文章编号：1001-1455(2014)04-0464-07 **DOI**：10.11883/1001-1455(2014)04-0464-07

闭孔泡沫金属变形模式的有限元分析*

李妍妍，郑志军，虞吉林，王长峰
（中国科学技术大学中国科学院材料力学行为和设计重点实验室，安徽 合肥 230026）

摘要：运用有限元软件 ABAQUS/Explicit 模拟了三维 Voronoi 闭孔泡沫金属在不同的冲击速度下的变形行为。随着冲击速度的提高，得到了 3 种变形模式：准静态均匀模式、过渡模式和冲击模式，并以相对密度和冲击速度为坐标建立了变形模式图。引入应力均匀性指标和变形局部化指标，确定了模式转化的临界速度，并与已有的冲击速度预测公式进行了比较。根据临界速度的数值和理论结果，提出了一种确定锁定应变的方案，结果介于压实应变和完全密实应变之间。

关键词：固体力学；变形模式；有限元方法；Voronoi 模型；临界速度；锁定应变
中图分类号：O347.1 **国标学科代码**：1301515 **文献标志码**：A

泡沫金属已广泛用作能量吸收材料，很有必要了解其动态力学行为。通过细观有限元模拟能有效地研究随机性或缺陷对泡沫金属力学性能的影响。

已有的有限元模拟多建立在二维情况下。D. Ruan 等[1]研究了不同冲击速度下规则蜂窝的变形模式和平台应力，并观察到随着速度的增加出现 X 型、V 型和 I 型等 3 种变形模式。Z. J. Zheng 等[2-3]在研究随机蜂窝的动态冲击中从变形机理的角度提出了变形模式的分类，即准静态均匀模式、过渡模式和冲击模式。G. W. Ma 等[4]则采用随机模式、过渡模式和渐进模式来分类。在蜂窝面内冲击性能的进一步研究中，刘颖等[5]和胡玲玲等[6]分别考虑了缺陷分布不均匀性、胞壁夹角的影响。

采用三维细观有限元模拟更能反映真实泡沫的性能。S. A. Meguid 等[7]模拟了规则闭孔泡沫在动态压缩下变形出现的方式。宋延泽等研究了规则正十四面体泡沫的能量吸收性能[8]，并进一步研究了随机性对闭孔 Voronoi 模型的平台应力的影响[9]。王鹏飞等[10]在改进的 Hopkison 压杆上，开展闭孔泡沫金属的动态冲击中，发现变形模式对实验影响很大，高速冲击下得到的结果不能真实反映材料的动态力学性能。因此，有必要对泡沫金属的变形模式和模式转变的临界速度进行深入研究。

本文中，采用闭孔泡沫金属的细观有限元模型，研究相对密度和随机性对变形模式的影响，给出模式转变的临界冲击速度的计算方法，并与文献中存在的理论预测公式进行比较和讨论。

1 数值计算模型

1.1 三维随机 Voronoi 模型

基于三维随机 Voronoi 技术构建闭孔泡沫金属的计算模型。在指定的区域内随机生成 N 个点作为成核点，各成核点之间的最小距离 $d_{\min}$ 限制为：

$$d_{\min}=(1-k)d_0=(1-k)\sqrt{3}\ (V_{\text{cell}}/4)^{1/3} \tag{1}$$

式中：d_0 和 V_{cell} 分别为规则正十四面体模型中成核点间的最小距离和单胞的体积，k 为不规则因子。将这些点复制到指定区域的周围区域中，调用 Matlab 的子程序 Voronoin 函数生成 Voronoin 构型，并保留指定区域内的构型作为计算模型。本文中，指定区域大小为 16 mm×12 mm×12 mm，成核点 305 个，不规则因子取 0.3，一个计算样本如图 1 所示。不考虑胞内气压的影响，并采用均一的胞壁厚度，由给定的相对密度确定胞壁厚度。计算中，选用了 4 种相对密度 $\rho=0.05, 0.10, 0.15, 0.20$。

* **收稿日期**：2012-12-14；**修回日期**：2013-03-21
基金项目：国家自然科学基金项目(11002140，90916026)
作者简介：李妍妍(1989—)，女，硕士研究生。

1.2　有限元模拟

采用有限元软件 Abaqus/Explicit 模拟泡沫金属的动态冲击。将泡沫金属模型沿长轴方向上的 2 个端面分别与 2 个刚性板接触。一个刚性板固定，另一个刚性板以恒定的速度冲击泡沫金属模型。采用 S3R 和 S4R 壳单元对泡沫金属模型进行网格划分，经过收敛性分析，网格尺寸为约 0.03 mm，并调整较小的单元以确保计算效率，共划分成近 10 000 个 S3R 壳单元和 38 000 个 S4R 壳单元。基体材料本构设为刚性-理想塑性：密度为 2.77 t/m^3，杨氏模量为 69 GPa，泊松比为 0.3，屈服强度为 170 MPa。模型中所有可能的接触均施加接触条件，摩擦系数设为 0.02。

1.3　准静态行为和重要参数

图 2 为具有不同相对密度的泡沫金属的准静态名义应力-应变曲线，计算时采用的加载速度为 1 m/s。压实应变 ε_D 和平台应力 σ_{pl} 是衡量泡沫金属准静态压缩行为的重要参数。压实应变定义为对应于能量效率函数取到最大时的应变[11]，能量效率函数和平台应力分别定义为：

$$\eta(\varepsilon)=\frac{1}{\sigma(\varepsilon)}\int_0^{\varepsilon}\sigma(\varepsilon)\mathrm{d}\varepsilon \tag{2}$$

$$\sigma_{pl}=\frac{1}{\varepsilon_D-\varepsilon_y}\int_{\varepsilon_y}^{\varepsilon_D}\sigma(\varepsilon)\mathrm{d}\varepsilon \tag{3}$$

式中：ε_y 为屈服应变，其值通过观察准静态应力-应变曲线给出，见表 1。根据准静态应力-应变曲线，进一步求出了 4 种相对密度下的屈服应力、压实应力和应变以及平台应力，如表 1 所示，其中平均值和方差由 4 个具有不同随机性的样本的计算结果统计后给出。

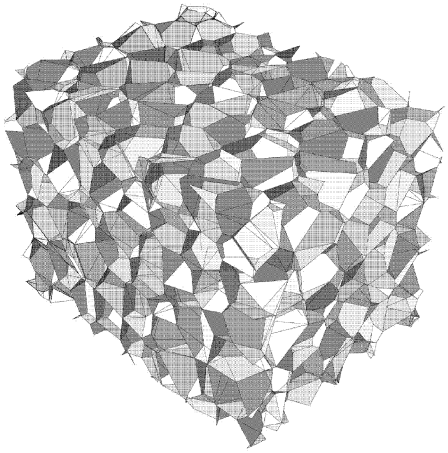

图 1　三维随机 Voronoi 模型

Fig. 1　A random 3D Voronoi model

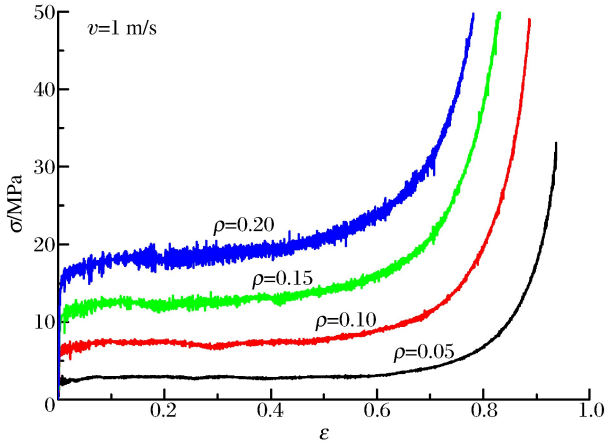

图 2　准静态应力-应变曲线

Fig. 2　Quasi-static compression strain-stress curves

表 1　屈服应变和应力、压实应变和应力、平台应力

Table 1　The yield strain and stress, densification strain and stress, and plateau stress

ρ	ε_y	σ_y/MPa	ε_D	σ_D/MPa	σ_{pl}/MPa
0.05	0.005	2.6±0.03	0.620±0.021	3.1±0.2	2.79±0.03
0.10	0.005	5.5±0.10	0.624±0.017	9.1±0.4	7.30±0.10
0.15	0.010	11.2±0.10	0.620±0.010	16.3±0.5	12.90±0.20
0.20	0.020	16.2±0.20	0.610±0.012	23.8±0.8	19.10±0.20

2　计算结果和讨论

2.1　变形模式和名义应力-应变曲线

随着冲击速度的增加，泡沫金属的压缩呈现出不同的变形模式。图 3 是相对密度为 0.05 的泡沫金属在 3 种冲击速度下的变形情况，其中左侧为冲击端。根据变形的特点，可以采用准静态均匀模式、过

渡模式和冲击模式[2-3]对变形进行分类。当冲击速度较低(如 $v=1$ m/s)时,起初试件各部位都有变形,而试件两端稍微明显,进而诱导一些随机变形带,直至试件全部被压实。在整个压缩的过程中,试件两端的应力基本平衡,可以预期试件中各横截面上的应力均匀,因而将该变形模式命名为准静态均匀模式。当冲击速度较高(如 $v=190$ m/s)时,明显的变形局部化特征出现在冲击端,在该区域胞元被压实,并以逐层压溃的方式向支撑端传播,而除了压实区之外的部位几乎没有变形,相应的变形模式称为冲击模式。对于中等的冲击速度(如 $v=70$ m/s),变形带较集中在冲击端,而靠近支撑端的部分也存在一定程度的变形,该变形模式称为过渡模式。

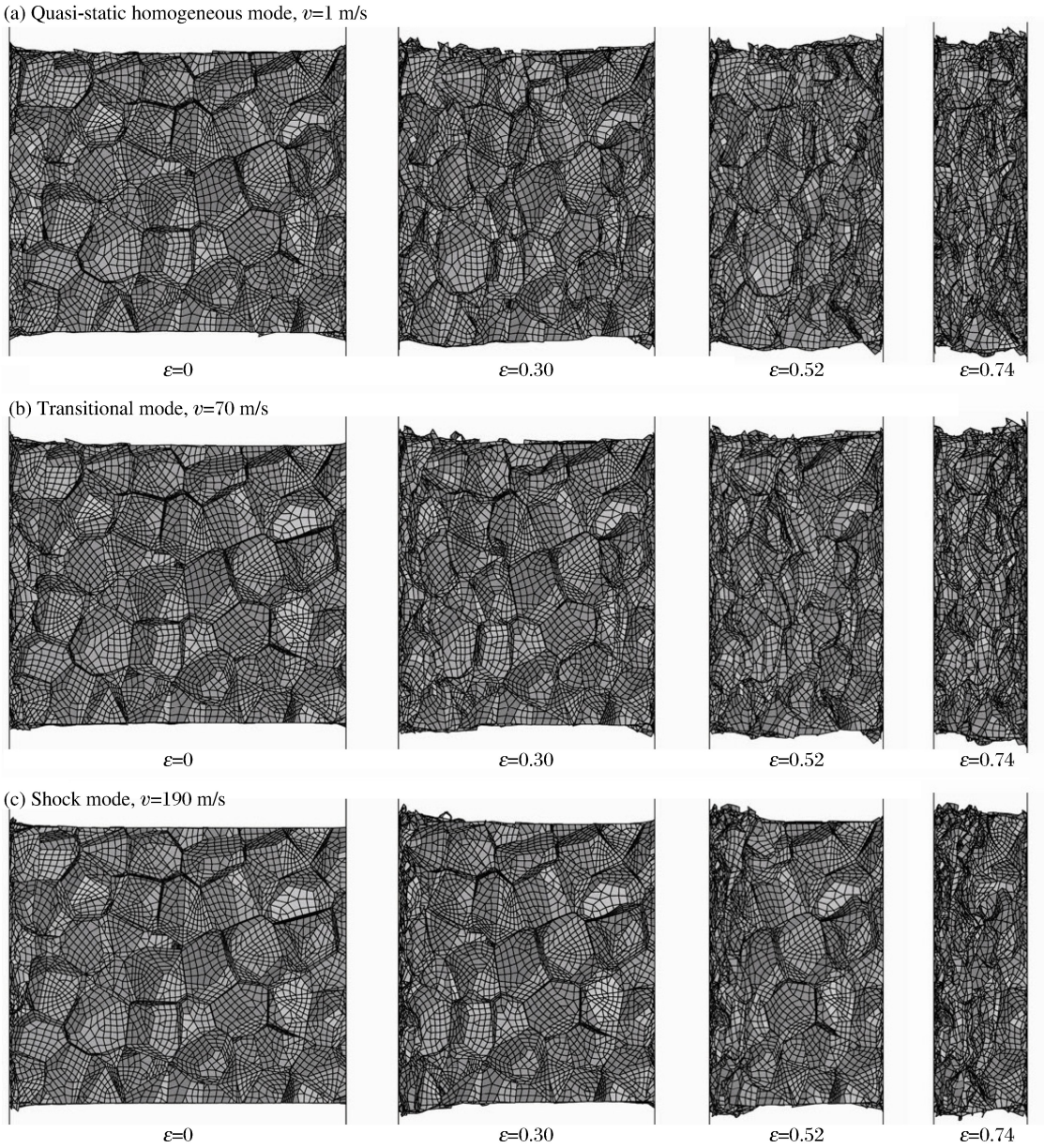

图 3 变形模式

Fig. 3 Deformation modes

图 4 为试件在 3 种不同冲击速度下平滑后的名义应力-应变曲线。由于原始曲线震荡比较大,已采用 B 样条函数的最小二乘法将数据进行了拟合处理。可见,随着冲击速度的提高,冲击端的应力平台有明显的增强,而支撑端的应力的平台区对冲击速度不敏感。随着冲击速度的提高,支撑端得初始屈服应力在较大的名义应变下才达到。

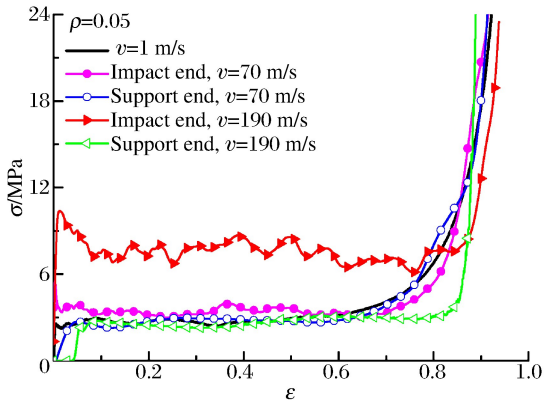

图 4　冲击端和支撑端的名义应力-应变曲线

Fig. 4　Nominal strain-stress curves at the impact and support ends

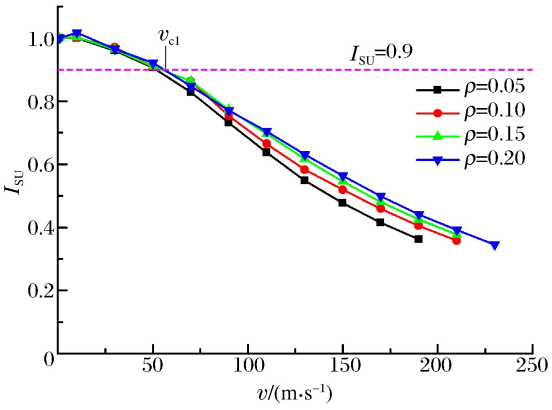

图 5　应力均匀性指标随冲击速度的变化

Fig. 5　Stress uniformity index versus impact velocity

2.2　临界冲击速度和变形模式图

应力增强是泡沫材料动态冲击行为的一个典型的特征。当冲击速度较低时，冲击端的应力和支撑端的应力基本上平衡，而随着冲击速度的提高，冲击端因惯性诱导的冲击增强导致其应力明显高于支撑端的应力。因此，可以通过判断泡沫两端的应力是否平衡，确定第一临界冲击速度。应力均匀性指标[3,12]定义为：

$$I_{SU}=\sigma_{pl}^{s}/\sigma_{pl}^{i} \tag{4}$$

式中：σ_{pl}^{s}为支撑端的平台应力，σ_{pl}^{i}为冲击端的平台应力。图 5 给出了 4 种相对密度下 I_{SU}随冲击速度的变化曲线。结果显示，当冲击速度较低时，I_{SU}在 1 附近，即泡沫两端的应力基本上平衡，而随着冲击速度的提高，I_{SU}不断递减。取 $I_{SU}=0.9$ 确定第一临界冲击速度。从图 5 中可见，该临界速度对材料相对密度不太敏感，基本上维持在 52 m/s 左右。该结果验证了 V. S. Deshpande 等[13]的说法，即采用分离式 Hopkinson 压杆测试泡沫金属的动态应力-应变曲线时，冲击速度应小于 50 m/s。

变形局部化是泡沫材料动态冲击行为的另一个典型的特征。当冲击速度很高时，变形基本上集中在冲击端，而靠近支撑端的泡沫基本上不变形。为刻画这种局部化变形行为，并考虑将来实验测量的方便，首先定义 2 个应变量：ε_1表示泡沫试件中部到冲击端面部分的名义应变，ε_2表示泡沫试件中部到支撑面部分的名义应变。试件总体的名义应变 $\varepsilon=(\varepsilon_1+\varepsilon_2)/2$。如果整个试件一直处于均匀变形的状态，显然有 $\varepsilon_1=\varepsilon_2$；而如果试件处于完全局部化的变形状态，冲击波阵面从冲击端向支撑端传播，在波阵面经过试件中部以前都有 $\varepsilon_2=0$，此后 ε_2增大，但不大于 ε_1。可以近似估算，波阵面到达试件中部时整个试件的名义应变为压实应变的一半，即 $\Delta\varepsilon=\varepsilon_D/2$。图 6 给出了相对密度为 0.1 的试件、变形局部化完全集中在冲击端的理想情况下 ε_1和 ε_2的相对变化量 $R=|(\varepsilon_1-\varepsilon_2)/(\varepsilon_1+\varepsilon_2)|$ 随试件名义应变 ε 的变

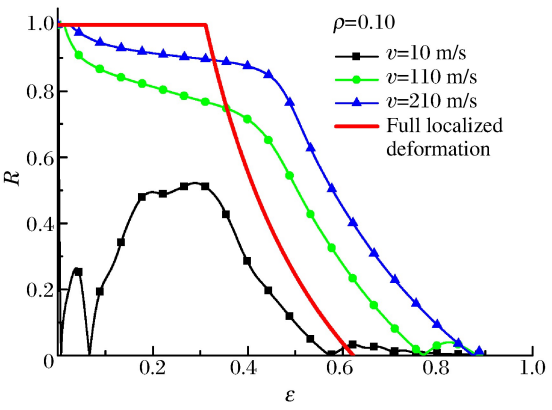

图 6　R 与 ε 的关系曲线

Fig. 6　Curves of R varying with ε

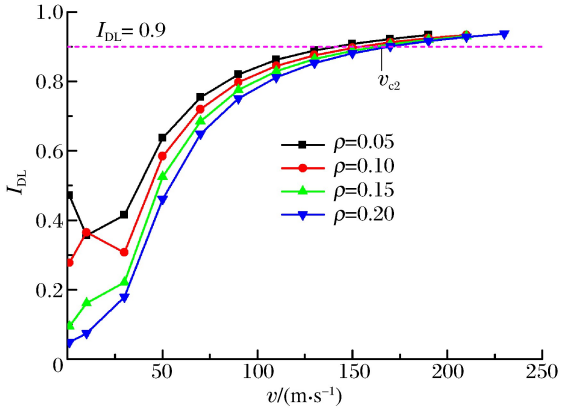

图 7　变形局部化指标随冲击速度的变化

Fig. 7　Deformation localization index versus impact velocity

化曲线，其中 ε_D 是由式(2)求极值得出；图 6 还给出了试件在 3 种冲击速度下的结果。低速冲击下，试件近似处于均匀变形状态；而高速冲击下，试件近似处于完全局部化变形状态。基于上述分析，我们引入变形局部化指标：

$$I_{DL}=\frac{1}{\Delta\varepsilon}\int_0^{\Delta\varepsilon}\left|\frac{\varepsilon_1-\varepsilon_2}{\varepsilon_1+\varepsilon_2}\right|\mathrm{d}\varepsilon \tag{5}$$

如果整个试件一直处于均匀变形的状态，I_{DL} 恒为 0；而如果试件处于完全局部化的变形状态，I_{DL} 恒为 1。取 $I_{DL}=0.9$ 确定第二临界冲击速度。当 I_{DL} 超过 0.9 时，泡沫的变形从过渡模式转变为冲击模式。图 7 给出了 4 种相对密度下变形局部化指标随冲击速度的变化曲线。可见，随着相对密度的提高，第二临界冲击速度相应地有所提高。

以相对密度和冲击速度为参数建立泡沫金属的变形模式图，如图 8 所示。考虑了 4 种相对密度，每种相对密度有 4 个随机样本。统计结果显示，第一临界冲击速度随着相对密度的提高略有变化，但提高量比统计方差小，因此第一临界冲击速度对相对密度不太敏感；第二临界冲击速度随相对密度的提高有较明显提高。这 2 个临界冲击速度的变化曲线将变形模式图分成 3 个区域，分别对应于准静态均匀模式、过渡模式和冲击模式。

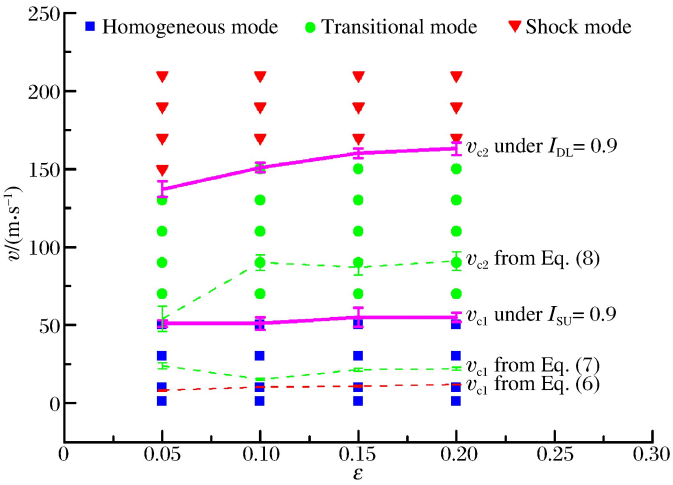

图 8 变形模式图

Fig. 8 Deformation mode map

2.3 临界冲击速度

以往存在一些关于模式转变的临界冲击速度的预测式，但是由于模式划分不明确、材料参数选取差异等可能的原因，这些式子并未得到有效验证，有的理论推导甚至存在错误。A. Hönig 等[14]基于陷波理论给出了一个局部化变形开始形成时的临界速度：

$$v_{c1}=\int_0^{\varepsilon_{cr}}c(\varepsilon)\mathrm{d}\varepsilon=\int_0^{\varepsilon_{cr}}\sqrt{\sigma'(\varepsilon)/\rho_0}\,\mathrm{d}\varepsilon \tag{6}$$

式中：$c(\varepsilon)$ 为波速，ρ_0 为泡沫密度，ε_{cr} 为压溃应变，它对应于在准静态应力-应变曲线上首次达到切线模量为零的状态。P. J. Tan 等[15]提出了一个刚性-理想塑性-锁定(R-PP-L)模型，描述泡沫金属冲击压缩中的激波。Z. J. Zheng 等[16]通过建立刚性-线性强化塑性-锁定(R-LHP-L)模型，给出了第一和第二临界冲击速度的表达式：

$$v_{c1}=\sigma_0/(9\rho_0 c_1) \tag{7}$$

$$v_{c2}=c_1\varepsilon_L=\sqrt{(\sigma(\varepsilon_L)-\sigma_0)\varepsilon_L/\rho_0} \tag{8}$$

式中：$c_1=\sqrt{(\sigma(\varepsilon_L)-\sigma_0)/(\rho_0\varepsilon_L)}$，为塑性线性硬化段对应的波速。2 种模型中，均取锁定应 $\varepsilon_L=\varepsilon_D$。

观察不同速度下的变形模式，再与图 8 对比，由式(6)、(7)和(8)给出的结果都偏小。由于锁定应变的定义对 R-PP-L 和 R-LHP-L 模型的理论预测起关键性的影响，下面将着重讨论锁定应变。

2.4 锁定应变

以压实应变 ε_D 作为锁定应变 ε_L，在应用中发现往往偏小[16]，在图 6 中也已体现了这种状况。我们已经运用应力均匀化指标和变形局部化指标确定了临界冲击速度，结合式(8)可以反过来求出锁定应变的大小。由式(8)得到关系式：

$$\varepsilon_L(\sigma(\varepsilon_L)-\sigma_0)=v_{c2}^2\rho_0 \tag{9}$$

式(9)需联立准静态应力-应变曲线进行数值求解，所得的结果与压实应变 ε_D、完全密实应变 $\varepsilon_{max}=1-\rho$ 的比较见图 9。由图 9 可见，由式(9)得到的锁定应变大于压实应变、小于完全密实应变。这表明，按吸能效率定义的压实应变并不与冲击模式对应，用它作为锁定应变必然导致较大误差。事实上，冲击模式下胞孔逐层压溃，锁定应变随冲击速度的提高而增大。由式(9)得到的锁定应变对应于胞孔逐层压溃的最小压实应变，作为描述冲击模式下泡沫金属响应的带锁定阶段的近似模型中的锁定应变，比较符合实际。因此，将变形局部化指标和式(8)相结合是确定锁定应变 ε_L 的可能方案。

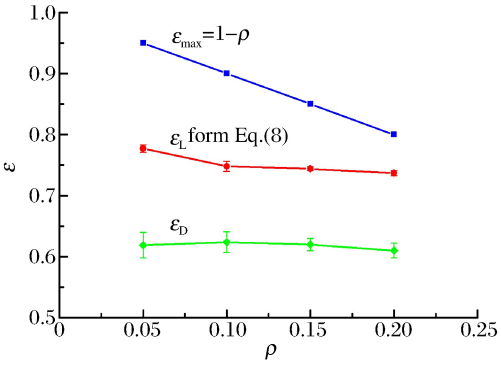

图 9　锁定应变、压实应变和完全密实应变

Fig. 9　Locking strain, densification strain and full densification strain

3　结　论

采用三维 Voronoi 技术建立了闭孔泡沫金属模型，并使用有限元软件 ABAQUS/Explicit 进行了动态冲击模拟。泡沫金属在不同的速度冲击下会出现 3 种不同的变形模式：准静态均匀模式、过渡模式和冲击模式。引入应力均匀化指标和变形局部化指标，确定了模式转变的临界冲击速度，并建立了以冲击速度和相对密度为坐标轴的变形模式图。计算结果显示，对所研究的三维 Voronoi 闭孔泡沫金属模型，第一临界冲击速度对相对密度不敏感，为约 52 m/s；而第二临界冲击速度随着相对密度的提高而提高。并且讨论已有的临界冲击速度预测式，提出了一种确定锁定应变的方案，其值介于压实应变和完全密实应变之间。

参考文献：

[1] Ruan D, Lu G, Wang B, et al. In-plane dynamic crushing of honeycombs: A finite element study[J]. International Journal of Impact Engineering, 2003,28(2):161-182.

[2] Zheng Z J, Yu J L, Li J R. Dynamic crushing of 2D cellular structures: A finite element study[J]. International Journal of Impact Engineering, 2005,32(4):650-664.

[3] Liu Y D, Yu J L, Zheng Z J, et al. A numerical study on the rate sensitivity of cellular metals[J]. International Journal of Solids and Structures, 2009,46(22):3988-3998.

[4] Ma G W, Ye Z Q, Shao Z S. Modeling loading rate effect on crushing stress of metallic cellular materials[J]. International Journal of Impact Engineering, 2009,36(6):775-782.

[5] 刘颖，张新春. 缺陷分布不均匀性对蜂窝材料面内冲击性能的影响[J]. 爆炸与冲击，2009,29(3):237-242.
Liu Ying, Zhang Xin-chun. Effects of inhomogeneous distribution of defects on in-plane dynamic properties of honeycombs[J]. Explosion and Shock Waves, 2009,29(3):237-242.

[6] 胡玲玲，尤帆帆. 铝蜂窝的动态力学性能及影响因素[J]. 爆炸与冲击，2012,32(1):23-28.
Hu Ling-ling, You Fang-fang. Dynamic mechanical honeycomb and properties of aluminum its effect factors[J]. Explosion and Shock Waves, 2012,32(1):23-28.

[7] Meguid S A, Cheon S S, El-Abbasi N. FE modelling of deformation localization in metallic foams[J]. Finite Elements in Analysis and Design, 2002,38(7):631-643.

[8] 宋延泽，李志强，赵隆茂. 基于十四面体模型的闭孔泡沫材料动态力学性能的有限元分析[J]. 爆炸与冲击，2009,29(1):49-55.
Song Yan-ze, Li Zhi-qiang, Zhao Long-mao. Finite element analysis of dynamic crushing behaviors of closed-cell foams based on a tetrakaidecahedron model[J]. Explosion and Shock Waves, 2009,29(1):49-55.

[9] Song Y Z, Wang Z H, Zhao L M, et al. Dynamic crushing behavior of 3D closed-cell foams based on Voronoi random model[J]. Materials and Design, 2010,31(9):4281-4289.

[10] 王鹏飞,徐松林,郑航,等.变形模式对多孔金属材料 SHPB 实验结果的影响[J].力学学报,2012,44(5):928-932.
Wang Peng-fei, Xu Song-lin, Zheng Hang, et al. Influence of deformation modes on SHPB experimental results of cellular metal[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2012,44(5):928-932.

[11] Tan P J, Reid S R, Harrigan J J, et al. Dynamic compressive strength properties of aluminium foams: Experimental data and observations[J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 2005,53(10):2174-2205.

[12] Yu J L, Zheng Z J. Dynamic crushing of 2D cellular metals: Microstructure effects and rate-sensitivity mechanisms[J]. Acta Mechanica Sinica, 2010,23(suppl):45-55.

[13] Deshpande V S, Fleck N A. High strain rate compressive behaviour of aluminium alloy foams[J]. International Journal of Impact Engineering, 2000,24(3):277-298.

[14] Hönig A, Stronge W J. In-plane dynamic crushing of honeycomb: Crush band initiation and wave trapping[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2002,44(8):1665-1696.

[15] Tan P J, Reid S R, Harrigan J J, et al. Dynamic compressive strength properties of aluminium foams: 'Shock' theory and comparison with experimental data and numerical models[J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 2005,53(10):2206-2230.

[16] Zheng Z J, Liu Y D, Yu J L, et al. Dynamic crushing of cellular materials: Continuum-based wave models for the transitional and shock modes[J]. International Journal of Impact Engineering, 2012,42:66-79.

Finite element analysis on deformation modes of closed-cell metallic foam*

Li Yan-yan, Zheng Zhi-jun, Yu Ji-lin, Wang Chang-feng
(*CAS Key Laboratory of Mechanical Behavior and Design of Materials, University of Science and Technology of China, Anhui* 230026, *Hefei, China*)

Abstract: Deformation behavior of closed-cell metallic foam under uniaxial dynamic compression was investigated using the finite element method of ABAQUS/Explicit code. The random 3D Voronoi technique was employed to construct foam specimens. Three deformation modes, namely the quasi-static homogeneous mode, the transitional mode and the shock mode, had been observed in the foam specimens with increasing of impact velocity. A deformation mode map with coordinates of relative density and impact velocity was presented for the foam considered. Two parameters, namely the stress uniformity index and the deformation localization index, were introduced to identify two critical impact velocities of mode transitions. The numerical results of critical impact velocities were compared with the predictions using the theoretical formulas from the literature. Based on the numerical and theoretical results of critical impact velocities, a scheme is suggested to determine the locking strain. It is found that the locking strain obtained from this scheme is between the densification strain and the complete densification strain.

Key words: solid mechanics; deformation mode; finite element method; Voronoi model; critical velocity; locking strain

---

* Received 14 December 2012; Revised 21 March 2013
Supported by the National Natural Science Foundation of China (11002140,90916026)
Corresponding author: Zheng Zhi-jun, zjzheng@ustc.edu.cn

(责任编辑 丁 峰)