文章编号：1001-1455(2014)05-0630-06 **DOI**：10.11883/1001-1455(2014)05-0630-06

卵形弹体侵彻混凝土开坑区侵彻阻力计算*

柴传国，皮爱国，武海军，黄风雷
（北京理工大学爆炸科学与技术国家重点实验室，北京 100081）

摘要：为了研究弹体开坑过程中，弹头表面应力的表达形式，采用高速摄影仪记录弹体在开坑区的位移和时间关系，得到卵形弹体在开坑区的速度和侵深关系。采用最小二乘法对开坑区结束时消耗的弹体动能和侵深关系进行分析，提出开坑过程中弹头表面的应力形式。计算结果表明，该应力形式能较好地描述高速条件下开坑区的侵深和速度关系。

关键词：爆炸力学；侵彻阻力；最小二乘法；卵形弹体；混凝土；高速
中图分类号：O385 **国标学科代码**：1303530 **文献标志码**：A

弹体在着靶时通常存在一定倾角，弹头在非轴对称力作用下使得弹体从开坑区就发生偏转，弹体偏转结束时的弹体姿态和速度对后续侵深计算会产生重要影响。目前应用较广的 Forrestal 公式只给出了弹头在开坑区的阻力，并未给出弹头表面的应力形式[1-4]，因此难以计算弹头表面应力对弹体产生的偏转力矩，给准确计算弹体偏转结束时的弹体姿态和速度等参量带来困难，并影响了开坑区弹体偏转角度和开坑区结束时弹体速度的计算精度[5-7]。为了研究弹体的姿态偏转角度，需要对弹头表面在开坑区的侵彻阻力的清晰描述。本文中基于此开展弹头曲径比为 2 和 4.55 的卵形弹体在 400、600 和800 m/s 速度下的混凝土侵彻实验。采用最小二乘法对实验数据进行分析，基于分析结果计算了开坑区的侵深和速度，并与同等条件下采用 Forrestal 公式的计算结果进行了对比，得到相应的公式的适用范围。

1 Forrestal 公式

在混凝土侵彻阻力计算中应用最广的是 Forrestal 公式，其将弹体侵彻半无限混凝土靶的过程可分为开坑区和隧道区 2 个阶段。M. J. Forrestal 等[2]认为开坑区的侵彻阻力随开坑深度线性增加，并认为开坑深度是弹体直径 d 的 2 倍，开坑区（$0<z\leqslant 2d$）和隧道区（$z>2d$）阻力形式为：

$$F=\begin{cases} cz & 0<z\leqslant 2d \\ \dfrac{\pi d^2}{4}(Sf_c+N\rho v^2) & z>2d \end{cases} \tag{1}$$

式中：z 是弹轴方向的侵彻深度，F 是弹体的侵彻阻力，c 是开坑区的侵彻阻力系数，v_1 是开坑区结束时的弹体速度，v_s 是弹体初始撞击速度，v 是弹体侵彻的瞬时速度，a 是弹身半径，S 是靶体静态阻力系数，f_c 是靶体的无侧限抗压强度，m 是弹体质量，N 是弹头系数，ρ 是靶体密度，ψ 是弹头的曲径比。

M. J. Forrestal 等[2]通过边界条件 $F|_{z=2d}=2cd=\dfrac{\pi d^2}{4}(Sf_c+N\rho v_1^2)$ 和初始条件 $z|_{t=0}=0$，$v|_{t=0}=v_s$ 求解开坑区侵彻阻力方程 $m\dfrac{\mathrm{d}^2z}{\mathrm{d}t^2}=-F=-cz$ 得到开坑区的侵彻阻力系数 c 和开坑区结束时的弹体速度 v_1：

$$c=\frac{m(v_s^2-v_1^2)}{16a^2},\qquad v_1^2=\frac{mv_s^2-4\pi a^3Sf_c}{m+4\pi a^3N\rho},\qquad N=\frac{8\psi-1}{24\psi^2} \tag{2}$$

* **收稿日期**：2013-05-03；**修回日期**：2013-09-18
基金项目：国家自然科学基金项目（11202029）
作者简介：柴传国（1986— ），男，博士研究生。

由上述事实可知，M. J. Forrestal 等[2]提出的开坑区侵彻阻力满足线性关系的假设，不是基于混凝土侵彻实验数据，而是将基于土壤侵彻的加速度曲线提出的开坑区的侵彻阻力与侵彻深度满足线性关系的假设，未作任何修正地直接应用于混凝土侵彻。开坑区阻力系数 c 是在上述假设下，基于混凝土侵彻实验数据，由隧道区和开坑区的交界处阻力相等的边界条件得到。因此，描述混凝土侵彻问题的 Forrestal 公式的参数都是基于实验数据，能较好地计算混凝土的侵彻深度。

但上述求解过程中人为定义开坑区深度为 $2d$，和开坑区阻力形式为线性关系，并不能反应真实的物理过程，也不能给出开坑区的侵彻阻力的应力表达式。Chen Xiao-wei 等[5]在计算开坑区弹体姿态偏转时采用 Forrestal 公式给出的开坑区总侵彻阻力的分力进行弹体偏转的计算，这一方法由于 Forrestal 公式阻力形式的限制而无法准确计算弹体在非轴对称情况下的弹体阻力和偏转力矩，因而对弹体姿态偏转的预估带来困难。

2　实验研究

实验使用 2 种卵形弹体，弹头的曲径比分别为 2 和 4.55(文中称为 OP2 型弹和 OP5 型弹)。弹身直径 d 均为 40 mm，弹身长度 L 均为 160 mm，弹体材料为 30CrMnSiNi2A 高强度合金钢，通过改变弹体内部开孔深度和开孔直径确保弹体质量均为 1.4 kg 以及弹体质心处于弹体中部，图 1 给出了 2 种弹体的结构示意图。

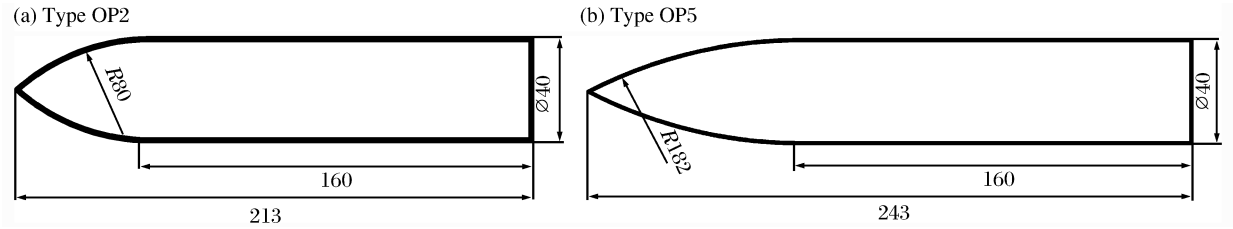

图 1　2 种型号弹体结构示意图

Fig. 1　Schematic of two kind of ogive-nose projectiles

实验用混凝土圆柱靶体直径是 1.2 m，高度是 1.2 m，侧面采用 3 mm 厚钢板围箍。混凝土的标准立方体块压缩强度是 18.5 MPa，密度是 2 238 kg/m^3。实验采用北京理工大学爆炸科学与技术国家重点实验室炮管内径 152 mm 的一级气体炮作为加载装置。采用高速摄影仪记录弹体的着靶速度和着靶姿态。图 2 所示是 OP2 型弹在初始撞击速度为 431 m/s 时的开坑区照片。

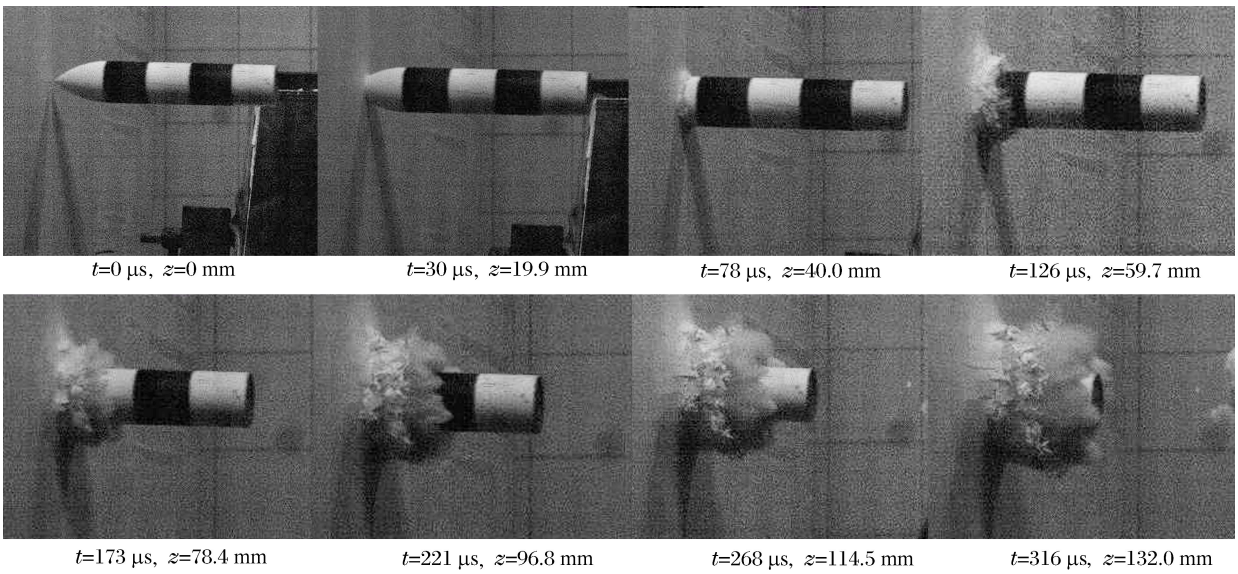

图 2　侵彻过程中开坑区照片

Fig. 2　Pictures of crater region during penetration process

OP2 型弹和 OP5 型弹在不同撞击速度时,开坑区的弹体速度和侵深数据如表 1 所示。

表 1 开坑区在侵彻过程中的数据

Table 1 Experimental data of crater region during penetration process

z_c/m			v/(m·s^{-1})			z_c/m			v/(m·s^{-1})		
OP2(Ⅰ)	OP2(Ⅱ)	OP2(Ⅲ)	OP2(Ⅰ)	OP2(Ⅱ)	OP2(Ⅲ)	OP5(Ⅰ)	OP5(Ⅱ)	OP5(Ⅲ)	OP5(Ⅰ)	OP5(Ⅱ)	OP5(Ⅲ)
0	0	0	431.2	607.6	431.2	0	0	0	419.3	608.3	780.0
0.020	0.026	0.020	427.2	599.2	427.2	0.018	0.032	0.016	416.2	601.3	779.9
0.040	0.061	0.040	418.6	583.2	418.6	0.041	0.064	0.034	412.9	581.2	771.1
0.060	0.094	0.060	410.7	568.5	410.7	0.065	0.094	0.052	406.0	569.5	749.5
0.078	0.124	0.078	397.1	550.0	397.1	0.087	0.124	0.070	398.0	560.6	734.7
0.097		0.097	383.0		383.0	0.109	0.153	0.087	385.3	537.3	720.9
0.115		0.115	378.1		378.1	0.130		0.104	972.0		707.0
0.132		0.132	363.6		363.6	0.151		0.120	354.6		692.9
								0.136			678.5
								0.152			663.8

3 最小二乘法分析

为了探讨开坑区弹头的应力表达式,对开坑区的侵彻实验数据采用最小二乘法进行拟合,分析开坑区的侵彻阻力形式,并对拟合结果进行检验。在拟合分析开坑区阻力形式时,采用开坑区总的动能消耗 ΔE 进行拟合,而在检验开坑区阻力的拟合分析结果时,采用开坑区不同侵深时的速度进行拟合。由于在拟合分析开坑区阻力形式时仅使用了初态和终态 2 个速度点,而检验拟合得到的阻力形式时则采用了侵彻过程的多个速度点,保证了检验过程的有效性。

参考 M. J. Forrestal 等[2]对侵彻阻力的描述,认为开坑区的侵彻阻力与靶体密度 ρ、靶体无侧限抗压强度 f_c、弹体直径 d、弹头系数 N 和侵彻速度 v 有关,设开坑过程中弹头表面应力形式为:

$$\sigma_n = Af_c + B\rho v^2 \tag{3}$$

当开坑区侵深 z_i 时,弹头的轴向阻力可表示为:

$$F_z = 2\pi r^2 \int_{\varphi_0}^{\varphi} \sigma_n \left[\sin\varphi - \left(\frac{r-a}{r}\right)\right](\cos\varphi + \mu\sin\varphi)\,\mathrm{d}\varphi \tag{4}$$

式中:A 和 B 均为待定系数,r 是弹头的曲率半径,a 是弹身半径,μ 是摩擦系数,φ_0 是弹头侵彻的初始角度,φ 是侵深为 z_i 时的角度,如图 3 所示。

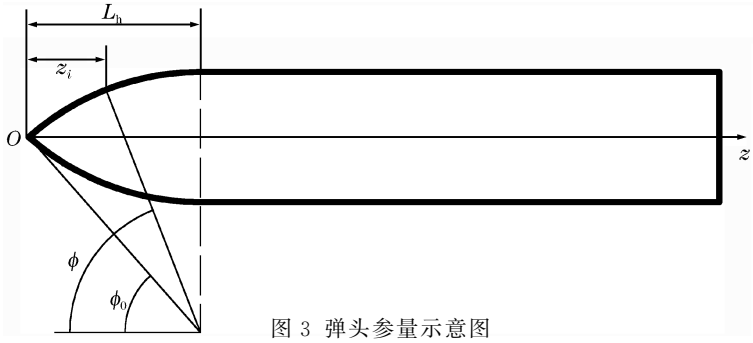

图 3 弹头参量示意图

Fig. 3 Penetration parameters of ogive-nose projectile

将开坑区侵深分成一系列小的位移 δz,每个小位移内弹体速度和弹靶接触面积均恒定,则通过式(4)可求得侵深 z_i 时的开坑区阻力 $F(z_i)$。由侵深 z_i 时的开坑区侵彻阻力 $F(z_i)$和小位移 δz 可求得在每一个小位移 δz 内的弹体动能变化 δE_i,进而求得小位移 δz 结束时的侵彻速度 v_i 和下个小位移 δz 初始时刻的侵彻阻力 $F(z_{i+1})$。不断重复上述过程,得到开坑区每个侵深时的速度和位移关系。具体过程可分别计算:$v_i = \sqrt{v_s^2 - \dfrac{2\Delta E_i}{m}}$,$\Delta E_i = \sum_{i=1}^{i} \delta E_i$,$\delta E_i = F(z_i)\,\delta z = 0.5m(v_{i-1}^2 - v_i^2)$,然后代入式(3)~(4)。当计算侵彻深度 z_i 与开坑侵深 z_c 相等时,停止计算,输出用待定系数 A 和 B 表示的弹体开坑侵深 z_c 时的侵彻速度和动能消耗 ΔE_i,摩擦系数取 0.01。

采用系数 A 和 B 来表示的弹体开坑侵深 z_c 时消耗的动能 ΔE_i，基于最小二乘法对实验测得的开坑过程中的消耗的动能 ΔE 进行拟合，得到相同侵深时计算得到的消耗的弹体动能 ΔE_i 与实验值偏差的平方和最小时的系数 A 和 B，开坑侵深 z_c、撞击速度 v_s、开坑侵深对应的侵彻速度 v_c 和弹体动能消耗 ΔE_i，如表 2 所示。

表 2 最小二乘法拟合用的数据

Table 2 Parameters for least square fitting

OP2				OP5			
z_c/m	v_s/(m·s^{-1})	v_c/(m·s^{-1})	ΔE_i/kJ	z_c/m	v_s/(m·s^{-1})	v/(m·s^{-1})$_c$	ΔE_i/kJ
0.132	431.2	363.6	37.610	0.151	419.3	354.6	35.050
0.124	607.6	550.0	46.674	0.153	608.3	537.3	56.936
0.126	767.7	661.5	106.247	0.152	780.0	663.8	117.439

取表 1 中最大侵深为最小二乘法拟合使用的开坑侵深 z_c，取 OP2 型弹体的开坑侵深 z_c 为 3 个速度下的平均值 0.128 m，OP5 型弹体的开坑侵深 z_c 为 3 个速度下的平均值 0.152 m。其中，对 OP2 型弹的数据拟合得到 $A=1.715\times10^{-7}$，$B=1.486\times10^{-1}$，对 OP5 型弹的数据拟合得到 $A=3.67\times10^{-7}$，$B=1.671\times10^{-1}$，拟合结果如图 4 所示。

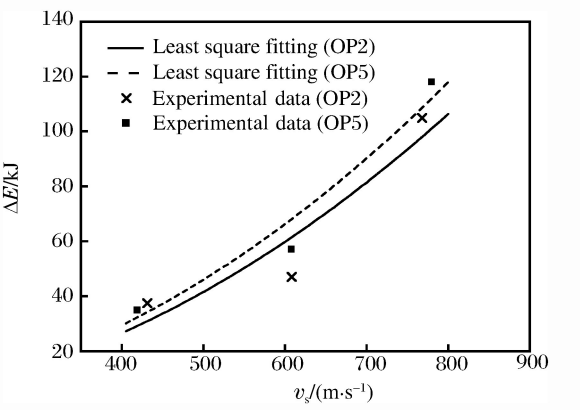

图 4 最小二乘法对弹体开坑过程中耗能的拟合分析

Fig. 4 Fitted curves of kinetic energy decrease during cratering

将拟合得到的 A 和 B 的值代入式(3)后比较阻力的静态部分和惯性部分的大小，可知开坑过程中侵彻阻力中的静态部分比惯性部分小 8 个数量级，可忽略忽略侵彻过程中阻力中的静态部分的影响，只考虑阻力中的惯性部分，可将开坑过程中侵彻阻力的弹头表面应力形式表示为：

$$\sigma_n = B\rho v^2 \tag{5}$$

将式(5)在弹头区域进行面积分得到开坑过程中所受到的阻力，并与 Forrestal 公式对开坑区侵彻阻力描述进行比较，求解了不同开坑侵深时的侵彻速度，并与高速摄影仪记录到的不同撞击速度下弹体侵彻速度进行了比较，如图 5～6 所示。需要说明的是，Forrestal 公式中的开坑侵深为 2 倍弹体直径，而 OP2 型和 OP5 型弹在 3 个撞击速度下的实际开坑侵深分别是 0.09、0.11 和 0.13 m 以及 0.12、0.15 和 0.11 m，均大于 2 倍的弹体直径。由于 Forrestal 公式中的侵彻阻力系数 c 的计算需要 v_s 和 v_1 这 2 个速度点，但通过实验难以测得准确的 v_1，因此使用实验中得到的 v_c 近似代替，v_c 为对应侵彻深度 z_c 时的速度，进而得到 Forrestal 公式的计算结果。

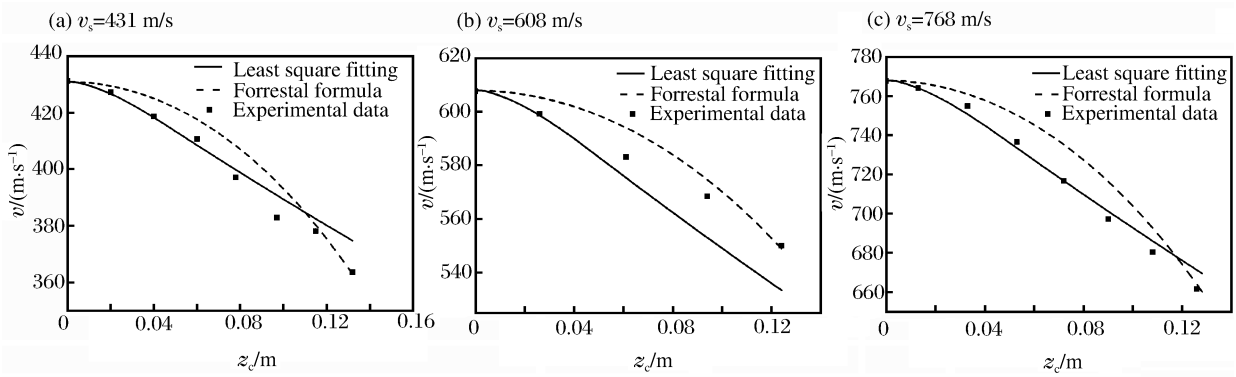

图 5 OP2 型弹开坑区侵彻速度和侵深的关系

Fig. 5 Relation between penetration velocity and penetration depth during cratering

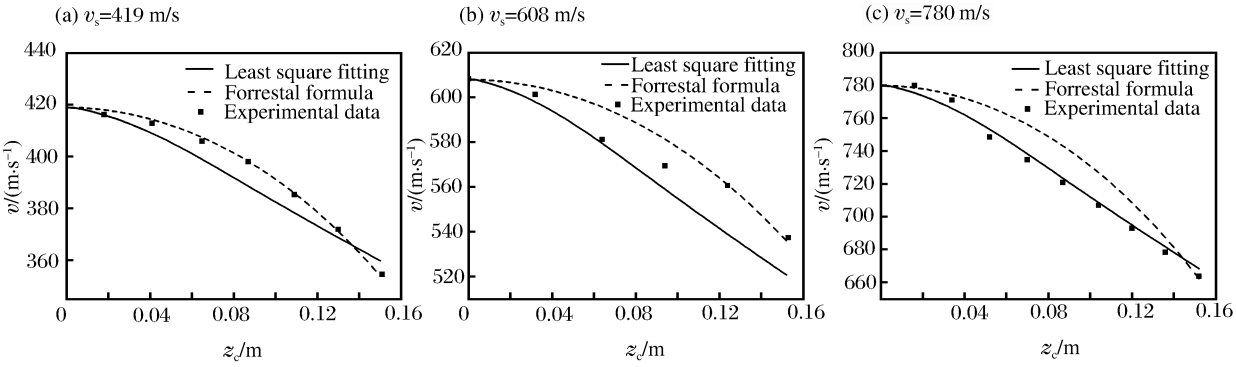

图 6 OP5 型弹开坑区速度和侵深的关系

Fig. 6 Relation between penetration velocity and penetration depth during cratering

由图 5(a)和 6(a)中可以看出,撞击速度在 400 m/s 速度区域时,Forrestal 公式能更好地描述弹体的速度变化。由于 Forrestal 公式认为开坑过程中阻力主要由静态部分组成,因此可以认为在撞击速度较低时,阻力中的静态部分起主要作用。由图 5(c)和 6(c)可以看出,撞击速度在 800 m/s 速度区域时,式(5)能较好地描述弹体的速度变化。式(5)表明开坑过程中阻力主要由惯性部分组成,因此可以认为,当弹体的撞击速度进入 800 m/s 区域时,阻力中的惯性部分起主要作用。由图 5(b)和 6(b)可以看出,撞击速度在 600 m/s 速度区域时,实验点散落在 Forrestal 公式和式(5)之间,此时,阻力中的静态部分和惯性部分共同起作用。

由表 2 可知,OP2 型弹在初始撞击速度分别为 431、608 和 768 m/s 时,开坑区消耗的动能分别占弹体初始动能的 28.90%、18.17%和 25.81%。OP5 型弹在初始撞击速度分别为 419、608 和 780 m/s 时,开坑区消耗的动能分别为弹体初始动能的 28.39%、21.90%和 27.58%。开坑区弹体消耗的动能占弹体初始动能的比例较大,因此,研究弹体在开坑区的侵彻阻力的准确表达式对计算弹体剩余侵彻能力和弹体在开坑区的姿态偏转很有意义。

4 结 论

(1)Forrestal 公式能较好地描述卵形弹体速度在接近 400 m/s 时,开坑区的侵彻阻力和速度变化,拟合得到的式(5)能较好地描述卵形弹体速度在接近 800 m/s 时,开坑区的侵彻阻力和速度变化。

(2)弹体速度在接近 400 m/s 时,开坑过程中的侵彻阻力以静态部分为主。随着撞击速度的增加,侵彻阻力中的惯性部分越来越大。当弹体撞击速度接近 800 m/s 时,开坑过程中的侵彻阻力以惯性部分为主,此时,可以忽略阻力中的静态部分。当撞击速度介于二者之间的速度区域时,静态部分和惯性部分对侵彻阻力共同起作用。

参考文献:

[1] Warren T L, Hanchak S J, Poormon K L. Penetration of limestone targets by ogive-nosed VAR 4340 steel penetrators at oblique angles: Experiments and simulations[J]. International Journal of Impact Engineering, 2004, 30(10): 1307-1331.

[2] Forrestal M J, Altman B S, Cargile J D, et al. An empirical equation for penetration depth of ogive-nose penetrator into concrete targets[J]. International Journal of Impact Engineering, 1994, 15(4): 395-405.

[3] Forrestal M J, Frew D J, Hanchak S J, et al. Penetration of grout and concrete targets with ogive-nose steel penetrators[J]. International Journal of Impact Engineering, 1996, 18(5): 465-476.

[4] Frew D J, Forrestal M J, Hanchak S J. Penetration experiments with limestone targets and ogive-nose steel penetrators[J]. ASME Journal of Applied Mecheanics, 2000, 67(4): 841-845.

[5] Chen Xiao-wei, Fan Shou-chang, Li Qing-ming. Oblique and normal perforation of concrete targets by a rigid penetrator[J]. International Journal of Impact Engineering, 2004, 30(6): 617-637.

[6] 马爱娥，黄风雷. 弹体斜侵彻钢筋混凝土的试验研究[J]. 北京理工大学学报，2007，27(6)：482-486.
Ma Ai-e, Huang Feng-lei. Experimental research on oblique penetration into reinforced concrete[J]. Transactions of Beijing Institute of Technology, 2007, 27(6): 482-486.

[7] 吕中杰，徐钰巍，黄风雷. 弹体斜侵彻混凝土过程中的方向偏转[J]. 兵工学报，2009，30(增刊 2)：301-304.
Lü Zhong-Jie, Xu Yu-wei, Huang Feng-lei. Transverse deflection of projectile obliquely penetrating into concrete [J]. Acta Armamentarii, 2009, 30(Suppl 2): 301-304.

A calculation of penetration resistance during cratering for ogive-nose projectile into concrete *

Chai Chuan-guo, Pi Ai-guo, Wu Hai-jun, Huang Feng-lei
(*State Key Laboratory of Explosion Science and Technology, Beijing Institute of Technology, Beijing* 100081, *China*)

Abstract: Penetration experiments were conducted to explore an expression formula for the stress endured by the nose of the projectile during cratering. To obtain the relation between penetration velocity and penetration depth, the relation between penetration depth and time was recorded by using a high-speed camera. And the least square method was used to analyze the relation of the kinetic energy consumed by the projectile with the penetration depth at the end of cratering. Thereby, an expression formula was proposed for the stress endured by the nose of the projectile during cratering. The calculation results display that the proposed stress formula can describe the relation between the penetration velocity and the crater depth under high-velocity impact.

Key words: mechanics of explosion; penetration resistance; least square method; ogive-nose projectile; concrete; high velocity

---

* Received 3 May 2013; Revised 19 September 2013
Supported by the National Natural Science Foundation of China (11202029)
Corresponding author: Pi Ai-guo, aiguo_pi@bit.edu.cn

(责任编辑　王易难)