DOI: 10.11883/1001-1455(2015)02-0184-07

试验设计在爆炸网络可靠性研究中的应用*

王 丹[1],于海江[2]

(1.北京理工大学数学与统计学院,北京 100081;
2.中国工程物理研究院化工材料研究所,四川 绵阳 621999)

摘要:为了设计和评价爆炸网络的可靠性,研究了影响爆炸网络可靠性的主要因素与可靠性特征量之间的定量关系。通过正交试验和均匀试验方法,首先对 23 个可能的影响因素建立正交试验分析,筛选出 7 个影响爆速的主要因素;然后基于主要影响因素构造有效的均匀试验,对试验结果进行回归分析,得到主要因素的取值与爆速间的定量模型。

关键词:爆炸力学;可靠性;正交试验设计;爆炸逻辑网络;均匀试验设计;Lasso 方法;Elastic Net 方法

中图分类号:O389;TJ43 **国标学科代码**:1303599 **文献标志码**:A

爆炸逻辑或同步网络是起爆定向战斗部和聚能战斗部的关键部件。随着武器智能化的发展,爆炸网络成为弹药起爆系统逻辑化的一种重要途径。从 20 世纪 60 年代起,就针对爆炸网络开始了研究,但研究的主要方向是基于炸药装药、单个逻辑元件可靠性试验与评估。对爆炸网络的整体可靠性(爆速)的研究尚不多见。爆炸网络由多种爆炸逻辑原件组成,影响爆炸逻辑网络可靠性的因素较多,如果能够获知哪些因素是影响爆炸网络可靠性特征量的主要因素,以及这些主要因素的取值与可靠性特征量之间有怎样的定量关系,对设计和评价爆炸网络的可靠性具有非常重要的意义。本文中,从试验设计的角度,通过对爆炸网络开展有效的试验设计以及数据分析,研究爆炸网络的可靠性。

1 筛选试验设计方案

在分析爆炸网络机理的基础上,得出影响爆炸网络可靠性的因素主要包括:成分变化 A,沟槽界面尺寸 B,药线断线间隙 C,零门间隙 D,十字通路交叉角度 E,起爆温度 F,药池高度 G,药池直径 H。对于这 8 个因素,结合传爆、起爆机理以及前期试验探索,在进行试验设计筛选显著影响因素时,不仅需要考虑每一个因素,还需考虑如下交互作用:AB、AC、AD、AE、AF、AG、AH、BC、BD、BE、BF、BG、BH、CF、CG、CH、DH、EH、GH。由于零门间隙 D 承载的作用仅改变爆轰波的传递方向,因此在研究不同因

* **收稿日期**:2013-08-29;**修回日期**:2014-03-10
基金项目:国家自然科学基金项目(11371054)
第一作者:王 丹(1989—),女,硕士研究生,wangdan_1102@163.com。

素对可靠性特征量的影响时，取因素 D 为固定值。除因素 D 外，在每个因素的合理范围内选取高低两个水平，以便了解各因素以最大振幅对爆速的影响。由于共需考虑 8 个单因素和 19 个交互作用因素，且每个因素二水平，应用正交试验设计方法，每个因素在二水平正交表中均占一列，因此，选取的正交表的列数应该大于 27。最终选择正交试验表 $L_{32}(2^{31})$[1] 来安排试验，具体的试验方案的表头设计如表 1 所示。

表 1　筛选试验方案表头设计

Table 1　The table head design for filtering experimental plan

列号	因素	列号	因素	列号	因素
1	C	10	BF	22	AG
2	F	12	AB	23	BH
3	CF	13	GH	25	BE
4	A	14	EH	26	BG
5	AC	17	E	27	AH
6	AF	18	G	31	CH
8	B	19	CG	31	H
9	BC	21	AE		

2　筛选试验数据分析

2.1　筛选试验数据采集及处理

表 1 中的交互作用因素列仅在做数据分析时有用，于是按照表 2 中的各因素组合进行试验，并将试验结果记录在表 2 中的最后一列。试验中由于存在未爆炸的情况，在分析时，为了保证试验设计的正交性，将未爆炸情况处的缺失数据用 0 替换，得到可靠性特征向量的试验观测值，试验的原始数据如表 2 所示。

表 2　筛选试验数据

Table 2　Filtering experimental data

试验	Y	试验	Y	试验	Y	试验	Y
1	7.857 6	9	7.779 8	17	7.833 5	25	7.892 2
2	7.301 7	10	7.992 1	18	7.841 8	26	7.903 5
3	7.254 0	11	7.892 5	19	7.237 9	27	7.980 3
4	7.627 9	12	7.847 6	20	7.734 6	28	8.393 2
5	7.719 1	13	7.679 5	21	7.683 4	29	7.779 8
6	7.619 5	14	7.763 5	22	7.688 3	30	7.839 6
7	7.409 7	15	未爆炸	23	7.529 4	31	未爆炸
8	5.904 6	16	未爆炸	24	7.572 6	32	未爆炸

2.2　筛选试验数据分析

首先，采用半正态概率图[1] 来识别存在显著效应的因素。将试验中某因素在高水平上的所有观测的平均值和在低水平上所有观测的平均值的差称为该因素的主效应。如因素 A 的主效应为：

$$e_{\mathrm{m}}(A)=\bar{z}(A_{+})-\bar{z}(A_{-})$$

式中：$\bar{z}(A_{+})$ 是在 A_{+} 上所有观测到 z_i 的平均值，$\bar{z}(A_{-})$ 是在 A_{-} 上所有观测到 z_i 的平均值。

A 和 B 的交互效应 $e_{\mathrm{int}}(A,B)$ 为：

$$e_{\mathrm{int}}(A,B)=\frac{1}{2}\{\bar{z}(B_{+}\mid A_{+})-\bar{z}(B_{-}\mid A_{+})-\bar{z}(B_{+}\mid A_{-})+\bar{z}(B_{-}\mid A_{-})\}$$

式中：$\bar{z}(B_{+}\mid A_{+})$ 表示 A 和 B 均在高水平时 z_i 的平均值。

按照上述方法可以计算 23 个因素的效应估计量。设 $|\hat{\theta}_{i_1}|_{(1)},\cdots,|\hat{\theta}_{i_{23}}|_{(23)}$ 表示上述 23 个因素的无符号效应估计量，由下面的点组成的图称为半正态概率图：

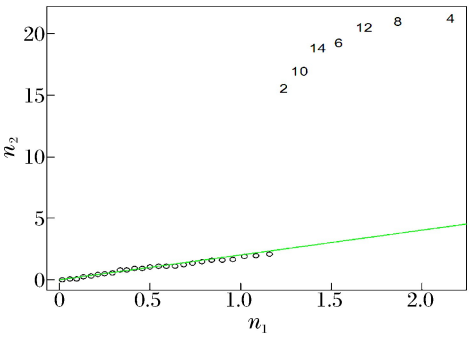


图 1　效应估计量半正态图

Fig. 1　The half normal distribution of the effect estimates

$$\Phi^{-1}\left(0.5+\frac{0.5[k-0.5]}{I},|\hat{\theta}_{i_k}|_{(k)}\right)\qquad k=1,\cdots,23$$

式中：$I=23$。

图 1 是效应估计量半正态图，图中，n_1 为半正态分布分位数，n_2 为排序。具有显著效应的因素对应的点出现在半正态概率图的右上角，效应越显著，对应的点越靠近右上角。效应不显著的因素对应的点集中在半正态概率图的左下方，并围绕在一条直线附近。

从图 1 看到，有显著效应的因素共有 7 个，分别为 2、10、14、6、12、8、4，对应的因素分别为 A、B、AB、AF、EH、BF、F。

极差分析[1-2]是一种简单的直观分析方法，是正交试验结果分析最常用的方法。记 R_j 为第 j 列因素的极差：

$$R_j=\max(\bar{T}_{j1}-\bar{T}_{j2})-\min(\bar{T}_{j1}-\bar{T}_{j2})$$

式中：$\bar{T}_{ji}$ 是第 j 列因素在第 i 个水平上试验指标观测的平均值。极差 R_j 反映了第 j 列因素的水平变动时，试验指标的变化幅度，极差越大的因素对试验观测的影响程度越大。极差分析结果见表 3。

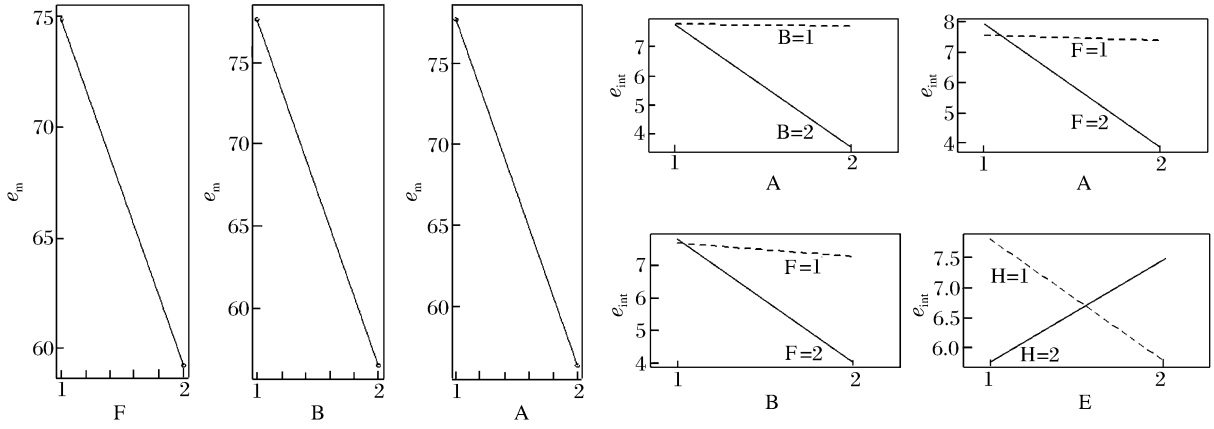
表 3 极差分析结果

Table 3 The range analytical result

因素	R	因素	R	因素	R
C	0.203 813	BF	1.702 638	AG	0.089 487
F	1.567 000	AB	2.057 638	BH	0.077 925
CF	0.099 613	GH	0.087 125	BE	0.105 338
A	2.136 325	EH	1.893 413	BG	0.003 150
AC	0.045 837	E	0.160 775	AH	0.019 963
AF	1.941 025	G	0.123 063	CH	0.156 075
B	2.111 913	CG	0.131 700	H	0.157 488
BC	0.110 150	AE	0.042 800		

根据极差得到显著因素有 A、B、AB、AF、EH、BF、F，图 2～3 给出了有显著影响的因素的极差分析图。图中，横坐标为因素水平，纵坐标为效应值。

由图 2 可以得出，因素 A、B、F 均处于低水平时，试验观测值较大。由图 3 可以得出，因素 A 跟因素 B 是协同的，即两种沟槽界面尺寸 B 下，试验观测值随成分 A 水平的提高而减小。当沟槽界面尺寸处于高水平时，试验观测值随成分高低水平的变化幅度比沟槽界面尺寸处于高水平时的变化幅度小很多。因素 A 对因素 F、因素 B 对因素 F 有相同的趋势。因素 E 对因素 H 是反抗的，即在药池直径 H 处于低水平时，试验观测值随十字通路交叉角度 E 水平的提高而减小，在药池直径 H 处于高水平时，试验观测值随十字通路交叉角度 E 水平的提高而增大。



方差分析的任务就是解决下面的假设检验问题(以因素 A 为例$a_i(i=1,2)$为因素 A 在低、高两个水平下的效应，其他因素均类似)：

$$H_{A0}:a_1=a_2=0 \qquad H_{A1}:a_1,a_2 \text{ 不全为 } 0(\text{或 } 1)$$

先将离差平方和进行分解。离差平方和用来度量若干个数据间差异的大小，这里用它来考察引起观测值$z_1,\cdots,z_{32}$波动的原因：

$$S_T=\sum_{i=1}^{32}(z_i-\bar{z})^2$$

式中：$\bar{z}=\frac{1}{32}\sum_{i=1}^{32}z_i$是观测数据的总平均。总离差平方和的自由度为 31。

对正交表 $L_{32}(2^{31})$来说，第 j 列因素的离差的平方和为：

$$S_j=2\sum_{k=1}^{2}(\bar{T}_{ik}-\bar{z})^2 \qquad f_j=1,\quad j=1,\cdots,31$$

式中：$\bar{T}_{ik}$为第 j 列第 k 水平的均值。总离差平方和分解公式为：$S_T=S_1+\cdots+S_{31}$，将其中的空白列的离差的平方和合并记作S_e，称为误差平方和，即有$S_e=S_{V1}+\cdots+S_{V8}$，$f_e=8$。

为避免自由的影响，计算因素 A 的均方和为 $S_{ms,A}=S_A/f_A$，误差的均方和为 $S_{ms,e}=S_e/f_e$。

在假设H_{A0}成立时，有：$S_A/\sigma^2\sim\chi^2(1)$，$S_e/\sigma^2\sim\chi^2(9)$；并且$S_A$和$S_e$相互独立。因此，在原假设$H_{A0}$成立时，均有 $F=S_{ms,A}/S_{ms,e}$。两个均方和之比服从 F 分布，即：

$$F=\frac{S_A/(\sigma^2 f_A)}{S_e/(\sigma^2 f_e)}=\frac{S_{ms,A}}{S_{ms,e}}\sim F(f_A,f_e)$$

$F(f_A,f_e)$表示参数为f_A和f_e的 F 分布。P 值是由 Prob($F(f_A,f_e)>F_A$)得到，其中 Prob(·)记事件的概率，F_A是 A 因素 F 统计量的观测值，P 值可由统计软件很方便得出，P 值给出了在可比试验条件下实施的试验的 F 统计量大于观测到的值F_A在零假设下的概率。P 值越小，零假设不成立的置信度越高，即认为原假设不成立的概率越高，认为该因素的效应不全为零。

表 4 筛选试验方差分析表

Table 4 The variance analysis table of filtering experiment

因素	S_s	f	S_{ms}	F	P
C	0.33	1	0.33	2.918	0.126
F	19.64	1	19.64	172.506	1.07×10^{-6}
A	36.51	1	36.51	320.628	9.70×10^{-8}
B	35.68	1	35.68	313.342	1.06×10^{-7}
E	0.21	1	0.21	1.816	0.215
G	0.12	1	0.12	1.064	0.332
H	0.20	1	0.20	1.742	0.223
CF	0.08	1	0.08	0.697	0.428
CA	0.02	1	0.02	0.148	0.711
FA	30.14	1	30.14	264.685	2.05×10^{-7}
CB	0.10	1	0.10	0.852	0.383
FB	23.19	1	23.19	203.662	5.67×10^{-7}
AB	33.87	1	33.87	297.443	1.30×10^{-7}
GH	0.06	1	0.06	0.533	0.486
EH	28.68	1	28.68	251.859	2.49×10^{-7}
CG	0.14	1	0.14	1.219	0.302
AE	0.01	1	0.01	0.129	0.729
AG	0.06	1	0.06	0.563	0.475
BH	0.05	1	0.05	0.427	0.532

BG	0	1	0	0.001	0.98
AH	0	1	0	0.028	0.871
CH	0.19	1	0.19	1.711	0.227
BE	0.09	1	0.09	0.780	0.403
δ	0.91	8	0.113 75		
$\sum$	210.28	31			

表 4 为筛选试验方差分析表，表中，S_s 为平方和，f 为自由度，S_{ms} 为均方和，δ 为误差，$\sum$ 为总和。由表可以断定，因素 A、B、F、AB、AF、BF、EH 的 P 值远远小于 0.01。于是，认为这些因素非常显著，并且显著因素的离差平方和为 207.71，它占总离差平方和的 98%以上。

通过图形分析法、极差分析法和方差分析法都得到影响爆炸网络整体可靠性特征量的显著因素有：A、B、F、AB、AF、BF、EH。

3 均匀试验探索真模型

从正交试验分析表明，个别因素的主效应和交互作用显著，所以显著因素与可靠性特征量间的模型中应包含显著的效应。然而，交互作用 EH 显著，但是主效应 E、H 都不显著。根据试验设计的基本原则“低阶效应比高阶效应应更重要，即要使一个交互作用是显著的，至少它的一个亲本因素应该是显著的”，因此显著因素与可靠性特征量之间的定量关系模型中应该包括 A、B、E、F、H 这 5 个主效应，并对每个因素取 5 个水平，构造更细致的均匀试验方案，通过计算机模拟试验确定显著因素取值与可靠性特征量之间的定量关系。

3.1 拟合真模型

利用 2.2 节筛选出的显著因素和正交试验方案所得的试验数据拟合两水平的回归模型。由于因素 EH 间的作用是反抗的，所以对交互作用 EH 的效应不能采用线性函数拟合。它的特征更符合一个开口向上的二次函数曲线，本文中选用二次函数来拟合。此处引入一个新的变量 $e_{new}=(e_{EH}-\bar{e}_{EH})^2$，替代原来的 e_{EH}。将新变量与其他显著因素同原始试验数据回归[3]，得到方程：

$$Y=-10.999\ 82+9.859\ 66\,x_A+9.168\ 91\,x_B+9.363\ 99\,x_F-4.115\ 27\,x_{AB}-3.882\ 01\,x_{AF}-3.405\ 28\,x_{BF}+0.649\ 94\,x_{new} \tag{1}$$

该模型的 F 统计量的值为 66.25，其对应的 P 值为 3.77×10^{-14}，说明该线性回归模型高度显著。同时回归项对应因素 A、B、F、AB、AF、BF、new 的 P 值分别为：8.14×10^{-10}、3.25×10^{-9}、2.19×10^{-9}、4.91×10^{-9}、1.43×10^{-8}、1.42×10^{-7}、3.35×10^{-7}。模型中回归项的 P 值都远远小于相应的 F 统计量，说明此线性回归模型是适用的。

3.2 构造均匀试验设计方案

对 A、B、E、F、H 这 5 个主效应，每个因素取 5 个水平，通过左循环拉丁方方法[4]构造均匀试验设计方案。具体方法是：首先给定{1,…,5}的一个置换，例如选取首行向量为(1,2,3,4,5)，将该向量的每个元素左移一格，而第一个元素移到向量的最后位置，得到(2,3,4,5,1)，再左移得(3,4,5,1,2,)，(4,5,1,2,3)，(5,1,2,3,4)。上述 5 个向量组成一个 5×5 的矩阵，即为首行为(1,2,3,4,5)的拉丁方矩阵。这样的左循环拉丁方总是存在的，共有 5！=125 个。

均匀试验设计要求所构造的设计均匀性好，均匀性通常采用偏差来度量。即考察试验点在试验区域中散布的均匀程度。在试验区域上的 n 个试验点 $\boldsymbol{P}=\{x_1,\cdots,x_n\}$，可表示为一个 $n\times s$ 的矩阵：

$$\boldsymbol{X}_p=\begin{pmatrix} x_{11} & \cdots & x_{1s} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{n1} & \cdots & x_{ns} \end{pmatrix}$$

式中：s 表示因素的个数，n 为试验点的个数。本文中采用中心化偏差[4]，计算公式为：

$$d_c(P)=\left\{\left(\frac{13}{12}\right)^s-\frac{2}{n}\sum_{i=1}^{n}\prod_{j=1}^{s}\left(1+\frac{1}{2}|x_{ij}-0.5|-\frac{1}{2}|x_{ij}-0.5|^2\right)+\right.$$

$$\frac{1}{n^2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}\prod_{j=1}^{s}\left(1+\frac{1}{2}|x_{ij}-0.5|+\frac{1}{2}|x_{kj}-0.5|-\frac{1}{2}|x_{ij}-x_{kj}|\right)\Bigg\}^2$$

从这 5！个左循环拉丁方中，选取中心化偏差意义下均匀性最好的，通过计算机搜索，得出 15 个拉丁方矩阵是等价的，其中心化偏差为 0.300 597 7。为使每个因素在试验组合中出现两次的要求利于误差分析，从等价的 15 个矩阵中选取 2 个拼接在一起，同样采用中心化偏差度量拼接后的均匀设计表，得到中心化偏差度量意义下最优的拼接拉丁方矩阵，其中心化偏差为 0.219 360 4。这两个等价的拉丁方首行分别为(1,3,2,4,5)和(2,3,4,1,5)。

3.3　模拟试验数据及其数据分析

选用首行为(1,3,2,4,5)和(2,3,4,1,5)的拼接拉丁方矩阵为均匀设计的设计矩阵，以拟合的模型(1)作为模拟试验的真模型，在真模型后添加随机扰动，得到均匀试验的拟合数据。

对拟合试验数据，使用全二次模型：

$$y=\beta_0+\beta_1 x_A+\beta_2 x_B+\beta_3 x_F+\beta_4 x_E+\beta_5 x_F+\beta_{11} x_A^2+\beta_{12} x_{AB}+\beta_{13} x_{AF}+\beta_{14} x_{AE}+\beta_{15} x_{AH}+$$
$$\beta_{22} x_B^2+\beta_{23} x_{BF}+\beta_{24} x_{BE}+\beta_{25} x_{BH}+\beta_{33} x_F^2+\beta_{34} x_{FE}+\beta_{35} x_{FH}+\beta_{44} x_E^2+\beta_{45} x_{EH}+\beta_{55} x_H^2$$

进行变量筛选。

对于普通的线性模型 $\boldsymbol{Y}=\beta\boldsymbol{X}+\boldsymbol{\varepsilon}$，自变量矩阵 $\boldsymbol{X}=\{x_{ij}\}_{n\times p}(n>p)$，其回归系数 β 的最小二乘估计为：

$$\hat{\beta}(\mathrm{LS})=\arg\ \min\sum_{i=1}^{n}\left(y_i-\alpha-\sum_{j=1}^{p}x_{ij}\beta_j\right)^2$$

在模型选择中，由于变量个数 $p=20$，大于试验次数 $n=10$，对于这种典型的 $n<p$ 的问题，传统的最小二乘法不再适用，而基于最小二乘法改进的估计方法(如 Lasso 方法[5]和 Elastic Net 方法[5])，能解决这类问题。

岭回归增加的是 L2 惩罚项，即：

$$\hat{\beta}(\mathrm{Ridge})=\arg\ \min\sum_{i=1}^{n}\left\{\left(y_i-\alpha-\sum_{j=1}^{p}x_{ij}\beta_j\right)^2+\lambda\sum_{j=1}^{p}\beta_j^2\right\}$$

Lasso 方法在最小残差平方和的基础上增加了一个 L1 惩罚项：

$$\hat{\beta}(\mathrm{Lasso})=\arg\ \min\sum_{i=1}^{n}\left\{\left(y_i-\alpha-\sum_{j=1}^{p}x_{ij}\beta_j\right)^2+\lambda\sum_{j=1}^{p}|\beta_j|\right\}$$

Elastic Net 方法是将 Lasso 和岭回归的惩罚项以凸组合做为其惩罚项，即：

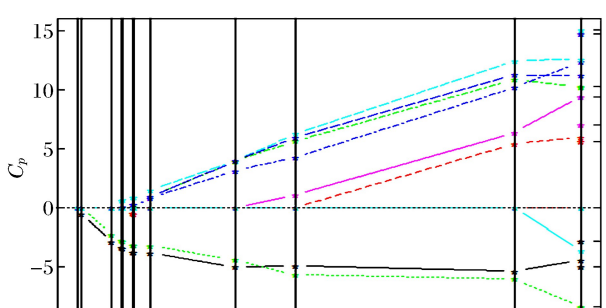
$$\hat{\beta}(\mathrm{Elastic\ Net})=\arg\ \min\sum_{i=1}^{n}\left\{\left(y_i-\alpha-\sum_{j=1}^{p}x_{ij}\beta_j\right)^2+\lambda_1\sum_{j=1}^{p}\beta_j^2+\lambda_2\sum_{j=1}^{p}|\beta_j|\right\}$$

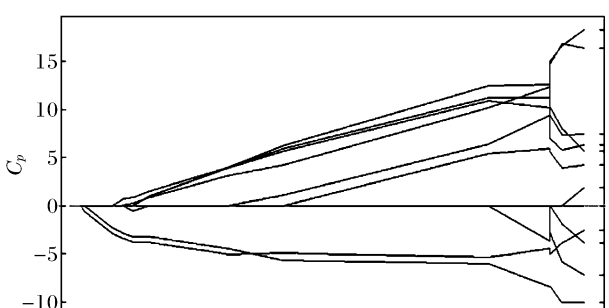
但 n 过小，不利于对效果的评估，因此仿照实际应用中均匀试验常采用的重复试验的方法，在计算机模拟试验时，将试验重复 3 次，这样将得到 30 个模拟试验数据。以下对模拟试验数据采用 Lasso 和 Elastic Net 估计方法模拟近似模型，并对这两种方法所得结果通过 Mallows C_p 准则评价模拟结果。

Mallows C_p 统计量是从 k 个自变量中选取 p 个($k>p$)参与回归，那么 C_p 统计量的定义为：

$$C_p=\frac{e_{ss,p}}{S^2}-n+2p$$

式中：$e_{ss,p}=\sum_{i=1}^{n}(Y_i-Y_{p1})^2$，据此，选取 C_p 最小的模型即可。





用 R 语言编程对全二次模型进行变量筛选。图 4 为 Lasso 估计解的路径图,可以很直接看出在不同的步数下系数增减的情况,第 10 步时 $C_p=8.065$ 最小,此时进入模型的变量依次为:AF、BE、EF、BH、BB、EE、FH、BF。图 5 为 Elastic Net 估计解的路径图,可以清晰看出这种方法的分组效果非常好,最小为 $C_p=-2.726\ 191$,此时进入模型的变量为:BB、BF、FF、EH、AH。两个模型在 C_p 比较的意义下,尽管选入最小 C_p 值不同,但是最终进入模型的变量是相同的。

4 结 论

影响爆炸网络可靠性特征量的因素众多,本文中应用正交试验方法基于爆炸网络整体对影响可靠性的因素进行了筛选。对试验获得的数据采用 3 种方法进行统计分析,进而得到显著影响的因素。然后,通过构造均匀试验方案和计算机模拟,探索了显著因素取值和可靠性特征量之间的定量关系。然而,由于条件所限,未对均匀试验的模拟部分进行实际的试验验证,有待进一步改进。

参考文献:

[1] Wu C F J, Hamada M. 试验设计与分析及参数优化[M]. 张润楚,郑海燕,兰燕,译. 北京:中国统计出版社,2003:32-80.
[2] 茆诗松,周纪芗,陈颖. 试验设计[M]. 北京:中国统计出版社,2004:67-129.
[3] 何晓群,刘文卿. 应用回归分析[M]. 北京:中国人大出版社,2007:23-180.
[4] 方开泰,刘民千,周永道. 试验设计与建模[M]. 北京:高等教育出版社,2011.
[4] 吴喜之. 复杂数据统计方法[M]. 北京:中国人大出版社,2012:2-50.

Applications of experimental design in study of explosive network's reliability

Wang Dan[1], Yu Hai-jiang[2]
(1. *School of Mathematics and Statistics, Beijing Institute of Technology, Beijing* 100081, *China*;
2. *Institute of Chemical Materials, China Academy of Engineering Physics, Mianyang* 621999, *Sichuan*, *China*)

Abstract: Explosive networks are the key components to the initiations of aimed warheads and shaped charge warheads, which become the important way for the logicalization of ammunition detonating system. For designing and evaluating the reliability of an explosive network, it is important to find out the quantitative relationship between the reliability characteristic quantities and the major factors affecting the reliability. The quantitative models between the detonation velocity and its main factors were determined by the orthogonal and uniform experiments. First, the orthogonal experiment was carried out to select seven major factors from the twenty-three possible factors, and then these major factors were applied to create an effective uniform experiment to do regression analysis on the experimental results, finally the quantitative models between the detonation velocity and the main factors were figured out.

Key words: mechanics of explosion; reliability; orthogonal design; explosive logic network; uniform design; Lasso; Elastic Net

(责任编辑 丁 峰)