln\frac{a}{a+h}\mathrm{d}a+p_0R_0^6\int\frac{1}{R^6}\mathrm{d}a\right) \tag{16}$$

又因为 $R=\sqrt{a^2+l^2+2al\cos\theta}$，所以$\dfrac{\mathrm{d}R}{\mathrm{d}a}=\dfrac{a+l\cos\theta}{R}$，即 $\mathrm{d}a=\dfrac{R\mathrm{d}R}{\sqrt{R^2-l^2\sin^2\theta}}$，将初始条件 $a=a_0$、$\mu_a=0$ 代入式(16)，即可导出破片径向飞散速度公式。由于积分结果比较复杂，不便直接给出计算表达式，本文中直接利用 Matlab 符号运算进行积分运算。

### 1.2.2 切向速度

对于半预制或自然破片壳体,壳体主要受到切向应力的作用而产生飞散偏转。根据壳体膨胀的运动方程可知,壳体在膨胀直至破裂的过程中存在一个切向的速度,记为 $\mu_\theta$。

将 $u_a=\mathrm{d}r/\mathrm{d}t$ 代入式(9),可得:

$$\mathrm{d}(r\omega)=r\mathrm{d}\omega+\omega\mathrm{d}r=\frac{1}{\mu_a\rho_\mathrm{m}r}\frac{\partial\sigma_\theta}{\partial\theta}\mathrm{d}r \tag{17}$$

取壳体变形切向速度为:

$$\mu_\theta=(a+h/2)\omega \tag{18}$$

于是,式(18)改写为:

$$\mu_\theta\mathrm{d}r+(a+h/2)r\mathrm{d}\omega=\frac{a+h/2}{\mu_a\rho_\mathrm{m}r}\frac{\partial\sigma_\theta}{\partial\theta}\mathrm{d}r \tag{19}$$

速度 $\omega$ 是随 $\theta$ 变化的函数,但沿壳体径向不变,$\mathrm{d}\omega/\mathrm{d}r=0$,式(19)两边同时除以 $\mathrm{d}r$,可得壳体内任意点在某个膨胀位置的切向速度,若取 $r=a+h/2$,则壳体任意周向角对应的切向速度为:

$$u_\theta=\frac{1}{u_a\rho_\mathrm{m}}\frac{\partial\sigma_\theta}{\partial\theta} \tag{20}$$

将式(10)~(12)和(16),代入可得:

$$\sigma_\theta=-p_0\left(\frac{R_0}{R}\right)^6+1.15Y(1+\ln(1+h/2a))+\frac{\rho_\mathrm{m}h}{2}\lambda \tag{21}$$

$$\lambda=\frac{-1.15Y\ln\dfrac{a}{a+h}-p_0R_0^6/R^6}{\rho_\mathrm{m}h} \tag{22}$$

将式(21)代入式(20),即可得到破片切向速度的表达式,由于表达式比较复杂,计算过程中同样采用 Matlab 符号运算求解[9]。

### 1.2.3 破裂半径

由屈服条件可知,当壳体完全破裂时,壳体内部压力下降为 $p_\mathrm{m}=1.15Y$;代入式(7)和(15),可得:

$$A_\mathrm{f}\sin\theta=\sqrt{\left(\frac{p_0}{1.15Y}\right)^{1/3}R_0^2-(l+A_\mathrm{f}\cos\theta)^2} \tag{23}$$

迭代求解,即可得到各点处对应的破裂半径 $A_\mathrm{f}$。

计算得到壳体各处的破裂半径后,代入式(16)积分,即可计算得到破片飞散的径向速度,同理代入式(22)求导运算,即可算出破片飞散的切向速度,二者叠加即为破片飞散初速。

为验证上述计算模型的可靠性,本文中采用 AUTODYN 数值模拟软件进行验证,采用二维平面对称模型,炸药为 TNT,采用 JWL 状态方程,半径为 90 mm,壳体材料为 4340 钢,采用 JC 强度和失效模型,为使壳体破碎加入失效侵蚀,壳体厚度为 5 mm,材料模型均取自 AUTODYN 材料库。分别对两点对称夹角 45°、60°和 90°,偏心距 90 mm 起爆 3 种工况进行了理论计算和数值模拟。

## 2 计算结果及分析

由于起爆点夹角不同,因此起爆后爆轰波的碰撞起始点、发生马赫反射的起始点位置以及马赫波到达壁面处的参数也不同。分别对两点夹角 45°、60°、90°,偏心距等于装药半径 3 种工况进行计算,得到了对应不同起爆方式的马赫杆高度、马赫波速、马赫波超压等参数,结果如表 1 所示。表中,$2\varphi$ 为起爆点夹角,$x_{O_2}$、$y_{O_2}$ 为马赫反射起始点的坐标,$h$、$\bar{v}$、$\bar{p}$ 分别为壁面处的马赫杆高度、马赫波速与爆速的比值、压力与爆压的比值。从表中的数据可以看出,起爆点夹角增大时壁面处的超压增大,马赫反射发生越晚,其起始点 $O_2$ 的位置越偏向右侧,壁面处的马赫波超压越高,马赫杆高度反而越小。

图 5 所示的是上述 3 种不同起爆方式时的三波点迹线轨迹,从图中可以直观看出,不同起爆方式下三波点的轨迹不同,随着起爆点夹角的增大,马赫区的范围减小,壁面处的马赫杆高度减小。

取定向区内 0～15°内的破片进行研究，壳体膨胀破裂后的速度随周向角的变化规律如图 6 所示。可以看出，3 种起爆方式下壳体膨胀的速度差距并不明显，在定向角 15°内破片速度随周向角的增大略有减小，但由于 15°周向角范围较小，因此在此范围内破片的径向速度减小的也并不明显。另外，计算表明马赫波区的破片切向速度相对于径向速度很小，可以忽略，因此计算中可以认为破片不发生偏转，可将壳体的径向速度作为壳体的飞散速度。这与数值计算的结果也是一致的，即马赫波区的破片并未飞散偏离定向区，同理定向区外的破片也很难飞入定向区产生破片密度的增益。

周向角 0～15°内的破片初速相对格尼初速的平均增益结果如表 2 所示，表中，$v_{th}$ 为理论平均初速，$\delta_{th}$ 为理论平均增益，$v_{num}$ 为模拟平均初速，$\delta_{num}$ 为模拟平均增益，$\varepsilon$ 为理论与模拟初速平均误差。通过对比理论计算结果与数值模拟计算结果可以看出，二者的符合较好，表明两点起爆可使马赫波区的破片初速增益达到 30%左右，起爆点夹角的改变对于破片初速的大小影响并不明显。

**表 1　马赫波区计算结果**

**Table 1　Results in Mach domain**

| $2\varphi$/° | $x_{O_2}$ /mm | $y_{O_2}$ /mm | $h$/mm | $\bar{v}$ | $\bar{p}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 45 | 0 | −50.1 | 32.5 | 1.34 | 1.30 |
| 60 | 0 | −34.8 | 24.8 | 1.39 | 1.60 |
| 90 | 0 | −2.70 | 14.1 | 1.50 | 1.90 |

**表 2　破片初速的增益**

**Table 2　Increment of velocity in Mach domain**

| $2\varphi$/° | $v_{th}$/(km·s$^{-1}$) | $\delta_{th}$/% | $v_{num}$/(km·s$^{-1}$) | $\delta_{num}$/% | $\varepsilon$/% |
|---|---|---|---|---|---|
| 45 | 3.101 | 37.1 | 2.927 | 29.4 | 5.6 |
| 60 | 3.123 | 38.0 | 2.943 | 30.1 | 5.7 |
| 90 | 2.892 | 27.8 | 2.950 | 30.4 | 2.0 |

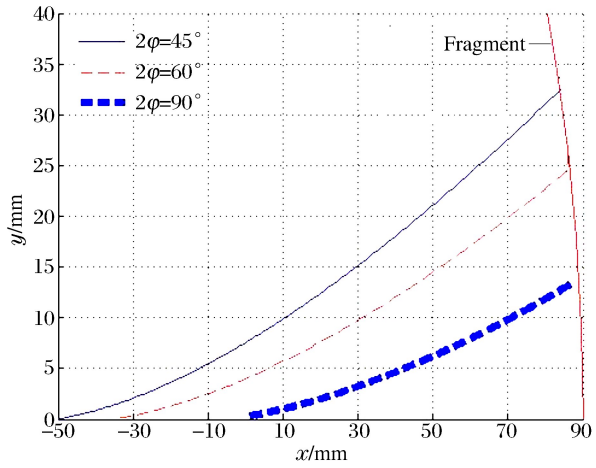


图 5　三波点轨迹

Fig. 5　Trace of triple point

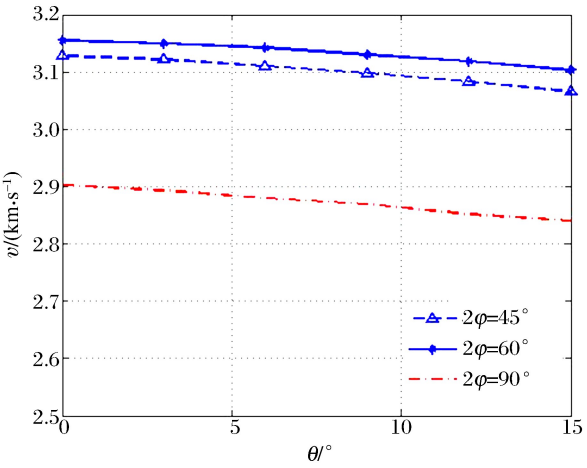


图 6　破片速度沿周向的分布

Fig. 6　Velocity of fragments along circumference

## 3　结　论

(1)利用 Whitham 方法对两点对称起爆时的马赫效应进行了计算，得出了不同起爆方式下的三波点迹线、壁面处超压、马赫杆高度等参数。

(2)基于弹塑性基本方程，根据绝热膨胀假设将马赫超压计算与膨胀运动方程联立，导出了壳体膨胀速度的计算公式，并对 3 种不同工况的自然破片偏心起爆战斗部进行了理论计算和数值模拟，得出了壳体膨胀的速度，理论结果与数值结果的平均误差在 5%左右，符合较好。

(3)计算结果表明，偏心两点对称起爆可使定向区破片的初速增益达 30%，起爆点夹角的改变对破片初速大小的影响并不明显；另外偏心起爆会使破片的飞散发生偏转，但偏转较小，不足以使破片飞散发生足够的偏折而增益定向区的破片密度。

## 参考文献:

[1] 冯顺山,蒋建伟,何顺录,等. 偏轴心起爆破片初速径向分布规律研究[J]. 兵工学报,1993(增刊):12-16.
Feng Shunshan, Jiang Jianwei, He Shunlu, et al. On the pattern of radial distribution pattern of initial velocities of fragments under asymmetrical initiation[J]. Acta Armament, 1993(suppl):12-16.

[2] 王树山,马晓飞,隋树元,等. 偏心多点起爆战斗部破片飞散实验研究[J]. 北京理工大学学报,2001,21(2):177-179.
Wang Shushan, Ma Xiaofei, Sui Shuyuan, et al. Experimental research on fagments dispersion of the warhead under asymmetrical multi-spots initiation[J]. Transactions of Beijing Institute of Technology, 2001,21(2):177-179.

[3] 王晓英,张庆明,李金柱. 偏心多点起爆战斗部破片飞散三维数值模拟研究[J]. 北京理工大学学报,2003,23(增刊):201-206.
Wang Xiaoying, Zhang Qingming, Li Jinzhu. 3D simulation of the fragments dispersion under asymmetrical multiple point initiation[J]. Transactions of Beijing Institute of Technology, 2003,23(suppl):201-206.

[4] 叶小军,韩玉,陈庆宝. 偏心起爆战斗部速度增益的数值模拟及实验[J]. 火炸药学报,2009,32(3):29-34.
Ye Xiaojun, Han Yu, Chen Qingbao. Numerical simulation and experiment of velocity gains on the non-central detonation warhead[J]. Chinese Journal of Explosives & Propellants, 2009,32(3):29-34.

[5] 陈放,马晓青,段祝平. 偏心起爆定向战斗部破片初速分布规律研究[C]//中国力学学会学术大会. 北京,2005.

[6] 王马法,卢芳云,李翔宇. 爆轰波斜冲击作用下破片飞散特性研究[J]. 国防科技大学学报,2013,35(1):60-64.
Wang Mafa, Lu Fangyun, Li Xiangyu, et al. Research on the projection characteristics of fragments under the loading of the oblique shock wave[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2013,35(1):60-64.

[7] 王继海. 二维非定常流和激波[M]. 北京:科学出版社,1994.

[8] 北京工业学院八系. 爆炸及其作用(上册)[M]. 北京,1978.

[9] 武伟明,佟浩然. 定向杀伤战斗部结构与破片增益的关系[J]. 兵工学报:弹箭分册,1992(1):81-85.

# Fragments' velocity of eccentric warhead with double symmetric detonators

Wang Li, Han Feng, Chen Fang, Ma Xiaoqing
(*National Laboratory of Explosion Science and Technology, Beijing Institute of Technology, Beijing* 100081, *China*)

**Abstract**: Eccentric warhead is a typical directional warhead, and its explosive wave is adjusted to improve the fragments' velocity in a specified area. The kinematic equation of a case was established in the polar coordinate system, and the Whitham method was adopted to realize the interaction of a double symmetric explosive wave, thus obtaining the trace of the triple wave point, the pressure and the height of the Mach stick, which were then calculated. By the combination of the kinematic equation and the Mach reflection, formula were deduced to evaluate the fragments' velocity in the Mach area. Comparison of the results obtained with AUTODYN 2D simulation shows that they are in good agreement. Double symmetric initiations increase the fragment's velocity by more than 30%, and the variation of the angle between initiations has little effect on the fragments' distribution and velocity.

**Key words**: mechanics of explosion; Mach effects; AUTODYN software; eccentric initiation; explosive wave

(责任编辑 丁 峰)