

doi:10.3963/j.issn.1001-487X.2023.03.022

多次爆破振动下陡边坡振动响应及稳定性研究*

王子一, 吴桂义, 罗畅, 郑行行

(贵州大学矿业学院, 贵阳 550025)

摘要: 为探究多次爆破振动下陡边坡的动力响应规律及其稳定性, 以内蒙古某露天矿山陡边坡为工程背景, 采用现场监测、数值模拟、数学方法等对多次爆破载荷加载下陡边坡的位移、应力、最大剪切应变、安全系数变化规律及敏感性等进行分析。结果表明: 振速数据拟合后, 水平径向振速拟合度最高, 三向振速拟合结果的相关系数均大于0.8, 且该预测结果在爆破中近区相对误差较大, 爆破远区相对误差较小; 单次爆破工况下, 水平方向上, 炸药起爆后, 位移迅速增大并向炮孔孔壁水平位置扩展, 炮孔右侧位移在0.05 s时达到最大值, 应力呈现由上至下逐渐增大的趋势且坡脚易形成应力集中现象, 垂直方向上, 炮孔附近位移最大, 边坡整体应力分布呈现由坡面至边坡内部逐渐增大的趋势; 边坡经多次爆破后, 总体位移随爆破次数的增加而持续增长, 水平应力总体趋势为随爆破次数的增加而逐渐增, 垂直应力的峰值随爆破次数的增加总体呈震荡状态, 加速度随每次爆破冲击的作用呈持续震荡的现象, 且爆破结束后一段时间内加速度仍不为0, 爆破能量完全消散需要较长的时间; 多次爆破振动会在一定程度上持续降低边坡的安全系数, 随着爆破试验次数增加, 边坡安全系数的变化率逐步递增; 利用安全系数—正交试验灰色关联耦合分析得出, 各因素敏感性大小为: 单响装药量(X_5) > 总炸药量(X_6) > 炮孔孔距(X_3) > 爆距(X_2) > 爆破振动时间(X_4) > 炮孔数(X_1), 表明在实际施工中, 要控制单响装药量及总炸药量, 以保证安全生产。

关键词: 多次爆破; 振动响应; 动力响应; 边坡稳定性; 敏感性分析

中图分类号: TD235.3 文献标识码: A 文章编号: 1001-487X(2023)03-0158-12

Study on Vibration Response and Stability of Steep Slope under Multiple Blasting Vibrations

WANG Zi-yi, WU Gui-yi, LUO Chang, ZHENG Hang-hang

(School of Mining, Guizhou University, Guiyang 550025, Guizhou)

Abstract: In order to investigate the dynamic response and stability of a steep slope under blasting vibrations from multiple blasts, the displacement, stress, maximum shear strain, safety factor and sensitivity of the steep slope were analyzed by field monitoring, numerical simulation and mathematical methods based on the an open-pit mine in Inner Mongolia. The data fitting results show that the radial vibration velocity has the highest correlation coefficient,

收稿日期 (Date of reception): 2022-10-14

网络首发日期 (Published online): 2023-09-10

作者简介: 王子一(1997-), 男, 硕士, 主要从事爆破工程与边坡工程研究, (E-mail) 3415465147@qq.com。

通讯作者: 吴桂义(1973-), 男, 硕士、教授, 主要从事爆破工程与采矿工程研究, (E-mail) gywu@gzu.edu.cn。

基金项目: 国家自然科学基金地区科学基金资助项目(52164005); 国家自然科学基金地区科学基金资助项目(52064005); 贵州省科技计划项目(黔科合支撑[2021]一般399); 贵州省科技计划项目(黔科合基础[2020]1Y214)

About the author: WANG Zi-yi(1997-), male, master degree, mainly engaged in blasting engineering and slope engineering research, (E-mail) 3415465147@qq.com.

Corresponding author: WU Gui-yi(1973-), male, master degree, professor, mainly engaged in blasting engineering and mining engineering, (E-mail) gywu@gzu.edu.cn.

Funding projects: Regional Science Foundation of National Natural Science Foundation of China(52164005), Regional Science Foundation of National Natural Science Foundation of China(No. 52064005), Guizhou Science and Technology Plan Project (Guizhou Science Support[2021]General 399), Guizhou Science and Technology Plan Project (Guizhou Science and Technology Foundation [2020] 1Y214)

with all the coefficients of three directions greater than 0.8. The relative error of the prediction results is larger in the near-blasting area, while smaller in the far area. After a single blast, the horizontal displacement increases rapidly and reaches the maximum value on the right side of the blast hole at 0.05 s. In the vertical direction, the stress increases gradually from top to bottom and the bottom is prone to stress concentration. The overall stress distribution of the slope gradually increases from the slope surface to the slope interior. After multiple blasts, the displacement and horizontal stress of the slope generally continues to increase with the increase of blasting times. The peak value of vertical stress and acceleration are generally oscillating with the increase of blasting times. For a period after the blasting, the acceleration is still not 0, and it takes a long time for the blasting energy to completely dissipate. Multiple blasting vibration will continue to reduce the safety factor of the slope to a certain extent. With the increase of blasting times, the change rate of the safety factor of the slope will gradually increase. Based on the gray correlation coupling analysis of safety factor and orthogonal tests, the sensitivity of each factor is as follows: charge per delay (X_5) > total explosive charge (X_6) > hole spacing (X_3) > blast distance (X_2) > blasting vibration duration (X_4) > hole number (X_1). It is indicated that in actual construction, it is necessary to control the charge per delay and total charge in order to ensure safe production.

Key words: multiple blasts; vibration response; dynamic response; slope stability; sensitivity analysis

爆破载荷作用下露天矿山边坡稳定性问题是当今矿山安全生产的关键问题。边坡在多次爆破作用下其稳定性必然会发生不同程度的变化,考虑其原因主要是由于爆破载荷会直接导致边坡岩体的下滑力增大,若不及时治理,极有可能会造成边坡失稳,其次,边坡爆破工程会导致边坡岩体一定程度的松动破坏,使岩体结构及强度发生变化,进而形成岩体松动带,使得边坡抗滑力大幅度降低^[1,2]。陡边坡由于其岩层倾角、边坡坡度与爆破载荷双重作用下,相较普通边坡更易发生边坡灾害^[3]。

基于以上原因,爆破载荷下边坡稳定性成为学者研究的热点,目前多以数值模拟、现场试验、相似模拟等方法研究爆破振动对边坡稳定性的影响。周后友等采用 ANSYS 有限元软件结合强度折减法对边坡在静—动荷载条件下的稳定性进行分析^[4],得出爆破荷载下边坡的安全振速。贾晓敏采用 FLAC3D 软件建立了含夹层的顺层边坡模型^[5],分析了爆破载荷下边坡动力响应规律,针对位移、拉应力等对边坡稳定性的影响进行研究。费鸿禄等利用强度折减法结合 ANSYS 有限元软件^[6],建立边坡数值模型,研究了爆破荷载下边坡动力稳定性。范道林等为确定合理的最大单段药量^[7],控制边坡爆破振动安全,基于现场爆破振动监测数据回归拟合了爆破振动速度预测公式,并根据预测公式分析了边坡爆破振动传播规律。安胜杰等根据露天矿山边坡的现场^[8],对台阶边坡进行爆破振动测试,分析了爆破地震波在该边坡中的传播规律,结合萨道夫斯基公式对监测结果进行回归拟合分析,利用该公式开发爆破振动预测软件,为解决非工作帮的边坡稳定提供数据基础。张云鹏等根据相似定律制作边坡

模型放置采场^[9],记录爆破地震作用下摩擦块质点速度时程曲线,确定相关块体振动物理量的表达关系式,计算了爆破载荷下不同边坡角度加速度、速度允许范围。翟正江等通过量纲分析发现^[10],在模型试验设计中,通过控制模型大小来满足几何、形状参数缩比,从理论上可实现爆破对近场高烈度地震的模拟。

依托内蒙古自治区鄂尔多斯市某露天矿山陡边坡为工程背景,通过现场爆破振动监测拟合出水平径向、水平切向、垂向振速的萨道夫斯基预测公式,计算了合速度预测公式的误差及适用条件,采用 FLAC 3D 对多次爆破载荷作用下的陡边坡稳定性进行数值计算,分析其水平、垂直方向的位移及应力,研究陡边坡在爆破作用下的安全系数变化,利用多因子灰色关联度法,分析爆破载荷下陡边坡多因子的敏感度,以期对类似爆破工程提供一定参考。

1 工程背景

矿区所在的行政区属内蒙古自治区鄂尔多斯市。该矿区所在位置的气候为高原半干旱大陆性气候,年降雨量较低,昼夜温差较大。矿区内无较大构造破碎带且风化带不发育,地质较为构造简单。矿区东采场为椭圆形布置,总体上呈马蹄状,东西长约 1.26 km,南北约 1.04 km。矿区现已开采近 45 年,其边坡总体坡度约 $46^\circ \sim 48^\circ$,设计终了边坡深度为 1218 m,边坡最终平均高度 346 m。爆区附近无居民和建筑物,爆破条件较好,矿区概况如图 1 所示。根据相关地质资料,采场多为赤铁矿等矿物,岩石硬度系数 $f=8 \sim 14$ 。通过在矿区取样,将岩石加工成标准的圆柱形试样,并进行岩石力学试验,结果如表

1所示。根据现场实际状况及工程需求,预裂孔直径为160 mm,炸药采用乳化炸药,其药卷的直径为32 mm,不耦合装药,确定预裂爆破参数如表2。

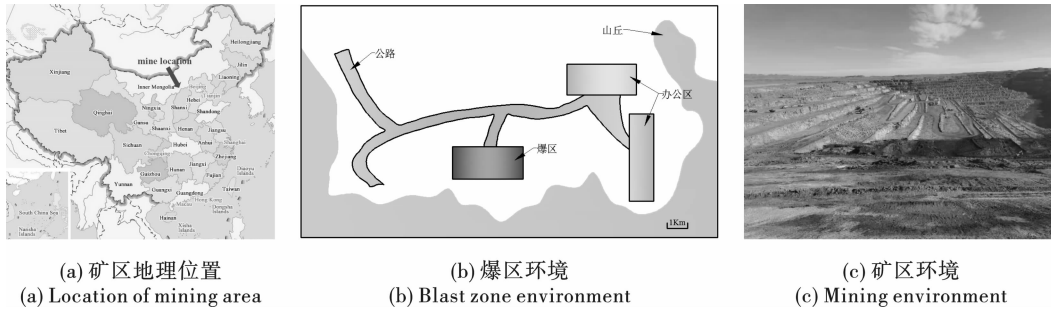


图1 矿区概况

Fig. 1 Overview of mining area

表1 岩石力学试验结果

Table 1 Rock mechanics test results

岩石名称	泊松比	弹性模量/GPa	抗拉强度/MPa	内摩擦角/°	内聚力/MPa
石英岩	0.28	79	5.13	45.5	16.27
长石板岩	0.23	82	5.82	37.4	13.78
云母片岩	0.2	92	6.27	41.5	14.32
白云岩	0.22	74	4.81	47.2	17.61

表2 爆破参数设计

Table 2 Blasting parameter design

钻孔	孔径/mm	角度/°	孔深/m	孔距/m	排距/m	药卷直径/mm	最大段装药量/kg	炸药类型
第4排预裂孔	160	62	16.3	2.1	3.2(距缓冲孔)	φ 32	15~20	φ 32 药卷
第3排缓冲孔	180	62	18.1	3.6	5.8(距主爆孔)	\	160+30	乳化炸药
第1~2排主爆孔	180	90	17.2	5.2	2~4	\	460	乳化炸药

2 爆破振动现场监测

2.1 爆破振动现场监测布置

爆破振动监测系统如图2所示,其核心的部分为拾振器与测振仪。在爆破振动监测过程中,最关键的是拾振器与测振仪的布置^[11]。该仪器采集数据后能预览频率及波形等信息且无需电脑连接,并配有三维一体速度传感器。

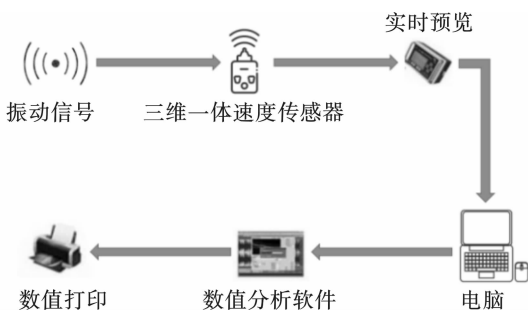


图2 爆破振动监测系统

Fig. 2 Blasting vibration monitoring system

依据该露天矿山边坡地质条件,测点的布置与选择原则如下:一般地,振动监测点要布置在爆破作业区的后方,其作用是测定与评价爆破振动对边坡稳定性的影响;根据爆破试验区域的地理位置,选取不同的台阶高度、相同地质情况进行监测点的布置^[12,13]。本次爆破试验选用的是由中科院研发的三分量振动传感器,在使用前将其x方向和爆区对齐,y轴方向与爆区切向保持一致,使用石灰粉等将传感器与布置测点位置的岩石黏合,并采用专用线缆将传感器与记录仪相连接。爆破振动测点布置示意图如图3所示。本次爆破振动监测持续近3个月,进行了多次现场监测,监测数据如表3。

2.2 爆破振动监测数据处理与分析

根据《爆破安全规程》相关规定可知,我国一般使用爆破工程中的质点振动速度作为判定是否破坏的依据,常用萨道夫斯基公式来计算,计算式如式1所示^[14]

$$V = K\rho^\alpha = K\left(\frac{\sqrt[3]{Q}}{R}\right)^\alpha \quad (1)$$

式中: V 为质点振动速度, cm/s ; Q 为最大段装药量, kg ; ρ 为药量比例的距离; R 为监测点和爆区中心的水平距离, m ; K, α 为相关系数, 其中 K 为地质因素相关的系数, α 为爆破振速的衰减系数。

为保证本次爆破振速数据拟合的可靠性, 采用最小二乘法对现场爆破所收集的振速数据进行拟合。相关系数 r 的绝对值越趋近于 1.0, 式(1)中因素的相关性就越高。根据现场爆破监测结果确定式(6)

中的 r 值大于 0.8 时, 式(1)中的各因素就为高度相关。

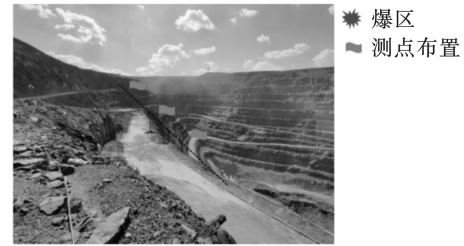


图3 爆破振动监测点布置

Fig. 3 Arrangement of blasting vibration monitoring points

表3 爆破振动回归分析测试表
Table 3 Blasting vibration regression analysis test table

序号	时间	最大段装药量/ kg	测距		传感器 编号	三分量振速及频率					
			水平 测距/m	高程 测距/m		水平径向		水平切向		垂向	
						振速/ ($\text{cm} \cdot \text{s}^{-1}$)	频率/ Hz	振速/ ($\text{cm} \cdot \text{s}^{-1}$)	频率/ Hz	振速/ ($\text{cm} \cdot \text{s}^{-1}$)	频率/ Hz
1	2021.9.20	460	319.69	37.19	N.2	3.26	32.88	4.82	34.52	4.74	45.06
2	2021.9.20	460	327.32	38.15	N.3	4.22	15.69	5.36	34.09	5.70	31.87
3	2021.9.20	460	343.10	42.46	N.4	5.03	16.11	4.97	22.30	5.35	39.08
4	2021.9.20	460	186.07	152.72	N.5	2.91	28.22	2.27	29.02	2.44	52.02
5	2021.9.20	460	188.60	151.95	N.6	1.75	29.82	1.67	24.42	1.79	35.92
6	2021.9.20	460	261.60	18.91	N.7	1.83	23.61	1.85	30.70	2.18	45.31
7	2021.9.20	460	198.99	77.24	N.8	2.32	21.78	2.22	14.11	2.09	33.82
8	2021.9.30	460	26.57	15.12	N.1	6.11	31.21	6.48	17.41	4.78	26.59
9	2021.9.30	460	195.24	158.88	N.4	2.12	23.25	1.78	38.90	3.21	30.31
10	2021.9.30	460	318.96	45.27	N.5	4.36	50.62	3.67	26.02	3.48	36.72
11	2021.9.30	460	195.22	159.47	N.6	2.14	23.25	1.78	38.90	3.21	30.31
12	2021.10.21	460	190.99	111.58	N.1	2.47	17.53	1.96	22.66	2.23	26.10
13	2021.10.21	460	264.83	21.53	N.3	1.81	13.26	1.24	41.86	1.90	16.46
14	2021.10.21	460	185.03	115.81	N.4	1.86	19.94	2.04	20.93	1.53	29.19
15	2021.10.21	460	185.03	118.89	N.5	3.38	28.22	2.27	29.02	2.44	52.02
16	2021.10.21	460	262.92	37.79	N.6	2.25	19.32	2.23	23.62	3.04	31.92
17	2021.10.21	460	189.16	48.15	N.7	2.04	19.25	2.47	19.31	1.80	31.10
18	2021.10.21	460	200.66	77.94	N.8	2.34	32.72	2.18	33.87	2.16	35.74
19	2021.10.29	460	222.07	148.92	N.2	1.63	15.46	1.33	20.18	2.07	29.61
20	2021.10.29	460	356.79	194.20	N.3	1.51	16.59	1.42	31.75	1.28	25.86
21	2021.10.29	460	263.46	203.10	N.4	1.91	12.72	1.24	14.22	1.31	10.42
22	2021.10.29	460	359.84	194.41	N.5	1.62	11.32	1.52	32.12	1.54	31.32
23	2021.10.29	460	168.98	87.99	N.6	2.08	30.41	1.91	38.30	2.77	29.87
24	2021.11.8	460	178.92	119.56	N.3	1.92	9.02	0.82	13.72	0.86	9.82
25	2021.11.8	460	619.39	221.60	N.4	2.51	13.72	2.08	14.42	2.40	13.72
26	2021.11.8	460	164.20	118.40	N.5	2.68	28.11	2.66	45.82	2.73	30.14
27	2021.11.8	460	428.64	6.38	N.6	1.12	21.45	1.18	19.90	1.02	32.24
28	2021.11.8	460	170.89	55.85	N.7	2.11	27.35	2.01	37.64	2.16	38.43
29	2021.11.8	460	222.21	87.08	N.8	2.15	25.14	1.19	27.72	1.55	21.66
30	2020.9.10	460	304.06	125.29	N.3	0.98	14.42	0.77	14.42	0.89	11.32
31	2020.9.10	460	574.32	69.30	N.4	1.06	14.42	1.16	27.52	1.02	22.92
32	2020.9.10	460	584.78	104.29	N.5	1.13	15.03	0.85	14.98	0.82	20.87
33	2020.9.10	460	299.79	80.75	N.6	1.04	15.86	0.85	17.15	0.78	15.60
34	2020.9.10	460	152.85	48.84	N.7	2.36	29.82	1.79	30.46	2.24	34.94
35	2020.9.10	460	223.36	87.57	N.8	1.95	28.05	1.57	24.14	1.68	25.40

根据实测数据,结合以上方法,拟合数据结果如图4所示。由图4可知,水平径向振速拟合度最高,三向振速拟合结果的相关系数均大于0.8,说明拟

合后的结果可行性较高,拟合之后的萨道夫斯基预测公式如表4所示。

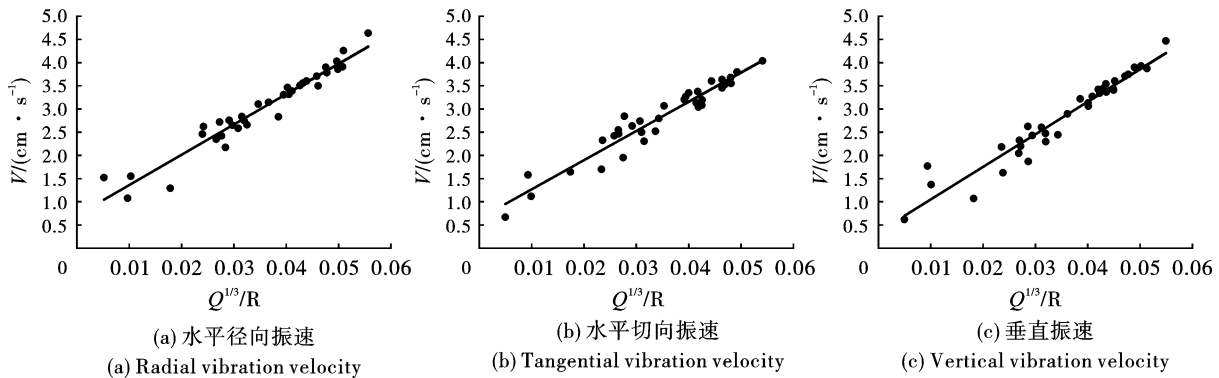


图4 爆破实测振速回归曲线

Fig. 4 Regression curve of measured blasting vibration velocity

表4 实测爆破振速回归结果

Table 4 Regression results of measured blasting vibration velocity

方向	K	α	r	求得的函数关系式
水平径向	112.25	1.30	0.904	$V = 112.25 \left(\frac{\sqrt[3]{Q}}{R} \right)^{1.30}$
水平切向	101.68	1.27	0.871	$V = 101.68 \left(\frac{\sqrt[3]{Q}}{R} \right)^{1.27}$
垂向	128.55	1.36	0.856	$V = 128.55 \left(\frac{\sqrt[3]{Q}}{R} \right)^{1.36}$

根据三向爆破振速的数据,计算出爆破振动合速度,对计算结果的前30组数据进行回归拟合,得出K值为146.35, α 为1.42,相关系数 $R^2 = 0.913$,相关性较高,其拟合曲线如图5所示。由图5可知,K值与 α 值均在坚硬岩石的阈值规定内,表明拟合结果与现场工程实际情况大致相符。但仅从计算出的K值和 α 值分别在坚硬岩石阈值范围内和其对应的相关性系数判定萨道夫斯基公式的精确性,其结果的信服力不足,考虑上述原因,还需进一步对计K值和 α 值的准确性与适用性进行验证。将合速度中的后5组作为实测值与萨道夫斯基公式预测值相对比,对比结果如表5所示。根据表4可知,实测值和公式预测值相对误差范围在12.64%~42.15%之间,爆破中近区($SD < 33$)相对误差较大,爆破远区($SD > 33$)相对误差较小,出现上述现象的原因为萨道夫斯基公式在集中药包硐室爆破的条件下,考虑最大段装药量等因素,该公式的适用性具有一定的限制。当将萨道夫斯基公式应用到深孔爆破工况中时,因其爆破中近区易受爆破条件、环境等因素的

影响,容易出现预测结果与现场监测值相差较大的情况。爆破远区($SD > 33$)相对误差区范围在12.64%~15.72%之间,相对误差较小,但爆破中近区($SD < 33$)相对误差区范围在32.48%~42.15%之间,振速预测精度较低,表明预测的振速方法不适用于距离居民区较近的边坡爆破现场振动速度预测。

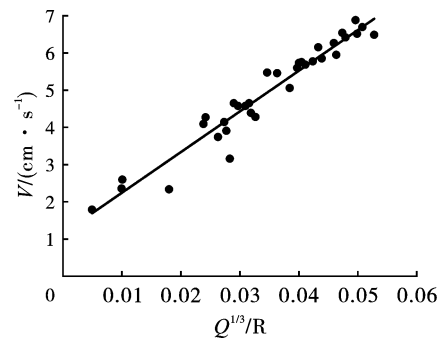


图5 爆破振动合速度回归曲线

Fig. 5 Blasting vibration velocity regression curve

表5 萨道夫斯基经验公式预测与误差分析

Table 5 Prediction and error analysis of Sadovsky empirical formula

萨道夫斯基经验公式预测值/ ($\text{cm} \cdot \text{s}^{-1}$)	实测值/ ($\text{cm} \cdot \text{s}^{-1}$)	比例距离 $SDR/\text{kg}^{1/3}$	相对 误差/%
1.574	1.868	82.04	15.72
1.341	1.535	83.54	12.64
1.040	1.540	32.72	32.48
2.135	3.695	21.84	42.15
1.789	2.989	31.91	40.26

3 陡边坡稳定性研究

3.1 数值模型建立

采用FLAC 3D有限元软件对该边坡中部进行数值模型的建立。经过对该露天矿山多年的开采,其中部已形成约21个台阶,包含清扫平台3个,从边坡底部至边坡顶部依次为1198 m水平清扫平台、1338 m水平清扫平台和1390 m水平清扫平台,清扫平台的宽度为23 m,安全平台宽度为10 m。在矿山底部1140 m水平到1198 m水平中台阶高度为14 m,边坡角为72°;在1198 m水平至1390 m水平阶段,安全台阶高度为13 m,边坡角保持不变;在1390 m水平到坡顶的水平台阶高度为13 m,边坡角更换为70°。建模采用AutoCAD制图软件绘制出该陡边坡模型,再利用犀牛建模软件进行三维边坡挤出与网格划分。最终形成的边坡模型长1100 m,宽200 m,高为250 m。边坡模型如图6所示。该模型静力载荷下的边界约束条件设定为: X方向,约束该模型的左右边界,对其他两个方向允许位移; Y方向,约束该模型的前后边界,允许其他方向位移; Z方向,对模型底部约束位移,坡顶上部允许位移。动力载荷条件下,该边坡底部不施加安静边界,模型边界条件设置为自由场边界。

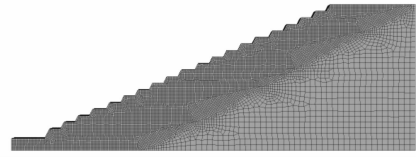


图6 边坡模型

Fig. 6 Slope model

3.2 静载荷下坡稳定性

对边坡施加重力载荷,研究其在自重条件下的应力及位移情况,结果如图7、图8所示。结合图7和图8可知,陡边坡在仅受自身重力的条件下,水平方向最大应力值位于边坡底部,其值为-3.18 MPa,表现为压应力;垂直方向最大拉应力分布在边坡台阶处,其值为1.78e-3 MPa;最大压应力位于边坡右侧底部,应力值与边坡深度呈正比例关系且应力值随着深度的增加而增大,最大值为10.2 MPa,其原因是由于边坡岩层重力作用而导致的。水平方向最大位移位于边坡顶部,其原因是1390平台附近有白云岩出露,白云岩的抗拉强度较低;垂直方向最大位移位于边坡中部,其值为-0.02 m,考虑其原因是由于边坡上覆岩层自然沉降而导致的,边坡坡脚垂直位移为0 m,其原因是1198平台附近为板岩,其抗拉强度较大,边坡整体垂直方向位移随着高度的降低而减少,与边坡自然沉降特征相符。

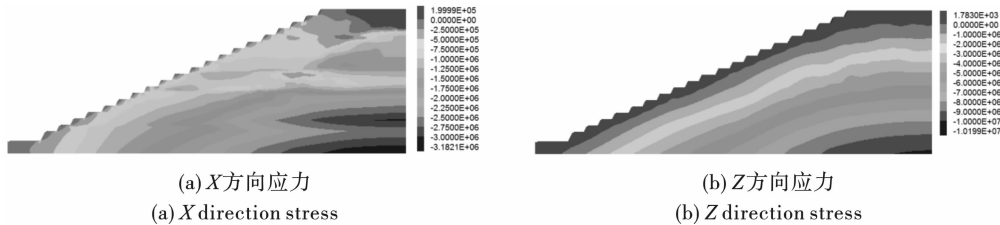


图7 边坡自重条件下应力分布情况

Fig. 7 Stress distribution of slope under gravity condition

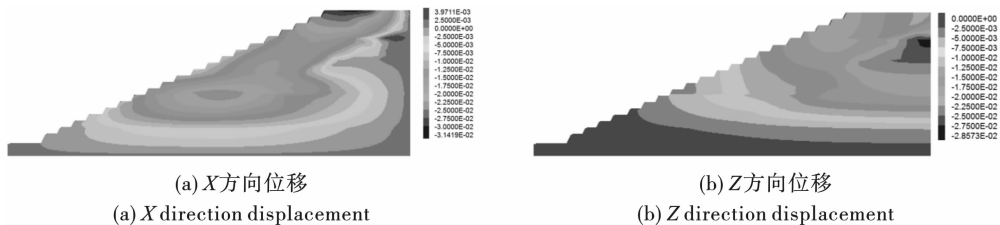


图8 边坡自重条件下位移情况

Fig. 8 Displacement of slope under gravity condition

根据在自身重力条件下边坡稳定情况,结合强度折减法对该陡边坡岩层的力学参数进行相应折减,考虑陡边坡变形破坏形式以剪切破坏为主,同时伴随有拉破坏,故折减时应将各岩层的抗拉强度也进行相应的折减处理。根据数值试验及工程概况,

折减后应力与位移情况如图9和图10所示,最大剪切增量如图11所示。结合图9~图10可知,水平方向最大应力位于边坡底部,其值为5.76 MPa,最大拉应力分布范围较未折减前的边坡较大;垂直方向最大应力位于边坡右侧底部,其表现为压应力。

水平位移最大值出现在边坡 1338 平台附近;垂直方向最大位移位于坡顶处,最大值为 0.039 m,边坡的 Z 方向位移随着边坡高度的降低而逐渐减少,说明 1390 平台附近的岩石由于受矿区位置处于寒区原因而发生冻融和风化等现象导致的该处岩石有较大

的向下位移的趋势。由图 11 可知,剪切增量从坡脚至坡顶形成了一个连续面,此时,折减后的剪切力大于等于边坡的抗剪强度,该边坡处于破坏的临界状态,强度储备安全系数为 2.28。

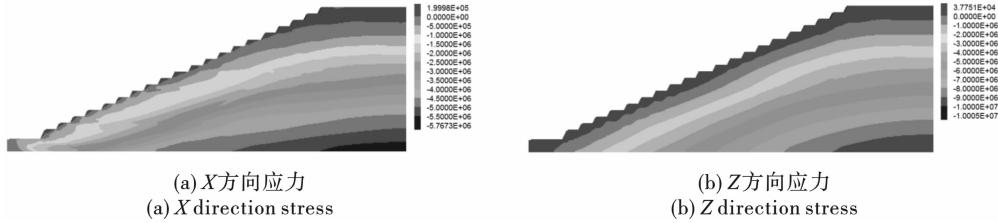


图 9 边坡折减条件下应力分布

Fig. 9 Stress distribution under slope reduction condition

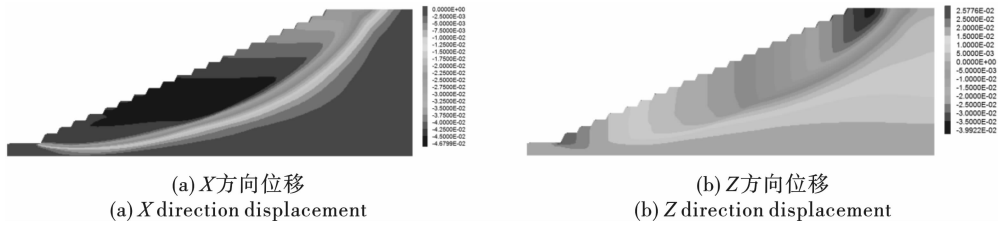


图 10 边坡折减条件下位移

Fig. 10 Displacement of slope under reduction condition

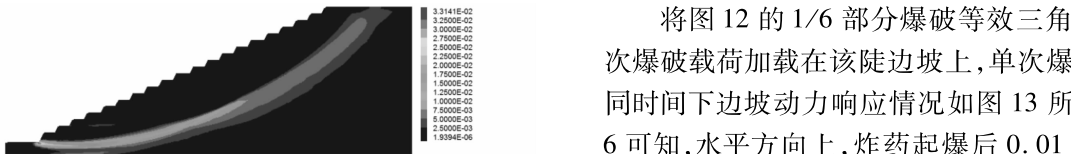


图 11 边坡折减条件下最大剪切增量

Fig. 11 Maximum shear increment under slope reduction condition

3.3 爆破动载荷下边坡稳定性

根据相关文献表明^[15,16],爆炸冲击波的作用时间为 10^{-6} s 至 10^{-1} s,爆轰波压力作用时间为 10^{-3} s ~ 10^{-1} s 左右,多次爆破为单次爆破三角载荷的多次加载过程,共计爆破 6 次,爆破等效三角荷载如图 12 所示。

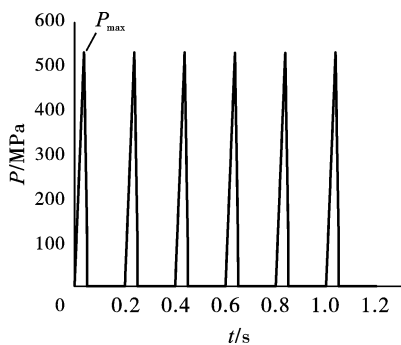


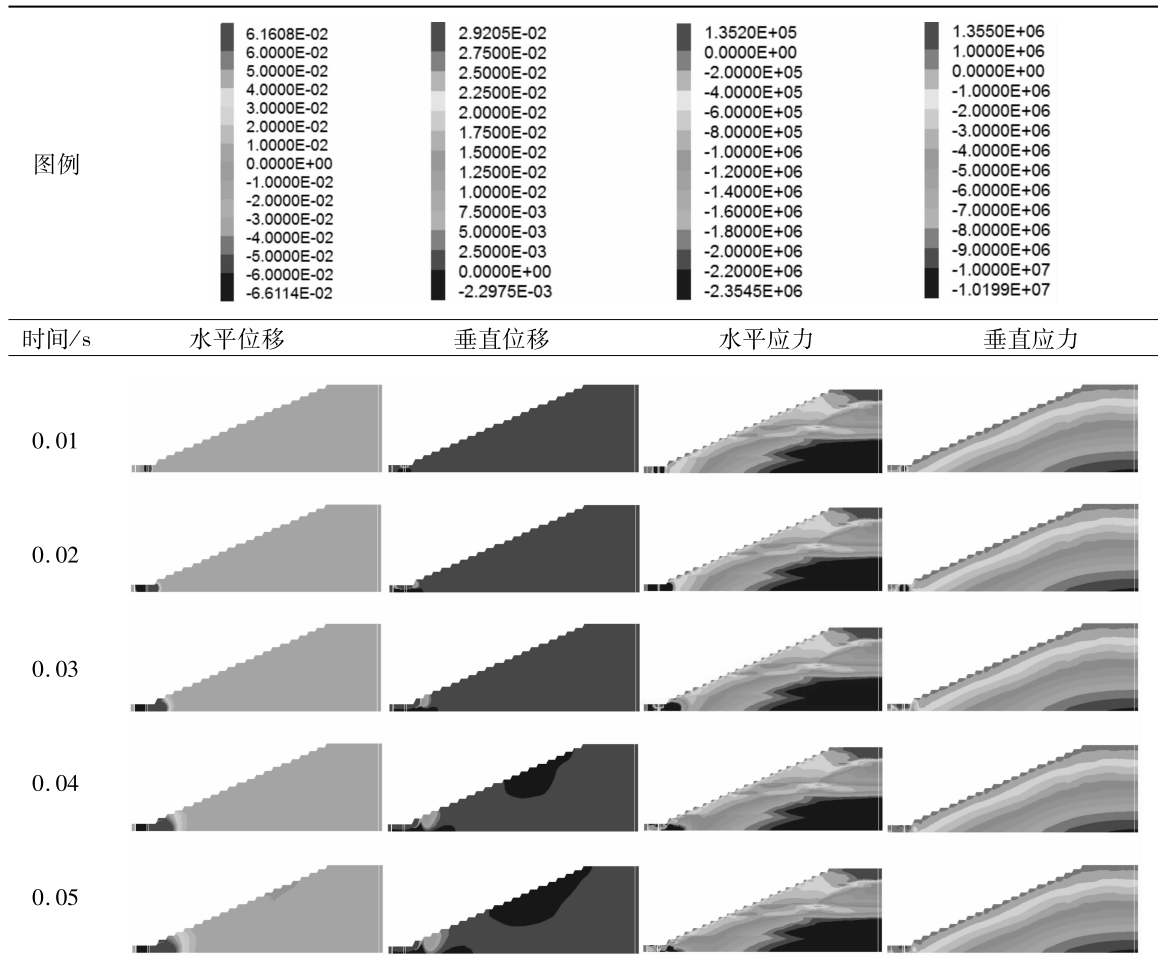
图 12 爆破等效三角形荷载

Fig. 12 Equivalent triangular blasting load

将图 12 的 1/6 部分爆破等效三角载荷作为单次爆破载荷加载在该陡边坡上,单次爆破工况下不同时间下边坡动力响应情况如图 13 所示。根据表 6 可知,水平方向上,炸药起爆后 0.01 s,由于冲击波的作用,位移迅速增大并向炮孔孔壁水平位置扩展传播,在 0.03 s 时,爆孔左侧位移达到最大,其值为 6.61×10^{-2} m,炮孔右侧位移仍在持续增大,0.05 s 时达到最大值;应力总体呈现由上至下逐渐增大的趋势,坡顶附近台阶水平应力趋近于 0 MPa,1370 m 以下台阶应力变化范围为 0 ~ 2.3 MPa,坡脚较易形成应力集中;垂直方向上,炮孔附近位移最大,爆炸后 0.04 s 时,边坡坡腰附近出现小幅度的岩层沉降现象,其原因是白云岩的抗拉强度较低,在整个爆破过程中,由于受爆破应力波的影响而导致的,在爆破后 0.05 s 时,白云岩岩层进一步沉降,但总体位移较小,其位移是 -2.29×10^{-3} m,沉降范围扩大至 1380 m 台阶附近,边坡整体应力分布呈现由坡面至边坡内部逐渐增大的趋势,应力值变化范围约为 0 ~ 10.1 MPa。综上所述,爆破荷载作用下该边坡的水平 and 竖直整体位移量都要明显大于静荷载下的整体位移量,且对边坡的影响力和影响范围相较静荷载加载工况时较大,这表明爆破动荷载是导致边坡失稳的主要因素。

表 6 单次爆破条件下不同时间边坡动力响应

Table 6 Dynamic response of slope at different time under single blasting condition



选取 1298 m 监测点作为特征点,在多次爆破振动条件下,边坡动力响应及振动响应如图 13 和图 14 所示。根据图 13 可知,边坡经多次爆破后,总体位移随爆破次数的增加而持续增长,表明多次爆破的过程中,位移存在累积现象,但位移增长的速率随爆破次数的增加而逐渐减小;水平应力总体趋势为随爆破次数的增加而逐渐增大,局部变化为每次爆破的过程中,水平应力先增大后减小在增大,考虑其原因是当冲击波到达特征点时,特征点处的水平应力迅速增大,但由于冲击波在岩石中的传播速度较快,水平应力达到局部峰值后极速下降,当下一次冲击波来临时再次上升;垂直应力的峰值随爆破次数的增加总体和局部均呈现震荡状态。相比于静荷载,边坡在爆破动荷载作用下特征点的应力变化情况复杂,水平与垂直应力的变化总体呈波动状态,在水平和垂直方向上的应力变化与振动波在水平和垂直方向上的波形密切相关。由图 14 可知,峰值速度存在较为明显的爆破冲击关联性,其峰值均出现在爆破后的 0.075 s 左右,并在爆破冲击过后快速下降;加速度随每次爆破冲击

的作用呈现持续震荡的现象,在冲击波过后,其峰值呈持续小幅度下降,且爆破结束后一段时间内加速度不为 0,表明多次爆破后,短时间内,由爆破产生的冲击波虽然逐渐衰减为压缩波,但对边坡特征点仍产生一定的作用,其能量完全消散需要较长的时间。

为进一步探究多次爆破振动下边坡的稳定性,针对不同爆破次数的边坡最大剪切增量和安全系数变化进行研究,最大剪切增量变化如图 15 所示,安全系数变化如图 16 所示。根据图 15 可知,随着爆破次数的不断增加,边坡岩体的剪应变范围向坡顶方向不断扩大延伸,岩体的受破坏程度也随之增大。随爆破次数的增加,边坡的损伤范围逐渐扩大,其原因主要是爆炸冲击波作用于边坡时,爆生气体对边坡岩体的作用也随之增加,导致该边坡产生的受爆炸冲击波影响的损伤范围呈现累积损伤的现象。由图 16 可知,多次爆破震动会在一定程度上持续降低边坡的安全系数。在当前爆破次数的条件下,每次爆破震动的会导致边坡安全系数降低 2.69% ~ 13.94%,直至爆破试验结束,该边坡的安全系数整

体下降了 34.56%。随着爆破试验次数增加,边坡安全系数的变化率逐步递增,边坡安全系数的变化

量呈增大的趋势,表明爆破振动对该边坡稳定性的影响较为明显。

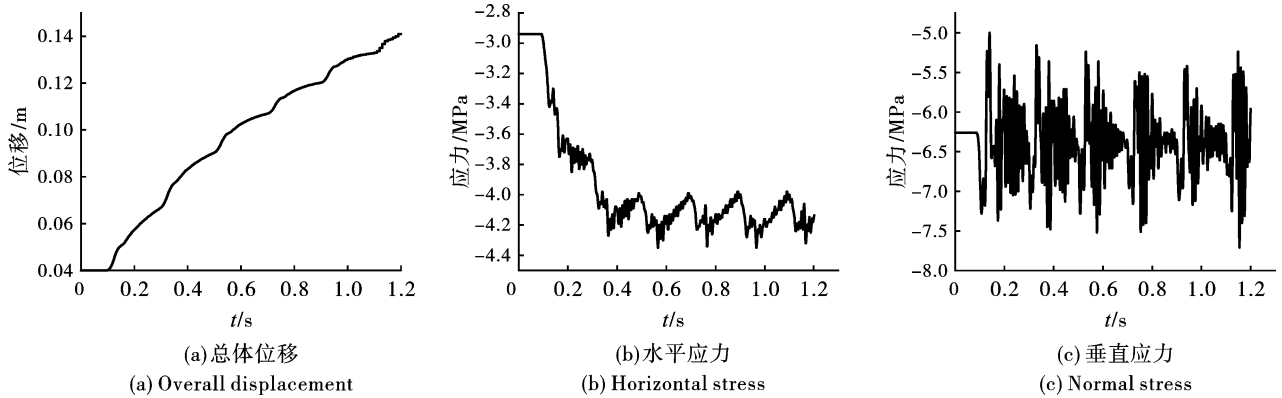


图 13 多次爆破边坡动力响应

Fig. 13 Dynamic response of multiple blasting slopes

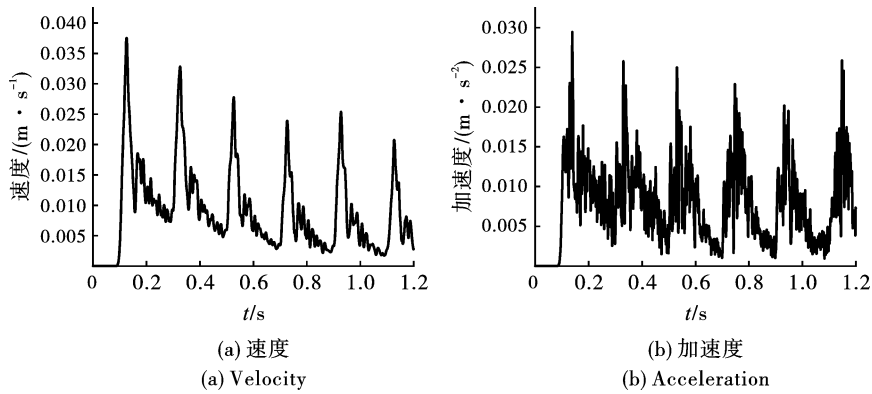


图 14 多次爆破边坡振动响应

Fig. 14 Multiple blasting slope vibration response

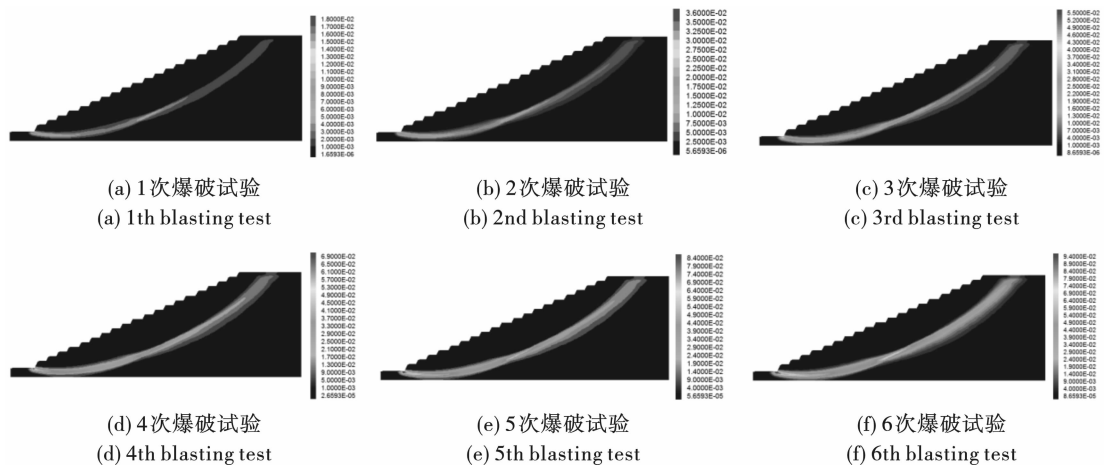


图 15 最大剪切增量变化

Fig. 15 Maximum shear increment change

4 爆破载荷下边坡多因子灰色关联分析

4.1 安全系数和正交试验灰色关联耦合分析

灰色关联分析是计算特征变量数据序列和相关因子变量的关联度矩阵,通过对关联度矩阵进行优

势对比分析,得到影响因子的大小顺序。该方法目前已广泛运用于边坡爆破工程中的敏感性分析,本文基于前人的研究,将安全系数和正交试验灰色关联进行耦合分析,从而得出各影响因子的大小。

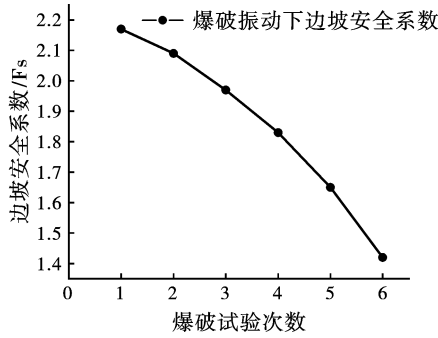


图 16 边坡安全系数变化
Fig. 16 Change of slope safety factor

正交因子选取炮孔数 (X_1)、爆距 (X_2)、炮孔孔距 (X_3)、爆破振动时间 (X_4)、单响装药量 (X_5) 和总炸药量 (X_6) 作为爆破载荷下边坡影响因素敏感性分析因子。为研究各个因素对爆破载荷下安全系数敏感性的影响, 每个因素选取 5 个水平进行正交试验, 如表 7 所示。

将 FLAC 求解的安全系数与正交试验耦合, 根据正交试验的相关理论, 假定各因子间不存在交互作用, 选择正交表中的 $L_{25}(5^6)$ 设计正交试验方案, 其结果如表 8 所示。

表 7 各影响因子取值及水平

Table 7 Values and levels of each influencing factor

水平	炮孔数 X_1	爆距 X_2/m	炮孔孔距 X_3/m	爆破振动时间 X_4/ms	单响装药量 X_5/kg	总装药量 X_6/kg
1	12	42.5	1.8	220	270	400
2	16	40.0	2.9	320	250	650
3	20	37.5	3.8	420	230	900
4	24	35.1	4.4	520	210	1150
5	28	32.7	5.1	620	190	1400

选取影响因子为子序列 $X_1 \sim X_6$, 安全系数的均值为母序列 Y 。子序列 X 与母序列 Y 如下

$$X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 & 42.5 & 1.8 & 220 & 270 & 400 \\ 16 & 40.0 & 2.9 & 320 & 250 & 650 \\ 20 & 37.5 & 3.8 & 420 & 230 & 900 \\ 24 & 35.1 & 4.4 & 520 & 210 & 1150 \\ 28 & 32.7 & 5.1 & 620 & 190 & 1400 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$Y = \begin{bmatrix} 1.330 & 1.388 & 1.595 & 1.571 & 1.557 & 1.416 \\ 1.410 & 1.469 & 1.650 & 1.334 & 1.657 & 1.456 \\ 1.425 & 1.430 & 1.341 & 1.520 & 1.425 & 1.587 \\ 1.662 & 1.551 & 1.318 & 1.567 & 1.347 & 1.557 \\ 1.504 & 1.494 & 1.428 & 1.593 & 1.346 & 1.314 \end{bmatrix} \quad (3)$$

采用极差变换对 X, Y 进行无量纲化处理, 结合

$$x_{ij} = \frac{x_{ij} - \min x_{ij}}{\max x_{ij} - \min x_{ij}} \text{ 和 } \Delta_{ij} = |x_{ij} - y_{ij}| \text{ 得出下式}$$

$$\Delta = \begin{bmatrix} 0.611 & 0.293 & 0.304 & 0.358 & 0.233 & 0.370 \\ 0.815 & 0.432 & 0.320 & 0.567 & 0.123 & 0.242 \\ 0.852 & 0.123 & 0.577 & 0.386 & 0.244 & 0.322 \\ 0.592 & 0.841 & 0.253 & 0.627 & 0.149 & 0.304 \\ 0.444 & 0.583 & 0.356 & 0.516 & 0.397 & 0.270 \end{bmatrix} \quad (4)$$

进一步采用无量纲化理论中的 $\Delta_{\max} = \max$ 和 $\Delta_{\min} = \min \Delta_{ij}$, 结合 $R_{ij} = \frac{\Delta_{\min} + \eta \Delta_{\max}}{\Delta_{ij} + \eta \Delta_{\max}}$, 其中, $\eta =$

0.5, 关系系数矩阵 R 如下式

$$R = \begin{bmatrix} 0.687 & 0.896 & 0.886 & 0.842 & 0.953 & 0.833 \\ 0.527 & 0.789 & 0.873 & 0.709 & 1.000 & 0.944 \\ 0.516 & 1.000 & 0.704 & 0.821 & 0.942 & 0.871 \\ 0.696 & 0.592 & 0.933 & 0.679 & 0.987 & 0.886 \\ 0.781 & 0.701 & 0.844 & 0.737 & 0.892 & 0.916 \end{bmatrix} \quad (5)$$

基于得出的关系系数矩阵, 结合关系度求解公

式 $L = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{i=n} R_{ij}$ 得出各因子关系度矩阵如下

$$L = [X_1 \ X_2 \ X_3 \ X_4 \ X_5 \ X_6] = [0.642 \ 0.796 \ 0.848 \ 0.761 \ 0.955 \ 0.890] \quad (6)$$

由以上分析可知, 各影响因素敏感性大小排序为: 单响装药量 (X_5) > 总炸药量 (X_6) > 炮孔孔距 (X_3) > 爆距 (X_2) > 爆破振动时间 (X_4) > 炮孔数 (X_1)。此结果同时也体现出了将正交试验得出的结果与灰色关联耦合分析的优势, 即能全面考虑多因子之间的交互作用, 最大程度上减小试验误差, 又能简化计算过程。在上述影响因子中, 单响装药量和总炸药量两个影响因子均超过 0.89 且其余 4 个影响因子的值与之相差较大, 敏感性较低的是炮孔孔距和炮孔数。综上所述, 在露天矿山边坡爆破工程中, 要控制单响装药量及总炸药量, 进而保证露天矿山的安全生产, 保障矿山工人及附近居民的人身财产安全。

表8 正交试验结果
Table 8 Orthogonal test results

编号	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	安全系数
1	12	42.5	1.8	220	270	400	1.71
2	12	40.0	3.8	520	190	650	1.66
3	12	37.5	5.1	320	210	900	1.39
4	12	35.1	2.9	620	230	1150	1.44
5	12	32.7	4.4	420	250	1400	1.35
6	16	42.5	5.1	520	230	1400	1.19
7	16	40.0	2.9	320	250	400	1.65
8	16	37.5	4.4	620	270	650	1.59
9	16	35.1	1.8	420	190	900	1.81
10	16	32.7	3.8	220	210	1150	1.71
11	20	42.5	4.4	320	190	1150	2.01
12	20	40.0	1.8	620	210	1400	1.53
13	20	37.5	3.8	420	230	400	1.43
14	20	35.1	5.1	220	250	650	1.39
15	20	32.7	2.9	520	270	900	1.64
16	24	42.5	3.8	620	250	900	1.99
17	24	40.0	5.1	420	270	1150	2.22
18	24	37.5	2.9	220	190	1400	1.94
19	24	35.1	4.4	520	210	400	1.41
20	24	32.7	1.8	320	230	650	1.55
21	28	42.5	2.9	420	210	650	1.97
22	28	40.0	4.4	220	230	900	2.02
23	28	37.5	1.8	520	250	1150	1.23
24	28	35.1	3.8	320	270	1400	1.44
25	28	32.7	5.1	620	190	400	1.77

4.2 爆破振动下边坡单因子敏感性分析

为进一步研究各因子对爆破载荷下边坡的影响,在上述分析的同时,进行单因子敏感性分析。进行单因子分析时,在改变单一参数、保持其他参数不变的条件下,对安全系数变化情况进行研究,由于各影响因子的量纲不同,故采用各因子的相对变化率与安全系数之间的关系进行单因子敏感度分析,其结果如图17所示。由图17可知,单响装药量(X_5) > 总炸药量(X_6) > 炮孔孔距(X_3) > 爆距(X_2) > 爆破振动时间(X_4) > 炮孔数(X_1)。单响装药量、总炸药量、炮孔数与影响因素呈负相关,表明随着变量的增大,安全系数也随之减小;爆距、爆破振动时间、炮孔孔距与影响因素呈正相关,表明随着变量的增大,安全系数也随之增加。综上所述,两种分析方法所得结果一致,对敏感性的排序均为单响装药量(X_5) > 总炸药量(X_6) > 炮孔孔距(X_3) > 爆距(X_2) > 爆破振动时间(X_4) > 炮孔数(X_1)。

综合上述分析,单响装药量对边坡稳定性的影响最为显著,炮孔数的增减对安全系数的影响与单

响装药量相比,其对边坡稳定性的影响较小。随着单响药量、总炸药量和炮孔数的增大,安全系数呈降低的趋势;随着爆距、爆破振动时间、炮孔孔距的增大,安全系数呈增长的趋势。在多因子分析方法中,正交试验灰色关联耦合分析法充分的考虑各因素之间的交互作用,通过计算各影响因子的关联度,进而得出各影响因子的敏感度大小,所得结果较为可靠,有较强的工程参考价值。在单因素分析法中,由于每个影响因子的量纲不同,使得对比分析较为苦难,故以各因子的相对变化率为标准进行分析,最后得出安全系数和各影响因子的敏感性关系。两种分析方法各有优点,多因子敏感性分析较好的解决了工程实际中需同时考虑多因素这一问题;单因子分析法克服了计算过程复杂,且不能直观的观察出影响因子敏感性大小这一问题。

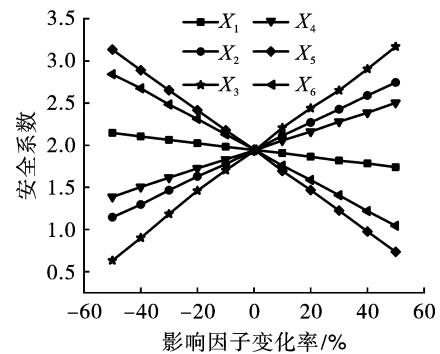


图17 安全系数与影响因子的敏感性关系
Fig. 17 Sensitivity relationship between safety factor and influence factor

5 结论

以内蒙古某露天矿山陡边坡为工程背景,采用现场监测、数值模拟、数学方法对多次爆破载荷加载下陡边坡的动力响应、安全系数变化规律及敏感性等进行分析,得出以下结论:

(1) 三向振速拟合结果的相关系数均大于0.8,说明拟合后的结果可行性较高。对预测公式的适用条件进行修正,计算得出 K 值为146.35, α 为1.42,相关系数 $R_2 = 0.913$,其相关性较高,爆破远区($SD > 33$)相对误差范围在12.64%~15.72%之间,相对误差较小;爆破中近区($SD < 33$)相对误差范围在32.48%~42.15%之间,振速预测精度较低,表明预测的振速方法不适用于距离居民区较近的边坡爆破现场振动速度预测。

(2) 单次爆破条件下,水平方向上,炸药起爆后,位移迅速增大并向炮孔孔壁水平位置扩展,应力呈现由上至下逐渐增大的趋势,坡顶附近台阶水坡

脚易形成应力集中;垂直方向上,炮孔附近位移最大,爆炸0.04 s后,边坡坡腰附近出现小幅度的岩层沉降现象,但总体位移较小,边坡整体应力分布呈现由坡面至边坡内部逐渐增大的趋势。

(3)边坡经多次爆破后,总体位移随爆破次数的增加而持续增长,表明位移存在累积现象,但位移增长的速率随爆破次数的增加而逐渐减小;水平应力总体趋势为随爆破次数的增加而逐渐增大;垂直应力的峰值随爆破次数的增加总体和局部均呈现震荡状态;峰值速度存在较为明显的爆破冲击关联性,在爆破冲击过后快速下降;加速度随每次爆破冲击的作用呈现持续震荡的现象,且爆破结束后一段时间内加速度仍不为0;随着爆破次数的增加,边坡安全系数的变化率和变化量逐步递增,表明爆破振动对该边坡稳定性的影响较为明显。

(4)各因子敏感性大小为:单响装药量(X_5) > 总炸药量(X_6) > 炮孔孔距(X_3) > 爆距(X_2) > 爆破振动时间(X_4) > 炮孔数(X_1);单响装药量、总炸药量、炮孔数与影响因素呈负相关,表明随着变量的增大,安全系数也随之减小;爆距、爆破振动时间、炮孔孔距与影响因素呈正相关,表明随着变量的增大,安全系数也随之增加。

参考文献 (References)

- [1] 李长洪,肖永刚,王 宇,等.高海拔寒区岩质边坡变形破坏机制研究现状及趋势[J].工程科学学报,2019,41(11):1374-1386.
- [1] LI Chang-hong, XIAO Yong-gang, WANG Yu, et al. Research status and trend of deformation and failure mechanism of rock slope in high altitude cold region[J]. Journal of Engineering Science, 2019, 41(11): 1374-1386. (in Chinese)
- [2] 周子涵,陈忠辉,王建明,等.爆破荷载作用下露天矿边坡稳定性的突变研究[J].岩土力学,2020,41(3):849-857,868.
- [2] ZHOU Zi-han, CHEN Zhong-hui, WANG Jian-ming, et al. Catastrophe study on slope stability of open-pit mine under blasting load [J]. Geotechnical Mechanics, 2020, 41(3):849-857, 868. (in Chinese)
- [3] 杜瑞锋,裴向军,贾 俊,等.含软弱夹层岩质边坡在爆破地震波下的试验研究[J].土木工程学报,2021,54(4):95-106.
- [3] DU Rui-feng, PEI Xiang-jun, JIA Jun, et al. Experimental study on rock slope with weak interlayer under blasting seismic wave [J]. Journal of Civil Engineering, 2021, 54(4):95-106. (in Chinese)
- [4] 周后友,池恩安,欧阳天云,等.爆破荷载作用下露天边坡稳定性分析[J].爆破,2021,38(2):80-87.
- [4] ZHOU Hou-you, CHI En-an, OUYANG Tian-yun, et al. Stability analysis of open-pit slopes under blast loading [J]. Blasting, 2021, 38(2):80-87. (in Chinese)
- [5] 贾晓敏.爆破振动作用下台阶边坡的动力响应及稳定性分析[J].矿冶工程,2018,38(3):35-39.
- [5] JIA Xiao-min. Dynamic response and stability analysis of stepped slope under blasting vibration[J]. Mining and Metallurgy Engineering, 2018, 38(3):35-39. (in Chinese)
- [6] 费鸿禄,苑俊华.基于强度折减法的边坡动力稳定性研究[J].爆破,2016,33(4):140-145.
- [6] FEI Hong-lu, YUAN Jun-hua. Study on slope dynamic stability based on strength reduction method [J]. Blasting, 2016, 33(4):140-145. (in Chinese)
- [7] 范道林,郑 祥,孙鹏昌,等.叶巴滩水电站岩石高边坡爆破振动控制研究[J].人民长江,2022,53(S1):81-84.
- [7] FAN Dao-lin, ZHENG Xiang, SUN Peng-chang, et al. Study on blasting vibration control of high rock slope of Yebatan Hydropower Station [J]. Renmin Changjiang, 2022, 53(S1):81-84. (in Chinese)
- [8] 安胜杰,易吉祥,池恩安,等.爆破地震波传播规律试验研究[J].爆破,2021,38(2):32-36,166.
- [8] AN Sheng-jie, YI Ji-xiang, CHI En-an, et al. Experimental study on propagation law of blasting seismic wave [J]. Blasting, 2021, 38(2):32-36, 166. (in Chinese)
- [9] 张云鹏,王 浩,魏新宇.爆破地震作用下边坡稳定性分析与振动相似模型试验[J].矿业研究与开发,2019,39(4):86-91.
- [9] ZHANG Yun-peng, WANG Hao, WEI Xin-yu. Slope stability analysis and vibration similarity model test under blasting earthquake [J]. Mining Research and Development, 2019, 39(4):86-91. (in Chinese)
- [10] 翟正江,李绍臣,艾畅.爆破模拟近场地震下顺层岩质边坡稳定性试验的理论研究[J].煤矿安全,2013,44(4):72-74.
- [10] ZHAI Zheng-jiang, LI Shao-chen, AI Chang. Theoretical study on stability test of bedding rock slope under blasting simulation near-field earthquake [J]. Coal Mine Safety, 2013, 44(4):72-74. (in Chinese)
- [11] 高启栋,卢文波,冷振东,等.考虑爆源特征的岩石爆破诱发地震波的波型与组分分析[J].岩土力学,2021,42(10):2830-2844.

- 2021,73(1):16-21.
- [9] HUANG Xi-qin, ZHANG Xiao-jun, SUN Jun-shan, et al. Model test study on influence of explosive amount on elevation effect of blasting vibration[J]. Nonferrous Metals (Mining Section), 2021,73(1):16-21. (in Chinese)
- [10] 李新平, 罗泽民, 罗 忆, 等. 中深部大型地下洞室高边墙爆破振动高程效应研究[J]. 爆破, 2019,36(1):1-5,43.
- [10] LI Xin-ping, WU Ze-min, LUO Yi, et al. Study on blasting vibration altitude effect of high-side walls in deep large underground cavern[J]. Blasting, 2019,36(1):1-5,43. (in Chinese)
- [11] T/CSEB 0008—2019 爆破振动监测技术规范[S].
- [11] T/CSEB 0008—2019 Technical specification for monitoring of blasting vibration[S]. (in Chinese)
- [12] 李洪涛. 基于能量原理的爆破地震效应研究[D]. 武汉:武汉大学, 2007.
- [12] LI Hong-tao. Study on effect of blast-induced seismic based on energy theory[D]. Wuhan:Wuhan University, 2007. (in Chinese)
- [13] 李洪涛, 杨兴国, 舒大强, 等. 不同爆源形式的爆破地震能量分布特征[J]. 四川大学学报(工程科学版), 2010,42(1):30-34.
- [13] LI Hong-tao, YANG Xing-guo, SHU Da-qiang, et al. Study on energy distribution characteristics of seismic waves induced by different forms of blasting resource [J]. Journal of Sichuan University (Engineering Science Edition), 2010,42(1):30-34. (in Chinese)
- [14] 金旭浩. 爆破地震波的产生及衰减机制[D]. 武汉:武汉大学, 2013.
- [14] JIN Xu-hao. The generation and attenuation mechanism of blasting induced seismic wave[D]. Wuhan:Wuhan University, 2013. (in Chinese)
- [15] 曲广建, 龙 源, 朱振海, 等. 数字爆破测振[M]. 北京:兵器工业出版社, 2015.

英文编辑:黄 刚

(上接第 169 页)

- [11] GAO Qi-dong, LU Wen-bo, LENG Zhen-dong, et al. Wave pattern and component analysis of seismic waves induced by rock blasting considering the characteristics of blasting source [J]. Geotechnical Mechanics, 2021, 42(10):2830-2844. (in Chinese)
- [12] 周建敏, 汪旭光, 龚 敏, 等. 缓冲孔对爆破振动信号幅频特性影响研究[J]. 振动与冲击, 2020,39(1):240-244, 280.
- [12] ZHOU Jian-min, WANG Xu-guang, GONG Min, et al. Effect of buffer holes on amplitude-frequency characteristics of blasting vibration signals [J]. Vibration and Shock, 2020,39(1):240-244, 280. (in Chinese)
- [13] 杨建华, 代金豪, 姚 池, 等. 岩石高边坡爆破开挖损伤区岩体力学参数弱化规律研究[J]. 岩土工程学报, 2020,42(5):968-975.
- [13] YANG Jian-hua, DAI Jin-hao, YAO Chi, et al. Study on weakening law of mechanical parameters of rock mass in blasting excavation damage zone of high rock slope[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 2020,42(5):968-975. (in Chinese)
- [14] 范 勇, 裴 勇, 杨广栋, 等. 基于改进 PSO-BP 神经网络的爆破振动速度峰值预测[J]. 振动与冲击, 2022,41(16):194-203, 302.
- [14] FAN Yong, PEI Yong, YANG Guang-dong, et al. Prediction of peak velocity of blasting vibration based on improved PSO-BP neural network [J]. Vibration and Shock, 2022,41(16):194-203, 302. (in Chinese)
- [15] 张玉琦, 蒋 楠, 周传波, 等. 爆破应力波作用下边坡主控软弱结构面破坏机制[J/OL]. 地球科学:1-12. [2022-10-08]. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/42.1874.p.20220715.0900.002.html>.
- [15] ZHANG Yu-qi, JIANG Nan, ZHOU Chuan-bo, et al. Failure mechanism of main weak structural plane of slope under blasting stress wave[J/OL]. Earth science: 1-12. [2022-10-08]. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/42.1874.p.20220715.0900.002.html>. (in Chinese)
- [16] 吕言新, 李海波, 刘亚群, 等. 岩质边坡抗震稳定性的能量方法研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2015, 34(5):876-883.
- [16] LV Yan-xin, LI Hai-bo, LIU Ya-qun, et al. Energy method for seismic stability of rock slopes [J]. Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2015, 34(5):876-883. (in Chinese)

英文编辑:黄 刚